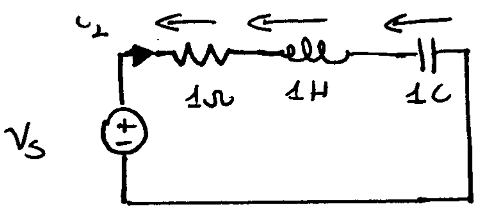
①

פתרון תרגיל בית מס. 8

1.



נבצע kvl:

$$V_s - i_L - \dot{i}_L - \int i_L\,dt = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \ddot{i}_L + \dot{i}_L + i_L = \dot{V}_s = \dot{\delta}(t) \\ i_L(0^-) = 0 \\ \dot{i}_L(0^-) = 0 \end{cases}$$

נבצע אינטגרציה לא מסויים
של המשוואה:

$$\dot{i}_L + i_L + \int i_L = \delta(t)$$

$$\ddot{i}_L \propto \dot{\delta}(t)$$

$$\dot{i}_L \propto \delta(t)$$

$$i_L \propto u(t)$$

$$\Downarrow$$

$$\int i_L \to \text{רציף}$$

לכן נבצע אינטגרציה
בין 0^- ל 0^+:

$$\int_{0^-}^{0^+} \dot{i}_L + \underbrace{\int_{0^-}^{0^+} i_L}_{0} + \underbrace{\int_{0^-}^{0^+} \left[\int i_L\,dt\right]}_{0} = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t)\,dt$$

פונקציה חסומה

$$\Downarrow$$

$$i_L(0^+) - i_L(0^-) = 1$$

$$\Downarrow$$

$$i_L(0^+) = 1$$

② למציאת תנאי התחלה של $\dot{i}_L$ נבצע אינטגרציה
מ-0^- ל-0^+ על המשוואה המקורית:

$$\int_{0^-}^{0^+} \ddot{i}_L + \int_{0^-}^{0^+} \dot{i}_L + \int_{0^-}^{0^+} i_L = \int_{0^-}^{0^+} \dot{\delta}(t)dt =$$

$$\dot{i}_L(0^+) - \dot{i}_L(0^-) + \underbrace{i_L(0^+) - i_L(0^-)}_{= 1 \text{ לפי הסעיף הקודם}} = \delta(0^+) - \delta(0^-) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{i}_L(0^+) - \dot{i}_L(0^-) = -1$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{i}_L(0^+) = -1$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \ddot{i}_L + \dot{i}_L + i_L = 0 \\ i_L(0^+) = 1 \\ \dot{i}_L(0^-) = -1 \end{cases}$$

הערה: מי שביצע לשני סעיפי עבור V_C
יקבל משוואה עם $\delta(t)$ ופתרון קל יותר.
בפתרון הבא להמשוואה שניתן לפתור
אינן הלמים בשיטה שלמדנו בתרגול
גם עבור $\dot{\delta}$.

פולינום אופייני הוא $x^2 + x + 1 = 0$

$$x_{1,2} = -0.5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2} j$$

הפתרון הוא מסוג ריסון חסר:

③

$$i_L(t) = e^{-0.5t}\left(A\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t + B\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$$

נציב תנאי התחלה:

$$i_L(0) = A = 1$$

$$\dot{i}_L(\ ) = e^{-0.5t}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}A\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{\sqrt{3}}{2}B\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$$

$$-\frac{1}{2}e^{-0.5t}\left(A\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t + B\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{i}_L(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}B - 0.5A = -1$$

$$\Downarrow$$

$$B = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Downarrow$$

$$i_L(t) = e^{-0.5t}\left(\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$$

(עבור $t>0$).

