

## פתרון תרגיל 6

1. א.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} 2 \sin(\omega \tau) u(\tau) e^{-\alpha(t-\tau)} u(t - \tau) d\tau$$

$$u(\tau) = 1 \quad @ \quad \tau \geq 0$$

$$u(t - \tau) = 1 \quad @ \quad t - \tau \geq 0 \Rightarrow t \geq \tau$$

הערה: בד"כ, כאשר  $x(t)$  או  $h(t)$  כוללים  $\exp$ , נבחר בגרסה של האינטגרל, שבה  $t - \tau$  יופיע ב- $\exp$ , כיוון שכך נוכל להפריד את התלות ב- $t$  מהתלות ב- $\tau$ .  
גבולות האינטגרציה מצטמצמים ל-0 עד  $t$ , בגלל  $u(\tau)$  ו  $u(t - \tau)$ .

$$\int e^{ax} \sin(bx) dx = \frac{e^{ax} [a \sin(bx) - b \cos(bx)]}{a^2 + b^2}$$

$$\Downarrow$$

$$y(t) = 2e^{-\alpha t} \int_0^t e^{\alpha \tau} \sin(\omega \tau) d\tau = 2e^{-\alpha t} \left\{ \frac{e^{\alpha \tau} [\alpha \sin(\omega \tau) - \omega \cos(\omega \tau)]}{\alpha^2 + \omega^2} \right\}_0^t =$$

$$2e^{-\alpha t} \frac{1}{\alpha^2 + \omega^2} \{ e^{\alpha t} [\alpha \sin(\omega t) - \omega \cos(\omega t)] + \omega \} =$$

$$= 2 \frac{\alpha \sin(\omega t) - \omega \cos(\omega t)}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{2\omega}{\alpha^2 + \omega^2} e^{-\alpha t}$$

$$y(t) = \left[ 2 \frac{\alpha \sin(\omega t) - \omega \cos(\omega t)}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{2\omega}{\alpha^2 + \omega^2} e^{-\alpha t} \right] u(t)$$

ב.

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)x(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \sin[\omega(t-\tau)]u(t-\tau)\cos(\omega\tau)u(\tau)d\tau = \\
 &= \int_0^t \sin[\omega(t-\tau)]\cos(\omega\tau)d\tau = \\
 &= \int_0^t \sin(\omega t)\cos^2(\omega\tau)d\tau - \int_0^t \cos(\omega t)\sin(\omega\tau)\cos(\omega\tau)d\tau = \\
 &= \sin(\omega t)\int_0^t \cos^2(\omega\tau)d\tau - \cos(\omega t)\frac{1}{2}\int_0^t \sin(2\omega\tau)d\tau = \\
 &= \frac{\sin(\omega t)}{\omega}\left[\frac{1}{4}\sin(2\omega\tau) + \frac{\omega\tau}{2}\right]_0^t + \frac{1}{2}\cos(\omega t)\left[\frac{1}{2\omega}\cos(2\omega\tau)\right]_0^t = \\
 &= \frac{1}{4\omega}\sin(\omega t)\sin(2\omega t) + \frac{1}{2}t\sin(\omega t) + \frac{1}{4\omega}\cos(\omega t)\cos(2\omega t) - \frac{1}{4\omega}\cos(\omega t) = \\
 &= \frac{1}{4\omega}[\sin(\omega t)\sin(2\omega t) + \cos(\omega t)\cos(2\omega t)] - \frac{1}{4\omega}\cos(\omega t) + \frac{1}{2}t\sin(\omega t) = \\
 &= \frac{1}{4\omega}\cos(\omega t) - \frac{1}{4\omega}\cos(\omega t) + \frac{1}{2}t\sin(\omega t) \quad t \geq 0 \\
 y(t) &= \left[\frac{1}{4\omega}\cos(\omega t) - \frac{1}{4\omega}\cos(\omega t) + \frac{1}{2}t\sin(\omega t)\right]u(t)
 \end{aligned}$$

כפלנו ב- $u(t)$ , כי בפתרון האינטגרל הנחנו, ש- $t \geq 0$ , (אחרת הגבול העליון קטן מהתחתון ומקבלים אפס).

