מבוא להנדסת חשמל 1: תרגול כיתה מס. 1: (1)

- לינאריות וקביעות בזמן.
- פעולות על פונקציות.
- כיווץ ״הזזה״ ופתרון מעגלים.

$$x(t) \longrightarrow \boxed{D} \longrightarrow y(t)$$

<u>לינאריות:</u> המערכת D לינארית אם הוא מקיים את 2 התנאים הבאים:

1. הומוגניות: $D[\alpha \cdot x(t)] = \alpha \cdot D[x(t)]$ לכל $\alpha \in \mathbb{R}$.

2. אדיטיביות: אם

$$D[x_1(t)] = y_1(t)$$
$$D[x_2(t)] = y_2(t)$$

אז: $D[x_1(t) + x_2(t)] = y_1(t) + y_2(t)$

<u>דוגמה:</u>

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau$$

1. $D[\alpha \cdot x(t)] = \int_{-\infty}^{t} \alpha x(\tau)\, d\tau = \alpha \cdot \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau = \alpha \cdot D[x(t)]$

2. $D[x_1(t) + x_2(t)] = \int_{-\infty}^{t} [x_1(\tau) + x_2(\tau)]\, d\tau =$

$$= \int_{-\infty}^{t} x_1(\tau)\, d\tau + \int_{-\infty}^{t} x_2(\tau)\, d\tau = D[x_1(t)] + D[x_2(t)]$$

מכאן המערכת לינארית.

קביעות בזמן

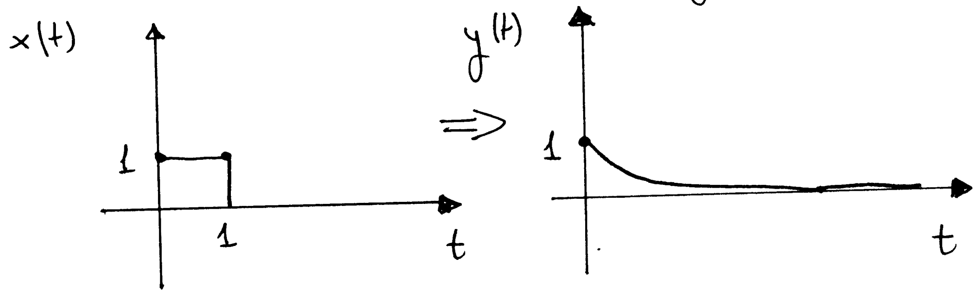
האופרטור D הוא קבוע בזמן אם מקיים הדרישה:

הנתון: עבור $y(t) = D[x(t)]$

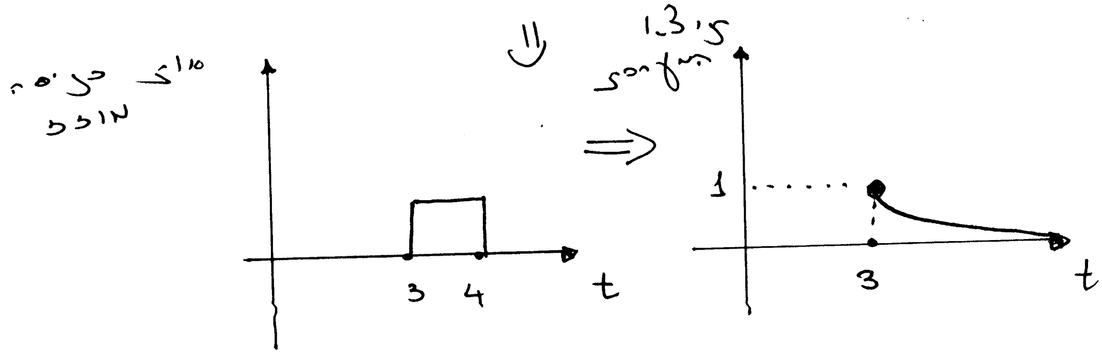
מתקיים $y(t+\theta) = D[x(t+\theta)]$ לכל θ.

