פתרון תרגיל 11

1. נמצא את $\frac{\tilde{V}_s}{\tilde{I}_s}$ ולאחר מכן נהפוך את היחס

$$\frac{\tilde{V}_s}{\tilde{I}_s} = \frac{\tilde{I}_s\left(\frac{1}{j\omega C} \parallel (R+j\omega L)\right)}{\tilde{I}_s} =$$

$$= \frac{\frac{1}{j\omega C}\cdot(R+j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C}+R+j\omega L} \quad \begin{vmatrix}\cdot \frac{1}{j\omega C} \\ \cdot \frac{1}{j\omega C}\end{vmatrix}$$

$$= \frac{R+j\omega L}{(j\omega)^2 LC + j\omega RC + 1}$$

$$\Downarrow$$

$$H(j\omega) = \frac{\tilde{I}_s}{\tilde{V}_s} = \frac{(j\omega)^2 LC + j\omega RC + 1}{R+j\omega L}\cdot\frac{R-j\omega L}{R-j\omega L} =$$

נכפיל ונחלק בצמוד ↑

$$= \frac{-(j\omega)^3 L^2 C + (j\omega)^2 RLC - (j\omega)^2 RLC + j\omega R^2 C + R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} =$$

$$= \frac{R + j\left(\omega^3 L^2 C + \omega R^2 C - \omega L\right)}{R^2 + (\omega L)^2}$$

(2)

ב. על מנת ש $H(j\omega)$ יהיה ממשי, צריך להתקיים:

$$\omega^3 L^2 C + \omega R^2 C - \omega L = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\omega\left(\omega^2 L^2 C + R^2 C - L\right) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\omega^2 = \frac{L - R^2 C}{L^2 C} = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

הביטוי לקיום צריך להיות:

$$\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \geq 0$$

$$\Downarrow$$

$$R^2 \leq \frac{L}{C}$$

ג. בתדר התהודה ω_0, החלק המדומה מתאפס

$$|H(j\omega_0)| = \frac{R}{R^2 + \omega_0^2 L^2} = \text{ולכן}$$

$$= \frac{R}{R^2 + \left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}\right) L^2} = \frac{CR}{L}$$

③

3. $$|H(j\omega)| = \sqrt{2}\ |H(j\omega_0)|$$

$$\Downarrow$$

$$\left| \frac{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}{R + j\omega L} \right| = \sqrt{2} \cdot \frac{R}{L}$$

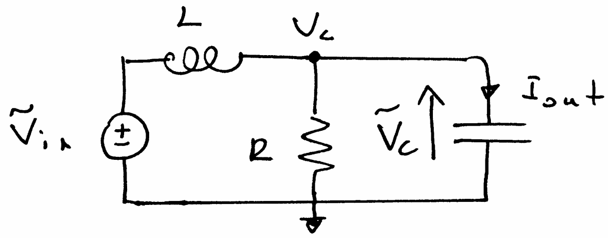
לאחר הכפלה:

$$\frac{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}{R^2 + \omega^2 L^2} = 2\left(\frac{R}{L}\right)^2$$

כעת ניתן להשוות את המקדמים של כל חזקה של ω ולמצוא את ω_1, ω_2 הנמצאים על ידי הסכימה.

④

.ב . 2



נמצא את העכבה השקולה של הנגד והקבל במקביל.

$$R \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

המתח $\tilde{V}_c$ הוא כצפוי מחלק מתח על $\tilde{V}_{in}$

$$\tilde{V}_{out} = \tilde{V}_{in} \cdot \frac{\frac{R}{1+j\omega RC}}{\frac{R}{1+j\omega RC} + j\omega L} =$$

$$= \tilde{V}_{in} \frac{R}{R + j\omega L - \omega^2 RLC}$$

$$\tilde{I}_{out} = \frac{\tilde{V}_{out}}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{-\omega^2 RLC + j\omega L + R} \cdot \tilde{V}_{in}$$

