



# Wydział Geodezji i Kartografii

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

## WYZNACZENIE POZYCJI SATELITY NA PODSTAWIE DANYCH Z ALMANACHU

SYSTEMY NAWIGACJI SATELITARNEJ

MACIEJ GRZYMAŁA

maciej.grzymala@pw.edu.pl

WYDZIAŁ GEODEZJI I KARTOGRAFII, POLITECHNIKA WARSZAWSKA  
Warszawa, 2023

---

### Spis treści

1	Almanach konstelacji	2
2	Elementy orbity	3
3	Opis formatu .alm Trimble	4
4	Opis formatu YUMA	5
5	Wyznaczenie pozycji satelity – algorytm	6

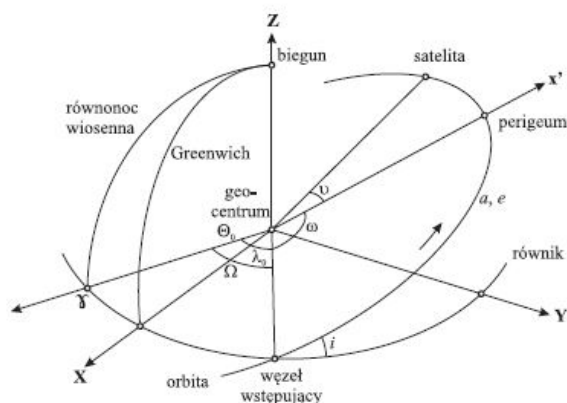
# 1 Almanach konstelacji

Almanach konstelacji systemu GNSS pozwala odbiornikowi wyznaczyć przybliżone współrzędne satelity. W przeciwieństwie do pełnych danych efemerydalnych (efemeryda transmitowana, broadcast ephemeris), dane almanachu są znacznie mniejszej precyzji. Odebranie kompletnego almanachu ma na celu umożliwienie szybszego startu odbiornika w przypadku jego włączenia.

Dostępne formaty plików almanach:

- Trimble `.alm` (rozszerzenie `*.alm`) – almanach dla wszystkich konstelacji GNSS, a także IRNSS i SBAS  
dane: <ftp.trimble.com/pub/eph/Almanac.alm>
- YUMA (rozszerzenie `*.alm`) – tylko dla GPS  
opis oraz dane: <https://celestrak.com/GPS/almanac/Yuma>
- SEM (rozszerzenie `*.al3`) – tylko dla GPS  
opis oraz dane: <https://www.celestrak.com/GPS/almanac/SEM>

## 2 Elementy orbity



Rysunek 7: Elementy orbity keplerowskiej

$\Omega$  : rektascenzja węzła wstępującego;

$\lambda_0$  : długość węzła wstępującego;

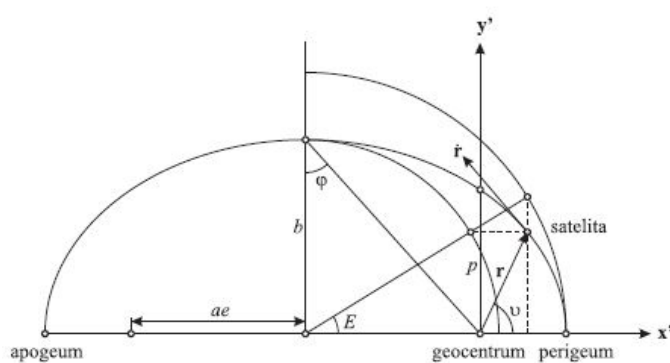
$i$  : nachylenie płaszczyzny orbity;

$\omega$  : argument perigeum;

$t_0$  : czas przejścia satelity przez perigeum;

$u = \omega + \nu$  : argument szerokości.

Rysunek 1: Elementy orbity keplerowskiej



Rysunek 2: Geometria orbity eliptycznej

$r = \| \mathbf{r} \|$  : odległość centrum mas Ziemia-satelita;

$\nu$  : anomalia prawdziwa;

$E$  : anomalia mimośrodowa;

$a$  : dłuższa półoś elipsoidy;

$e$  : mimośród;

$p$  : parametr ogniskowy;

$\varphi$  : mimośród kątowy;

$x'y'$  : współrzędne orbitalne.

