UYARLAMALI KONTROL SİSTEMLERİ

ÖDEV 2

MUSTAFA CANER SEZER
504191123

Transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{b}{s(s+7)} \tag{1}$$

Olan bir sistem için

$$u(t) = K\big(u_c(t) - y(t)\big) \tag{2}$$

Oransal kontrolörüyle

$$G_m(s) = \frac{y_m(t)}{u_c(t)} = \frac{12}{s^2 + 7s + 12} \tag{3}$$

Referans modelindeki gibi bir davranış izlemesi istenmektedir. 1. Ve 2. Denklemlerden u_c ile y arasında bir bağıntı elde edilebilir.

$$y(t)\frac{s(s+7)}{b} = K\big(u_c(t) - y(t)\big) \tag{4}$$

$$\frac{y(t)}{u_c(t)} = \frac{bK}{s^2 + 7s + bK} \tag{5}$$

Bunu hata denkleminde yerine yazarsak,

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \tag{6}$$

$$e(t) = \left[\frac{bK}{s^2 + 7s + bK} - \frac{12}{s^2 + 7s + 12}\right] u_c(t) \tag{7}$$

Olarak bulunur. K'ya göre hatanın minimum olduğu yeri bulmak istediğimizden e'nin K'ya göre türevine bakarız.

$$\frac{de}{dK} = \frac{b(s^2 + 7s + bK) - b^2 k}{(s^2 + 7s + bK)^2} u_c(t) \tag{8}$$

Bu ifade çarpanlarına ayrılırsa,

$$\frac{de}{dK} = \frac{b}{s^2 + 7s + bK} u_c(t) - \frac{b^2 k}{(s^2 + 7s + bK)^2} u_c(t) \tag{9}$$

Denklemin sağ tarafındaki $u_c(t)$ yerine, iki kısmın da birbirine benzemesi için 5. Denklemdeki ifadeyi yazarsak,

$$\frac{de}{dK} = \frac{b}{s^2 + 7s + bK} u_c(t) - \frac{b}{s^2 + 7s + bK} y(t) \tag{10}$$

Elde edilir.

$$s^2 + 7s + bK \approx s^2 + 7s + 12 \tag{11}$$

Yaklaşıklığı ile sonuç olarak

$$\frac{de}{dK} = \frac{-b}{12} G_m u_c + \frac{b}{12} G_m y \tag{12}$$

Olarak bulunur.

Burada hatanın karesini ve mutlak değerini minimum yapan MIT kuralları için güncelleme aşağıdaki gibi belirlenebilir,

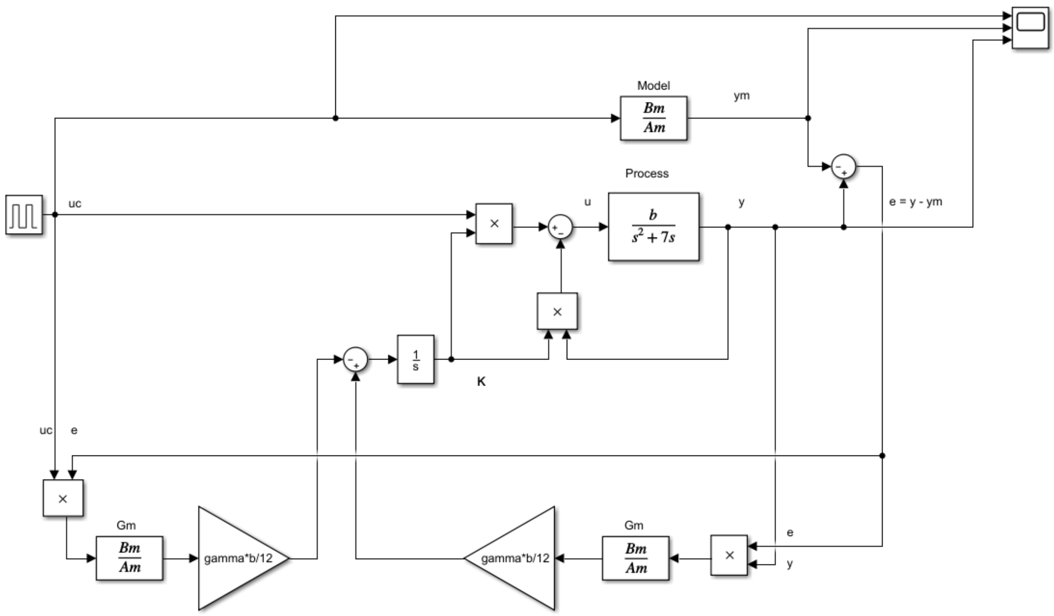
$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma * \frac{de}{dK} * e \tag{13}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma * \frac{de}{dK} * sign(e) \tag{14}$$

