



Wydział Geodezji i Kartografii

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

WYZNACZENIE POZYCJI SATELITY NA PODSTAWIE DANYCH Z EFEMERYDY TRANSMITOWANEJ

GEODEZJA SATELITARNA

MACIEJ GRZYMAŁA

maciej.grzymala@pw.edu.pl

WYDZIAŁ GEODEZJI I KARTOGRAFII, POLITECHNIKA WARSZAWSKA
Warszawa, 2023

Spis treści

1	RINEX nawigacyjny	2
2	Opis formatu RINEX	2
3	Wyznaczenie pozycji satelity na podstawie danych z efemerydy transmitowanej	3
4	Wyznaczenie pozycji satelity - algorytm	5
5	Efemerydy precyzyjne - format sp3 (standard product 3)	7

1 RINEX nawigacyjny

Aby wyznaczyć pozycję satelity, należy wykorzystać dane zapisane w pliku: **RINEX nawigacyjny**. Struktura tego formatu zawiera dwie sekcje informacji:

- sekcja nagłówka: zawiera globalne informacje ważne dla całości danych (aktualizowane co 24 godziny)
- sekcja danych: zawiera dane efemerydalne dla danego satelity w danej epoce (aktualizowane co dwie* godziny)

2 Opis formatu RINEX

1	3.02	N: GNSS NAV DATA	G: GPS	RINEX VERSION / TYPE
2	GR50 V4.31	IGG of WUELS	20210228 235950 UTC	PGM / RUN BY / DATE
3	GPSA 9.3132E-09	0.0000E+00 -5.9605E-08	0.0000E+00	IONOSPHERIC CORR
4	GPSE 9.0112E+04	0.0000E+00 -1.9661E+05	0.0000E+00	IONOSPHERIC CORR
5	GPUT -5.5879354477E-09	-6.217248938E-15	319488 2147	TIME SYSTEM CORR
6	18 18 1929	7		LEAP SECONDS
7				END OF HEADER
8	G01 2021 02 28 23 59 44	7.513849996030E-04	-8.299139153678E-12	0.000000000000E+00
9		3.000000000000E+00	1.008750000000E+02	4.281249759808E-09
10		5.453824996948E-06	1.043849776033E-02	7.821246981621E-06
11		8.638400000000E+04	-3.725290298462E-08	-1.933522986353E+00
12		9.831578153722E-01	2.405000000000E+02	8.198055840789E-01
13		4.021596087048E-10	1.000000000000E+00	2.147000000000E+03
14		2.000000000000E+00	0.000000000000E+00	4.656612873077E-09
15		7.920000000000E+04		3.000000000000E+00

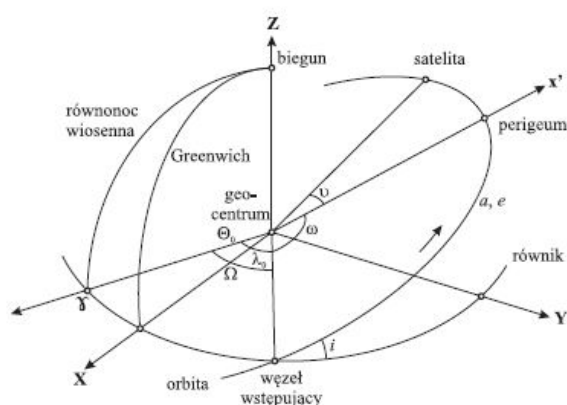
Tabela 1: Ramka depeszy nawigacyjnej: w formacie RINEX 3

