

# Introdução Linguagem de Programação Julia e ao pacote JuMP

Amanda Ferreira de Azevedo

Universidade Federal do Rio de Janeiro

13 de setembro de 2021



**Repositório Github**

<https://github.com/afazevedo/learning-julia>

# Sumário

- 1 Conceitos Base
- 2 Instalações e Configurações
- 3 Formulações em Programação Inteira

# Linguagem de Programação Julia

- ▶ Lançada em 2012;
- ▶ Atender requisitos da computação numérica de alto desempenho;
- ▶ Open source;
- ▶ Possibilita chamada de funções em Python e C, por meio de APIs;
- ▶ Tipagem dinâmica

## Documentação:

<https://docs.julialang.org/en/v1/>

<http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/simulacoes/tutorial-Julia.pdf>

# Linguagem de Programação Julia

- ▶ Lançada em 2012;
- ▶ Atender requisitos da computação numérica de alto desempenho;
- ▶ Open source;
- ▶ Possibilita chamada de funções em Python e C, por meio de APIs;
- ▶ Tipagem dinâmica

## Documentação:

<https://docs.julialang.org/en/v1/>

<http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/simulacoes/tutorial-Julia.pdf>

# Linguagem de Programação Julia

- ▶ Lançada em 2012;
- ▶ Atender requisitos da computação numérica de alto desempenho;
- ▶ Open source;
- ▶ Possibilita chamada de funções em Python e C, por meio de APIs;
- ▶ Tipagem dinâmica

## Documentação:

<https://docs.julialang.org/en/v1/>

<http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/simulacoes/tutorial-Julia.pdf>

# Linguagem de Programação Julia

- ▶ Lançada em 2012;
- ▶ Atender requisitos da computação numérica de alto desempenho;
- ▶ Open source;
- ▶ Possibilita chamada de funções em Python e C, por meio de APIs;
- ▶ Tipagem dinâmica

## Documentação:

<https://docs.julialang.org/en/v1/>

<http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/simulacoes/tutorial-Julia.pdf>

# Linguagem de Programação Julia

- ▶ Lançada em 2012;
- ▶ Atender requisitos da computação numérica de alto desempenho;
- ▶ Open source;
- ▶ Possibilita chamada de funções em Python e C, por meio de APIs;
- ▶ Tipagem dinâmica

## Documentação:

<https://docs.julialang.org/en/v1/>

[http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/  
simulacoes/tutorial-Julia.pdf](http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/simulacoes/tutorial-Julia.pdf)

# Linguagem de Programação Julia

- ▶ Lançada em 2012;
- ▶ Atender requisitos da computação numérica de alto desempenho;
- ▶ Open source;
- ▶ Possibilita chamada de funções em Python e C, por meio de APIs;
- ▶ Tipagem dinâmica

## Documentação:

<https://docs.julialang.org/en/v1/>

<http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/simulacoes/tutorial-Julia.pdf>



## Linguagem de Programação Julia

- ▶ Lançada em 2012;
- ▶ Atender requisitos da computação numérica de alto desempenho;
- ▶ Open source;
- ▶ Possibilita chamada de funções em Python e C, por meio de APIs;
- ▶ Tipagem dinâmica

### Documentação:

<https://docs.julialang.org/en/v1/>

[http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/  
simulacoes/tutorial-Julia.pdf](http://leandro.iqm.unicamp.br/m3g/main/didatico/simulacoes/tutorial-Julia.pdf)

# Linguagem de Programação Julia



Figure 1: <https://www.datasciencecentral.com/profiles/blogs/r-vs-python-vs-julia-how-easy-it-is-to-write-efficient-code>

## Julia for Mathematical Programming (JuMP)

- ▶ É um dos pacotes para Julia;
- ▶ Formular diversos problemas de Otimização;
- ▶ Tem um código “amigável”;
- ▶ Permite o uso de diversos solvers

Documentação:

<https://jump.dev/JuMP.jl/stable/>

## Julia for Mathematical Programming (JuMP)

- ▶ É um dos pacotes para Julia;
- ▶ Formular diversos problemas de Otimização;
- ▶ Tem um código “amigável”;
- ▶ Permite o uso de diversos solvers

Documentação:

<https://jump.dev/JuMP.jl/stable/>

## Julia for Mathematical Programming (JuMP)

- ▶ É um dos pacotes para Julia;
- ▶ Formular diversos problemas de Otimização;
- ▶ Tem um código “amigável”;
- ▶ Permite o uso de diversos solvers

Documentação:

<https://jump.dev/JuMP.jl/stable/>

## Julia for Mathematical Programming (JuMP)

- ▶ É um dos pacotes para Julia;
- ▶ Formular diversos problemas de Otimização;
- ▶ Tem um código “amigável”;
- ▶ Permite o uso de diversos solvers

Documentação:

<https://jump.dev/JuMP.jl/stable/>

## Julia for Mathematical Programming (JuMP)

- ▶ É um dos pacotes para Julia;
- ▶ Formular diversos problemas de Otimização;
- ▶ Tem um código “amigável”;
- ▶ Permite o uso de diversos solvers

### Documentação:

<https://jump.dev/JuMP.jl/stable/>

## Instalação do Julia

### Download:

<https://julialang.org/downloads/>

### Windows:

- ▶ Escolha por *64-bit ou 32-bit* e faça o download
- ▶ Aperte no executável baixado e siga os procedimentos;

### Linux:

- ▶ Escolha por *generic Linux binaries on x86*
- ▶ Mova o arquivo para o diretório home;
- ▶ Abra o terminal nessa pasta e utilize o comando:  
`tar -xzf julia-1.6.2-linux-x86_64.tar.gz` para descompactar

**Guardem o caminho de instalação utilizado!**



## Instalação do Editor de Texto: Visual Studio Code

### Download:

<https://code.visualstudio.com/Download>

### Windows:

- ▶ Escolha por *64-bit* ou *32-bit* e faça o download;
- ▶ Aperte no executável baixado e siga os procedimentos

### Linux:

- ▶ Escolha o *.deb* e faça o download
- ▶ Abra o terminal no diretório do arquivo, faça *sudo dpkg -i nome\_do\_arquivo.deb* e siga os procedimentos

### Pacote Julia:

- ▶ Aperte *ctrl+shift+x* para acessar extensões
- ▶ Procure por "Julia" e instale o pacote
- ▶ Reinicie

**Verificar nas configurações do pacote se o caminho está correto!**

## Instalação do Solver: Gurobi

**Criar uma conta:** <https://pages.gurobi.com/registration>

- ▶ Selecionar *Academic*;
- ▶ Preencha com seus dados pessoais: Em *Company Email Address* coloque o e-mail de sua universidade e em *University* o nome
- ▶ Em *Academic Position* selecione a opção *Student*
- ▶ Clique em *Access Now* e confirme em seu e-mail

### Download:

- ▶ Clique em <https://www.gurobi.com/login/> e logue com sua conta
- ▶ Clique em <https://www.gurobi.com/downloads/gurobi-optimizer-eula/> e aperte em *I Accept the End User License Agreement*

### Windows:

- ▶ Escolha *Gurobi-9.1.2-win64.msi* e faça o download

### Linux:

- ▶ Escolha o *gurobi9.1.2-linux64.tar.gz*

**Siga os procedimentos abaixo para instalação:**

[https://www.gurobi.com/wp-content/uploads/2021/04/README\\_9.1.2.txt](https://www.gurobi.com/wp-content/uploads/2021/04/README_9.1.2.txt)

## Instalação do Solver: Gurobi

### Licença Acadêmica:

- ▶ Clique em <https://www.gurobi.com/downloads/end-user-license-agreement-academic/> e selecione a opção / *Acceot These Conditions*
- ▶ Vá mais abaixo na página até a parte de Installation . Copie o código que começa com **grbgetkey ...**

### Windows:

- ▶ Abra o Command Prompt ao digitar em pesquisa por cmd e cole esse código

### Linux:

- ▶ Cole o código diretamente no terminal

```
./grbgetkey ...
```

## Configuração de Pacotes Especiais

### Criar um novo documento:

- ▶ Abrir o VScode;
- ▶ Clicar "ctrl + n" para abrir um novo arquivo
- ▶ Apertar "ctrl + s" para salvar
- ▶ Salve com ".jl" ao final, para identificar que é Julia

### Instalação de pacotes:

- ▶ Digitar no documento *using Pkg* e apertar *alt+enter* para rodar
- ▶ Adicionar o JuMP: digite no *Julia REPL* abaixo *Pkg.add("JuMP")*
- ▶ Adicionar o Gurobi: digite no *Julia REPL* abaixo *Pkg.add("Gurobi")*, depois *Pkg.build("Gurobi")*

**Após instalação, basta chamar as bibliotecas usando using**

## Julia for Mathematical Programming (JuMP)

Example 1.1 (Wolsey 1998):

$$\begin{array}{ll}\max & x_1 + 0.64x_2 \\ \text{s.t.} & 50x_1 + 31x_2 \leq 250 \\ & 3x_1 - 2x_2 \geq -4 \\ & x_1, x_2 \geq 0, \text{ and integer}\end{array}$$

- ▶ Solução usando programação linear:  
 $(x_1, x_2) = (\frac{376}{193}, \frac{950}{193}) \approx (1.9, 4.9)$
- ▶ Solução ótima inteira:  $(x_1, x_2) = (5, 0)$

## O Problema da Atribuição

### Objetivo

Atribuir tarefas a pessoas ao menor custo total possível.