2. נמצא את המשו' הדיפ' :

מתוך KCL:
$$I_S = I_L + I_C = I_L + C\cdot\dot{V}_C$$
$$\Downarrow$$
$$(*) \qquad I_L = I_S - C\dot{V}_C$$

KVL על חוג הימני :

$$V_L = V_C + I_C\cdot R_2$$
$$\Downarrow$$
$$L\dot{I}_L = V_C + C\cdot R_2\cdot\dot{V}_C$$

נציב את הנוסחה ל I_L (*):

$$L(\dot{I}_S - C\ddot{V}_C) = V_C + C\cdot R_2\dot{V}_C$$

נחלק את המשוואה ונציב ערכים:

$$\ddot{V}_C + 2\dot{V}_C + V_C = 2\dot{I}_S$$

נמצא את הצורה הכללית לאות בשאלה בצורה הבאה:

א. נמצא צורת ZIR לערכים ההתחלתיים שנתנים.

ב. נמצא צורת ZSR למדרגה ולאחר מכן נמצא צורת ZSR לאות הכניסה ע"י קומבינציה לינארית.

ג. נחבר את צורות ZSR ו-ZIR למציאת הפתרון הכללי.

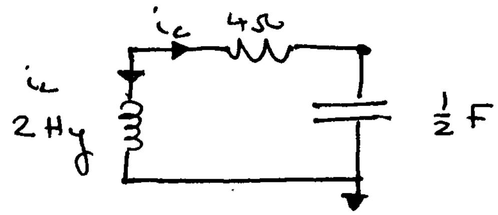
⑤

10. תגובת ZIR:

$$\begin{cases} \ddot{V}_c + 2\dot{V}_c + V_c = 0 \\ V_c(0^+) = V_c(0^-) = 1V \\ \dot{V}_c(0^+) \underset{\uparrow}{=} \dot{V}_c(0^-) = -2^{*} \end{cases}$$

מכיוון שאין מקור ואין הלמים
נשמרים הרציפות מתח והרציפות
בסלילים & מתח.

*עבור תגובת ZIR נאפס את מקור המתח
ונקבל את המעגל הבא:



$$i_c(0^+) \underset{\substack{\uparrow \\ kcl}}{=} -i_L(0^+) = -1[A]$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{V}_c = \frac{1}{C} i_c \Rightarrow \dot{V}_c(0^+) = -2$$

המשוואה האופיינית היא: $x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\Downarrow$$

$$x_{1,2} = -1$$

הפתרון הוא מסוג ריסון קריטי:

$$V_c(t) = (A + Bt)e^{-t}$$

לפי תנאי ההתחלה ונקבל

$$V_{c,ZIR}(t) = \begin{cases} (1-t)e^{-t} & t>0 \\ 1 & t<0 \end{cases}$$

⑥

ב: עבור ZSR למערכת:

$$\begin{cases} \ddot{V}_c + 2\dot{V}_c + V_c = 2\delta(t) \\ V_c(0^-) = 0 \\ \dot{V}_c(0^-) = 0 \end{cases}$$

$$\ddot{V}_c \sim \delta(t)$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{V}_c \sim u(t)$$

$$V_c(0^+) = V_c(0^-) = 1 \Leftarrow \quad V_c \rightarrow \text{רציף}$$

נבצע אינטגרציה מ 0^- ל 0^+ ונקבל:

$$\int_{0^-}^{0^+} \ddot{V}_c + 2\int_{0^-}^{0^+} \dot{V}_c + \int_{0^-}^{0^+} V_c = 2\int_{0^-}^{0^+} \delta(t) = 2$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{V}_c(0^+) - \dot{V}_c(0^-) = 2 \Rightarrow \dot{V}_c(0^+) = 2$$

$$\Downarrow$$

עבור $t>0$:

$$\begin{cases} \ddot{V}_c + 2\dot{V}_c + V_c = 0 \\ V_c(0^+) = 0 \\ \dot{V}_c(0^+) = 2 \end{cases}$$

הפתרון הוא מצורת ריסון חסר
(טולצה משוואה אופיינית) יש לו:

$$V_c(t) = (A + Bt)e^{-t}$$

נציב תנאים ונקבל:

$$V_c(t) = \begin{cases} 2te^{-t} & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