Hatanın karesini minimum yapan MIT kuralı için 13. Denklemde $\frac{de}{dK}$'yı yerine koyarsak,

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{-\gamma b}{12} G_m u_c e + \frac{\gamma b}{12} G_m y e \tag{15}$$

Olarak bulunur. Elde edilen denkleme ait simulink modeli aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

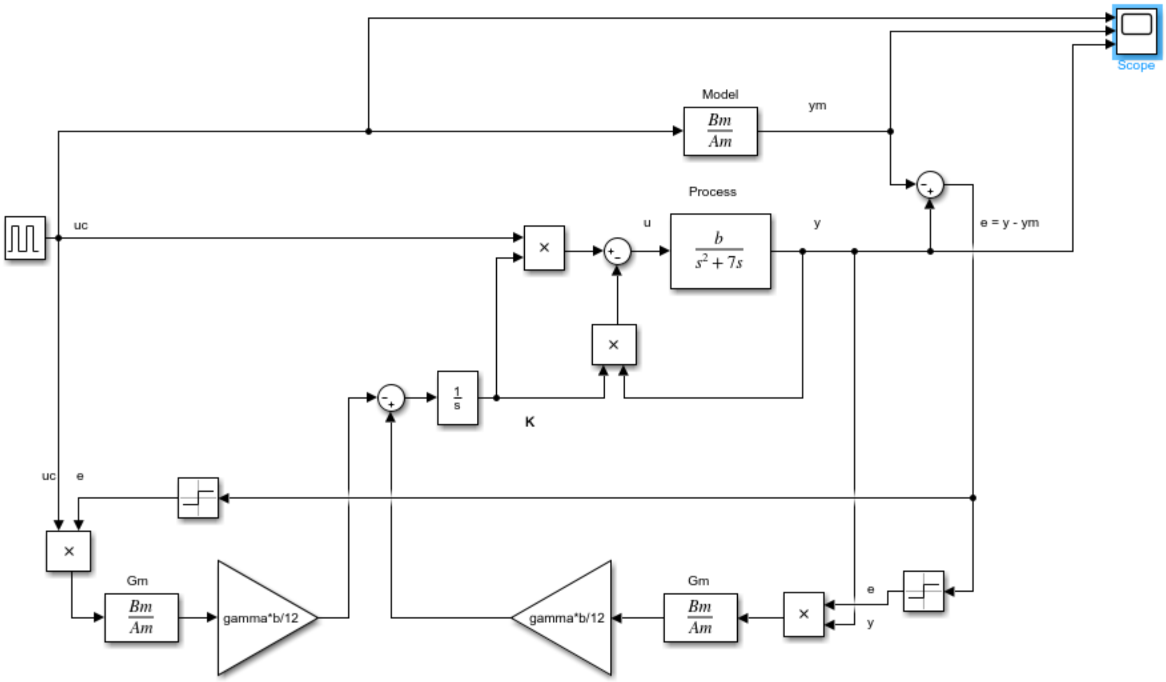


Şekil 1 Hatanın karesini minimum yapan MIT Kuralı

Aynı şekilde hatanın mutlak değerini minimize eden MIT kuralı için 14. Denklem düzenlenirse,

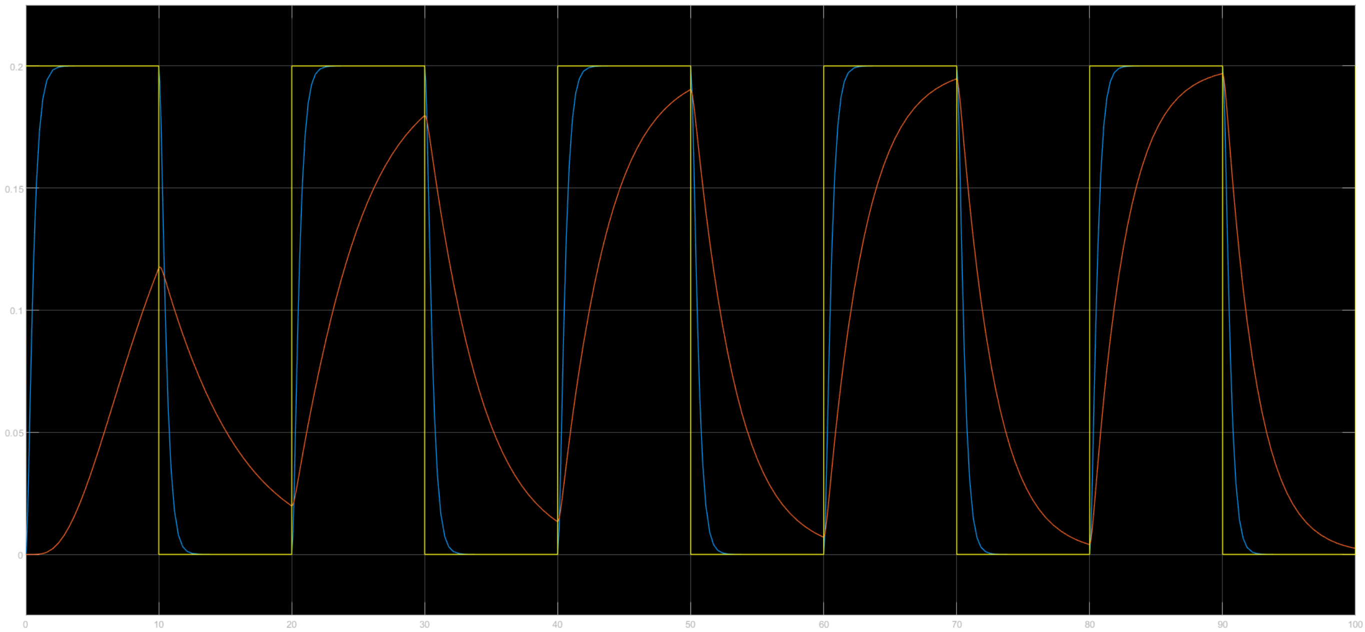
$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{-\gamma b}{12} G_m u_c sign(e) + \frac{\gamma b}{12} G_m y\ sign(e) \tag{16}$$