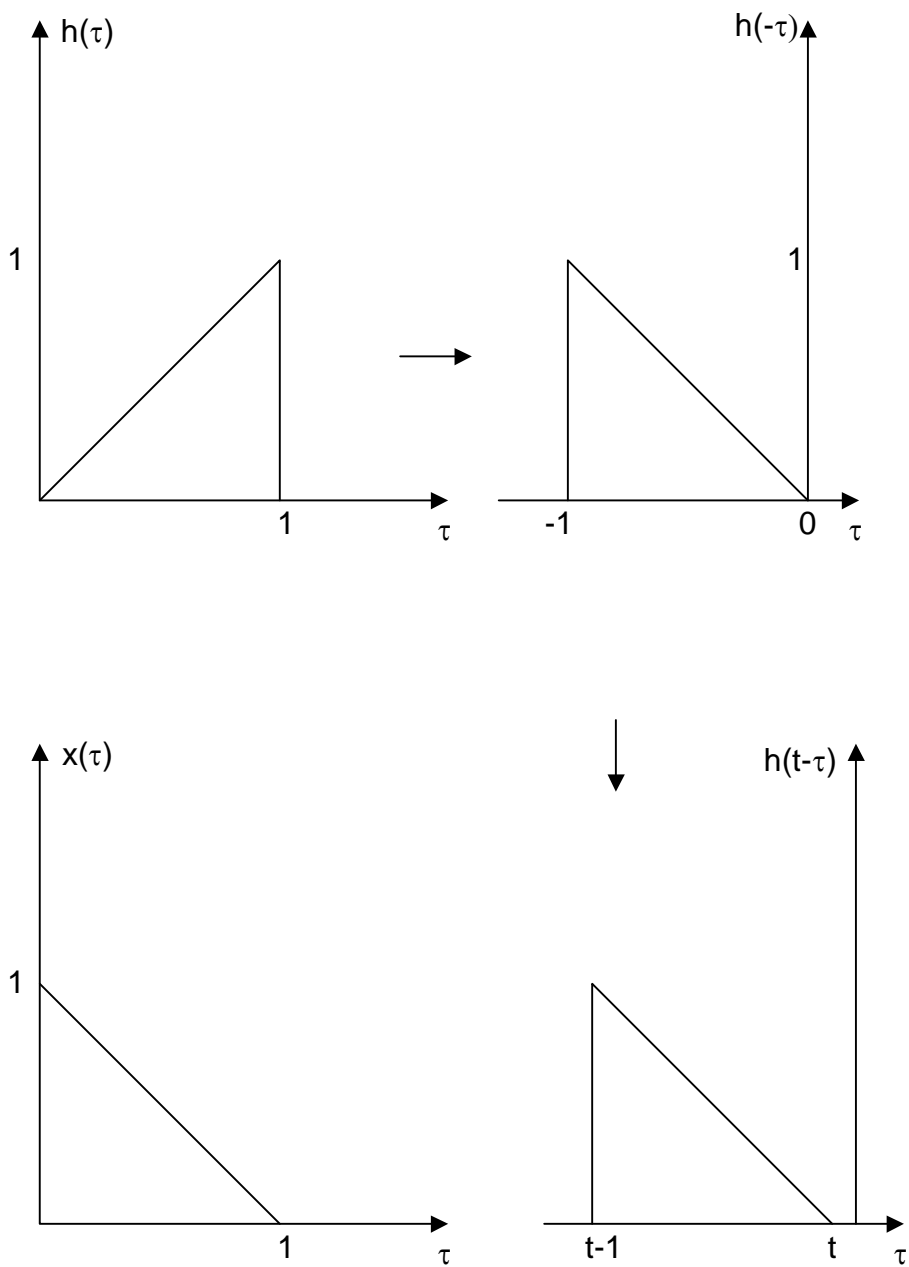
ג.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [u(t-\tau) - u(t-\tau-4)]6\tau u(\tau)d\tau$$

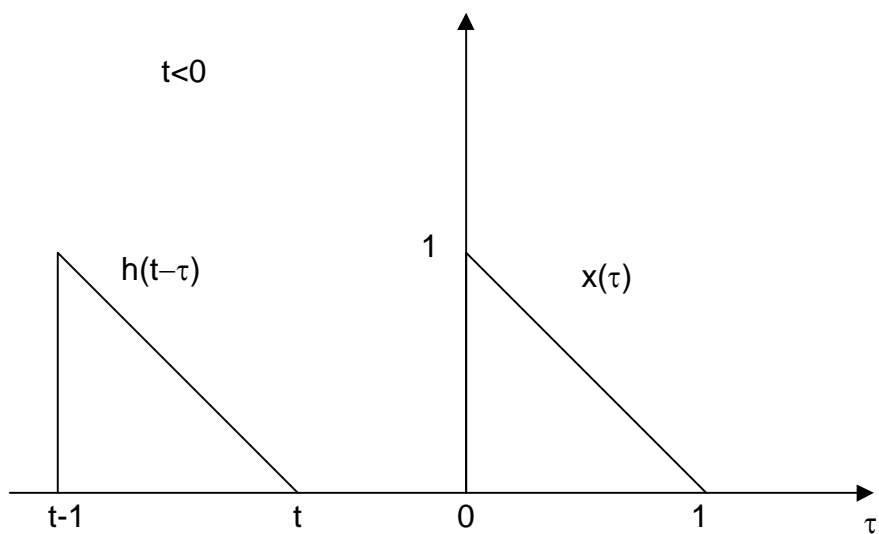
הערה: כאשר  $x(t)$  או  $y(t)$  בצורת פולס ריבועי (כאן  $x(t)$ ), אזי בפתרון האנליטי נציב  $t-\tau$  בביטוי המכיל פולס (כאן  $x(t-\tau)$ ), משום שאז כל השפעת  $t-\tau$  היא על תחומי האינטגרציה.