### Variáveis:

- ▶  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ : atribuição da tarefa  $j$  para a pessoa  $i$

### Restrições:

- ▶ Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$
- ▶ Cada tarefa deve ser executada por uma única pessoa:  
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$
- ▶ As variáveis  $x_{ij}$  são binárias 0-1:  
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n$$

### Função objetivo:

- ▶ Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  $\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

## O Problema da Atribuição

### Objetivo

Atribuir tarefas a pessoas ao menor custo total possível.

### Variáveis:

- ▶  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ : atribuição da tarefa  $j$  para a pessoa  $i$

### Restrições:

- ▶ Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$
- ▶ Cada tarefa deve ser executada por uma única pessoa:  
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$
- ▶ As variáveis  $x_{ij}$  são binárias 0-1:  
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n$$

### Função objetivo:

- ▶ Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  $\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

## O Problema da Atribuição

### Objetivo

Atribuir tarefas a pessoas ao menor custo total possível.

### Variáveis:

- ▶  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ : atribuição da tarefa  $j$  para a pessoa  $i$

### Restrições:

- ▶ Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$
- ▶ Cada tarefa deve ser executada por uma única pessoa:  
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$
- ▶ As variáveis  $x_{ij}$  são binárias 0-1:  
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n$$

### Função objetivo:

- ▶ Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  $\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$



## O Problema da Atribuição

### Objetivo

Atribuir tarefas a pessoas ao menor custo total possível.

### Variáveis:

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$ : atribuição da tarefa  $j$  para a pessoa  $i$

### Restrições:

- Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$
- Cada tarefa deve ser executada por uma única pessoa:  
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$
- As variáveis  $x_{ij}$  são binárias 0-1:  
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n$$

### Função objetivo:

- Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  $\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

## O Problema da Atribuição

### Objetivo

Atribuir tarefas a pessoas ao menor custo total possível.

### Variáveis:

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$ : atribuição da tarefa  $j$  para a pessoa  $i$

### Restrições:

- Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$
- Cada tarefa deve ser executada por uma única pessoa:  
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$
- As variáveis  $x_{ij}$  são binárias 0-1:  
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n$$

### Função objetivo:

- Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  $\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

## O Problema da Atribuição

### Objetivo

Atribuir tarefas a pessoas ao menor custo total possível.

### Variáveis:

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$ : atribuição da tarefa  $j$  para a pessoa  $i$

### Restrições:

- Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$
- Cada tarefa deve ser executada por uma única pessoa:  
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$
- As variáveis  $x_{ij}$  são binárias 0-1:  
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n$$

### Função objetivo:

- Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  $\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

## O Problema da Atribuição

### Objetivo

Atribuir tarefas a pessoas ao menor custo total possível.

### Variáveis:

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$ : atribuição da tarefa  $j$  para a pessoa  $i$

### Restrições:

- Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$
- Cada tarefa deve ser executada por uma única pessoa:  
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$
- As variáveis  $x_{ij}$  são binárias 0-1:  
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n$$

### Função objetivo:

- Cada pessoa deve efetuar uma única tarefa:  $\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

## O Problema da Mochila 0-1

### Objetivo

Selecionar um subconjunto de itens de máximo retorno sem exceder o orçamento disponível.

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : 1 se considerar o item  $j$ , 0 caso contrário

### Restrições:

- ▶ O peso dos itens não pode ultrapassar  $b$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

- ▶ Todas as variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j = 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Retorno total deve ser maximizado  $\max \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema da Mochila 0-1

### Objetivo

Selecionar um subconjunto de itens de máximo retorno sem exceder o orçamento disponível.

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : 1 se considerar o item  $j$ , 0 caso contrário

### Restrições:

- ▶ O peso dos itens não pode ultrapassar  $b$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

- ▶ Todas as variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j = 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Retorno total deve ser maximizado  $\max \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema da Mochila 0-1

### Objetivo

Selecionar um subconjunto de itens de máximo retorno sem exceder o orçamento disponível.

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : 1 se considerar o item  $j$ , 0 caso contrário

### Restrições:

- ▶ O peso dos itens não pode ultrapassar  $b$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

- ▶ Todas as variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j = 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Retorno total deve ser maximizado  $\max \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema da Mochila 0-1

### Objetivo

Selecionar um subconjunto de itens de máximo retorno sem exceder o orçamento disponível.