Olduğu görülür. Bunun simulink modeli ise aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

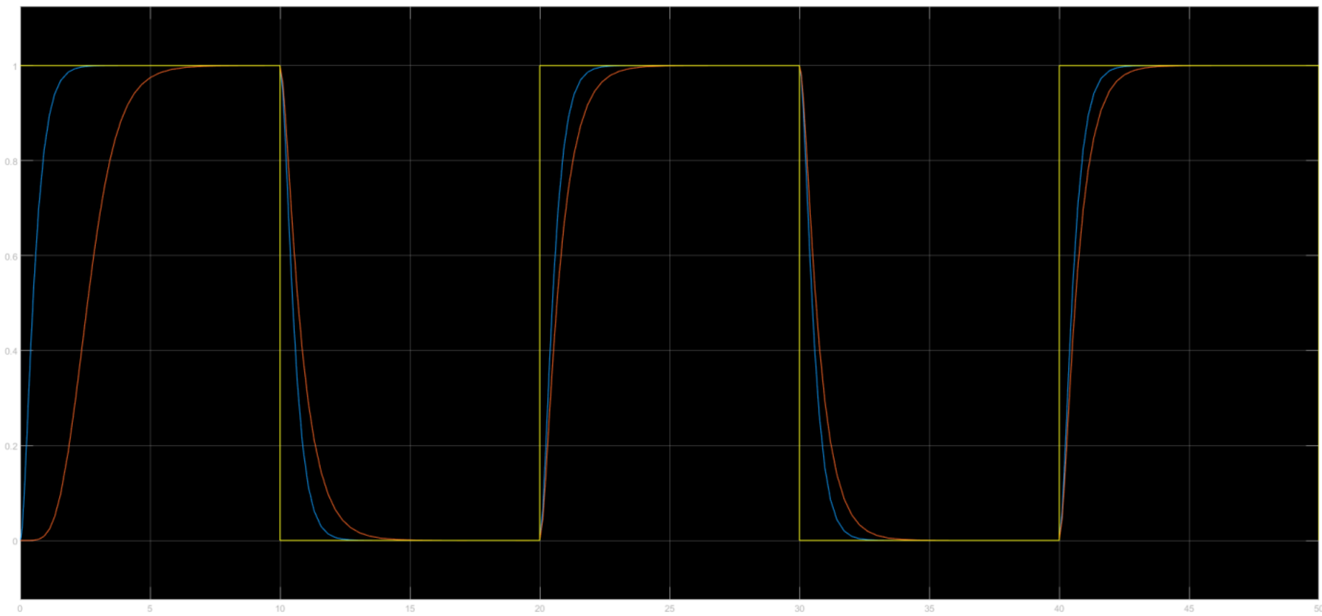


Şekil 2 Hatanın mutlak değerini minimize eden MIT Kuralı

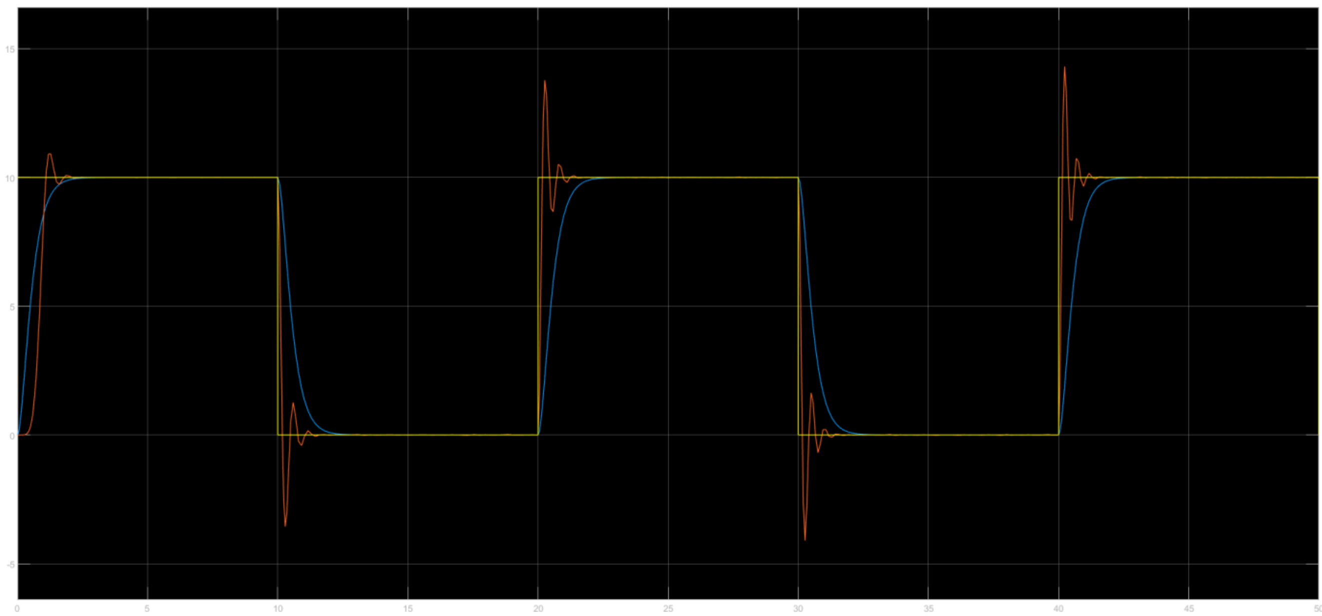