ZSR למערכת

⑦

נרשום את ביטויי המתחים בצורה הבאה:

$$V_{c,ZIR}(t) = 1 + [(1-t)e^{-t} - 1]u(t)$$

$$\underset{\text{למדרגה}}{V_{c,ZSR}}(t) = 2te^{-t} \cdot u(t)$$

את הזרם בשאלה ניתן לרשום כ:

$$I_s(t) = 4u(t) - 2u(t-2)$$

ולכן תגובת ZSR לאות I_s היא:

$$\underset{\text{לאות } I_s}{\text{תגובת ZSR}} = 4\underset{\text{למדרגה}}{V_{c,ZSR}}(t) - 2\underset{\text{למדרגה}}{V_{c,ZSR}}(t-2)$$

התגובה הכוללת היא.

$$V_c(t) = V_{c,ZIR} + \underset{\text{לאות } I_s}{\overset{\text{תגובת ZSR}}{\text{כוללת}}} =$$

$$= 1 + [(1-t)e^{-t} + 1]u(t) +$$
$$+ 8te^{-t} \cdot u(t) - 4(t-2)e^{-(t-2)} \cdot u(t-2)$$

סעיף ב':

נמצא את תגובת ZSR להלם, ע"י תגובת ZSR למדרגה:

$$\frac{d}{dt} 2te^{-t} \cdot u(t) =$$

$$= 2te^{-t} \cdot \delta(t) + \frac{d}{dt}[2te^{-t}]u(t) =$$

$$\xrightarrow{} = 0$$

עקב תכונת ההלם:

$$f(t)\delta(t) = f(0) \cdot \delta(t)$$

⑧

$$= \quad 2(1-t)\,e^{-t}\cdot u(t)$$

מכאן, התגובה הכללית היא:

$$V_c(t) = 1 + \left[(1-t)\,e^{-t} - 1\right]\cdot u(t)$$
$$+\ 2(1-t)\,e^{-t}\cdot u(t)$$

לפי עקרון הלינאריות:

נחזור לניס׳ פיס׳ את גורס ה ZSR
עבור $I_s=\delta(t)$:

$$\begin{cases} \ddot{V}_c + 2\dot{V}_c + V_c = 2\dot{\delta}(t) \\ V_c(0^-)=0 \\ \dot{V}_c(0^-)=0 \end{cases}$$

נבצע אינטגרציה לכל משוואה אגף אגף
(ע״י לבצע לδ(t) בצד ימין). כמו כן:

$$\ddot{V}_c \sim \dot{\delta}(t)$$
$$\dot{V}_c \sim \delta(t)$$
$$V_c \sim u(t)$$
$$\int V_c \to \text{צ׳}$$

$$\dot{V}_c + 2V_c + \int V_c = 2\delta(t)$$
$$\Downarrow$$
$$\int_{0^-}^{0^+}\dot{V}_c + \underbrace{2\int_{0^-}^{0^+}V_c}_{=0} + \underbrace{\int_{0^-}^{0^+}\left[\int V_c\right]}_{=0} = 2\int_{0^-}^{0^+}\delta(t) = 2$$
$$\Downarrow$$
$$V_c(0^+) - V_c(0^-) = 2^{(**)}$$

נבצע אותו בשנים על המ׳ פיס׳ המקוריות:

$$\int_{0^-}^{0^+}\ddot{V}_c + \underbrace{2\int_{0^-}^{0^+}\dot{V}_c}_{=2(**)} + \cancel{\int V_c}_{=0} = \int_{0^-}^{0^+}\dot{\delta}(t) =$$
$$= \delta(0^+) - \delta(0^-) = 0$$

⑨

$$\dot{v}_c(0^+) - \overset{\Downarrow}{\dot{v}_c(0^-)} + 4 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{v}_c(0^+) = -4$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \ddot{v}_c + 2\dot{v}_c + v_c = 0 \\ v_c(0^+) = 2 \\ \dot{v}_c(0^+) = -4 \end{cases}$$