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : 1 se considerar o item  $j$ , 0 caso contrário

### Restrições:

- ▶ O peso dos itens não pode ultrapassar  $b$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

- ▶ Todas as variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j = 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Retorno total deve ser maximizado  $\max \sum_{j=1}^n c_j x_j$



## O Problema da Mochila 0-1

### Objetivo

Selecionar um subconjunto de itens de máximo retorno sem exceder o orçamento disponível.

### Variáveis:

- $x_j \in \{0, 1\}$  : 1 se considerar o item  $j$ , 0 caso contrário

### Restrições:

- O peso dos itens não pode ultrapassar  $b$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

- Todas as variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j = 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- Retorno total deve ser maximizado  $\max \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema de Recobrimento de Conjuntos

### Objetivo

Definir, ao mínimo custo, quais os centros de serviço abrir.

### Matriz de incidência

- ▶  $a_{ij} \in \{0, 1\}$ : 1 se  $i \in M$  pode ser atendida por  $j \in N$

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : se um centro deve ou não ser instalado em  $j \in N$

### Restrições:

- ▶  $i \in M$  deve ser coberta por pelo menos um  $j \in N$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad i \in M$$

- ▶ Variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Custo de instalação de centros deve ser minimizado:  $\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema de Recobrimento de Conjuntos

### Objetivo

Definir, ao mínimo custo, quais os centros de serviço abrir.

### Matriz de incidência

- ▶  $a_{ij} \in \{0, 1\}$ : 1 se  $i \in M$  pode ser atendida por  $j \in N$

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : se um centro deve ou não ser instalado em  $j \in N$

### Restrições:

- ▶  $i \in M$  deve ser coberta por pelo menos um  $j \in N$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad i \in M$$

- ▶ Variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Custo de instalação de centros deve ser minimizado:  $\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema de Recobrimento de Conjuntos

### Objetivo

Definir, ao mínimo custo, quais os centros de serviço abrir.

### Matriz de incidência

- $a_{ij} \in \{0, 1\}$ : 1 se  $i \in M$  pode ser atendida por  $j \in N$

### Variáveis:

- $x_j \in \{0, 1\}$  : se um centro deve ou não ser instalado em  $j \in N$

### Restrições:

- $i \in M$  deve ser coberta por pelo menos um  $j \in N$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad i \in M$$

- Variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- Custo de instalação de centros deve ser minimizado:  $\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema de Recobrimento de Conjuntos

### Objetivo

Definir, ao mínimo custo, quais os centros de serviço abrir.

### Matriz de incidência

- $a_{ij} \in \{0, 1\}$ : 1 se  $i \in M$  pode ser atendida por  $j \in N$

### Variáveis:

- $x_j \in \{0, 1\}$  : se um centro deve ou não ser instalado em  $j \in N$

### Restrições:

- $i \in M$  deve ser coberta por pelo menos um  $j \in N$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad i \in M$$

- Variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- Custo de instalação de centros deve ser minimizado:  $\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema de Recobrimento de Conjuntos

### Objetivo

Definir, ao mínimo custo, quais os centros de serviço abrir.

### Matriz de incidência

- ▶  $a_{ij} \in \{0, 1\}$ : 1 se  $i \in M$  pode ser atendida por  $j \in N$

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : se um centro deve ou não ser instalado em  $j \in N$

### Restrições:

- ▶  $i \in M$  deve ser coberta por pelo menos um  $j \in N$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad i \in M$$

- ▶ Variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Custo de instalação de centros deve ser minimizado:  $\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema de Recobrimento de Conjuntos

### Objetivo

Definir, ao mínimo custo, quais os centros de serviço abrir.

### Matriz de incidência

- ▶  $a_{ij} \in \{0, 1\}$ : 1 se  $i \in M$  pode ser atendida por  $j \in N$

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : se um centro deve ou não ser instalado em  $j \in N$

### Restrições:

- ▶  $i \in M$  deve ser coberta por pelo menos um  $j \in N$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad i \in M$$

- ▶ Variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Custo de instalação de centros deve ser minimizado:  $\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$

## O Problema de Recobrimento de Conjuntos

### Objetivo

Definir, ao mínimo custo, quais os centros de serviço abrir.