Bu iki modele ait simülasyonlar b = 7 ve gama =1.2 seçilerek yapılmıştır.



Şekil 3 Hatanın karesini minimize eden MIT kuralı ile 0.2 genlikli kare dalga cevabı

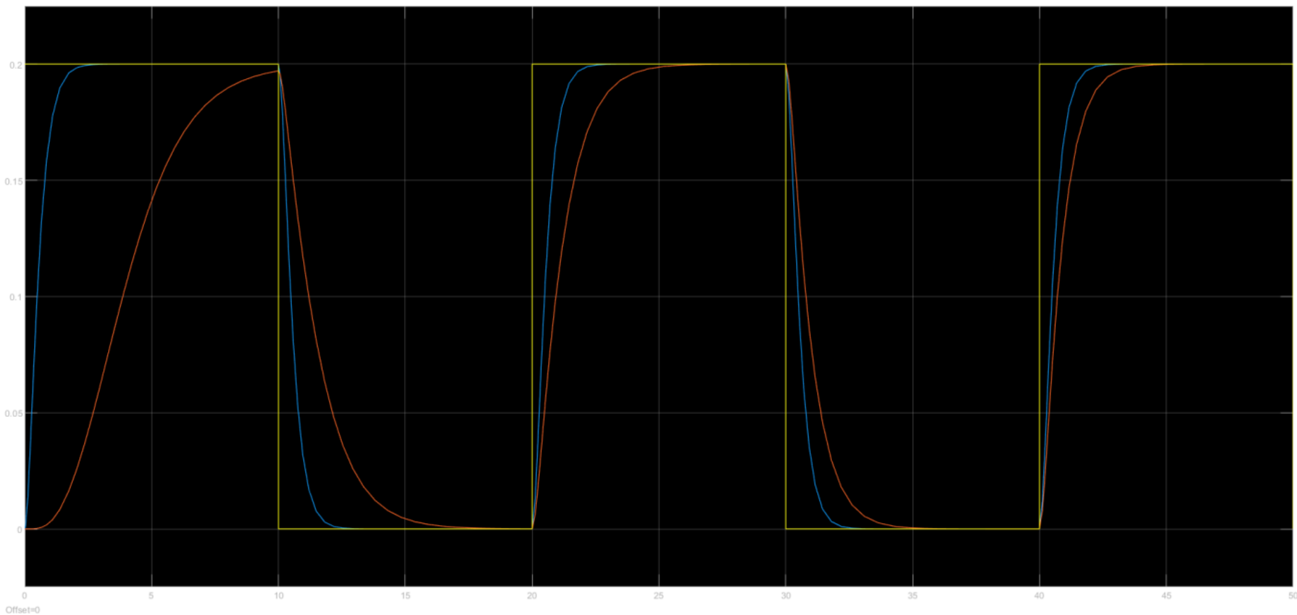


Şekil 4 Hatanın karesini minimize eden MIT kuralı ile 1 genlikli kare dalga cevabı

