

מכניקה – תרגיל מספר 1

אנליזת יחידות

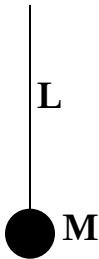
1. בבעיית המטוטלת האידיאלית רק 3 גדלים רלוונטים :

$$[M] = \text{kg} \quad \text{מסת המטוטלת}$$

$$[L] = \text{m} \quad \text{אורך החוט}$$

$$[g] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ותאוצת הנפילה החפשית}$$

נסו למצוא את זמן המחזור על ידי בניית גודל T בעל יחידות של זמן. (תשובתכם נכונה עד כדי פקטור π שהוא חסר יחידות).



2. הוכחת משפט פיתגורס בעזרת אנליזת יחידות.

מאחר ומשולש ישר זווית נקבע ביחידות על ידי הזווית הקטנה ביותר בו ואורך היתר, נאמר כי שטח המשולש הוא פונקציה של שני אלו,

$$S(C, \alpha) \quad \text{הזווית נתונה ברדיאנים ולכן חסרת}$$

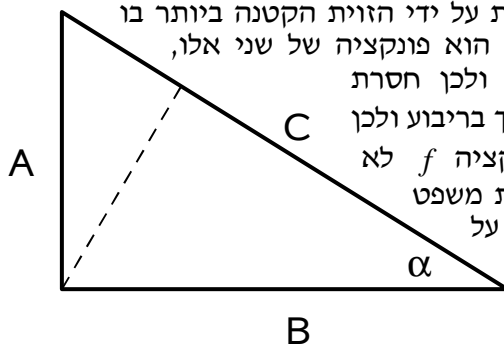
יחידות, אך לשטח S יחידות של אורך בריבוע ולכן

$$S(C, \alpha) = C^2 f(\alpha) \quad \text{כאשר הפונקציה } f \text{ לא}$$

ידועה. השתמשו בהנחה זו והוכיחו את משפט

פיתגורס. (רמז: בנה אנך ליתר והסתכל על

המשולשים שנוצרו.)



3. נתון מיכל ובו מים. בתחתית המיכל ישנו חור. השתמשו בנתונים הבאים וקבעו מי מהתשובות א-ד יכולה להיות מהירות הזרימה של המים בתחתית המיכל.

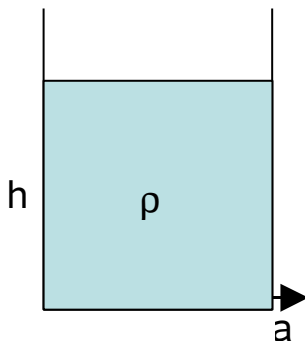
$$[h] = \text{m} \quad \text{גובה המים}$$

$$[P] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{sec}} \quad \text{לחץ אטמוספרי}$$

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{צפיפות המסה}$$

$$[a] = \text{m}^2 \quad \text{שטח הפתח בתחתית}$$

$$[g] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{תאוצת הנפילה החפשית}$$



$$\text{א. } g + \frac{\rho}{P}$$

$$\text{ב. } Pa$$

$$\text{ג. } \sqrt{gh}$$

$$\text{ד. } Ph + \rho^2$$

טריגונומטריה

4. העזרו במעגל היחידה על מנת להוכיח את הזהות :

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

נגזרות

5. נתון כי הנגזרת של $\cos x$ היא $-\sin x$: $\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$
 העזרו בזהויות טריגונומטריות ובכללי הגזירה ומצאו את הנגזרת של $\tan x$ ושל $\sin x$.
 $(\tan x = \sin x / \cos x)$
6. אדון שיילוק המלווה בריבית חישב ומצא כי סך פקדונותיו, f , תופח כתלות בזמן (הזמן נמדד בחודשים) לפי הפונקציה $f(t) = \sqrt{t} + 5$ לעומת זאת אצל מתחרהו, חשבון הבנק מקיים $g(t) = 0.5t + 1$. מהו קצב השינוי של חשבונותיהם? מתי יהיה קצב תפיחת חשבונו של המתחרה גבוה מקצב התפיחה של אדון שיילוק?
7. הראו כי אם גוזרים את הפונקציה $f(x) = (e^x)^e$ פעמים מתקבלת הפונקציה $e^n f(x)$.
8. השתמשו בזהות הטריגונומטרית עבור $\cos(a+b)$ ובהגדרת הנגזרת על מנת להראות במפורש כי
 $\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$
 לשם כך הניחו כי $\lim_{h \rightarrow 0} \cos h = 1$; $\lim_{h \rightarrow 0} \sin h = h$.
9. חשבו את הנגזרת של $f(x) = 3x \cos(x^2)$.

אינטגרלים

10. חשב את האינטגרלים הבאים :

$$\int \ln x dx \quad \int x \cos x dx \quad \int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\int \sin^2 x dx \quad \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} \quad \int \frac{1+x}{1-x} dx$$

טבלת נגזרות : http://www.wikipedia.org/wiki/Table_of_derivatives

אתר ינשוף (פתרונות, הודעות וכו') : <http://owl.huji.ac.il>