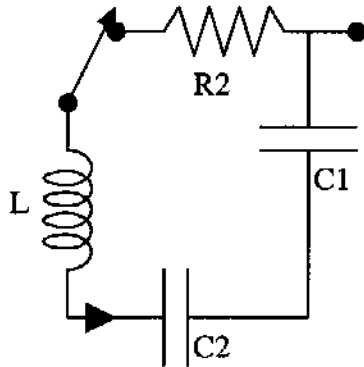


פתרון 7

1) נחשב את תנאי ההתחלה עבור $t < 0$ (סליל קצר והקבלים נתקים):

$$i_L(0^-) = \frac{50V}{1000\Omega} = 50mA \quad V_{C_1}(0^-) = 0.1 \cdot 600 = 60V$$

עבור המעגל הוא כמצוייר:



$$V_L + V_R + V_{C_1} + V_{C_2} = 0$$

$$L \frac{di_L}{dt} + R_2 i_L + V_{C_1}(0^-) + \frac{1}{C_1} \int_0^t i_L(\tau) d\tau + V_{C_2}(0^-) + \frac{1}{C_2} \int_0^t i_L(\tau) d\tau = 0$$

d/dt :

$$L \frac{di_L}{dt} + R_2 i_L + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) i_L = 0$$

יש למצוא שני תנאי ההתחלה בזמן $t = 0^+$ עבור זרם הסליל. זרם הסליל הינו רציף, זאת מישום שאין חלם זרם, ולכן $i_L(0^-) = i_L(0^+) = 50mA$. מתח הקבלים רציף, זאת מישום שאין חלם מתח, ולכן:

$$V_L(0^+) = - \left[V_{R_2}(0) + \underset{=0}{V_{C_2}(0^+)} + V_{C_1}(0^+) \right] = - \left[R_2 i_L(0^+) + 0 + V_{C_1}(0^+) \right] = - [0.05 \cdot 600 - 60] = 30V$$

$$\Rightarrow \frac{di_L(0^+)}{dt} = \frac{V_L(0^+)}{L} = \frac{30}{0.05} = 600A$$

לכן יש לפתור:

$$\begin{cases} i_L'' + 12000i_L' + 30 \cdot 10^6 i_L = 0 \\ i_L(0^+) = 50mA \\ i_L'(0^+) = 600 \end{cases}$$

מתוך המשוואה:

$$\alpha = 6000, \omega_0 = \sqrt{30 \cdot 10^6} = \sqrt{30} \cdot 1000$$

$$S_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \approx -3550.51$$

$$S_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \approx -8449.5$$

מתקיים $\alpha > \omega_0$ ומדובר בריסון יתר, והפתרון הוא מהצורה:

$$i_L(t \geq 0) = k_1 e^{S_1 t} + k_2 e^{S_2 t}$$

קביעת המקדמים:

$$\left. \begin{aligned} i_L(t=0^+) &= k_1 + k_2 = 0.05 \\ i_L(t=0^+) &= S_1 k_1 + S_2 k_2 = 600 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} k_1 &\equiv 0.2087 \\ k_2 &\equiv -0.1587 \end{aligned}$$

(4)

עבור $t < 0$:

הקבלים נתונים, לא זורים זרם במעגל ולכן: $V_{C_1} = V_{C_2} = 12V$

עבור $t > 0$:

$\begin{cases} V_{C_1} + R_2 \left(\frac{V_{C_1} - V_1}{R_1} + C_1 \frac{dV_{C_1}}{dt} \right) = V_2 \\ V_{C_1}(0) = 12 \end{cases}$ $\begin{cases} 10V_{C_1} + \frac{dV_{C_1}}{dt} = 90 \\ \Rightarrow V_{C_1}(t) = 9 + ke^{-10t} \\ V_{C_1}(0) = 12 \end{cases}$ $V_{C_1}(t \geq 0) = 3(3 + e^{-10t})$	$\begin{cases} V_{C_2} + R_3 C_2 \frac{dV_{C_2}}{dt} = V_2 \\ V_{C_2}(0) = 12 \end{cases}$ $\begin{cases} 5V_{C_2} + \frac{dV_{C_2}}{dt} = 30 \\ \Rightarrow V_{C_2}(t) = 6 + ke^{-5t} \\ V_{C_2}(0) = 12 \end{cases}$ $V_{C_2}(t \geq 0) = 6(1 + e^{-5t})$
---	---

שימו לב כי סדר המעגל אינו נקבע על-סמך מספר הסלילים/קבלים שבמעגל.