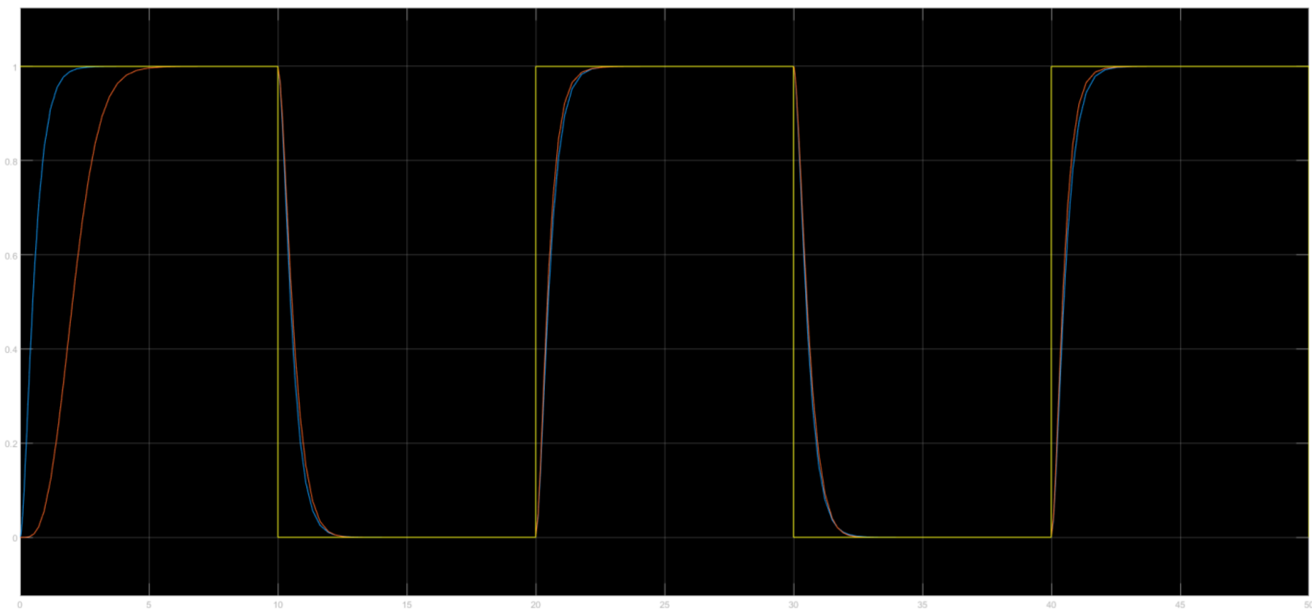


Şekil 5 Hatanın karesini minimize eden MIT kuralı ile 10 genlikli kare dalga cevabı

