תרגיל מס.1

עפיף חלומה 302323001

18 בנובמבר 2009

1 שאלה 1

1.1 א

בכל פעם יש הסתברות של $W_i = \frac{2^{n-i-1}}{2^{n-i}}$ ששחקן יעבור לשלב הבא,

$$\begin{aligned} P(A_i) &= W_0 \cdot W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdots W_{i-1} \\ &= \frac{2^{n-1}}{2^n} \cdot \frac{2^{n-2}}{2^{n-1}} \cdots \frac{2^{n-i}}{2^{n-i-1}} \\ &= \frac{2^{n-i}}{2^n} \\ &= \frac{1}{2^i} \end{aligned}$$

1.2 ב

בהנחה ששני הסלקנים הגיעו לשלב ה i ההסתברות ששני שחקנים ישחקו אחד נגד השני היא $M_i = \binom{n}{2}\frac{1}{2^{n-i}} \cdot \frac{1}{2^{n-i}-1}$. נגדיר הסתברות ש שמעון הגיע לשלב ה i כA_i וההסתברות שראבון הגיע לשלב ה i הוא B_i

$$\begin{aligned} P(E) &= \sum_{i=0}^{n} P(M_i | A_i \cap B_i) \\ &= \sum_{i=0}^{n} \frac{\binom{n}{2}\frac{1}{2^{n-i}} \cdot \frac{1}{2^{n-i}-1}}{\frac{1}{2^i}} \\ &= \sum_{i=0}^{n} \frac{2}{2^{n-i}\left(2^{n-i}-1\right)} \cdot 2^i \\ &= \end{aligned}$$

2 שאלה 2

$$\begin{aligned} T &= Topology \\ A &= Algebra \\ D &= Differencial\,Eqauations \end{aligned}$$

אזי:

$$\begin{aligned}
P(T) &= 0.5\\
P(A) &= 0.7\\
P(D) &= 0.35\\
P(T\cap A) &= 0.4\\
P(T\cap D) &= 0.2\\
P(A\cap D) &= 0.2\\
P(A\cap T\cap D) &= 0.15
\end{aligned}$$

היינו צריכים סוג של מטריצה תלת מימדית לפתור את הדבר הזה אבל מפני שאי אפשר לבנות הדבר הזה משתמשים במשוואות:

$$\begin{aligned}
P(A\cap T) &= P(A\cap T\cap D)+P\left(A\cap T\cap\overline{D}\right)\\
P\left(A\cap T\cap\overline{D}\right) &= 0.4-0.15=0.25\\
P(A\cap D) &= P(A\cap D\cap T)+P\left(A\cap D\cap\overline{T}\right)\\
P\left(A\cap D\cap\overline{T}\right) &= 0.2-0.15=0.05\\
P(T\cap D) &= P\left(T\cap D\cap\overline{A}\right)+P(T\cap D\cap A)\\
P\left(T\cap D\cap\overline{A}\right) &= 0.2-0.15=0.05
\end{aligned}$$

אזי יש לנו מידע כרגע על:

$$\begin{aligned}
P(T) &= 0.5\\
P(A) &= 0.7\\
P(D) &= 0.35\\
P(T\cap A) &= 0.4\\
P(T\cap D) &= 0.2\\
P(A\cap D) &= 0.2\\
P(A\cap T\cap D) &= 0.15\\
P\left(A\cap T\cap\overline{D}\right) &= 0.25\\
P\left(A\cap D\cap\overline{T}\right) &= 0.05\\
P\left(T\cap D\cap\overline{A}\right) &= 0.05
\end{aligned}$$

