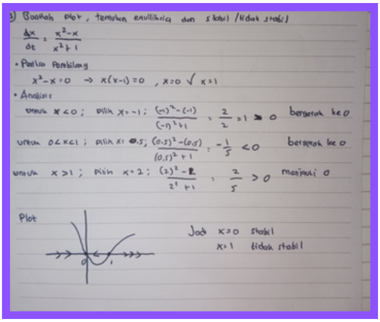
# SEMANGAT MENGERJAKAN
# TUGAS
## PENGANTAR PEMODELAN MATEMATIKA

### MATERI 8.2.1 – 8.2.3



3) Buatlah plot, temukan equilibria dan stabil / tidak stabil

$\frac{dx}{dt} = \frac{x^2 - x}{x^2+1}$

• Pembuat pembilang

$x^2 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0$, $x=0 \vee x=1$

• Analisis

untuk $x<0$; pilih $x=-1$: $\frac{(-1)^2-(-1)}{(-1)^2+1} = \frac{2}{2} = 1 > 0$ bergerak ke 0

untuk $0<x<1$; pilih $x=0.5$; $\frac{(0.5)^2-(0.5)}{(0.5)^2+1} = -\frac{1}{5} < 0$ bergerak ke 0

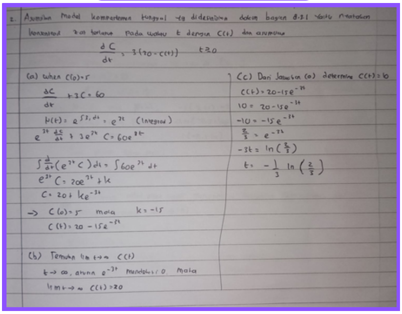
untuk $x>1$; pilih $x=2$; $\frac{(2)^2-2}{2^2+1} = \frac{2}{5} > 0$ menjauhi 0

Plot

Jadi $x=0$ stabil

$x=1$ tidak stabil

### MATERI 8.3.1–8.3.2



2\. Asumsikan model kompartemen tunggal yg didefinisikan dalam bagian 8.3.1 yaitu nyatakan konsentrasi zat terlarut pada waktu $t$ dengan $C(t)$ dan asumsikan

$\frac{dC}{dt} = 3(20 - C(t))$ $t \geq 0$

(a) when $C(0)=5$

$\frac{dC}{dt} + 3C = 60$

$\mu(t) = e^{\int 3\,dt} = e^{3t}$ (Integral)

$e^{3t}\frac{dC}{dt} + 3e^{3t}C = 60e^{3t}$

$\int \frac{d}{dt}(e^{3t}C)\,dt = \int 60e^{3t}\,dt$

$e^{3t}C = 20e^{3t} + k$

$C = 20 + ke^{-3t}$

$\rightarrow C(0)=5$ maka $k=-15$

$C(t) = 20 - 15e^{-3t}$

(b) Temukan $\lim_{t\to\infty} C(t)$

$t \to \infty$, aturan $e^{-3t}$ mendekati 0. maka

$\lim_{t\to\infty} C(t) = 20$

(c) Dari Jawaban (a) determine $C(t) = 10$

$C(t) = 20 - 15e^{-3t}$

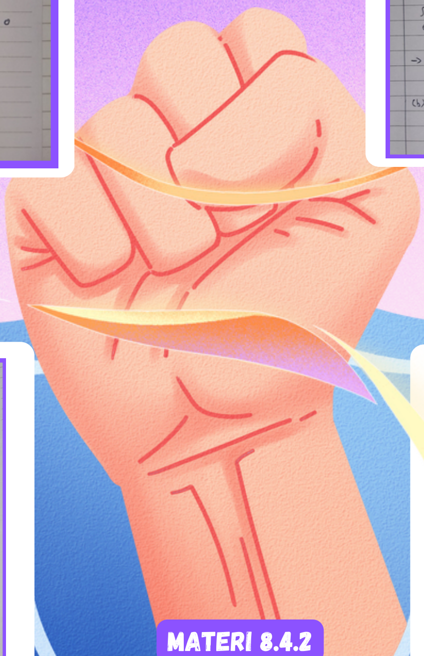
$10 = 20 - 15e^{-3t}$

$-10 = -15e^{-3t}$

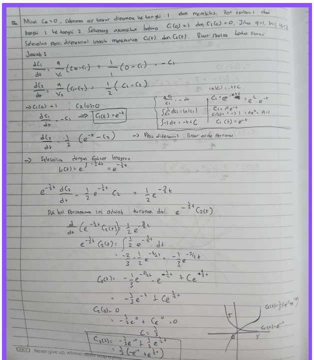
$\frac{2}{3} = e^{-3t}$

$-3t = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$

$t = -\frac{1}{3}\ln\left(\frac{2}{3}\right)$



### MATERI 8.3.5



2a. Misal $C_0 = 0$, sehingga air tawar dipompa ke tangki 1 dan membilas zat terlarut dari tangki 1 ke tangki 2. Sekarang asumsikan bahwa $C_1(0)=1$ dan $C_2(0)=0$. Jika $q=1$, $V_1=1$, $V_2=2$. Selesaikan pers. diferensial untuk menemukan $C_1(t)$ dan $C_2(t)$. Buat sketsa kedua fungsi

Jawab :