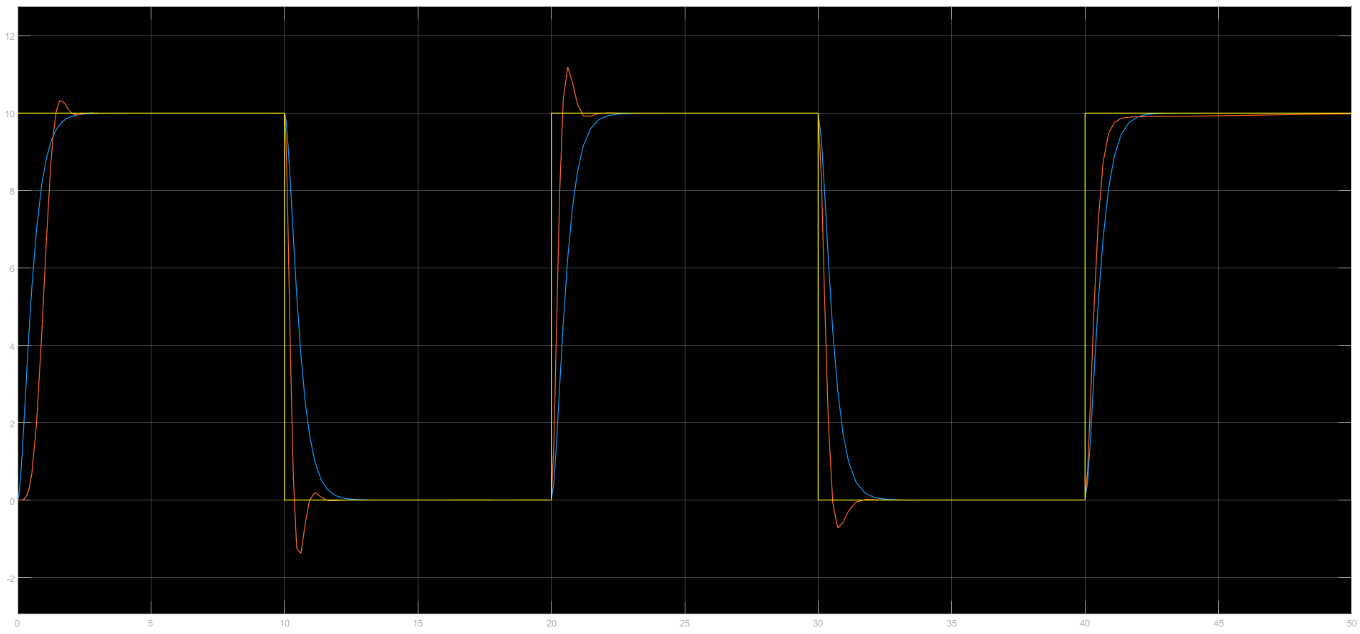
Görüldüğü üzere kare dalganın genliği 1 iken sistem modeli rahatça takip edebilmiştir. Fakat genlik 0.2'ye düştüğünde sistemin yerleşmesi 90. saniyede dahi mümkün olmamıştır. Aynı şekilde genlik 10 olduğunda sistem simülasyon ortamında modeli takip ediyor olarak gözükse de, yükselme zamanının ne kadar kısa olduğu görülmektedir. Dolayısıyla gerçek ortamda fiziksel bir sistem için bu kadar hızlı bir tepki büyük olasılıkla mümkün olmayacaktır.



Şekil 6 Hatanın mutlak değerini minimize eden MIT kuralı ile 0.2 genlikli kare dalga cevabı



Şekil 7 Hatanın mutlak değerini minimize eden MIT kuralı ile 1 genlikli kare dalga cevabı



Şekil 8 Hatanın mutlak değerini minimize eden MIT kuralı ile 10 genlikli kare dalga cevabı

Simülasyon sonuçlarına göre hatanın mutlak değerini minimize eden MIT kuralı, karesini minimize eden MIT kuralına göre daha iyi performans göstermiştir. Sistem, 0.2 ve 1 genlikli dalga boylarında modeli takip edebilmiş ve 10 genlikli dalga boyunda ise daha az osilasyon yapmıştır. Fakat yine de burada da yükselme zamanı çok az olduğundan sistemin fiziksel olarak bu kontrol işaretini üretebilmesi oldukça zor gözükmektedir.

Sistemin davranışını giriş işaretinden bağımsız hale getirmek için normalize edilmiş MIT kuralı kullanılabilir. Normalize edilmiş MIT kuralı için