$$\begin{aligned}
 y(t) &= 6 \int_{-\infty}^{\infty} [u(t-\tau) - u(t-\tau-4)]\tau u(\tau)d\tau \\
 &= \underbrace{6 \int_0^t \tau d\tau}_{t \geq 0} - \underbrace{6 \int_0^{t-4} \tau d\tau}_{t-4 \geq 0} = \begin{cases} 6 \int_0^t \tau d\tau & 0 \leq t \leq 4 \\ 6 \int_0^t \tau d\tau - 6 \int_0^{t-4} \tau d\tau & t \geq 4 \end{cases} = \begin{cases} 3t^2 & 0 \leq t \leq 4 \\ 24t - 48 & t \geq 4 \end{cases} = \\
 &3t^2[u(t) - u(t-4)] + (24t - 48)u(t-4)
 \end{aligned}$$

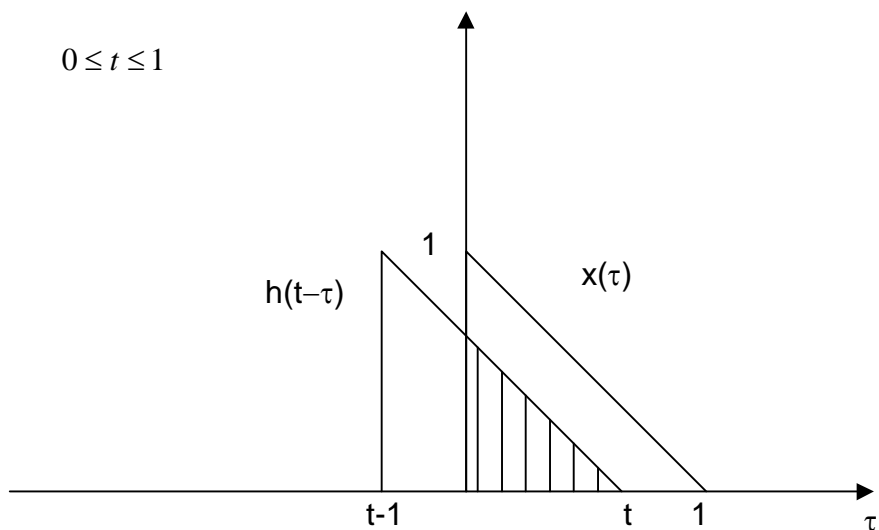
2. מאחר שהצורה של  $x(t)$  ושל  $h(t)$  דומות, אין משמעות, במי מהן נציב  $t - \tau$ . נהפוך ונזיז את  $h(t)$ .



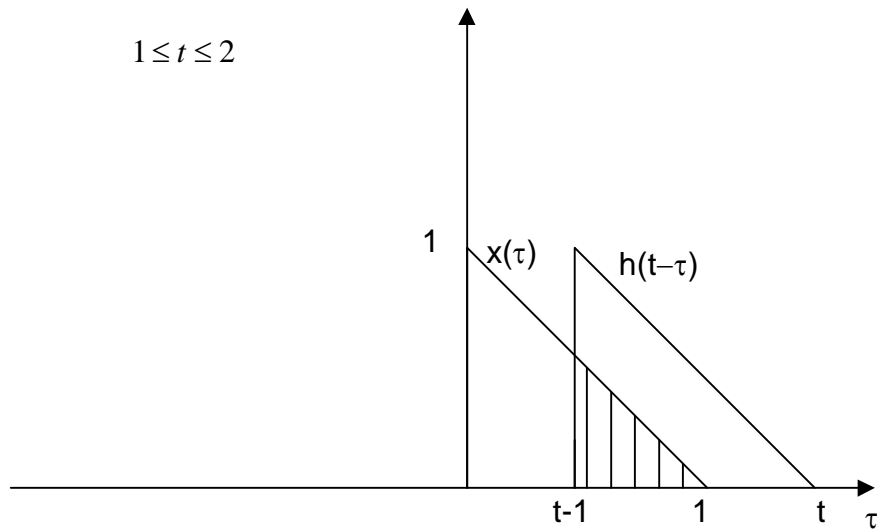
עלינו לבצע אינטגרציה של מכפלת הפונקציות לכל ערך של  $t$ .  
נחלק את האינטגרל לקטעים:



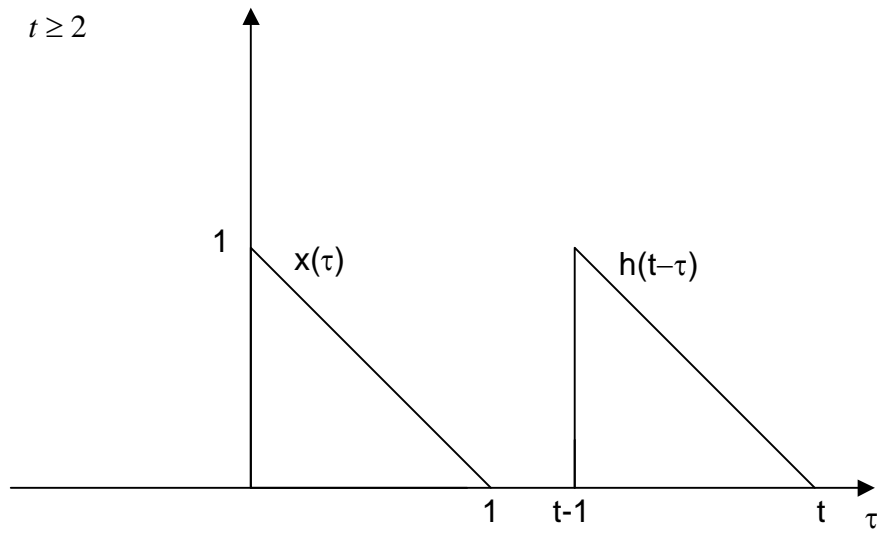
בתחום  $t < 0$  אין חפיפה בין הפונקציות, ולכן  $y(t)=0$ .



$$\begin{aligned}
 y(t) &= \int_0^t \underbrace{(1-\tau)}_{x(\tau)} \underbrace{(t-\tau)}_{h(t-\tau)} d\tau = \int_0^t (t-\tau-\tau+\tau^2) d\tau = \\
 &= t \int_0^t d\tau - \frac{\tau^2}{2} \Big|_0^t - t \frac{\tau^2}{2} \Big|_0^t + \frac{\tau^3}{3} \Big|_0^t = \\
 &= t^2 - \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{3}t^3 = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 \quad 0 \leq t \leq 1
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 y(t) &= \int_{t-1}^1 (1-\tau)(t-\tau) d\tau = \int_{t-1}^1 (t-\tau-\tau+\tau^2) d\tau = \\
 &= \int_{t-1}^1 t d\tau - \int_{t-1}^1 (1+\tau)\tau d\tau + \int_{t-1}^1 \tau^2 d\tau = t \int_{t-1}^1 d\tau - (1+t) \frac{\tau^2}{2} \Big|_{t-1}^1 + \frac{\tau^3}{3} \Big|_{t-1}^1 = \\
 &= t(2-t) - (1+t) \left[ \frac{1}{2} - \frac{(t-1)^2}{2} \right] + \left[ \frac{1}{3} - \frac{(t-1)^3}{3} \right] \\
 &= 2t - t^2 - \frac{1}{2} - \frac{t}{2} + (1+t) \frac{t^2 - 2t + 1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{(t-1)^3}{3} = \\
 &= -t^2 + \frac{3}{2}t - \frac{1}{2} + \frac{t^2 - 2t + 1 + t^3 - 2t^2 + t}{2} + \frac{1}{3} - \frac{t^3 - 3t^2 + 3t - 1}{3} \\
 &= \underline{\underline{-t^2}} + \frac{3}{2}t - \underline{\underline{\frac{1}{2}}} + \frac{t^3}{2} - \frac{t^2}{2} - \frac{t}{2} + \underline{\underline{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{3} - \frac{t^3}{3} + \underline{\underline{t^2}} - t + \frac{1}{3} = \\
 &= \frac{1}{6}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{2}{3} \quad 1 \leq t \leq 2
 \end{aligned}$$

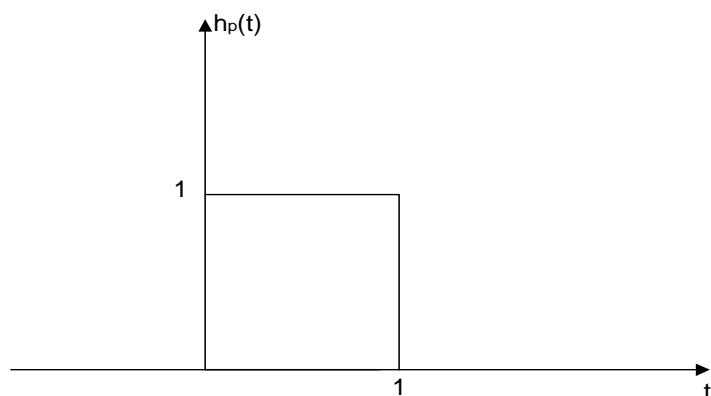


גם בקטע זה אין חפיפה, כך ש-:

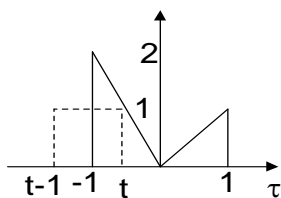
$$y(t) = 0 \quad t \geq 2$$

לבדיקת הפתרון מומלץ לוודא הרציפות ב"תפר" בין הקטעים.

ב. נגדיר:

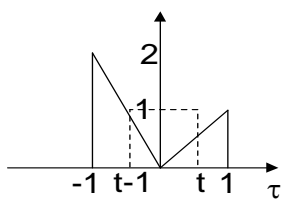


נמצא תחילה את התגובה ל-  $h_p(t)$ , שנסמן כ-  $y_p(t)$ . היות ו-  $h(t) = h_p(t) + h_p(t-2)$ , הודות לליניאריות  $y(t) = y_p(t) + y_p(t-2)$ . מציאת  $y_p(t)$ :  
 :  $t \leq -1$  אין חפיפה, ולכן  $y_p(t) = 0$ .  
 :  $-1 \leq t \leq 0$



$$y_p(t) = \int_{-1}^t -2\tau d\tau = -t^2 + 1$$

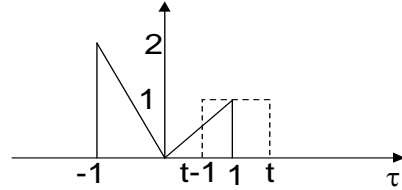
:  $0 \leq t \leq 1$



נפריד לשני אינטגרלים:

$$y_p(t) = \int_{t-1}^0 -2\tau d\tau + \int_0^t \tau d\tau = (t-1)^2 + \frac{t^2}{2} = t^2 - 2t + 1 + \frac{t^2}{2} = \frac{3}{2}t^2 - 2t + 1$$

$$; 1 \leq t \leq 2$$



$$y_p(t) = \int_{t-1}^1 \tau d\tau = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(t^2 - 2t + 1) = -\frac{1}{2}t^2 + t$$

$y_p(t) = 0$  : אין חפיפה:  $2 \leq t$

מציאת  $y(t)$ :  $y(t) = y_p(t) + y_p(t-2)$ . בכל קטע נציב את  $t$  ואת  $t-2$  בהתאמה.

יש לשים לב, שמאחר ש- $h(t)$  ארוכה מ- $h_p(t)$ , תחום החפיפה גדל.

$$y_p(t) = (1-t^2)[u(t+1)-u(t)] + (\frac{3}{2}t^2 - 2t + 1)[u(t)-u(t-1)] + (-\frac{1}{2}t^2 + t)[u(t-1)-u(t-2)]$$

$$y_p(t-2) = [1-(t-2)^2][u(t-1)-u(t-2)] + [\frac{3}{2}(t-2)^2 - 2(t-2) + 1][u(t-2)-u(t-3)] +$$

$$+ [-\frac{1}{2}(t-2)^2 + t-2][u(t-3)-u(t-4)]$$

$$y(t) = (1-t^2)[u(t+1)-u(t)] + (\frac{3}{2}t^2 - 2t + 1)[u(t)-u(t-1)] +$$

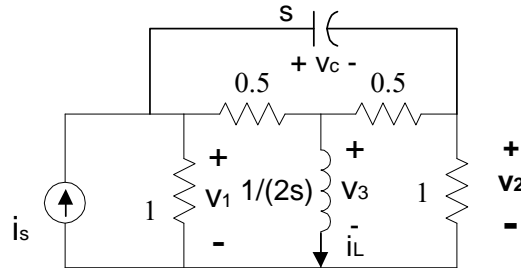
$$+ [-\frac{1}{2}t^2 + t + 1 - (t-2)^2][u(t-1)-u(t-2)] + [\frac{3}{2}(t-2)^2 - 2(t-2) + 1][u(t-2)-u(t-3)] +$$

$$+ [-\frac{1}{2}(t-2)^2 + t-2][u(t-3)-u(t-4)]$$

להנאתכם פישוט התוצאות ובדיקת השוויון בגבולות בין הקטעים.



3. נוסיף לצד כל רכיב את מוליכותו: לנגד  $\frac{1}{R}$ , לסליל  $\frac{1}{sL}$  ולקבל  $sC$ .  
כמו-כן, נסמן ב- $v_3$  את המתח על-פני הסליל.