SV PRN	epoka t_{oc}	a_{f_0}	a_{f_1}	a_{f_2}
G01	2021 02 28 23 59 44	7.513849996030E-04	-8.299139153678E-12	0.000000000000E+00
	IODE	C_{rs}	Δn	M_0
	3.000000000000E+00	1.008750000000E+02	4.281249759808E-09	1.081547729844E+00
	C_{uc}	e	C_{us}	\sqrt{a}
	5.453824996948E-06	1.043849776033E-02	7.821246981621E-06	5.153689664841E+03
	t_{oe}	C_{ic}	Ω_0	C_{is}
	8.638400000000E+04	-3.725290298462E-08	-1.933522986353E+00	1.341104507446E-07
	i_0	C_{rc}	ω	$\dot{\Omega}$
	9.831578153722E-01	2.405000000000E+02	8.198055840789E-01	-8.268201546639E-09
	IDOT (\dot{i}_0)	CODE L2	GPS week	L2 P data flag
	4.021596087048E-10	1.000000000000E+00	2.147000000000E+03	0.000000000000E+00
	SV accuracy	health	T_{GD}	IODC
	2.000000000000E+00	0.000000000000E+00	4.656612873077E-09	3.000000000000E+00
	T_{om}	FIT interval	rezerwowe	rezerwowe
	7.920000000000E+04			

3 Wyznaczenie pozycji satelity na podstawie danych z efemerydy transmitowanej

Standardowy format danych efemerydalnych zapisanych w formacie RINEX zawiera:

- Parametry zegara: informacje o czasie (data, tydzień GPS, sekunda tygodnia GPS) i poprawki do wskazań zegara satelity
- Keplerowskie parametry orbity
- Parametry perturbacyjne
- Informacje o stanie satelity (określenie zdolności do użycia)



Rysunek 7: Elementy orbity keplerowskiej

Ω : rektascenzja węzła wstępującego;

λ_0 : długość węzła wstępującego;

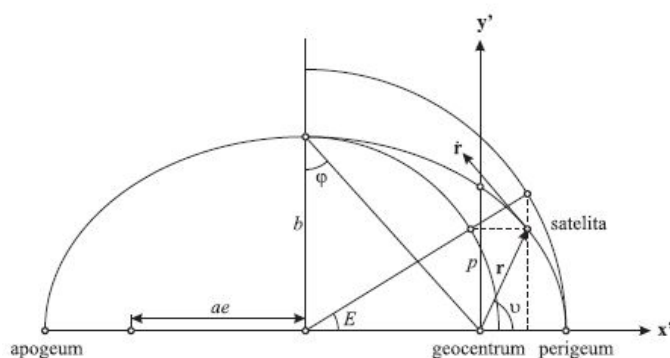
i : nachylenie płaszczyzny orbity;

ω : argument perigeum;

t_0 : czas przejścia satelity przez perigeum;

$u = \omega + \nu$: argument szerokości.

Rysunek 1: Elementy orbity keplerowskiej



Rysunek 2: Geometria orbity eliptycznej

$r = \|\mathbf{r}\|$: odległość centrum mas Ziemia-satelita;

ν : anomalia prawdziwa;

E : anomalia mimośrodowa;

a : dłuższa półoś elipsoidy;

e : mimośród;

p : parametr ogniskowy;

φ : mimośród kątowy;

$x'y'$: współrzędne orbitalne.

Rysunek 2: Geometria orbity

Tabela 2: Opis ramki depeszy nawigacyjnej

py ind	parametr	unit	opis
Parametry zegara			
	SV PRN	-	numer PRN satelity
0-5	t_{oc}	-	czas zegara satelity [yy mm dd hh mm ss]
17	t_{oe}	SOW	epoka wyznaczenia efemerydy, dana w sekundach tygodnia GPS (epoka odniesienia efemerydy)
6	α_{f_0}	s	współczynnik wielomianu do poprawki zegara satelity (opóźnienie)
7	α_{f_1}	s/s	współczynnik wielomianu do poprawki zegara (dryft)
8	α_{f_2}	s/s^2	współczynnik wielomianu do poprawki zegara (częstotliwość dryftowania)
27	GPS week		numer tygodnia systemu GPS
Elementy orbity Keplerowskiej			
16	\sqrt{a}	\sqrt{m}	pierwiastek z dużej półosi orbity
14	e	-	ekscentr (mimośród) orbity
21	i_0	rad	kąt inklinacji na epokę odniesienia
19	Ω_0	rad	rektascenzja (długość geograficzna) węzła wstępującego na początek tygodnia GPS
23	ω	rad	argument perygeum
12	M_0	rad	anomalía średnia na epokę odniesienia
Parametry perturbacyjne			
11	Δn	rad/s	poprawka ruchu średniego
24	$\dot{\Omega}$	rad/s	tempo zmiany rektascenzji węzła wstępującego
25	IDOT (\dot{i}_0)	rad/s	tempo zmian inklinacji
13	C_{uc}	rad	amplituda korekcji harmonicznego cosinusowego do argumentu szerokości
15	C_{us}	rad	amplituda korekcji harmonicznego sinusowego do argumentu szerokości
18	C_{ic}	rad	amplituda korekcji harmonicznego cosinusowego do kąta inklinacji
20	C_{is}	rad	amplituda korekcji harmonicznego sinusowego do kąta inklinacji
22	C_{rc}	m	amplituda korekcji harmonicznego cosinusowego do promienia orbity
10	C_{rs}	m	amplituda korekcji harmonicznego sinusowego do promienia orbity