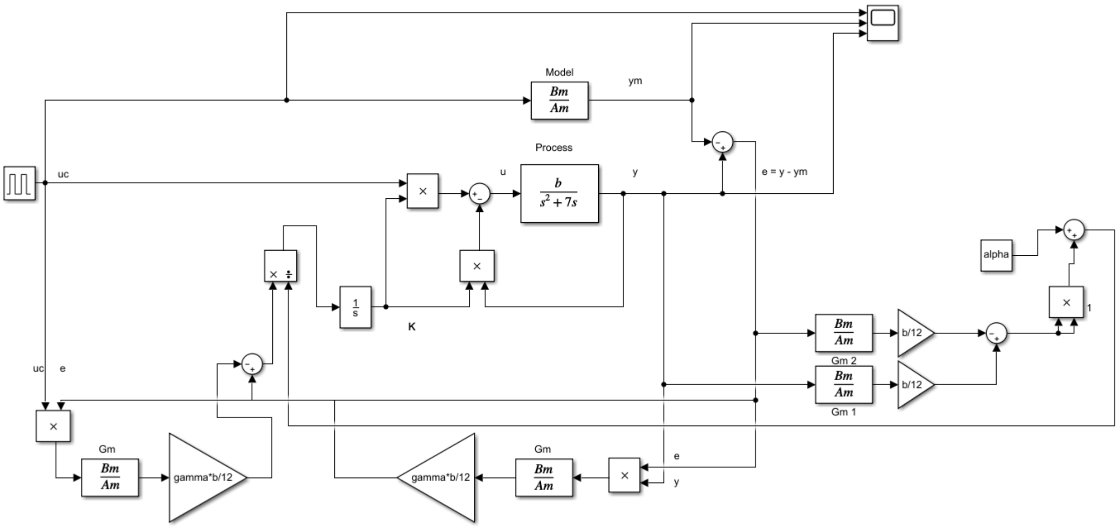
$$\frac{de}{dK} = -\varphi \tag{17}$$

$$\frac{dK}{dt} = \gamma \frac{\varphi}{\alpha + \varphi^T \varphi} e \tag{18}$$

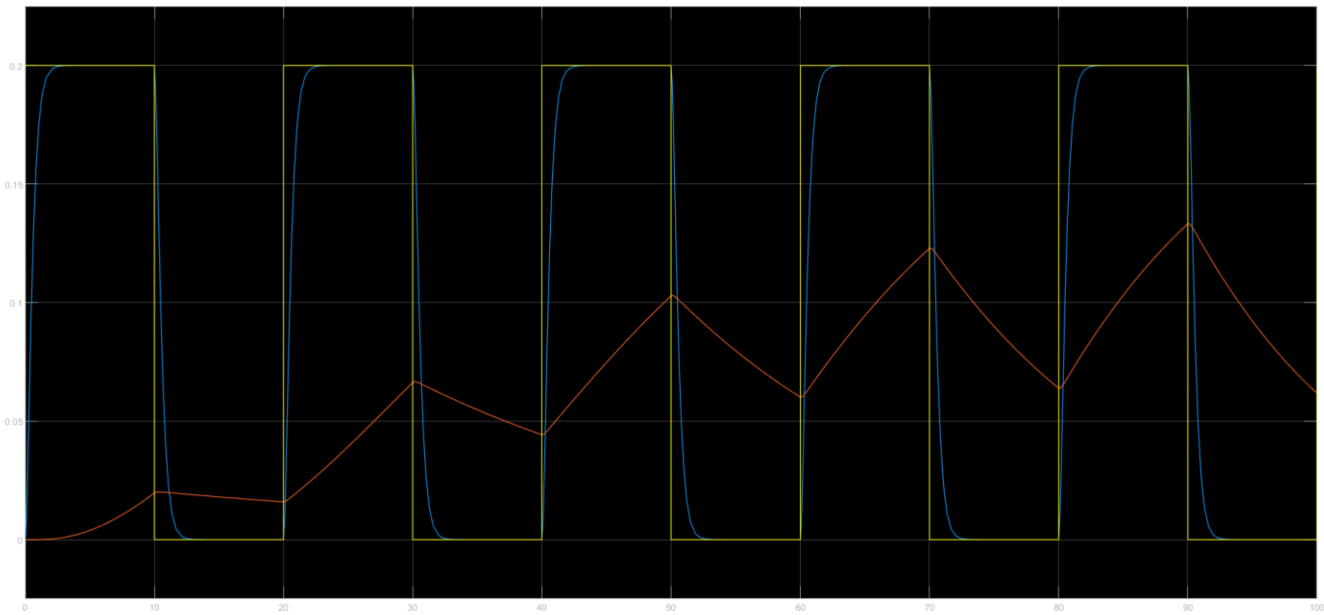
Eşitlikleri kullanılır. Elimizdeki eşitlikler için

$$\varphi = \frac{b}{12} G_m u_c - \frac{b}{12} G_m y \tag{19}$$

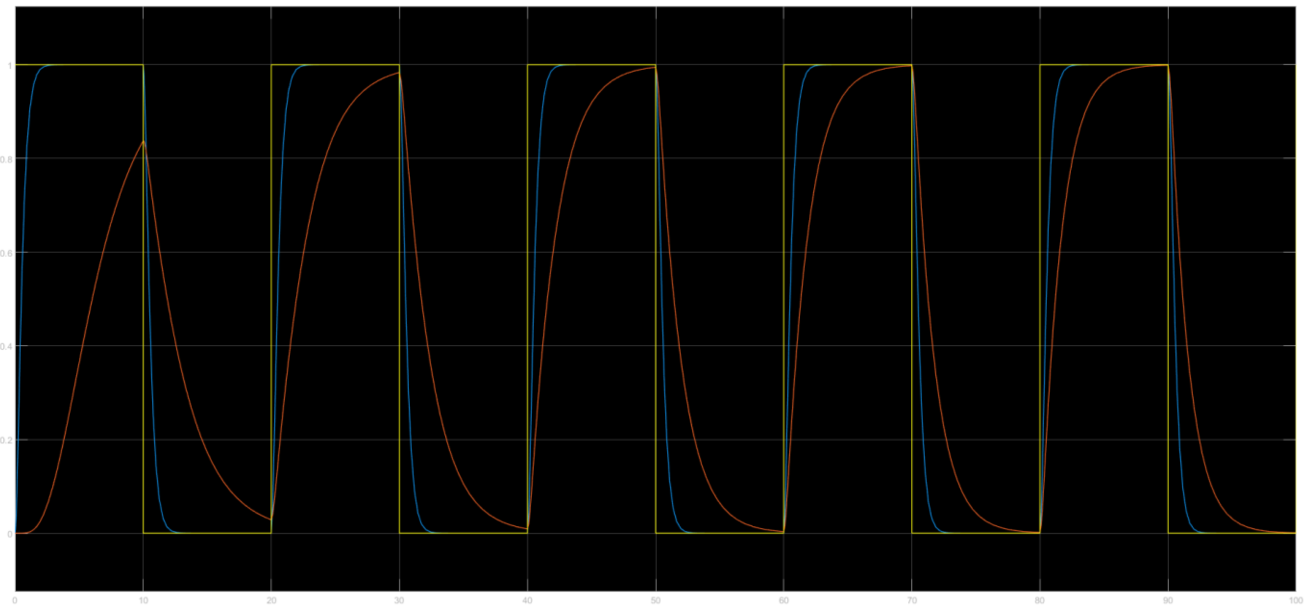
Olarak bulunur ve 18. Denklemde bu ifade yerine koyulup simulink modeli aşağıdaki gibi oluşturulabilir. Burada alfa değeri 10 olarak seçilmiştir.



