MAT 2777, Probabilités et statistique pour ingénieurs

Devoir 3

Échéance : le vendredi 7 mars avant 15h

Remettre dans la boîte pour devoirs à 585 King Edward

Résoudre les exercices suivants en utilisant une calculatrice TI-30, TI-34, Casio FX-260 ou Casio FX-300.

1. Les *inclusions* sont des défauts dans le métal coulé causés par des contaminants. Les inclusions dans une fonte sont modélisés par une loi de Poisson avec un taux de 2,5 inclusions par millimètre cube. Déterminer les éléments suivants:

   (a) La probabilité d'au moins une inclusion dans un millimètre cube.

   (b) La probabilité d'au moins 5 inclusions dans 5 millimètres cubes.

   (c) Le volume du matériel à vérifier tel que la probabilité d'au moins une inclusion est 0,99.

   (d) Supposons que la moyenne n'est pas 2,5 inclusions par millimètre cube. Déterminer la moyenne du nombre d'inclusions par millimètre cube afin que la probabilité d'au moins une inclusion dans un millimètre cube est 0,95.

2. Des défauts se produisent à l'intérieur du plastique utilisé pour les voitures, selon un processus de Poisson avec une moyenne de 0,02 défaut par panneau.

   (a) Si 50 panneaux sont inspectés, quelle est la probabilité qu'il n'y ait pas de défauts?

   (b) Quel est le nombre espéré de panneaux qui doivent être inspectés avant q'un défaut soit indentifié.

   (c) Si 50 panneaux sont inspectés, quelle est la probabilité que le nombre de panneaux qui ont au moins un défaut est au plus deux?

3. La circulation de voitures est traditionnellement modélisée comme un processus de Poisson. Un ingénieur de la circulation surveille la circulation à une intersection avec une moyenne de six voitures par minute. Pour le réglage des feux de circulation, les probabilités suivantes sont utilisées.

   (a) Quelle est la probabilité qu'aucune voiture traverse l'intersection durant une période de 30 secondes?

(b) Quelle est la probabilité qu'au moins trois voitures traversent l'intersection durant une période de 30 secondes?

(c) Calculer le nombre minimum de voitures qui traversent l'intersection afin que la probabilité que ce nombre ou moins de voitures traversent l'intersection est au moins 90%.

(d) Si la variance du nombre de voitures qui traversent l'intersection par minute est 20, est-ce raisonnable d'utiliser la loi Poisson? Expliquer.

4. Le diamètre d'une particule de contamination (en micromètres) est modélisée par la fonction de densité de probabilité suivante

$$f(x) = \frac{2}{x^3}, \quad x > 1.$$

Déterminer :

(a) $P(X < 2)$

(b) $P(X > 5)$

(c) $P(4 < X < 8)$

(d) $P(X < 4 \text{ ou } X > 8)$

(e) x tel que $P(X < x) = 0,95$.

5. Supposons que la fonction de répartition de la variable aléatoire X est

$$F(x) = \begin{cases} 0; & x \leq -2 \\ 0,25\,x + 0,5; & -2 \leq x \leq -2 \\ 1; & x \geq 2 \end{cases}$$

Déterminer :

(a) $P(X < 1,8)$

(b) $P(X > -1,5)$

(c) $P(X < -2)$

(d) $P(-1 < X < 1)$

6. Supposons que les nouvelles sessions à un réseau informatique suivent un processus de Poisson avec une moyenne de 3 nouvelles sessions par minute.
   (a) Quel est le temps d'attente moyen entre les nouvelles sessions?
   (b) Quel est l'écart type du temps d'attente entre les nouvelles sessions?
   (c) Déterminer x tel que la probabilité qu'au moins une nouvelle session se réalise avant x minutes est de 0,95.

7. Dans un système de communication de données, plusieurs messages qui arrivent à un noeud sont regroupés en un paquet avant d'être transmis sur le réseau. Supposons que les messages arrivent au noeud selon un processus de Poisson avec un taux de 30 messages par minute. Cinq messages sont utilisés pour former un paquet.
   (a) Quel est le temps moyen pour former un paquet, c'est-à-dire le temps moyen pour que cinq messages arrivent au noeud?
   (b) Quel l'écart type du temps pour former un paquet.
   (c) Quelle est la probabilité qu'un paquet est formé en moins de 10 secondes?
   (d) Quelle est la probabilité qu'un paquet est formé en moins de 5 secondes?

8. Le diamètre d'un point produit par une imprimante est normalement distribuée avec un diamètre moyen de 0,002 pouce.
   (a) Supposons que les spécifications exigent que le diamètre d'un point soit entre 0,0014 et 0,0026 pouce. Si la probabilité qu'un point est conforme aux spécifications est 0,9973, que devrait être l'écart-type du diamètre?
   (b) On suppose que l'écart type du diamètre d'un point est de 0,0004 pouce. Si la probabilité qu'un point est conforme aux spécifications doit d'être 0,9973, que devraient être les limites des spécifications? Supposons que les limites de spécifications sont symétriques autour de la moyenne de 0,002.