4 Wyznaczenie pozycji satelity - algorytm

Zestawienie stałych:

$$\mu = 3.986005 \cdot 10^{14} \left[\frac{m^3}{s^2} \right]$$
$$\omega_E = 7.2921151467 \cdot 10^{-5} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

t – czas, na który chcemy policzyć współrzędne satelity, podany w sekundach GPS

1. Czas jaki upłynął od epoki wyznaczenia efemerydy

$$t_k = t - t_{oe} \quad (1)$$

2. Obliczenie dużej półosi orbity

$$a = (\sqrt{a})^2 \quad (2)$$

3. Wyznaczenie średniej prędkości kątowej n , znanej jako ruch średni (ang. mean motion) na podstawie III prawa Keplera: (a – duża półoś orbity)

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3)$$

4. Wyznaczenie poprawionego ruchu średniego:

$$n = n_0 + \Delta n \quad (4)$$

5. Poprawiona anomalia średnia na epokę t_k :

$$M_k = M_0 + n \cdot t_k \quad (5)$$

6. Wyznaczenie anomalii mimośrodowej (Równanie Keplera) :

$$E_k = M_k + e \sin(E_k) \quad (6)$$

Równanie to należy rozwiązać w sposób iteracyjny: (dla $i=1,2,3\dots$)

$$E_1 = M_k \quad (7a)$$

$$E_{i+1} = M_k + e \sin(E_i) \quad (7b)$$

Kryterium zakończenia obliczeń iteracyjnych wymaga spełnienia warunku: $|E_i - E_{i-1}| < 10^{-12}$

7. Wyznaczenie anomalii prawdziwej:

$$v_k = \arctan \left(\frac{\sqrt{1-e^2} \sin(E_k)}{\cos(E_k) - e} \right) \quad (8)$$

* skorzystać z funkcji atan2 (odpowiednie ćwiartki dla arcus tangens)

8. Wyznaczenie argumentu szerokości:

$$\Phi_k = v_k + \omega \quad (9)$$

9. Wyznaczenie poprawek do argumentu szerokości Δu_k , promienia orbity Δr_k i inklinacji orbity Δi_k :

$$\Delta u_k = C_{us} \sin(2\Phi_k) + C_{uc} \cos(2\Phi_k) \quad (10a)$$

$$\Delta r_k = C_{rs} \sin(2\Phi_k) + C_{rc} \cos(2\Phi_k) \quad (10b)$$

$$\Delta i_k = C_{is} \sin(2\Phi_k) + C_{ic} \cos(2\Phi_k) \quad (10c)$$

10. Wyznaczenie poprawionych wartości argumentu szerokości u_k , promienia orbity r_k i inklinacji orbity i_k :

$$u_k = \Phi_k + \Delta u_k \quad (11a)$$

$$r_k = a(1 - e \cos(E_k)) + \Delta r_k \quad (11b)$$

$$i_k = i_0 + \dot{i}_0 \cdot t_k + \Delta i_k \quad (11c)$$

* \dot{i}_0 to IDOT

11. Wyznaczenie pozycji satelity w układzie orbity:

$$x_k = r_k \cdot \cos(u_k) \quad (12a)$$

$$y_k = r_k \cdot \sin(u_k) \quad (12b)$$

KONTROLA obliczeń: wyznaczenie długości promienia w układzie orbitalnym

$$r_{kontrola} = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$$

$$\text{kryterium kontroli: } |r_k - r_{kontrola}| < 0,01$$

12. Poprawiona długość węzła wstępującego:

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_E)t_k - \omega_E t_{oe} \quad (13)$$