### Matriz de incidência

- ▶  $a_{ij} \in \{0, 1\}$ : 1 se  $i \in M$  pode ser atendida por  $j \in N$

### Variáveis:

- ▶  $x_j \in \{0, 1\}$  : se um centro deve ou não ser instalado em  $j \in N$

### Restrições:

- ▶  $i \in M$  deve ser coberta por pelo menos um  $j \in N$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad i \in M$$

- ▶ Variáveis  $x_j$  são binárias 0-1:  $x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in 1, \dots, n$

### Função objetivo:

- ▶ Custo de instalação de centros deve ser minimizado:  $\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$



## O Problema Do Lote Não-Capacitado

### Objetivo

Minimizar os custos de instalações de depósitos e de transporte para suprir todos os clientes

### Variáveis:

- ▶  $y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in N$  : abrir ou não um depósito em  $j$ .
- ▶  $x_{ij} \geq 0, \forall i \in M, j \in N$  : fração da demanda do cliente  $i$  atendida pelo depósito  $j$ .

### Restrições:

- ▶ 100% da demanda de  $i \in M$  deve ser atendida:
$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1, \forall i \in M$$
- ▶  $m$  é o número máximo de clientes que  $j \in N$  pode atender:
$$\sum_{i \in M} x_{ij} \leq m y_j, \forall j \in N$$

### Função objetivo:

- ▶ Minimizar custos de instalação e de transporte:

$$\min \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in N} f_j y_j$$

## O Problema Do Lote Não-Capacitado

### Objetivo

Minimizar os custos de instalações de depósitos e de transporte para suprir todos os clientes

### Variáveis:

- ▶  $y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in N$  : abrir ou não um depósito em  $j$ .
- ▶  $x_{ij} \geq 0, \forall i \in M, j \in N$  : fração da demanda do cliente  $i$  atendida pelo depósito  $j$ .

### Restrições:

- ▶ 100% da demanda de  $i \in M$  deve ser atendida:  
$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1, \forall i \in M$$
- ▶  $m$  é o número máximo de clientes que  $j \in N$  pode atender:  
$$\sum_{i \in M} x_{ij} \leq m y_j, \forall j \in N$$

### Função objetivo:

- ▶ Minimizar custos de instalação e de transporte:

$$\min \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in N} f_j y_j$$

## O Problema Do Lote Não-Capacitado

### Objetivo

Minimizar os custos de instalações de depósitos e de transporte para suprir todos os clientes

### Variáveis:

- ▶  $y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in N$  : abrir ou não um depósito em  $j$ .
- ▶  $x_{ij} \geq 0, \forall i \in M, j \in N$  : fração da demanda do cliente  $i$  atendida pelo depósito  $j$ .

### Restrições:

- ▶ 100% da demanda de  $i \in M$  deve ser atendida:  
$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1, \forall i \in M$$
- ▶  $m$  é o número máximo de clientes que  $j \in N$  pode atender:  
$$\sum_{i \in M} x_{ij} \leq m y_j, \forall j \in N$$

### Função objetivo:

- ▶ Minimizar custos de instalação e de transporte:

$$\min \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in N} f_j y_j$$

## O Problema Do Lote Não-Capacitado

### Objetivo

Minimizar os custos de instalações de depósitos e de transporte para suprir todos os clientes

### Variáveis:

- ▶  $y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in N$  : abrir ou não um depósito em  $j$ .
- ▶  $x_{ij} \geq 0, \forall i \in M, j \in N$  : fração da demanda do cliente  $i$  atendida pelo depósito  $j$ .

### Restrições:

- ▶ 100% da demanda de  $i \in M$  deve ser atendida:  

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1, \forall i \in M$$
- ▶  $m$  é o número máximo de clientes que  $j \in N$  pode atender:  

$$\sum_{i \in M} x_{ij} \leq m y_j, \forall j \in N$$

### Função objetivo:

- ▶ Minimizar custos de instalação e de transporte:

$$\min \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in N} f_j y_j$$

## O Problema Do Lote Não-Capacitado

### Objetivo

Minimizar os custos de instalações de depósitos e de transporte para suprir todos os clientes

### Variáveis:

- ▶  $y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in N$  : abrir ou não um depósito em  $j$ .
- ▶  $x_{ij} \geq 0, \forall i \in M, j \in N$  : fração da demanda do cliente  $i$  atendida pelo depósito  $j$ .

### Restrições:

- ▶ 100% da demanda de  $i \in M$  deve ser atendida:  

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1, \forall i \in M$$
- ▶  $m$  é o número máximo de clientes que  $j \in N$  pode atender:  

$$\sum_{i \in M} x_{ij} \leq m y_j, \forall j \in N$$

### Função objetivo:

- ▶ Minimizar custos de instalação e de transporte:

$$\min \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in N} f_j y_j$$