

תרגיל מס. 1

עפיף חלומה 302323001

9 במרץ 2010

1 שאלה 1

א 1.1

$$S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

לא כל האיברים בעל הסתברות שווה

ב 1.2

$$\begin{aligned} P &= S^2 \\ |P| &= |S|^2 \\ &= 2^{11} \\ &= 2048 \end{aligned}$$

מאורע בעל הסתברות מקסימאלית:

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

מאורע בעל הסתברות מינימאלית:

$$A = \emptyset$$

1 1.3

$$\begin{aligned}
 P(2) &= \frac{1}{36} \\
 P(3) &= \frac{2}{36} \\
 P(4) &= \frac{3}{36} \\
 P(5) &= \frac{4}{36} \\
 P(6) &= \frac{5}{36} \\
 P(7) &= \frac{6}{36} \\
 P(8) &= \frac{5}{36} \\
 P(9) &= \frac{4}{36} \\
 P(10) &= \frac{3}{36} \\
 P(11) &= \frac{2}{36} \\
 P(12) &= \frac{1}{36}
 \end{aligned}$$

7 1.4

$$\begin{aligned}
 \forall a \{1, 2, 3, 10, 11, 12\} : P(a) &= 0 \\
 P(4) &= \frac{1}{6} \\
 P(5) &= \frac{1}{6} \\
 P(6) &= \frac{1}{6} \\
 P(7) &= \frac{1}{6} \\
 P(8) &= \frac{1}{6} \\
 P(9) &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

1.5

$$\begin{aligned}
 P(5) &= \frac{4}{36} \\
 P(6) &= \frac{5}{36} \\
 P(7) &= \frac{6}{36} \\
 P(\{5, 6\}) &= \frac{9}{36} \\
 P(\{6, 7\}) &= \frac{11}{36} \\
 P(\{5, 6\} \cap \{6, 7\}) &= P(6) = \frac{6}{36} \\
 P(\{5, 6\}) \cdot P(\{6, 7\}) &= \frac{9}{36} \cdot \frac{11}{36} = \frac{11}{144}
 \end{aligned}$$

2 שאלה 2

2.1

$$p(a \leq X \leq b) = F_x(b) - F_x(a) \quad \text{צ"ל}$$

$$\begin{aligned}
 p(a \leq X \leq b) &= \int_a^b p(x) dx \\
 &= \int_{-\infty}^b p(x) dx - \int_{-\infty}^a p(x) dx \\
 &= F_x(b) - F_x(a)
 \end{aligned}$$

2.2

רואים כי $f_x(\cdot) > 0$ כי פונקציות אקספוננציאליות הם תמיד גדולות מאפס. צ"ל כי $\int_{-\infty}^{\infty} f_x(a) \partial a = 1$

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} f(a) \partial a &= \int_0^{\infty} 3e^{-3a} \partial a \\
 &= \left[\frac{3e^{-3a}}{-3} \right]_0^{\infty} \\
 &= 0 - -1 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

ג 2.3

פותרים עבור $a > 0$ כי כל לראות כי עבור $a \leq 0$ האינטגרל מתאפס.

$$\begin{aligned} F_X(a) &= \int_{-\infty}^a f(a') da' \\ &= \int_0^a 3e^{-3a'} da' \\ &= \left[\frac{3e^{-3a'}}{-3} \right]_0^a \\ &= 1 - e^{-3a} \end{aligned}$$

לכן

$$F_X(a) = \begin{cases} 0 & a \leq 0 \\ 1 - e^{-3a} & a > 0 \end{cases}$$

ד 2.4

$$\begin{aligned} p_x(X < 5) &= F_x(5) = 1 - e^{-15} \\ p_x(X > 5) &= 1 - F_x(5) \\ &= e^{-15} \\ P(X \leq 5) &= F(5) \\ &= 1 - e^{-15} \end{aligned}$$