13. Wyznaczenie pozycji satelity w układzie geocentrycznym ECEF:

$$X_k = x_k \cos(\Omega_k) - y_k \cos(i_k) \sin(\Omega_k) \quad (14a)$$

$$Y_k = x_k \sin(\Omega_k) + y_k \cos(i_k) \cos(\Omega_k) \quad (14b)$$

$$Z_k = y_k \sin(i_k) \quad (14c)$$

KONTROLA obliczeń: wyznaczenie długości promienia w układzie geocentrycznym ECEF

$$r_{kontrola} = \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2}$$

$$\text{kryterium kontroli: } |r_k - r_{kontrola}| < 0,01$$

14. Obliczenie błędu synchronizacji zegara satelity na podstawie wielomianu drugiego stopnia:

$$\delta t^s = \alpha_{f_0} + \alpha_{f_1}(t - t_{oe}) + \alpha_{f_2}(t - t_{oe})^2 \quad (15)$$

15. Obliczenie poprawki relatywistycznej i dodanie jej do wartości błędu synchronizacji zegara satelity:

$$\delta t_{rel} = \frac{-2\sqrt{\mu}}{c^2} e \sqrt{a} \sin E_k \quad (16)$$

$$\delta t_{rel}^s = \delta t^s + \delta t_{rel} \quad (17)$$

gdzie: $c = 299792458.0$ [m/s] – prędkość światła

5 Efemerydy precyzyjne - format sp3 (standard product 3)

```

1 #cP2020 2 1 0 0 0.00000000 96 ORBIT IGS14 HLM IGS
2 ## 2090 518400.00000000 900.00000000 58880 0.00000000000000
3 + 32 G01G02G03G04G05G06G07G08G09G10G11G12G13G14G15G16G17
4 + G18G19G20G21G22G23G24G25G26G27G28G29G30G31G32 0 0
5 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
6 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
7 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
8 ++ 2 2 3 3 2 2 2 2 2 2 3 2 2 2 2 2 2 2
9 ++ 3 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 2 2 2 2 0 0
10 ++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
11 ++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
12 ++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
13 %c G cc GPS ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
14 %c cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
15 %f 1.2500000 1.025000000 0.00000000000 0.000000000000000
16 %f 0.0000000 0.000000000 0.0000000000 0.000000000000000
17 %i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
18 %i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
19 /* RAPID ORBIT COMBINATION FROM WEIGHTED AVERAGE OF:
20 /* cod emr esa gfz jpl ngs sio usn whu
21 /* REFERENCED TO IGS TIME (IGST) AND TO WEIGHTED MEAN POLE:
22 /* PCV:IGS14_2086 OL/AL:FES2004 NONE Y ORB:CMB CLK:CMB
23 * 2020 2 1 0 0 0.00000000
24 PG01 14300.139771 -20523.295606 8215.807004 -280.482055 6 6 86
25 PG02 -15483.231867 20.578803 -20932.604552 -396.449429 8 7 3 140
26 PG03 17512.408473 -13085.435307 -15075.443351 -84.349607 10 8 6 99
27 PG04 7970.412031 -14047.302378 -21075.831056 -42.424870 8 8 8 102
28 PG05 -26323.332276 1719.498103 -4025.909704 -6.917796 9 6 7 120

```

Efemerydy satelitów w postaci współrzędnych XYZ w układzie geocentrycznym ECEF.

Tabela 3: Opis danych z pliku .sp3

rok miesiąc dzień godzina minuta sekunda				
* 2020 2 1 0 0 0.00000000				
numer satelity	X [km]	Y [km]	Z [km]	δt [μs]
PG01	14300.139771	-20523.295606	8215.807004	-280.482055

Literatura