$\frac{dC_1}{dt} = \frac{q}{V_1}(C_0 - C_1) = \frac{1}{1}(0 - C_1) = -C_1$

$\frac{dC_2}{dt} = \frac{q}{V_2}(C_1 - C_2) = \frac{1}{2}(C_1 - C_2)$

$\rightarrow C_1(0) = 1$ ; $C_2(0) = 0$

$\frac{dC_1}{dt} = -C_1 \Rightarrow \boxed{C_1(t) = e^{-t}}$

$\frac{dC_1}{C_1} = -dt$ | $\ln|C_1| = -t + C$

$\int \frac{1}{C_1}dC_1 = \ln|C_1|$ | $C_1 = e^{-t+C} = e^C \cdot e^{-t}$

$\int -1\,dt = -t + C$ | $C_1 = Ae^{-t}$, $C_1(0) = 1 \rightarrow 1 = Ae^0 = A = 1$, $C_1(t) = e^{-t}$

$\frac{dC_2}{dt} = \frac{1}{2}(e^{-t} - C_2)$ → Pers. diferensial linier orde pertama

→ Selesaikan dengan faktor integrasi

$\mu(t) = e^{\int -\frac{1}{2}dt} = e^{-\frac{1}{2}t}$

$e^{-\frac{1}{2}t}\frac{dC_2}{dt} - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}t}C_2 = \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}t}$

Sisi kiri persamaan ini adalah turunan dari $e^{-\frac{1}{2}t}C_2(t)$

$\frac{d}{dt}\left(e^{-\frac{1}{2}t}C_2(t)\right) = \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}t}$

$e^{-\frac{1}{2}t}C_2(t) = \int \frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}t}\,dt$

$= -\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}e^{-3/2t} = -\frac{1}{3}e^{-3/2t}$

$C_2(t) = -\frac{1}{3}e^{-3/2t}\cdot e^{\frac{1}{2}t} + Ce^{\frac{1}{2}t}$

$= -\frac{1}{3}e^{-t} + Ce^{\frac{1}{2}t}$

$C_2(0) = 0$

$= -\frac{1}{3}e^0 + Ce^0 = 0$

$C = \frac{1}{3}$

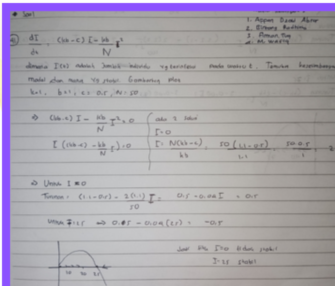
$\boxed{C_2(t) = -\frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{\frac{1}{2}t} = \frac{1}{3}(-e^{-t} + e^{\frac{1}{2}t})}$

$C_2(t) = \frac{1}{3}(-e^{-t} + e^{\frac{1}{2}t})$

$C_1(t) = e^{-t}$

KIKY Never give up, winner never stop trying

### MATERI 8.4.1



• Soal

1. Affan Dzaki Abrar
2. Bintang Radhinka
3. Firman Tua
4. M. Wafiq

4) $\frac{dI}{dt} = (kb - c)I - \frac{kb}{N}I^2$

dimana $I(t)$ adalah jumlah individu yg terinfeksi pada waktu $t$. Temukan kesetimbangan model dan mana yg stabil. Gambarkan plot

$k=1$, $b=1.1$, $c=0.5$, $N=50$

⇒ $(kb-c)I - \frac{kb}{N}I^2 = 0$

$I\left((kb-c) - \frac{kb}{N}I\right) = 0$

ada 2 solusi

$I = 0$

$I = \frac{N(kb-c)}{kb} = \frac{50(1.1-0.5)}{1.1} = \frac{50 \cdot 0.5}{1} = 2$

⇒ Untuk $I=0$

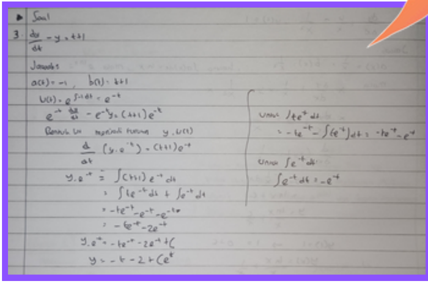
Turunan: $(1.1-0.5) - \frac{2(1.1)}{50}I = 0.5 - 0.04I = 0.5$

Untuk $I=25$ ⇒ $0.05 - 0.04(25) = -0.5$

Jadi jika $I=0$ tidak stabil

$I=25$ stabil

### MATERI 8.4.2



• Soal

3\. $\frac{dy}{dt} - y = t+1$

Jawab:

$a(t) = -1$, $b(t) = t+1$

$\mu(t) = e^{\int -1\,dt} = e^{-t}$

$e^{-t}\frac{dy}{dt} - e^{-t}y = (t+1)e^{-t}$

Bentuk kiri menjadi turunan $y \cdot \mu(t)$

$\frac{d}{dt}(y \cdot e^{-t}) = (t+1)e^{-t}$

$y \cdot e^{-t} = \int (t+1)e^{-t}\,dt$

$= \int te^{-t}\,dt + \int e^{-t}\,dt$

$= -te^{-t} - e^{-t} - e^{-t}$

$= -te^{-t} - 2e^{-t}$

$y \cdot e^{-t} = -te^{-t} - 2e^{-t} + C$

$y = -t - 2 + Ce^{t}$

Untuk $\int te^{-t}\,dt$

$= -te^{-t} - \int(-e^{-t})\,dt = -te^{-t} - e^{-t}$

Untuk $\int e^{-t}\,dt$

$\int e^{-t}\,dt = -e^{-t}$

KELOMPOK 9 | AFFAN DZAKI A. | BINTANG RADHINKA M. | FIRMAN TUA PARHUSIP | MUHAMAD WAFIQ