הסבר: אם צורת הכניסה למערכת הינה פולס בזמן 0 ובאורך 1 (לפי הגדרה) ומוצא המערכת הינו פונקציה מעריכית

$$x(t) = u(t) - u(t-1) \Rightarrow y(t) = e^{-t}$$



אזי בקביעות המערכת לגבי המוזז $x(t+\theta)$ (במקרה זה נבחר $\theta=-3$) הינו הצורה המקורית, $y(t)$, מוזז גם הוא ב- θ

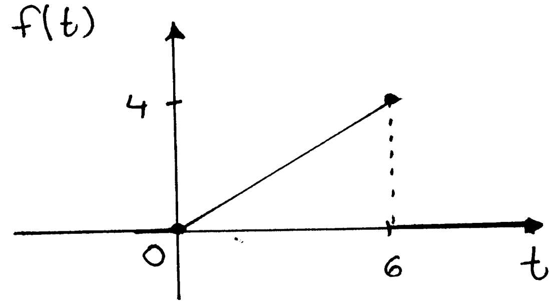


③

פעולות על פונקציות

נתונה הפונקציה הבאה:

$$f(t)=\begin{cases}\frac{2}{3}t & 0<t<6\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$$

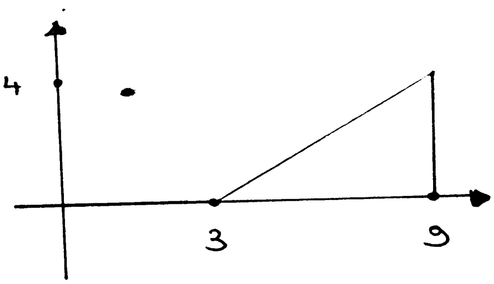


א. הזזה בזמן: (time-shift)

$f(t-\theta)$ ⇐ הזזת $f(t)$ θ יחידות ימינה (אם θ חיובי, ואם θ שלילי, אז θ יחידות שמאלה).

למשל $f(t-3)$:

$$f(t-3)=\begin{cases}\frac{2}{3}(t-3) & 3<t<9\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$$



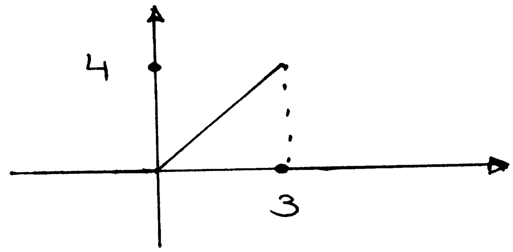
ב. כיווץ / הארכה:

$\alpha>0$: $f(\alpha t)$ ⇐ אם $\alpha>1$: "כיווץ" הפונקציה בגורם α.

אם $0<\alpha<1$: "מתיחה" הפונקציה בגורם $\frac{1}{\alpha}$.

④ פתור $f(2t)$ כיווץ של הפונקציה בפקטור 2:

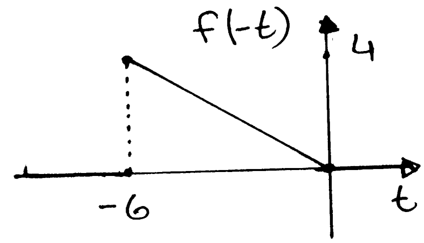
$$f(2t)=\begin{cases}\frac{4}{3}t & 0<t<3\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$$



2. שיקוף:

$f(-t)$: שיקוף הפונקציה ביחס לציר ה-y:

$$f(-t)=\begin{cases}-\frac{2}{3}t & -6<t<0\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$$



דוגמה: שרטוט של $f(-2t-2)$.

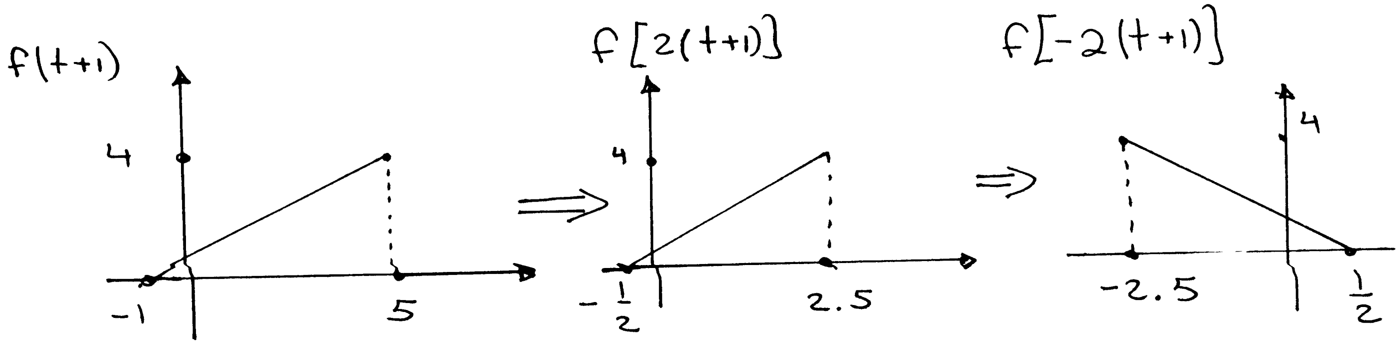
נרשום את הביטוי בצורה של פקטור:

$f[-2(t+1)]$

א. הזזה יחידה אחת שמאלה

ב. כיווץ בפקטור 2

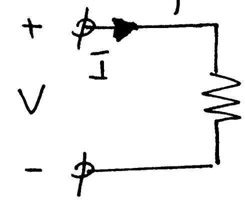
ג. שיקוף



כיווני ייחוס

כיווני ייחוס מייצגים כיווני מתח|זרם ואינם חייבים להיות כיווני המתח|זרם הפיסיקליים.

בכל מקרה, יש להקפיד על כיוון מתח הפוך לכיוון הזרם:

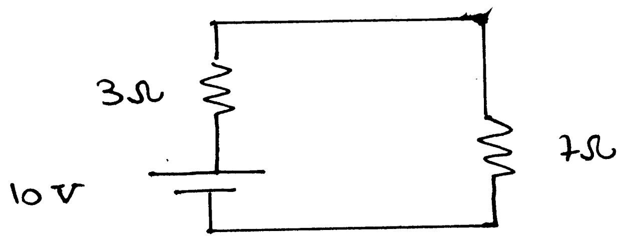


(זרם נכנס לצד הדק ה +).

כאשר לא מחשבים הספקים, ניתן לסמן בחופשיות (גם לא לפי הכלל) עבור <u>מקורות</u> בלבד.

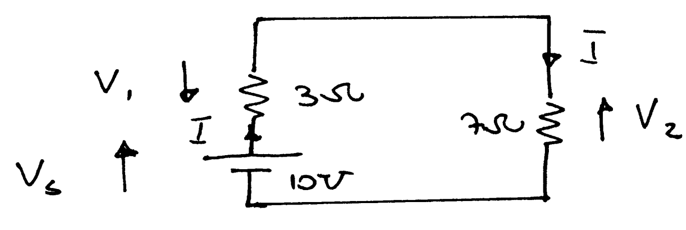
<u>דוגמה:</u>

<u>נתון המעגל הבא:</u>



<u>פתרון סעי' :</u>

נסמן כיווני ייחוס:



[עבור 2 הנגדים, קיימנו את החוק שהזרם הפוך למתח, עבור המקור ניתן לסמן מתח כרצוננו]

$V_s = 10$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= I \cdot R_1 \\ V_2 &= I \cdot R_2 \end{aligned}\right\}$$ חוק אוהם

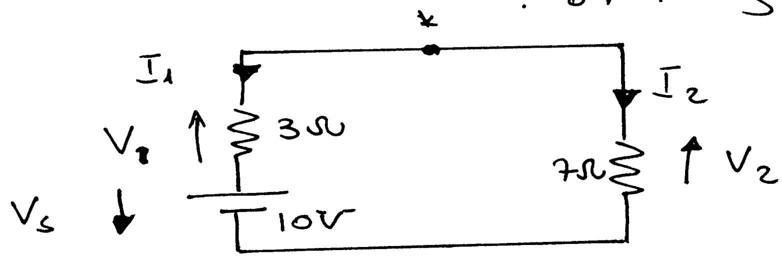
⑥

בעזרת kvl:

$$V_s - V_1 - V_2 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$V_s - IR_1 - IR_2 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$I = \frac{V_s}{R_1 + R_2} = 1[A]$$

פתרון ב'

נבחר שלל כיווני היחוס :



$V_s = -10V \quad \longrightarrow$ כיוון היחוס של מתח V_s הפוך מהמוסכמה.

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= 3 \cdot I_1 \\ V_2 &= 7 \cdot I_2 \end{aligned}\right\}$$ חוק אוהם.

$I_1 = -I_2 \quad \Rightarrow$ הסימנים הפוכים נובע מ- kcl על הצומת *.

בעזרת kvl:

$$-V_s + V_1 - V_2 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$-(-10) + I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$10 - I_2 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$I_2 = \frac{10}{10} = 1[A]$$