Análise de Risco

Correlação

Prof. E.A.Schmitz

2016

Dependência e risco (1)

Variáveis do modelo podem apresentar alguma forma de dependência entre si.

1-Suponha este fragmento de modelo em R

```
c1<- rtriangle(1000,10,30,20)
c2<- rtriangle(1000,20,60,40)
ct<-c1+c2
plot(c1,c2)
hist(ct)
```

Dependência e risco (2)

2-repita (1) mas com:

ct<-2*c1+rnorm(1000,30,10)

Qual a diferença?

3-repita (1) mas com:

ct<- rnorm(1000,30,10) - 2*c1

Qual a diferença?

Variáveis independentes e dependentes

Duas variáveis aleatórias X e Y são ditas

não-correlacionadas quando os valores da primeira não apresentam nenhuma relação com a segunda.

Ver gráficos de dispersão dos exemplos anteriores.

Covariância

Definição: a covariância entre X e Y, denotada como Cov(X,Y) é calculada como Cov(X,Y) = Mean[(X-μx)(Y-μy)]

Intuição: pense no que ocorre se os pares (xi-μx) e (yi-μx) forem do mesmo sinal

Teorema: Se Z=X+Y então

$$Var(Z)=Var(X)+Var(Y)+ 2*Cov(X,Y)$$

A variância da soma pode aumentar ou diminuir dependendo do valor (sinal) de Cov(X,Y).

Se X,Y forem independentes então: Cov(X,Y)=0

A omissão da modelagem da correlação pode afetar em muito a análise de risco de um projeto.

Coeficiente de correlação

Coeficiente de correlação : Cor (X,Y)=Cov(X,Y)/(δx* δy)

coeficiente de correlação é uma covariância normalizada.

O valor de Cor(.,.) varia entre (-1..0..1) onde:

Cor (.,.)=

0: não há correlação: covariância = 0.

+1:forte correlação positiva.

-1: forte correlação negativa.

Definições importantes (3)

Coeficiente de correlação de Spearman: medida não-paramétrica da correlação entre duas Vas.

Algoritmo:

1-troque os valores de xi e yi pela sua ordem ui e vi, onde vi=1 é o máximo valor e vi=N é o menor.

2-calcule $\rho = 1- (6^* \Sigma (ui-vi)^2)/(n^*(n^2-1))$

Amostras correlacionadas em R (1/4)

A modelagem da correlação pode ser de vital importância na qualidade dos modelos.

Exemplo: modelagem de carteiras de investimento (portfolios)

Existem várias técnicas – vamos examinar 2:

1-usando uma matriz de correlação

2-técnica de look-up (usada na lista 5)

Matriz de correlação (2/4)

A matriz de correlação C[n,n] com as seguintes características:

1-simétrica: C[i,j]=C[j,i]

2-Consistente: se x tem correlação positiva com y e y com z então y deve ter uma correlação positiva com z. Em termos matemáticos, a matriz C deve ser positiva definida: $z C z^T > 0$ para todo z não-nulo.

Modelar a matriz de correlação pode ser uma tarefa bastante complexa.

Amostras correlacionadas em R (3/4)

Modelo contém n VAs normais distintas: v1,v2,..vn, interligadas por uma matriz de correlação C [n,n] .

1-instalar o pacote MASS

2- função mvrnorm(m,mu,Sigma): retorna uma lista de m amostras de (n) variáveis aleatórioas normalmente distribuidas.

Onde:

m: número de amostras

mu: vetor das médias das n variáveis

Sigma: matriz de correlação entre as n variáveis

3-Exemplo:

```
C<-matrix(c(1,0,0,1),ncol=2)
x<-mvrnorm(1000,mu=c(0,0),Sigma=C)
```

Amostras correlacionadas em R (4/4)

Modelo contém n VAs triangulares distintas: v1,v2,..vn, interligadas por uma matriz de correlação C[n,n]

Método

1-gerar Z[m,n], m n-plas amostras normais reduzidas correlacionadas por C:

```
Z<-mvrnorm(m,mu=rep(0,times=n),Sigma=C)
```

2-gerar U com m n-plas uniformes:

```
U<-pnorm(Z)
```

3-gerar matriz de triangulares correlacionadas:

```
T[,1]<-qtriangle(U[,1],min1,max1,mp1)
T[,2] <-qtriangle(U[,2],min2,max2,mp2).....
```