(2)

 $t < 0$

$$i_L(0^-) = 0, \quad i_L^{\text{g}}(0^-) = 0$$

 $t > 0$

נפתח את משוואת המעגל:

$$i_C + i_R + i_L = I_s, \quad V_L = V_C = V_R$$

$$\Rightarrow i_L + \frac{V_R}{R} + C \frac{dV_C}{dt} = I_s$$

$$\Rightarrow i_L + \frac{L}{R} i_L^{\text{g}} + LC i_L^{\text{gg}} = I_s$$

אם $Is(t) = u(t)$, רק הנגזרת השנייה יכולה להכיל מדרגה, ולכן הזרם עצמו רציף. נבצע

אינטגרציה סביב האפס:

$$\int_{0^-}^{0^+} i_L dt + \frac{L}{R} \int_{0^-}^{0^+} i_L^{\text{g}} dt + LC \int_{0^-}^{0^+} i_L^{\text{gg}} dt = \int_{0^-}^{0^+} u(t) dt \Rightarrow LC[i_L^{\text{g}}(0^+) - i_L^{\text{g}}(0^-)] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_L^{\text{g}}(0^+) = 0 \\ i_L(0^+) = 0 \end{cases}$$

לסיכום יש למתור:

$$\begin{cases} i_L^{\text{gg}} + \frac{1}{RC} i_L^{\text{g}} + \frac{1}{LC} i_L = \frac{1}{LC} \Rightarrow i_L^{\text{gg}} + 20 i_L^{\text{g}} + 100 i_L = 100 \\ i_L(0^+) = 0 \\ i_L^{\text{g}}(0^+) = 0 \end{cases}$$

והפתרון:

$$\alpha = 10, \quad \omega_0 = 10 \quad (\alpha = \omega_0)$$

$$S_1 = S_2 = -\alpha = -10$$

$$\Rightarrow i_L(t) = 1 + (k_1 + k_2 t) e^{-\alpha t}$$

$$\begin{cases} i_L(t=0^+) = k_1 + 1 = 0 \\ i_L^{\text{g}}(t=0^+) = k_2 - \alpha k_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} k_1 = -1 \\ k_2 = -10 \end{matrix}$$

ולכן:

$$i_L(t) = [1 - (1 + 10t) e^{-\alpha t}] u(t)$$

אך התבקשנו למצוא את תגובת מתח הקבל למדרגה:

$$V_C(t) = Li_L'(t) = L \left\{ \left[\alpha(1+10t)e^{-\alpha} - 10e^{-\alpha} \right] u(t) + \left[1 - \underset{=0}{(1+10t)e^{-\alpha}} \right] \delta(t) \right\} = 100Lte^{-\alpha} u(t)$$

שימו לב כי זהו ZSR, ולכן התגובה להלם הינה הנגזרת של התגובה למדרגה:

$$V_C(t) = \frac{d}{dt} [100Lte^{-\alpha} u(t)] = 100L(1-10t)e^{-\alpha} u(t) + \underset{=0}{100Le^{-\alpha}} \delta(t) = 100L(1-10t)e^{-\alpha} u(t)$$

(7)

: $t < 0$

ניתוח זרם ישר, הקבל נתק והסליל קצר:

$$V_C(0^-) = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2V, \quad i_L(0^-) = V_1 \frac{1}{R_1 + R_2} = 1A$$

כעת נפתח את משוואת המעגל:

$$KCL: i_L = i_{R_2} + i_C \Rightarrow i_L = \frac{V_C}{R_2} + C \frac{dV_C}{dt}$$

$$KVL: V_C + V_L + V_{R_1} = 12 + 12u(t) \Rightarrow V_C + L \frac{di_L}{dt} + R_1 i_L = 12 + 12u(t)$$

נציב את המשוואה הראשונה בשנייה:

$$V_C + L \frac{d}{dt} \left(\frac{V_C}{R_2} + C \frac{dV_C}{dt} \right) + R_1 \left(\frac{V_C}{R_2} + C \frac{dV_C}{dt} \right) = 12 + 12u(t)$$

$$LCV_C'' + \left(\frac{L}{R_2} + R_1 C \right) V_C' + \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) V_C = 12 + 12u(t)$$

אם כן, יש לפתור:

$$\begin{cases} V_C'' + 7V_C' + 12V_C = 24 + 24u(t) \\ V_C(0^-) = 2V, \quad i_L(0^-) = 1A \end{cases}$$

יש לחשב את תנאי ההתחלה עבור $t = 0^+$ של V_C ושל V_C'' .

