

## תרגיל מס. 1

עפיף חלומה 302323001

28 באוקטובר 2009

### 1 שאלה 1

א 1.1

$$((\overline{B} \cap \overline{C}) \cap A) \cup (\overline{A} \cap B \cap C)$$

ב 1.2

$$(B \cup (A \cap \overline{C})) \cup (C \cap \overline{A})$$

ג 1.3

$$((A \cap B) \cap \overline{C}) \cup (C \cap \overline{B} \cap \overline{A})$$

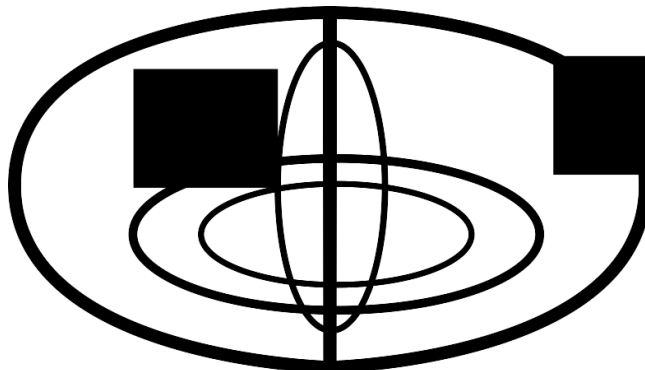
ד 1.4

$$((A \cap B) \cap \overline{C}) \cup ((A \cap C) \cap \overline{B})$$

### 2 שאלה 2

א 2.1

1. הגברים שהם מעל כיל 65 וגם הנשים מעל גיל 60
2. האלמנות(נשים) שגילם שווה או פחות מ60
3. אף אחד(אלה שכן יש מישהו שגילו מעל 65 וכס מתחת ל60)
4. האלמים והאלמנות שגילם בין 60 ו 65(או שווה ל65)
5. האנשים שגילם בין 60 ו 65(או שווה ל65)
6. קבוצת האלמנות(נשים) שגילם מעל 60



איור 1: דיאגרמה של W,Z,Y,F,M

### 3 שאלה 3

1.  $K \subseteq L$

2.  $M \subseteq L$

3.  $K \cap L \cap M \neq \emptyset$

4.  $(K \cap \bar{L}) \subseteq M$

5.  $K \cap L \neq \emptyset \wedge K \cap M \neq \emptyset \wedge L \cap M = \emptyset$

### 4 שאלה 4

א 4.1

4.1.1  $A \cup B \subseteq A \cup (\bar{A} \cap B)$

אם  $x \in A \cup B$  אזי או  $x \in A$  או  $x \in B$  או  $x \in \bar{A} \cap B$  או  $x \in A$  או  $x \in B$  או  $x \in \bar{A} \cap B$

1.  $x \in A \cup (\bar{A} \cap B)$  אזי  $x \in A$  או  $x \in \bar{A} \cap B$

2.  $x \in A \cup (\bar{A} \cap B)$  אזי  $x \in \bar{A} \cap B$  או  $x \in A$  או  $x \in B$  או  $x \in \bar{A} \cap B$

3.  $x \in A \cup (\bar{A} \cap B)$  אזי  $x \in A$  או  $x \in B$  או  $x \in \bar{A} \cap B$

4.1.2  $A \cup B \supseteq A \cup (\bar{A} \cap B)$

אם  $x \in A \cup (\bar{A} \cap B)$  אזי או  $x \in A$  או  $x \in B$  או  $x \in \bar{A} \cap B$

1.  $x \in A \cup B$  אזי  $x \in A$  או  $x \in B$  או  $x \in \bar{A} \cap B$

2.  $x \in A \cup (\bar{A} \cap B)$  אזי  $x \in \bar{A} \cap B$  או  $x \in A$  או  $x \in B$  או  $x \in \bar{A} \cap B$

ב 4.2

$$\begin{aligned} A \cup B \cup C \cup D &= A \cup (\overline{A} \cap (B \cup C \cup D)) \\ &= A \cup (\overline{A} \cap (B \cup (\overline{B} \cap (C \cup D)))) \\ &= A \cup (\overline{A} \cap (B \cup (\overline{B} \cap (C \cup (\overline{C} \cap D))))) \end{aligned}$$