Rysunek 2: Geometria orbity

### 3 Opis formatu .alm Trimble

1	2	4	5	6	7	1
0	0	0	0	0	0	2
0.003548	0.014520	0.003486	0.001820	0.006310	0.007247	3
5153.6	5153.6	5153.5	5153.5	5153.7	5153.6	4
-117.290	6.714	129.089	7.560	69.937	67.910	5
-77.040	-145.682	-63.782	-116.621	-164.554	-146.580	6
-24.986	124.258	-101.331	-6.981	-56.168	59.551	7
32768	552960	552960	552960	552960	552960	8
0.6612	0.4343	1.4540	0.5830	1.0622	1.2336	9
-0.0004558	-0.0004636	-0.0004446	-0.0004623	-0.0004636	-0.0004617	10
304222.1	-176429.7	30517.6	114440.9	-7629.4	701904.3	11
0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	12
811	810	810	810	810	810	13

9	12	14	15	16	17	1
0	0	0	0	0	0	2
0.003817	0.015578	0.002429	0.006959	0.001259	0.008258	3
5153.6	5153.4	5153.7	5153.7	5153.6	5153.6	4
-51.455	-35.106	-176.439	124.121	-175.902	126.151	5
-14.659	-5.086	178.724	99.057	-57.632	121.849	6
-48.554	-51.370	34.946	-174.743	140.444	-72.580	7
552960	32768	32768	32768	32768	32768	8
0.3049	8.1536	1.2243	1.7245	1.0331	1.7884	9
-0.0004512	-0.0003654	-0.0004446	-0.0004407	-0.0004453	-0.0004381	10
-7629.4	591278.1	7629.4	206947.3	-100135.8	-91552.7	11
0.00	-0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	12
810	811	811	811	811	811	13

Each column holds the almanac information for a specific satellite.

The parameters in each column are:

Row number (Callout #)	Parameter	Description
1		Internal Satellite IDs (see section Satellite numbers)
2		Health indicator
3	e	Eccentricity
4	$\sqrt{a}$	Square root of semimajor axis
5	$\Omega$	Right ascension of ascending node [°]
6	$\omega$	Argument of perigee [°]
7	M	Mean anomaly [°]
8	toa	Time of almanac in GPS seconds [sec]
9	i	Inclination offset to 54° [°]
10	d $\Omega$ /dt	Rate of right ascension [°/sec*1000]
11	a <sub>0</sub>	Satellite clock offset [nsec]
12	a <sub>1</sub>	Satellite clock drift[nsec/s]
13		GPS week

Rysunek 3: Opis formatu Trimble .alm [http://help.t4d.trimble.com/documentation/manual/version4.6/server/GEN\\_Almanac\\_Format.htm](http://help.t4d.trimble.com/documentation/manual/version4.6/server/GEN_Almanac_Format.htm)

## 4 Opis formatu YUMA

```

1 ***** Week 98 almanac for PRN-01 *****
2 ID: 01
3 Health: 000
4 Eccentricity: 0.1043367386E-001
5 Time of Applicability(s): 503808.0000
6 Orbital Inclination(rad): 0.9830983264
7 Rate of Right Ascen(r/s): -0.8126052768E-008
8 SQRT(A) (m 1/2): 5153.636719
9 Right Ascen at Week(rad): -0.1811562776E+001
10 Argument of Perigee(rad): 0.819713119
11 Mean Anom(rad): -0.1115765419E+001
12 Af0(s): 0.7534027100E-003
13 Af1(s/s): -0.7275957614E-011
14 week: 98