נרשום את משוואות הצמתים:

$$\begin{pmatrix} 1+0.5+s & -s & -0.5 \\ -s & 1+0.5+s & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 0.5+0.5+1/(2s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_s \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

נחשב תחילה את הדטרמיננטה של המטריצה:

$$\begin{aligned} \det &= \left(\frac{3}{2} + s\right) \left[ \left(\frac{3}{2} + s\right) \left(1 + \frac{1}{2s}\right) - \frac{1}{4} \right] + s \left[ (-s) \left(1 + \frac{1}{2s}\right) - \frac{1}{4} \right] - \\ &\quad - \frac{1}{2} \left( \frac{s}{2} + \frac{3}{4} + \frac{s}{2} \right) = \\ &= \left(\frac{3}{2} + s\right) \left[ \frac{3}{2} + s + \frac{3}{4s} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right] + s \left( -s - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \left( \frac{s}{2} + \frac{3}{4} + \frac{s}{2} \right) = \\ &= \left(\frac{3}{2} + s\right) \left( \frac{7}{4} + s + \frac{3}{4s} \right) - s \left( s + \frac{3}{4} \right) - \frac{1}{2} \left( s + \frac{3}{4} \right) = \\ &= \underline{\underline{\frac{21}{8}}} + \underline{\underline{\frac{3s}{2}}} + \underline{\underline{\frac{9}{8s}}} + \underline{\underline{\frac{7s}{4}}} + \underline{\underline{\frac{s^2}{4}}} + \underline{\underline{\frac{3}{4}}} - \underline{\underline{\frac{s^2}{4}}} - \underline{\underline{\frac{3s}{4}}} - \underline{\underline{\frac{s}{2}}} - \underline{\underline{\frac{3}{8}}} = \\ &= 3 + 2s + \frac{9}{8s} \end{aligned}$$

נחליץ את  $v_1$  ואת  $v_2$  על-פי כלל קרמר:

$$v_1 = \frac{\begin{vmatrix} i_s & -s & -0.5 \\ 0 & 1+0.5+s & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 0.5+0.5+1/(2s) \end{vmatrix}}{\det} =$$

$$= \frac{i_s[(\frac{3}{2}+s)(1+1/2s) - \frac{1}{4}]}{3+2s+\frac{9}{8s}} = \frac{i_s(\frac{3}{2}+s+\frac{3}{4s}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4})}{3+2s+\frac{9}{8s}} = \frac{i_s(\frac{7}{4}+s+\frac{3}{4s})}{3+2s+\frac{9}{8s}}$$

נכפול שני האגפים במכנה וכן ב- $8s$ :

$$v_1(16s^2 + 24s + 9) = i_s(8s^2 + 14s + 6)$$

כעת נחזור לצייר הזמן ונמיר את  $s$  ב- $d/dt$  לקבלת המד"ר ל- $v_1$  (כמו-כן, נחלק ב-16):

$$v_1'' + \frac{3}{2}v_1' + \frac{9}{16}v_1 = \frac{1}{2}i_s'' + \frac{7}{8}i_s' + \frac{3}{8}i_s$$

בדומה עבור  $v_2$ :

$$v_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1+0.5+s & i_s & -0.5 \\ -s & 0 & -0.5 \\ -0.5 & 0 & 0.5+0.5+1/(2s) \end{vmatrix}}{\det} =$$

$$= \frac{-i_s[-s(1+1/2s) - \frac{1}{4}]}{3+2s+\frac{9}{8s}} = \frac{i_s(s+\frac{1}{2}+\frac{1}{4})}{3+2s+\frac{9}{8s}}$$

$$v_2(3+2s+\frac{9}{8s}) = i_s(s+\frac{3}{4})$$

$$\bullet 8s \Downarrow$$

$$v_2(16s^2 + 24s + 9) = i_s(8s^2 + 6s)$$

$$:16 \Downarrow$$

$$v_2'' + \frac{3}{2}v_2' + \frac{9}{16}v_2 = \frac{1}{2}i_s'' + \frac{3}{8}i_s'$$

כעת נמצא את תנאי ההתחלה.