V_C רציף אינו מכיל מדרגות והלמים, שאילו הוא כן היה מורכב ממדרגות והלמים המשוואה הדיפרנציאלית לא הייתה יכולה להתקיים, שכן הנגזרת השנייה של V_C הייתה מכילה הלם ודובלט (doublet) ומצד ימין יש רק מדרגות. לכן $V_C(0^-) = V_C(0^+) = 2V$. כעת נבצע אינטגרציה של

המשוואה מ- $t = 0^-$ ל- $t = 0^+$:

$$V_C''(0^+) - V_C''(0^-) + 7 \left[V_C'(0^+) - V_C'(0^-) \right] + 12 \int_0^{0^+} V_C(\tau) d\tau = 0$$

$$\Rightarrow V_C''(0^+) = 0 + V_C''(0^-) = 0$$

לסיכום יש לפתור:

$$\begin{cases} V_C'' + 7V_C' + 12V_C = 48 \\ V_C(0^+) = 2 \\ V_C'(0^+) = 0 \end{cases}$$

והפתרון:

$$\alpha = 3.5, \quad \omega_0 = \sqrt{12} \quad (\alpha > \omega_0)$$

$$S_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -3$$

$$S_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -4$$

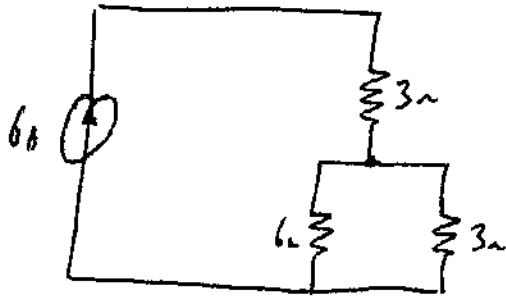
$$\Rightarrow V_C(t) = 4 + k_1 e^{S_1 t} + k_2 e^{S_2 t}$$

$$\begin{cases} V_C(t=0^+) = k_1 + k_2 + 4 = 2 \\ V_C'(t=0^+) = S_1 k_1 + S_2 k_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} k_1 = -8 \\ k_2 = 6 \end{matrix}$$

ולכן:

$$V_C(t \geq 0) = 4 - 8e^{-3t} + 6e^{-4t}$$

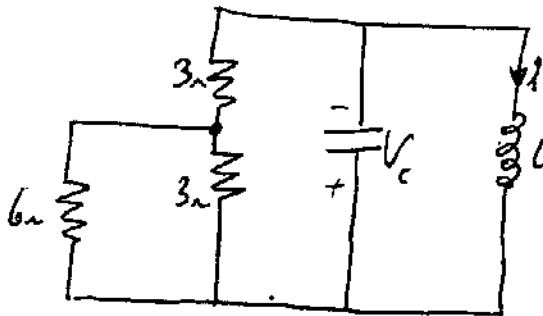
$t < 0$ 214ND VOP (3)



$$V_c(0^-) = V_c(0^+) = 6 \left[3 + \frac{6 \cdot 3}{6+3} \right] = 30$$

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 6 \frac{6}{6+3} = 4A$$

$t > 0$ 214ND 214P



$$R_{eq} = (3 \parallel 6) + 3 = 5\Omega$$

$$V_L = V_c = -L \frac{di}{dt}$$

$$i + \frac{1}{5}(-V_c) + 0.01 \frac{d}{dt}(-V_c) = 0$$

K.C.L

$$LC \frac{di}{dt} + \frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = 0$$

$$(s = \frac{di}{dt})$$

$$0.05 s^2 + s + 5 = 0$$

$$\Rightarrow s_{1,2} = -10 \pm j10$$

$$s_1 = s_2 = -10$$

$$i_L(t) = (A + A_1 t) e^{-st}$$

$$i_L(0^-) = 4A \quad i_L(0^+) = 4A$$

(8.6)

$$i = (A_1 + A_2 t) e^{-10t} \quad a)$$

$$i(0) = i_L(0) = 4 \Rightarrow A_1 = 4$$

$$\frac{di(0)}{dt} = -V_c(0) = -30$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = -10A_1 e^{-10t} + A_2 e^{-10t} - 10A_2 t e^{-10t}$$

