תרגיל 8

עפיף חלומה, 302323001

31 בדצמבר 2008

שאלה 1

שאלה 2

1. נחשב את התנע הזוויתי סביב הנקודה שבה החוט קשור למוט $\vec{r}=(0,0)$ אזי אם h הוא גובה המוט אז

(א)

$$\begin{aligned}\vec{N} &= \vec{r}_1\times Mg\hat{x}+\vec{r}_2\times f\hat{x}\\ 0 &= \frac{h}{2}\hat{y}\times Mg\hat{x}+\frac{h}{2}(-\hat{y})\times f\hat{x}\\ 0 &= \left(-\frac{h}{2}Mg+\frac{h}{2}f\right)\hat{z}\\ f &= Mg\end{aligned}$$

(ב) אזי $\vec{f}=Mg\hat{x}$ שזה באותו כיוון שהמסה M מושכת אותו.

2. יודעים כי אין תנועה זוויתית אזי:

(א)

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x\\ \sum F_x &= 0\\ T_M+f-T_x &= 0\\ T_x &= T_M+f\\ T\cos\alpha &= Mg+Mg\\ T &= \frac{2Mg}{\cos\alpha}\end{aligned}$$

3. כדי לתת תשובה צריכים למצא אז N:

(א)

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0\\ N-mg-T_y &= 0\\ N &= mg+\frac{2Mg}{\cos\alpha}\sin\alpha\\ N &= mg+2Mg\tan\alpha\end{aligned}$$

(ב)

$$\begin{aligned}f &= Mg\\ \mu N &= Mg\\ \mu &= \frac{Mg}{mg+2Mg\tan\alpha}\\ &= \frac{M}{m+2M\tan\alpha}\end{aligned}$$

שאלה 3

יודעים כי $N\left(\vec{r}\right)=\vec{r}\times\vec{F}$ אזי

$$\begin{aligned}\sum N\left(\vec{r}_0\right) &= \sum\left(\vec{r}_i-\vec{r}_0\right)\times\vec{F}_i\\ &= \sum\left(r_i-\vec{r}_0+\vec{r}_1-\vec{r}_1\right)\times\vec{F}_i\\ &= \sum\left(r_i-\vec{r}_1+\vec{r}_1-\vec{r}_0\right)\times\vec{F}_i\\ &= \sum\left(r_i-\vec{r}_1\right)\times\vec{F}_i+\sum\left(\vec{r}_1-\vec{r}_0\right)\times\vec{F}_i\\ &= \sum N\left(\vec{r}_1\right)+\sum\left(\vec{r}_1-\vec{r}_0\right)\times\vec{F}_i\\ &= \sum N\left(\vec{r}_1\right)+\left(\vec{r}_1-\vec{r}_0\right)\times\sum\vec{F}_i\end{aligned}$$

לכן אם שקול הכוחות הוא אפס מתקבל:

$$\begin{aligned}\sum N\left(\vec{r}_0\right) &= \sum N\left(\vec{r}_1\right)+\left(\vec{r}_1-\vec{r}_0\right)\times\sum\vec{F}_i\\ &= \sum N\left(\vec{r}_1\right)+\left(\vec{r}_1-\vec{r}_0\right)\times\vec{0}\\ &= \sum N\left(\vec{r}_1\right)\end{aligned}$$

שאלה 4

1. מניחים כי $\vec{v}=v\hat{x}$ ושהכדור מתנגש בכדור שנמצא ב$\frac{d}{2}\hat{y}$. ברגע $t=\lim_{\epsilon\to0}\epsilon$ לפני ההתנגשות

(א)

$$\begin{aligned}\vec{L} &= \underbrace{\vec{r}\times\vec{0}}_{M_1}+\underbrace{\vec{r}\times\vec{0}}_{M_2}+\underbrace{\vec{r}\times\vec{v}}_{m}\vec{L}\\ &= \frac{d}{2}\hat{y}\times v\hat{x}\\ &= -\frac{dv}{2}\hat{z}\end{aligned}$$

2. מחשבים את הכל במערכת של המוט הנעה במהירות V ושבה מרכז המסה של המוט אחרי ההתנגשות הוא סטטי:

(א) נשתמש בשימור תנע ושימור תנע זוויתי:

(ב)

$$mv = mv^{'}+Mu_1+Mu_2$$

(ג)

$$\begin{aligned}\frac{d}{2}\cdot mv &= \frac{d}{2}\cdot mv^{'}+\frac{d}{2}\cdot Mu_1-\frac{d}{2}\cdot Mu_2\\ mv &= mv^{'}+Mu_1-Mu_2\end{aligned}$$