שאלה 5 5

$$\begin{aligned} 1, 2, 3 \dots n &= \sum_{i=1}^n n \\ 3, 4, 5, 6 \dots n+2 &= \sum_{i=3}^{n+2} i \\ 5, 6, 7, 8 \dots n+4 &= \sum_{i=5}^{n+4} i \\ &\vdots \\ 2n+1, 2n+2 \dots 2n+n &= \sum_{i=2n+1}^{2n+n} i \end{aligned}$$

$$= \sum_{k=0}^{2n} \sum_{i=k+1}^{k+n} i$$

שאלה 6 6

א 6.1

$$2^n = (1+1)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{k} 1^i \cdot 1^{n-i} = \sum_{i=0}^n \binom{n}{k}$$

ב 6.2

נוכח באינדוקציה:  
בדיקה עבור  $n=1$ :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^k (-1)^{j+1} j &\stackrel{?}{=} 0 \\ 1+1+(-2) &\stackrel{\checkmark}{=} 0 \end{aligned}$$

נניח כי ההנחה מתקיימת עבור  $n$  ונוכיח עבור  $n+1$ :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^{2n+2} \sum_{j=1}^k (-1)^{j+1} j \stackrel{?}{=} 0 \\
 & \underbrace{\sum_{k=1}^{2n} \sum_{j=1}^k (-1)^{j+1} j}_0 + \sum_{j=1}^{2n+1} (-1)^{j+1} j + \sum_{j=1}^{2n+2} (-1)^{j+1} j \stackrel{?}{=} 0 \\
 & \sum_{j=1}^{2n+1} (-1)^{j+1} j + \sum_{j=1}^{2n+2} (-1)^{j+1} j \stackrel{?}{=} 0 \\
 & \sum_{j=1}^{2n+1} (-1)^{j+1} j + \sum_{j=1}^{2n+1} (-1)^{j+1} j + \underbrace{(-1)^{2n+3}}_{-1} (2n+3) \stackrel{?}{=} 0 \\
 & 2 \sum_{j=1}^{2n+1} (-1)^{j+1} j - (2n+3) \stackrel{?}{=} 0 \\
 & 2 \sum_{j=1}^{2n} (-1)^{j+1} j + 2 \cdot (-1)^{2n+2} (2n+2) - (2n+3) \stackrel{?}{=} 0 \\
 & 2 \sum_{j=1}^n [(j) - (+j+1)] + 2 \cdot (2n+2) - (2n+3) \stackrel{?}{=} 0 \\
 & 2 \sum_{j=1}^n -1 + 2n \stackrel{?}{=} 0 \\
 & -2n + 2n = 0
 \end{aligned}$$

## 7 שאלה 7

מספר האפשרויות לבחור  $k$  איברים מבין  $n$  בלי חשיבות לסדר שווה למספר האפשרויות לבחור  $n-k$  איברים מתוך  $n$  כי במקרה השני אנחנו בעצם בוחרים איזה איברים לא לבחר, שזה  $k$  מתוך  $n$ .

## 8 שאלה 8

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k = 0 \quad \forall n$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k & \stackrel{?}{=} 0 \\
 (1+x)^n \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k & \\
 \underbrace{(1-1)^n}_{0^n} & \stackrel{?}{=} 0 \\
 0^n & \stackrel{\checkmark}{=} 0
 \end{aligned}$$

## 9 שאלה 9

9.1 א

אם  $A \subseteq B$  אזי  $B = A \dot{\cup} (B \setminus A)$  כאשר האיחוד הוא זר

$$\begin{aligned}\mathcal{P}(A) &\stackrel{?}{\leq} \mathcal{P}(B) \\ \mathcal{P}(A) &\stackrel{?}{\leq} \mathcal{P}(A \dot{\cup} (B \setminus A)) \\ \mathcal{P}(A) &\stackrel{?}{\leq} \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B \setminus A) \\ 0 &\stackrel{\checkmark}{\leq} \mathcal{P}(B \setminus A)\end{aligned}$$

זה נכון תמיד כי  $1 \geq \mathcal{P}(X) \geq 0$

9.2 ב

נסמן  $C = A \cap B$  אזי  $A \cup B = (A \setminus C) \dot{\cup} (B \setminus C) \dot{\cup} C$  כאשר האיחודים הם זרים, וההסרות הם שלמים וכלומר  $C \subseteq B$  ו  $C \subseteq A$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}(A \cup B) &\stackrel{?}{=} \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B) \\ \mathcal{P}((A \setminus C) \dot{\cup} (B \setminus C) \dot{\cup} C) &\stackrel{?}{=} \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B) \\ \mathcal{P}(A \setminus C) + \mathcal{P}(B \setminus C) + \mathcal{P}(C) &\stackrel{?}{=} \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B) \\ \mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(C) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(C) + \mathcal{P}(C) &\stackrel{?}{=} \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B) \\ \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B) &\stackrel{?}{=} \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B)\end{aligned}$$