KVL בחוג הנוצר ע"י שני הנגדים של  $1\Omega$  והקבל:

$$v_2 + v_C - v_1 = 0$$

$$I. v_1(0^-) - v_2(0^-) = v_C(0^-)$$

KCL בצומת האדמה (הצומת התחתון):

$$\frac{v_1}{1} + \frac{v_2}{1} + i_L = i_S$$

ובהנחה, ש- $i_S(0^-) = 0$ :

$$II. v_1(0^-) + v_2(0^-) = -i_L(0^-)$$

ומסיכום I ו-II:

$$v_1(0^-) = \frac{1}{2}[v_C(0^-) - i_L(0^-)]$$

מהפרש II-I:

$$v_2(0^-) = \frac{1}{2}[-v_C(0^-) - i_L(0^-)]$$

מציאת ת"ה לנגזרות של  $v_1$  ו- $v_2$  – נתחיל מאותן משוואות:

$$v_2 + v_C - v_1 = 0$$

$$I. v_1 - v_2 = v_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$$

נגזור ונציב  $t = 0^-$ :

$$v'_1(0^-) - v'_2(0^-) = \frac{1}{C} i_C(0^-)$$

KCL בצומת  $v_1$ :

$$i_S - i_C - \frac{v_1}{1} - \frac{v_3 - v_1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow II. i_C(0^-) + \frac{3v_1(0^-)}{2} - \frac{v_3(0^-)}{2} = 0$$

KCL בצומת  $v_2$ :

$$-\frac{v_2 - v_3}{2} + i_C - \frac{v_2}{1} = 0$$

$$\Rightarrow III. i_C(0^-) - \frac{3v_2(0^-)}{2} + \frac{v_3(0^-)}{2} = 0$$

נחבר את II ואת III ונחליץ את  $i_C(0^-)$ :

$$i_C(0^-) = -\frac{3}{4}v_1(0^-) + \frac{3v_2(0^-)}{4} = \frac{3}{4}[v_2(0^-) - v_1(0^-)]$$

נציב ב-I (נזכור, ש- $C=1$ ):

$$v'_1(0^-) - v'_2(0^-) = \frac{3}{4}[v_1(0^-) - v_2(0^-)] =$$

$$= \frac{3}{8}\{[-v_C(0^-) - i_L(0^-)] - [v_C(0^-) - i_L(0^-)]\} = -\frac{3}{4}v_C(0^-)$$

כעת נסתכל על משוואת KCL:

$$\frac{v_1}{1} + \frac{v_2}{1} + \frac{1}{L} \int v_3 dt = 0$$

נגזור ונציב  $t = 0^-$ :

$$IV. v'_1(0^-) + v'_2(0^-) + \frac{1}{L} v_3(0^-) = 0$$

נחסר את II מ-III:

$$v_3(0^-) - \frac{3}{2} [v'_1(0^-) + v'_2(0^-)] = 0$$

$$v_3(0^-) = \frac{3}{2} [v'_1(0^-) + v'_2(0^-)]$$

נציב ב-IV, בזכרנו,  $L=2H$  כי:

$$v'_1(0^-) + v'_2(0^-) + \frac{3}{4} [v_1(0^-) + v_2(0^-)] = 0$$

$$v'_1(0^-) + v'_2(0^-) = -\frac{3}{4} [v_1(0^-) + v_2(0^-)] =$$

$$= -\frac{3}{4} \left[ \frac{1}{2} v_C(0^-) - \frac{1}{2} i_L(0^-) - \frac{1}{2} v_C(0^-) - \frac{1}{2} i_L(0^-) \right] =$$

$$= \frac{3}{4} i_L(0^-)$$

קיבלנו צמד משוואות:

$$v'_1(0^-) + v'_2(0^-) = \frac{3}{4} i_L(0^-)$$

$$v'_1(0^-) - v'_2(0^-) = -\frac{3}{4} v_C(0^-)$$

ע"י חיבורן נקבל:

$$v'_1(0^-) = \frac{1}{2} \left[ \frac{3}{4} i_L(0^-) - \frac{3}{4} v_C(0^-) \right] = \frac{3}{8} [i_L(0^-) - v_C(0^-)]$$

וחיסורן ייתן:

$$v'_2(0^-) = \frac{1}{2} \left[ \frac{3}{4} i_L(0^-) + \frac{3}{4} v_C(0^-) \right] = \frac{3}{8} [i_L(0^-) + v_C(0^-)]$$

4. א.

$$KVL \Rightarrow e_s = L \frac{di}{dt} + Ri + v_C$$

$$i = C v_C$$

$$LC v''_C + RC v'_C + v_C = e_s$$

ובהצבת נתוני הרכיבים:

$$\begin{cases} v''_C + 4v'_C + 5v_C = 5\delta(t) \\ v_C(0^-) = v'_C(0^-) = 0 \end{cases}$$

נמיר את עירור ההלם בתנאי התחלה ב-  $(t=0^+)$ .  
 $v'_C$  חייבת להיות הלם כדי לאזן את ההלם שבאגף ימין. מכאן, ש-  $v'_C$  מכילה לכל היותר מדרגה,  
 ו-  $v_C$  רציפה:

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0$$

למציאת  $v'_C(0^+)$  נבצע אינטגרציה של המשוואה מ-  $(0^-)$  עד  $(0^+)$ :

$$\underbrace{\int_{0^-}^{0^+} v''_C dt}_{v'_C(0^+) - v'_C(0^-)} + 4 \bullet \underbrace{\int_{0^-}^{0^+} v'_C dt}_{v_C(0^+) - v_C(0^-) = 0} + 5 \bullet \underbrace{\int_{0^-}^{0^+} v_C dt}_{=0 (v_C \text{ continuous})} = 5$$

$$v'_C(0^+) - v'_C(0^-) = 5 \Rightarrow v'_C(0^+) = 5 - \underbrace{v'_C(0^-)}_{=0} = 5$$

אם-כן, עלינו לפתור:

$$\begin{cases} v''_C + 4v'_C + 5v_C = 0 \\ v_C(0^+) = 0 \\ v'_C(0^+) = 5 \end{cases}$$

המשוואה האופיינית:

$$L(s) = s^2 + 4s + 5 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = -2 \pm j$$

זהו מצב תת-ריסון, והפתרון הוא:

$$v_C(t) = e^{-2t} [A \cos(t) + B \sin(t)]$$

נציב את תנאי ההתחלה:

$$v_C(t) = e^{-2t} [A \cos(t) + B \sin(t)]$$

$$v_C(0) = A = 0$$

$$v'_C(0) = B = 5$$

$\Downarrow$

$$v_C(t) = 5e^{-2t} \sin(t)u(t)$$

$$h(t) = i(t) = C v'_C(t) = e^{-2t} [\cos(t) - 2 \sin(t)]u(t)$$

ב. תחילה נחשב את ZIR לתנאי ההתחלה הנתונים. כאמור:  $v_C(0^+) = v_C(0^-) = -1V$ .

נמיר את תנאי ההתחלה ב-  $i_L$  בת"ה ב-  $v'_C$ :

$$i_L(0^-) = C v'_C(0^-)$$

$$v'_C(0^-) = \frac{1}{C} i_L(0^-) = 5 \bullet 1 = 5 \frac{V}{\text{sec}}$$

$$v'_C(0^+) = v'_C(0^-) = 5 \frac{V}{\text{sec}}$$

כאשר אין עירור (ZIR), גם  $v'_C$  רציפה. לכן:

נפתור, אם-כן:

$$\begin{cases} v''_C + 4v'_C + 5v_C = 0 \\ v_C(0^+) = -1 \\ v'_C(0^+) = 5 \end{cases}$$

כפי שמצאנו קודם, פתרון המשוואה ההומוגנית הוא:

$$v_C(t) = e^{-2t} [A \cos(t) + B \sin(t)]$$

נציב בו את ת"ה:

$$v_C(0) = A = -1$$

$$v'_C(0) = -2A + B = 5 \Rightarrow B = 3$$

↓

$$v_{C,ZIR}(t) = e^{-2t} [-\cos(t) + 3\sin(t)]$$

$$i_{ZIR}(t) = C v'_C(t) = 0.2 e^{-2t} [2\cos(t) - 6\sin(t) + \sin(t) + 3\cos(t)] = e^{-2t} [\cos(t) - \sin(t)]$$

כעת נמצא את פתרון ה-ZSR. העירור הנתון הוא:  $u(t) - u(t-5)$ . נמצא תחילה את התגובה למדרגה,  $s(t)$ , באמצעות קונבולוציה של  $u(t)$  עם התגובה להלם שמצאנו:

$$h(t) = i(t) = C v'_C(t) = e^{-2t} [\cos(t) - 2\sin(t)] u(t)$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t-\tau) e^{-2\tau} [\cos(\tau) - 2\sin(\tau)] u(\tau) d\tau$$

עקב  $u(\tau)$  הגבול התחתון של האינטגרל הופך ל-0. הגבול העליון הופך ל- $t$  בגלל  $u(t-\tau)$ .

זאת עבור  $t > 0$ . אחרת

$$s(t) = u(t) \int_0^t e^{-2\tau} [\cos(\tau) - 2\sin(\tau)] d\tau = e^{-2t} \sin(t) u(t)$$

$s(t)=0$  (שוב בגלל

המכפלה ב- $u(t)$ ). לכן

נכפול את הפתרון ב- $u(t)$ :

כעת נסתמך על הלינאריות ואי-התלות בזמן (LTI, Linear Time-Invariant):

$$i_{ZSR}(t) = s(t) - s(t-5) = e^{-2t} \sin(t) u(t) - e^{-2(t-5)} \sin(t-5) u(t-5)$$

ולסיכום:

$$i(t) = i_{ZIR}(t) + i_{ZSR}(t) =$$

$$= e^{-2t} [\cos(t) - \sin(t)] + e^{-2t} \sin(t) u(t) - e^{-2(t-5)} \sin(t-5) u(t-5) \quad t > 0$$