פתרון תרגיל בית מס 1.

1. 1. המערכת אינה לינארית:

נראה בדוגמה שהמערכת לא אדיטיבית:

$$x_1(t)=1, \quad x_2(t)=1$$

$$D[x_1(t)]=1 \quad , \quad D[x_2(t)]=1$$

$$\tilde{x}(t) = x_1(t)+x_2(t)=2$$

$$D[x_1(t)+x_2(t)]=1 \neq D[x_1(t)]+D[x_2(t)]=2$$

מ.ש.ל.

2. עבור $x(t)>0$

$$\frac{x(t)}{|x(t)|}=\frac{x(t)}{x(t)}=1$$

עבור $x(t)<0$

$$\frac{x(t)}{|x(t)|}=\frac{x(t)}{-x(t)}=-1$$

$$\Downarrow$$

המערכת היא:

$$y(t) = \begin{cases} 1 & x(t)>0 \\ 0 & x(t)=0 \\ -1 & x(t)<0 \end{cases}$$

ניתן להראות שאדיטיביות אינה נשמרת כמו בתרגיל 1.

3.

$$\frac{x^2(t)}{|x(t)|} = |x(t)|$$

$$\Downarrow$$

$$y(t) = \begin{cases} |x(t)| & x(t) \neq 0 \\ 0 & x(t)=0 \end{cases}$$

נבדוק הומוגניות:

$$D[x(t)] \triangleq y(t) = |x(t)|$$

$$D[\alpha x(t)] = |\alpha x(t)| = |\alpha| \cdot |x(t)| \neq$$

$$\left\{ \text{עבור } \alpha<0 \text{ לא מתקיים השוויון} \right\} \neq \alpha \cdot |x(t)| = \alpha D[x(t)]$$

מכאן, המערכת לא לינארית.

4.

$$y(t) = e^{-t} \cdot x(t)$$

נבדוק אדיטיביות:

$$D[x_1 + x_2] = e^{-t}(x_1(t) + x_2(t)) =$$

$$= e^{-t} \cdot x_1(t) + e^{-t} \cdot x_2(t) = D[x_1(t)] + D[x_2(t)]$$

נבדוק הומוגניות:

$$D[\alpha x(t)] = e^{-t} \cdot \alpha \cdot x(t) =$$

$$= \alpha \cdot e^{-t} \cdot x(t) = \alpha D[x(t)]$$

מכאן המערכת לינארית.

5. המערכת לינארית: ההוכחה זהה לחלוטין לסעיף 4.

6. עבור $t<0$, $y(t)=x(t)$ ולכן
המערכת לינארית עבור $t<0$.

עבור $t>0$ $y(t)=\dot{x}(t)$. אופרטור
הגזירה הוא לינארי ולכן המערכת
לינארית עבור $t>0$.
עבור $t<0$ $y(t)=0$ ותנאי הלינאריות
מתקיים. מכאן, המערכת לינארית לכל t,
אזי – המערכת לינארית.

2.
$$D[x(t)] = \begin{cases} \frac{x^2(t)}{x'(t)} & x'(t) \neq 0 \\ 0 & x'(t)=0 \end{cases}$$

נראה הומוגניות:

$$D[\alpha x(t)] = \frac{[\alpha x(t)]^2}{\frac{d}{dt}[\alpha x(t)]} = \frac{\alpha^2 \cdot x^2(t)}{\alpha \cdot x'} =$$

$$= \alpha \cdot \frac{x^2(t)}{x'(t)} = \alpha \cdot D[x(t)]$$

נבדוק אדיטיביות

$$D[x_1+x_2] = \frac{(x_1+x_2)^2}{x_1'+x_2'} = \frac{x_1^2+2x_1x_2+x_2^2}{x_1'+x_2'} \neq$$

$$\neq \frac{x_1^2(t)}{x_1'(t)} + \frac{x_2^2(t)}{x_2'(t)} = D[x_1] + D[x_2(t)]$$

מכאן המערכת הומוגנית, אך לא לינארית

3. עבור המערכת הלינארית $y(t)=D[x(t)]$

מתקיים תכונת ההומוגניות

$$\Downarrow$$

$$\alpha \cdot D[x(t)] = D[\alpha \cdot x(t)]$$

בפרט, עבור $\alpha=0$:

$$0 \cdot D[x(t)] = D[0\ x(t)]$$

$$\Downarrow$$

$$D[0]=0$$

(עבור - ה - 0 כאן הוא פונקציה קבועה בזמן).