```

### Wyjaśnienie symboli

Parametr	Symbol	Opis
Id	prn	numer PRN satelity
Health		stan pracy satelity: 000 = usable
Eccentricity	$e$	ekscentr (mimośród) orbity
Time of Almanac (Aplicability)	$t_{oa}$	czas odniesienia almanachu, znacznik czasu (sekunda tygodnia GPS)
Orbital Inclination	$i$	Kąt nachylenia płaszczyzny orbity do płaszczyzny równika
Rate of Right Ascension	$\dot{\Omega}$	Tempo zmiany rektascenzji węzła wstępującego
SQRT(A) Square Root of Semi-Major Axis	$\sqrt{a}$	Pierwiastek z dużej półosi orbity, zdefiniowanej jako odległość od środka orbity do punktu perygeum lub apogeum.
Right Ascension of Ascending Node (Longitude)	$\Omega_0$	Długość węzła wstępującego orbity na początek tygodnia GPS
Argument of Perigee	$\omega$	argument perygeum – Pomiar kątowy wzdłuż ścieżki orbitalnej mierzony od węzła wstępującego do punktu perygeum (mierzony w kierunku ruchu SV).
Mean Anomaly	$M_0$	anomalia średnia, w perygeum = 0
Af0	$\alpha_{f_0}$	opóźnienie zegara satelity
Af1	$\alpha_{f_1}$	dryft zegara satelity
GPS Week		numer tygodnia satelity, w przypadku formatu Trimble, liczony od początku skali czasu GPS (6.01.1980), w przypadku formatu YUMA w przedziale 0000-1023 (licząc od 7.04.2019)

\* Numer indeksu danego elementu w tablicy wyjściowej funkcji read\_yuma

## 5 Wyznaczenie pozycji satelity – algorytm

Zestawienie stałych:

$$\mu = 3.986005 \cdot 10^{14} \left[ \frac{m^3}{s^2} \right]$$

$$\omega_E = 7.2921151467 \cdot 10^{-5} \left[ \frac{rad}{s} \right]$$

t – czas (w sekundach GPS), na który chcemy policzyć współrzędne satelity

1. Czas jaki upłynął od epoki wyznaczenia almanachu (należy uwzględnić również tydzień GPS):

$$t_k = t - t_{oa} \quad (1)$$

2. Obliczenie dużej półosi orbity:

$$a = (\sqrt{a})^2 \quad (2)$$

3. Wyznaczenie średniej prędkości kątowej  $n$ , znanej jako ruch średni (ang. mean motion) na podstawie III prawa Keplera:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3)$$

4. Poprawiona anomalia średnia na epokę  $t_k$ :

$$M_k = M_0 + n \cdot t_k \quad (4)$$

5. Wyznaczenie anomalii mimośrodowej (Równanie Keplera):

$$E_k = M_k + e \sin(E_k) \quad (5)$$

Równanie to należy rozwiązać w sposób iteracyjny: (dla  $i=1,2,3,\dots$ )

$$E_1 = M_k \quad (6a)$$

$$E_{i+1} = M_k + e \sin(E_i) \quad (6b)$$

Kryterium zakończenia obliczeń iteracyjnych wymaga spełnienia warunku:  $|E_i - E_{i-1}| < 10^{-12}$

6. Wyznaczenie anomalii prawdziwej:

$$v_k = \arctan \left( \frac{\sqrt{1-e^2} \sin(E_k)}{\cos(E_k) - e} \right) \quad (7)$$

\* skorzystać z funkcji arctan2 (odpowiednie ćwiartki dla arcus tangens):

7. Wyznaczenie argumentu szerokości:

$$\Phi_k = v_k + \omega \quad (8)$$

8. Wyznaczenie promienia orbity:

$$r_k = a (1 - e \cos(E_k)) \quad (9)$$

9. Wyznaczenie pozycji satelity w układzie orbity:

$$x_k = r_k \cdot \cos(\Phi_k) \quad (10a)$$

$$y_k = r_k \cdot \sin(\Phi_k) \quad (10b)$$

10. Poprawiona długość węzła wstępującego:

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_E) t_k - \omega_E t_{oa} \quad (11)$$

11. Wyznaczenie pozycji satelity w układzie geocentrycznym ECEF:

$$X_k = x_k \cos(\Omega_k) - y_k \cos(i) \sin(\Omega_k) \quad (12a)$$

$$Y_k = x_k \sin(\Omega_k) + y_k \cos(i) \cos(\Omega_k) \quad (12b)$$

$$Z_k = y_k \sin(i) \quad (12c)$$