☺

$$H(j\omega) = \frac{\tilde{V}_{in}}{\tilde{I}_{out}} = \frac{-\omega^2 RCL + j\omega L + R}{j\omega RC} \quad \Big| \frac{\cdot(-j\omega RC)}{\cdot(-j\omega RC)}$$

$$= \frac{\omega^2 RLC + j(\omega^3 R^2 LC^2 - \omega R^2 C)}{\omega^2 R^2 C^2}$$

ב. נאפס את החלק הדמיוני

$$\omega^3 R^2 LC^2 - \omega R^2 C = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\omega R^2 C(\omega^2 LC - 1) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Downarrow$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

2. $$|H(j\omega_0)| = \frac{\omega^2 RLC}{\omega^2 C^2 R^2} = \frac{L}{RC}$$

3. נחלק את פונקצ' התמסורת לחלק דמיוני וממשי:

$$H(j\omega) = \frac{L}{RC} - j\frac{(1-\omega^2 RLC)}{\omega C}$$

החלק הממשי לא תלוי ב-ω. היות שב-ω_0 החלק הדמיוני מתאפס ולכן $|H(j\omega)|$ חייב להיות מינימלי $\Leftarrow$ $|H(j\omega_0)|$ מקבל ערך מינימום ב-ω_0.

3. סע. חישוב של $H(j\omega)$:

נחשב את האדמיטנס הכולל ל-3 הרכיבים במקביל (הנגד במקביל סומן כ- R_2):

$$Y_{eq} = j\omega C + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L} =$$

$$= j\omega C + \frac{R_2 + j\omega L}{j\omega R_2 L} =$$

$$= \frac{-\omega^2 R_2 LC + j\omega L + R_2}{j\omega R_2 L}$$

$$\Downarrow$$

$$Z_{eq} = \frac{j\omega R_2 L}{-\omega^2 R_2 LC + j\omega L + R_2}$$

$$\Downarrow$$

$$\tilde{V}_o = \tilde{V}_{in} \cdot \frac{\dfrac{j\omega R_2 L}{-\omega^2 R_2 LC + j\omega L + R_2}}{R_1 + \dfrac{j\omega R_2 L}{-\omega^2 R_2 LC + j\omega L + R_2}} =$$

$$= \tilde{V}_{in} \cdot \frac{j\omega R_2 L}{-\omega^2 R_1 R_2 LC + j\omega (R_1 + R_2) L + R_1 R_2} =$$

$$= \tilde{V}_{in} \cdot \frac{j\omega R_2 L}{\underbrace{-\omega^2 R_1 R_2 LC + R_1 R_2} + j\omega (R_1 + R_2) L}$$

כאשר החלק הממשי במכנה שווה ל-0, אזי $H(j\omega)$ מקסימלי $\Leftarrow$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 10^6 \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

(7)

ב. $|H(j\omega_0)| = \frac{R_2}{R_1+R_2} = 0.8$

נשווה אל $|H(j\omega)| = \frac{0.8}{\sqrt{2}}$

ונמצא את הפתרונות למשוואה:

(לאחר העלאה בריבוע)

$$\frac{\omega^2 R_2^2 L^2}{R_1^2 R_2^2 (1-\omega^2 LC)^2 + (R_1+R_2)^2 \omega^2 L^2} = 0.32$$

לאחר הרבה מספרים ופתרון המשוואה נקבל:

$$\omega_1 \cong 1.03 \cdot 10^6 \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

$$\omega_2 \cong 0.967 \cdot 10^6 \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\beta = \Delta\omega = 6.28 \cdot 10^4 \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

$$\Downarrow$$

$$Q = \frac{\beta}{\omega_0} = 16$$

ג. יש לפצלו סופי כמו להלן <u>המצב היציב</u>.

בתדר ω_0 $\quad H(j\omega_0) = 0.8$

$$\Downarrow$$

$$V_0 = 200 \cos\omega_0 t$$