4. א. המערכת לינארית ההוכחה כמו
בסעיף 4 משאלה 1.

ב. נבדוק את הכנסה לאות המוזז!

$$x(t-T) \longrightarrow \boxed{D} \longrightarrow$$

$$D[x(t-T)] = x(t-T)\cos[2\pi f_0 t]$$

נבדוק את הכנסה המוזזת לאות המקורי:

$$x(t) \longrightarrow \boxed{D} \longrightarrow \text{הזזה ב} - T$$

$$D[x(t)] = x(t)\cos 2\pi f t$$

$$\xrightarrow{\text{הזזה בזמן } T} x(t-T)\cos[2\pi f(t-T)]$$

התוצאות שונות ולכן המערכת משתנה בזמן.

.5

.1

$$D[x(t)] = x(-t)$$

התגובה לאות המוזז:

$$D[x(t-T)] = x(-t+T)$$

התגובה המוזזת לאות $x(t)$

$$x(-t-T)$$

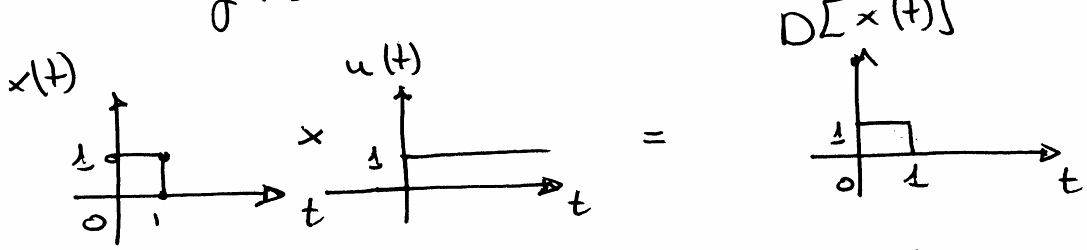
מכאן המערכת תלויה בזמן.

.2 נבדוק סיבתיות דוגמה!

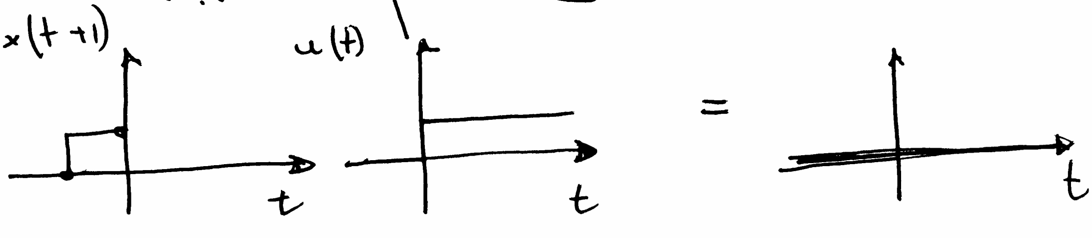
עבור האות

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0<t<1 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

$$y(t) = x(t) \cdot u(t) = x(t)$$



נניח שהאות יוזז בזמן שמאלה:



התגובה לאות המוזז אינה ההזזה של התגובה לאות ולכן המערכת תלויה בזמן

$$D[x(t)] = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau$$ .3

תגובה לאות המוזז :

$$D[x(t-T)] = \int_{-\infty}^{t} x(\tau-T)\,d\tau =$$

החלפת משתנה

$$= \int_{-\infty}^{t-T} x(s)\,ds$$

תגובה המוזזת לאות המקורי:

$$\int_{-\infty}^{t-T} x(\tau)\,d\tau$$

מכאן המערכת קבועה בזמן.