

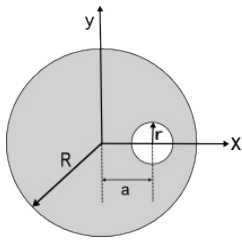
## מכניקה – תרגיל 4

1. השתמשו בהגדרה של וקטורי היחידה בקואורדינטות קרטזיות:  $\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}$ ,  
 $\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$  בכדי למצוא:  
 א. ביטוי למהירות והתאוצה של גוף בקואורדינטות פולריות.  
 ב. ביטוי לווקטורי היחידה  $\hat{x}, \hat{y}$  כפונקציה של  $\hat{r}, \hat{\theta}$ .  
 הדרכה: במערכת קואורדינטות פולרית אנחנו מציגים את הוקטור  $\vec{r}$  כך  $\vec{r} = r \hat{r}$  וזכרו שגם  $r, \theta$  וגם וקטורי היחידה משתנים בזמן.

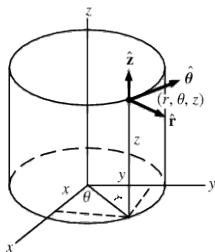
2. הוכיחו כי אם  $\vec{r}_{1cm}$  מרכז המסה של מערכת 1 (בעלת מסה  $m_1$ ), ו-  $\vec{r}_{2cm}$  מרכז המסה של מערכת 2 (בעלת מסה  $m_2$ ) אז מרכז המסה של המערכת המשולבת יהיה

$$\vec{R}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_{1cm} + m_2 \vec{r}_{2cm}}{m_1 + m_2}$$

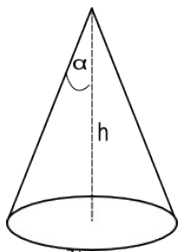
עיקרון זה נקרא עיקרון הסופרפוזיציה ולעתים נוח להשתמש בו לחישוב מרכז מסה של גוף מורכב.



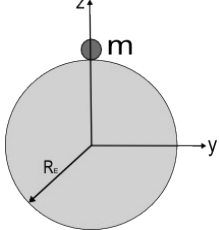
3. חשבו את מרכז המסה של כדור אחיד שרדיוסו R, שיצרו בו חלל כדורי ברדיוס r, כשהמרחק בין מרכז הכדור למרכז החלל הוא a.



4. מערכת קואורדינטות גלילית היא מערכת קואורדינטות בה אנחנו מציגים וקטור בעזרת שלושה גדלים  $(r, \theta, z)$  כאשר r המרחק מציר הגליל,  $\theta$  הזווית מציר ה-x של היטל הוקטור על מישור xy, ו-z הגובה מעל מישור xy. בצורה דומה לזו שעשינו בכיתה עבור מערכת קואורדינטות כדורית, מצאו את אלמנט הנפח  $dV$  בקואורדינטות גליליות.



5. חשבו את מרכז המסה של חרוט אחיד שמסתו M, גובהו h וזווית הראש שלו  $\alpha$ .



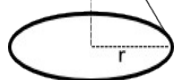
6. הכוח שמפעילה מסה  $m_1$  על מסה  $m_2$  (כוח הכבידה של ניוטון), נתון ע"י הנוסחה:

$$\vec{F}_{12} = -G_N \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

כאשר וקטור היחידה  $\hat{r}_{12}$  הוא הוקטור שמצביע מהמסה  $m_1$  למסה  $m_2$  ו-  $r_{12}$  הוא המרחק ביניהן. מקדם הפרופורציה  $G_N$  נקרא קבוע ניוטון וערכו ביחידות MKS  $G_N = 6.673 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ .

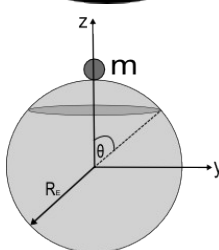
מטרת התרגיל היא לחשב במפורש את הכוח שמפעיל כדור הארץ על כדור בייסבול בעל מסה m הנמצא על פני כדור הארץ. לשם כך נחשוב על כדור "א" כמורכב מיחידות מסה קטנות, כל אחד בעלת מסה קטנה  $dm$ , נחשב את הכוח שכל יחידת מסה מפעילה על כדור הבייסבול, ונחבר את כל הכוחות האלה (חיבור וקטורי!) כדי לקבל את הכוח הכולל שפועל על הכדור. מכיוון שכל אלמנט מסה נמצא במרחק שונה מכדור הבייסבול, נעזר בסימטריה של הבעיה ונחלק את החישוב למספר שלבים:

א. חשבו את הכוח שמפעילה טבעת ברדיוס r בעלת צפיפות מסה קבועה ליחידת אורך  $\lambda$  על מסה m הנמצאת מרחק z מעל ציר הטבעת. (רמז: זכרו שכוח הוא גודל וקטורי! לאיזה כיוון תפעיל הטבעת כוח על הכדור?).



ב. השתמשו בתוצאת סעיף א בכדי למצוא את הכוח שמפעילה דיסקה אחידה בעלת צפיפות מסה ליחידת שטח  $\sigma$  ( $\lambda \rightarrow \sigma dr$ ) על מסה m הנמצאת בגובה z מעליה.

ג. עכשיו נדמיין שאנחנו מחלקים את כדור "א" לפרוסות בעובי  $dz$ , כל אחת עם צפיפות מסה משטחית אחידה  $\rho dz$ . מצאו את הרדיוס של כל פרוסה כתלות במרחק מכדור הבייסבול.



ד. בצעו את האינטגרל על כל הפרוסות ומצאו את הכוח שמפעיל כדור "א" על כדור הבייסבול. מה משמעות התוצאה שקיבלתם?