(ד) מחיבור המשוואות מקבלים כי

(ה)

$$\begin{aligned}mv &= mv^{'}+Mu_1\\ Mu_1 &= mv-mv^{'}\\ u_1 &= \frac{mv-mv^{'}}{M}\end{aligned}$$

(ו) אזי $Mu_2=0\Rightarrow u_2=0$

(ז)

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv^{'2}+\frac{1}{2}Mu_1^2\\
mv^2 &= mv^{'2}+Mu_1^2\\
mv^2 &= mv^{'2}+M\frac{\left(mv-mv^{'}\right)^2}{M^2}\\
mv^2 &= mv^{'2}+\frac{m^2v^2-2m^2vv^{'}+m^2v^{'2}}{M}\\
Mmv^2 &= Mmv^{'2}+m^2v^2-2m^2vv^{'}+m^2v^{'2}\\
Mv^2 &= Mv^{'2}+mv^2-2mvv^{'}+mv^{'2}\\
0 &= Mv^{'2}+mv^2-2mvv^{'}+mv^{'2}-Mv^2\\
0 &= v^{'2}\left(M+m\right)+v^{'}\left(2mv\right)+\left(mv^2-Mv^2\right)\\
0 &= v^{'2}+v^{'}\frac{2mv}{M+m}+\frac{mv^2-Mv^2}{M+m}\\
v_{1,2} &= \frac{-\frac{2mv}{M+m}\pm\sqrt{\frac{4m^2v^2}{(M+m)^2}-\frac{4mv^2-4Mv^2}{M+m}}}{2}\\
&= \frac{-\frac{2mv}{M+m}\pm\sqrt{\frac{4m^2v^2}{(M+m)^2}-\frac{(4mv^2-4Mv^2)(M+m)}{(M+m)^2}}}{2}\\
&= \frac{-\frac{2mv}{M+m}\pm\sqrt{\frac{4m^2v^2}{(M+m)^2}-\frac{4Mmv^2-4M^2v^2+4m^2v^2-4Mmv^2}{(M+m)^2}}}{2}\\
&= \frac{-\frac{2mv}{M+m}\pm\sqrt{\frac{4m^2v^2}{(M+m)^2}-\frac{-4M^2v^2+4m^2v^2}{(M+m)^2}}}{2}\\
&= \frac{-\frac{2mv}{M+m}\pm\sqrt{\frac{4m^2v^2+4M^2v^2-4m^2v^2}{(M+m)^2}}}{2}\\
&= \frac{-\frac{2mv}{M+m}\pm\sqrt{\frac{4M^2v^2}{(M+m)^2}}}{2}
\end{aligned}
$$

(ח) אז רואים כי

(ט)

$$
\begin{aligned}
v_{1,2}^{'} &= \frac{-\frac{2mv}{M+m}\pm\sqrt{\frac{4M^2v^2}{(M+m)^2}}}{2}\\
&= \frac{2\frac{2mv}{M+m}\pm\frac{2Mv}{M+m}}{2}\\
&= \frac{2mv\pm Mv}{M+m}\\
v_1^{'} &= \frac{2mv+Mv}{M+m}\\
v_2^{'} &= \frac{2mv-Mv}{M+m}
\end{aligned}
$$

(י) זה מזל שקיבלנו משהוא(וממש לא רוצה לדעת אם זה נכון או לא)

שאלה 5

$$
\begin{aligned}
a_\theta &= 2\dot{r}\omega+r\dot{\omega}\\
\frac{F_\theta}{m} &= 2\dot{r}\omega+r\dot{\omega}\\
&= \left(2\dot{r}\omega+r\dot{\omega}\right)m
\end{aligned}
$$

יודעים כי

$$
\begin{aligned}
mgh &= \frac{1}{2}mv^2\\
2gh &= v^2
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
2gh &= r^2\omega^2 \\
r^2 &= \frac{2gh}{\omega^2} \\
r &= \frac{\sqrt{2gh}}{\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m\omega^2 r - mg &= ma \\
\omega^2 r - g &= a
\end{aligned}$$

אזי מקבלים:

$$h = \frac{1}{2}\left(\omega^2 r - g\right)t^2$$

$$\begin{aligned}
r &= \frac{\sqrt{2g\frac{1}{2}\left(\omega^2 r - g\right)t^2}}{\omega} \\
&= \frac{\sqrt{g\left(\omega^2 r - g\right)t^2}}{\omega} \\
&= \frac{\sqrt{\left(g\omega^2 r - g^2\right)}}{\omega}t
\end{aligned}$$

$$r = \frac{\sqrt{\left(g\omega^2 r - g^2\right)}}{\omega}t$$