$t=0$ dir

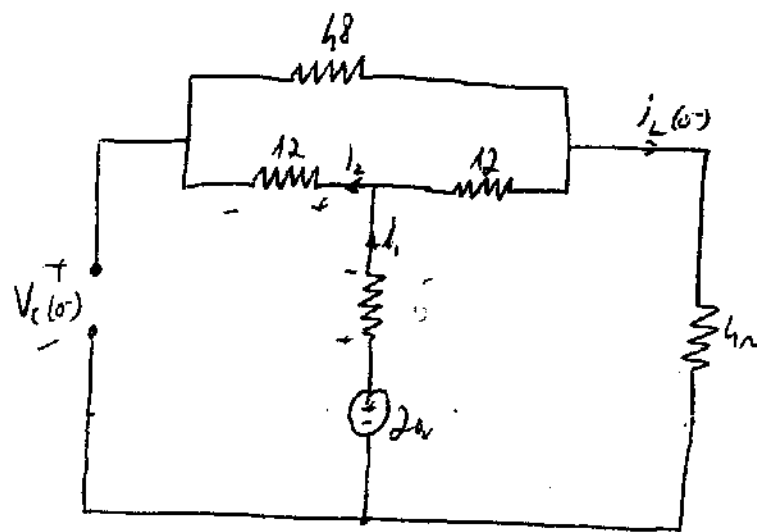
$$-30 = -10A_1 + A_2$$

$$\Rightarrow A_2 = -30 + 10 \cdot 4 = 10$$

$$\underline{\underline{i = (4 + 10t) e^{-10t} \quad a)}}$$

görsel

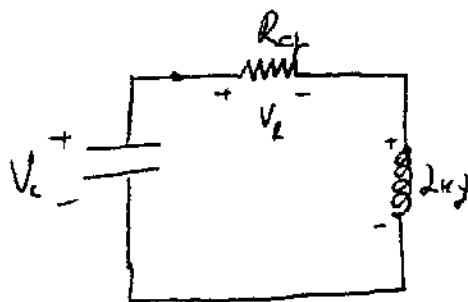
(8.7)



$$i_1(0^-) = i_2(0^-) = \frac{20}{6 + [(12+48) \parallel 12] + 4} = 1A$$

$$i_2(0^-) = i_1(0^-) \cdot \frac{12}{12 + (48+12)} = \frac{1}{6} A$$

$$V_C(0^-) = -(6i_1 + 12i_2) + 20 = 12V$$



$$R_{eq} = (12+12) \parallel 48 + 4 = 20\Omega$$

$$-V_C + V_2 + V_L = 0$$

$$-(V_C(0^-) + \frac{1}{L} \int_0^t i_L(\tau) d\tau) + i_L R + L \frac{di_L}{dt} = 0$$

⑧.9

$t > 0$ 711

$$L \frac{d^2 i_L}{dt^2} + R \frac{di_L}{dt} - \frac{1}{C} i_L = 0$$

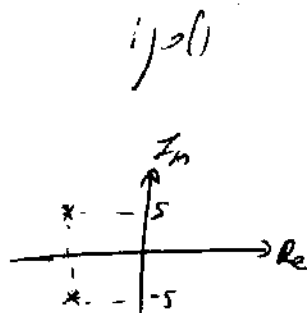
بفرض $i_L(0) = 12A$ و $i_L'(0) = -4A/s$

$$\ddot{i}_{L(t)} + 10 \dot{i}_{L(t)} - 50 i_{L(t)} = 0$$

$$S \Leftrightarrow \frac{di_L}{dt}$$

$$S^2 + 10S - 50 = 0$$

$$S_1 = -5 - 35 \quad S_2 = -5 + 35$$



∴ (بفرض) $i_L(0) = 12A$ و $i_L'(0) = -4A/s$ لنحل المعادلة

$$i_{L(t)} = e^{-5t} (A \cos 35t + B \sin 35t) \quad (*)$$

$$L \frac{di_{L(t)}}{dt} = V_{L(t)} \Rightarrow \frac{di_{L(t)}}{dt} \bigg|_{t=0} = \frac{V_L(t=0)}{L} = \frac{V_C(0) - i_L(0) \cdot R_{eq}}{L}$$

$$\frac{di_{L(t)}}{dt} \bigg|_{t=0} = \frac{12 - 1 \cdot 20}{2} = -4 \frac{A}{s} \quad \text{بفرض}$$

∴ بفرض $i_L(0) = 12A$ و $i_L'(0) = -4A/s$ لنحل المعادلة

$$\boxed{-5A + 35B = -4}$$

(8.9)

$$i) \mu \quad t=0 \quad \gamma/N \quad (*) \quad \gamma-N, \quad =1) \quad =1/16$$

$$A=1$$

$$B=0.2$$

$$: 1/21$$

$$i_L(t) = e^{-st} (\cos 5t + 0.2 \sin 5t)$$

$$: 21/6$$

$$V_o(t) = i_L(t) \cdot 4$$

$$: 21$$

==

8.10