

תרגיל מס. 1

עפיף חלומה 302323001

11 בנובמבר 2009

1 שאלה 1

1.1 א

נתון:

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B) \text{ אזי } A, B$$

$$P(A) \cdot P(C) = P(A \cap C) \text{ אזי } A, C$$

צ"ל כי

$$P(A) \cdot P(B \cup C) = P(A \cap (B \cup C))$$

$$P(A) \cdot P(B \cup C) = P((A \cap B) \cup (A \cap C))$$

$$P(A) \cdot P(B \cup C) = P(A \cap B) + P(A \cap C)$$

$$P(A) \cdot P(B \cup C) = P(A) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(C)$$

$$P(A) \cdot P(B \cup C) = P(A) (P(B) + P(C))$$

$$P(A) \cdot P(B \cup C) = P(A) \cdot P(A \cup B)$$

1.2 ב

דוגמה נגדית: A לקבל מספר זוגי בקוביה הראשונה, B לקבל מספר זוגי בקוביה השנייה, C ההסתברות לקבל מספר אי זוגי בקוביה השנייה

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(C) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = P(A) P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) P(B) = \frac{1}{4}$$

$$0 = P(B \cap C) \neq P(B) P(C) = \frac{1}{4}$$

1.3 ג

בותרים B, C כך ש $B \cap C = \emptyset$. אזי מתקיים $P(A \cap (B \cap C)) = P(A \cap \emptyset) = 0$

2 שאלה 2

א 2.1

$$\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} + \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} = \frac{3}{n}$$

ב 2.2

$$\frac{1}{n} + \frac{n-2}{n} \cdot \frac{1}{n-1} + \frac{n-2}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{1}{n-1} = \frac{3n-6}{n(n-1)}$$

3 שאלה 3

	צהוב	כחול	
דוף	15%	40%	55%
ללא דוף	35%	10%	45%
	50%	50%	100%

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ לפי}$$

אז ככה:

אלה הם הדרכים להגיע אל פרח כחול בבחירה השלישית והן:

1. פרח ראשון: כחול עם צוף, פרח שני: כחול עם צוף
2. פרח ראשון: כחול בלי צוף, פרח שני: צהוב בלי צוף
3. פרח ראשון: צהוב עם צוף, פרח שני: צהוב בלי צוף
4. פרח ראשון: צהוב בלי צוף, פרח שני: כחול עם צוף

נחשב כל מקרה בנפרד ונסכסם:

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = 16\% \quad 1.$$

$$35\% \cdot 10\% = 3.5\% \quad 2.$$

$$35\% \cdot 15\% = 5.25\% \quad 3.$$

$$55\% \cdot 35\% = 19.25\% \quad 4.$$

נסכום ונקבל: 75.5% שהפרח השלישי יהיה כחול

4 שאלה 4

	גבוהה	נוכה	
ארוך	36%	36%	72%
קצר	4%	24%	28%
	40%	60%	100%

4.1 א

3 עגלות עם זנב ארוך, זה נתון. לכן נקח את הקבוצה של הפרות עם הזנב הארוך ומתוכן נמצא.

$$\frac{1}{2} = \frac{36\%}{72\%} : \text{למצא פרה עם תנובת חלב גבוהה כשנתון שהיא עם זנב ארוך} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} \text{ לכן עבור 3 פרות}$$

4.2 ב

באותו אופן כמו בסעיף א' ידוע ששלושת הפרות עם זנב קצר, בוחרים את קבוצת הפרות עם התנובה הגבוהה איחוד זנב קצר

$$\text{מחלקים את זה בקבוצת הפרות עם הזנב הקצר: } \frac{24\%}{28\%} = \frac{6}{7} \text{ לפרה אחת. עבור 3 פרות} \\ \left(\frac{6}{7}\right)^3 = \frac{216}{343}$$

5 שאלה 5

$$\begin{aligned} P(A_1) &= \frac{1}{n} \\ P(A_2) &= \frac{1}{n-1} \\ P(A \cap A_2) &= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \\ P(A_3) &= \frac{n-6}{n-2} \\ P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) &= \frac{n-6}{n(n-1)(n-2)} \end{aligned}$$

6 שאלה 6

6.1 א

dW להוציא לבן
 dB להוציא שחור
 mW להעביר לבן
 mB להעביר שחור

$$\begin{aligned} P(mW) &= \frac{W}{B+W} \\ P(mB) &= \frac{B}{B+W} \\ P(mB) \cdot P(dW|mB) &= \frac{B}{B+W} \cdot \frac{W}{B+1+W} \\ P(mW) \cdot P(dW|mW) &= \frac{W}{B+W} \cdot \frac{W+1}{B+W+1} \\ P(dW) &= \frac{B}{B+W} \cdot \frac{W}{B+1+W} \cdot \frac{W}{B+W} \cdot \frac{W+1}{B+W+1} \end{aligned}$$

□ 6.2

$$\begin{aligned}
 P(mW|dW) &= \frac{P(mW \cap dW)}{P(dW)} \\
 &= \frac{\frac{W}{B+W} \cdot \frac{W+1}{B+W+1}}{\left(\frac{B}{B+W} \cdot \frac{W}{B+1+W} \cdot \frac{W}{B+W} \cdot \frac{W+1}{B+W+1} \right)}
 \end{aligned}$$