

תרגיל מס. 5.

עפיף חלומה 302323001

1 בדצמבר 2009

1 שאלה 1

א 1.1

רוצים שכל האנרגיה תעבור, אזי $T = 1$ כלומר $\sin(k_2 L) = 0$. פותרים:

$$\begin{aligned}k_2 L &= n\pi \\L &= n \frac{\pi}{k_2}\end{aligned}$$

כאשר $n \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. אפשר לבחור ב $n = 0$ אבל אז אין עובי לחומר שלנו, אזי $n \neq 0$. המינימום מתקבל עבור $n = 1$ אזי

$$\begin{aligned}L &= \frac{\pi}{k_2} \\&= \frac{\left(\sqrt{\frac{\mu_2}{\rho_2}}\right)}{2\nu} \\&= \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{10}}{2.7 \cdot 10^{-3}}}}{2 \cdot 10^4} \\&\approx 0.25\text{m}\end{aligned}$$

ב 1.2

המינימום מתקבל עבור $\sin(k_2 L) = 1$ כלומר $k_2 L = n \frac{\pi}{2}$ עבור $n \in \{1, 3, \dots\}$. במקרה של $n = 3$ מקבלים $k_2 L = \frac{3\pi}{2}$ אזי $\nu_2 = \frac{3}{2}\nu = 15\text{KHz}$. במקרה של $n = 1$ מקבלים $k_2 L = \frac{\pi}{2}$ אזי $\nu_2 = \frac{1}{2}\nu_1 = 5\text{KHz}$. בכל מקרה ההפרש הוא $\Delta\nu = 5\text{KHz}$.

2 שאלה 2

מאוויר ליהלום: $n = 1.6$

ממים ליהלום: $n = \frac{1.6}{1.33} = 1.2$

נחשב מקדם ההחזרה כאשר הגל עובר מאוויר ליהלום: $r = \left(\frac{1.6-1}{1.6+1}\right)^2 = 0.053$

נחשב מקדם ההחזרה כאשר הגל עובר ממים ליהלום: $r = \left(\frac{1.2-1}{1.2+1}\right)^2 = 8.3 \cdot 10^{-3}$

3 שאלה 3

$$\psi(z, t) = Ae^{i(kz - \omega t)} + Be^{i(-kz - \omega t)}$$

א 3.1

1 3.1.1

צריכים שתי איברים בשביל לקבוע תנאי התחלה. המשמעות הפיזית היא שגל נע בכיוון k וגל אחר בכיוון $-k$.

2 3.1.2

$$\begin{aligned}\psi(z=0, t) &= 0 \\ Ae^{-i\omega t} + Be^{-i\omega t} &= 0 \\ A &= -B\end{aligned}$$

ניתן עכשיו לפשט את הגל:

$$\begin{aligned}\psi(z, t) &= Ae^{-i\omega t} (e^{ikz} - e^{-ikz}) \\ &= 2iAe^{-i\omega t} \sin(kz)\end{aligned}$$

עבור תנאי התחלה השני:

$$\begin{aligned}\psi(z=L, t) &= 0 \\ 2iAe^{-i\omega t} \sin(kL) &= 0 \\ \sin(kL) &= 0 \\ kL &= n\pi \\ k &= \frac{n\pi}{L}\end{aligned}$$

כאשר $n = \pm 1, \pm 2, \dots$.
אזי הפתרונות המותרות הם:

$$\begin{aligned}\psi &= \Re(2iAe^{-i\omega t} \sin(k_n z)) \\ &= \Re(2iA \sin(kz) [\cos(\omega_n t) - i \sin(\omega_n t)]) \\ &= 2A \sin(k_n z) \sin(\omega_n t)\end{aligned}$$

3.1.3 3

גל עומד הוא על שלו נראה כמו גל נע בציר המקום, אבל עבור כל נקודה בציר המקום ניתן לקבל גל מתנדנד בציר הזמן. אזי אם מסתכלים על זה רואים גל \sin או \cos שעומד במקום ומשתנה האמפליטודה שלו כאשר השינוי הזה הוא גם גל

3.2 ב

עבור $n = 1$

$$\begin{aligned} k &= \frac{n\pi}{L} \\ \frac{\omega}{\sqrt{\frac{T_0}{\rho_0}}} &= \frac{n\pi}{L} \\ 2\pi\nu\sqrt{\frac{\rho_0}{T_0}} &= \frac{n\pi}{L} \\ 2\pi\nu\sqrt{\frac{\rho_0}{T_0}} &= \frac{\pi}{L} \\ T_0 &= 4\nu^2 L^2 \rho_0 \\ \rho_0 &= \rho \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \\ &= 7.8 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot \left(\frac{10^{-3}}{2}\right)^2 \\ &= 6.12 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m} \\ T_0 &= 4740N \end{aligned}$$

4 שאלה 4

$$\begin{aligned} k_n &= \frac{N\pi}{L} \\ \lambda_n &= \frac{2\pi}{k_n} \\ \omega_n &= \nu k_n \\ &= \sqrt{\frac{1}{k\rho_0}} k_n \end{aligned}$$

הזדר ω_n ישתנה כתלות ב $v - z$ הקשור לפרמטרים של החומר כיוון ש $\nu_{he} > \nu_{air}$ אז $\omega_{n_{he}} > \omega_{n_{air}}$ כלומר תדר הקול הדיבור יעלה