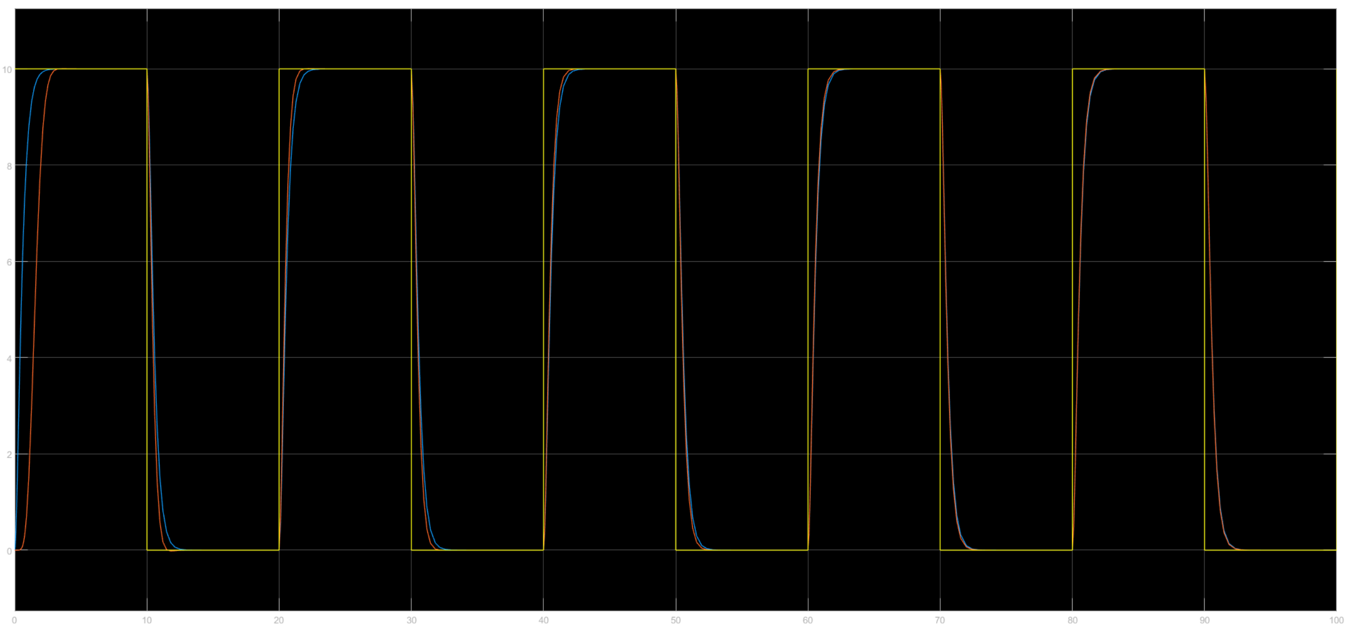
Şekil 9 Normalize edilmiş MIT Kuralı



Şekil 10 Normalize edilmiş MIT kuralı ile 0.2 genlikli kare dalga cevabı



Şekil 11 Normalize edilmiş MIT kuralı ile 1 genlikli kare dalga cevabı



Şekil 12 Normalize edilmiş MIT kuralı ile 10 genlikli kare dalga cevabı

Görüldüğü üzere normalize edilmiş MIT kuralı genliği 1 ve 10 olan kare dalgayı başarılı bir şekilde takip ederken genliği 0.2 olan kare dalgada oldukça kötü bir performans göstermiştir. Dolayısıyla yüksek genliklerde başarılı olabilirken düşük genliklerde yeterli olmamaktadır.