אזי ממשיכים לפתור:

$$
\begin{aligned}
P(T) &= P(T\cap A)+P\left(T\cap \overline{A}\right)\\
P\left(T\cap \overline{A}\right) &= 0.5-0.4=0.1\\
P(T) &= P(T\cap D)+P\left(T\cap \overline{D}\right)\\
P\left(T\cap \overline{D}\right) &= 0.5-0.2=0.3\\
P(A) &= P(T\cap A)+P\left(A\cap \overline{T}\right)\\
P\left(A\cap \overline{T}\right) &= 0.7-0.4=0.3\\
P(A) &= P(A\cap D)+P\left(A\cap \overline{D}\right)\\
P\left(A\cap \overline{D}\right) &= 0.7-0.2=0.5\\
P(D) &= P(D\cap T)+P\left(D\cap \overline{T}\right)\\
P\left(B\cap \overline{T}\right) &= 0.35-0.2=0.15\\
P(D) &= P(D\cap A)+P\left(D\cap \overline{A}\right)\\
P\left(D\cap \overline{A}\right) &= 0.35-0.2=0.15
\end{aligned}
$$

אווווווווקי... זה הרבה נתונים ואני כבר לא יכול לראות הכל על המסך, אז צריך לרשום את זה על ניר(אני לא אוהב ניר!) ולהמשיך

$$
\begin{aligned}
P(T) &= 0.5\\
P(A) &= 0.7\\
P(D) &= 0.35\\
P(T\cap A) &= 0.4\\
P(T\cap D) &= 0.2\\
P(A\cap D) &= 0.2\\
P(A\cap T\cap D) &= 0.15\\
P\left(A\cap T\cap \overline{D}\right) &= 0.25\\
P\left(A\cap D\cap \overline{T}\right) &= 0.05\\
P\left(T\cap D\cap \overline{A}\right) &= 0.05\\
P\left(T\cap \overline{A}\right) &= 0.1\\
P\left(T\cap \overline{D}\right) &= 0.3\\
P\left(A\cap \overline{T}\right) &= 0.3\\
P\left(A\cap \overline{D}\right) &= 0.5\\
P\left(B\cap \overline{T}\right) &= 0.15\\
P\left(D\cap \overline{A}\right) &= 0.15
\end{aligned}
$$

3 שאלה 3

$P(A)=0.1, P\left(\overline{A}\right)=0.9$ אם התקבל $A\cap A$(בשתי מאורעות בלתי תלויים) אזי $P(A\cap A)=$ $P(A)P(A)=0.01$ זו היא ההסתברות שצדקו במקרה הזה, כלומר שהכדור

אכן לבן

4 שאלה 4

4.1 א

$$\begin{aligned} P\left(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4\right) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} \\ &= \frac{1}{24} \end{aligned}$$

4.2 ב

אם 3 הגיעו לנכון אז הרבעי בהחלט גם יגיע לנכון אז זה לא אמור לשנות כלום:

$$\begin{aligned} P\left(A_1 \cap A_2 \cap A_3\right) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{24} \end{aligned}$$

4.3 ג

$$\begin{array}{c} P\left(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap A_3 \cap A_4\right) + \\ P\left(\overline{A}_1 \cap A_2 \cap \overline{A}_3 \cap A_4\right) + \\ P\left(\overline{A}_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \overline{A}_4\right) + \\ P\left(A_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3 \cap A_4\right) + \\ P\left(A_1 \cap \overline{A}_2 \cap A_3 \cap \overline{A}_4\right) + \\ P\left(A_1 \cap A_2 \cap \overline{A}_3 \cap \overline{A}_4\right) \end{array} = \begin{array}{c} \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \end{array}$$

4.4 ד

$$P\left(A_1 \cap A_2\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

5 שאלה 5

שתי המאורעות בלתי תלויים, אזי לא איכפט לנו איזה כדורים הם הוציאו בפעם הראשונה, זה סתם n כדורים. אזי אפשר להניח שהכדורים שאנחנו מעונינים לספור הם בעלי מספרים $1 \ldots n$ ואז רוצים לדעת את ההסתברות שאם בוחרים m כדורים k מהמ יהיו בעלי מספרים $1 \ldots n$.

$$\binom{N}{m} \cdot \frac{n}{N}$$