ע"י פ"ס
עבור $t>0$

הפתרון מצורת ריסון קריטי:

$$v_c(t) = (A + Bt)e^{-t}$$

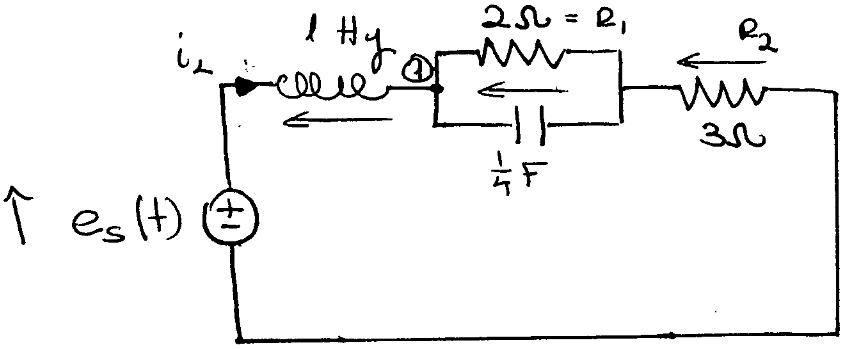
נציב תנאים התחלתיים:

$$v_c(t) = 2(1-t)e^{-t}\cdot u(t)$$

ולכן הפתרון הכללי הוא כמו שקיבלנו בסעיף הקודם.

⑩

.3



נציג לפי מ"ד

$$kvl: \quad e_s = V_L + V_C + V_R$$

$$\Downarrow$$

$$(*) \qquad V_C = e_s - \dot{i}_L - 3i_L$$

נבצע KCL בצומת ① :

$$(**) \qquad i_L = \frac{V_C}{2} + \frac{1}{4}\dot{V}_C$$

נציב את (*) ב (**) ונקבל

$$i_L = \frac{1}{2}\left[e_s - \dot{i}_L - 3i_L\right] + \frac{1}{4}\left[\dot{e}_s - \ddot{i}_L - 3\dot{i}_L\right]$$

לאחר סידור המשוואות נקבל:

$$\ddot{i}_L + 5\dot{i}_L + 10\, i_L = \dot{\delta}(t) + 2\delta(t)$$

נתון תנאי התחלה: $i_L(0^-) = 1[A]$ לפי הנתון:

$$\dot{i}_L(0^-) = \frac{1}{L}V_L(0^-) \underset{\substack{\uparrow \\ kvl}}{=} \frac{1}{L}\left[e_s(0^-) - V_C(0^-) - V_R(0^-)\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{i}_L(0^-) = \underset{\substack{=0 \\ \text{לפי הנתונים}}}{e_s(0^-)} - \underset{=1V}{V_C(0^-)} - \underbrace{3\cdot i_L(0^-)}_{\text{הזרם על הנגד } R_2 \text{ לזרם על}}$$

⑪

$$\Downarrow$$

$$\dot{i}_L(0^-) = -4$$

נסמן :

$$\begin{cases} \ddot{i}_L + 5\dot{i}_L + 10 i_L = \dot{\delta}(t) + 2\delta(t) \\ i_L(0^-) = 1 \\ \dot{i}_L(0^-) = -4 \end{cases}$$

לפי המש' דיפ':

$\ddot{i}_L$ מכיל $\dot{\delta}(t)$

$\dot{i}_L$ מכיל $\delta(t)$

i_L מכיל $u(t)$

$\int i_L$ רציף

נבצע אינטגרציה על המש' דיפ'

$$\dot{i}_L + 5 i_L + 10\int i_L = \delta(t) + 2u(t)$$

נבצע אינטגרציה מ 0^- ל 0^+:

$$\int_{0^-}^{0^+}\dot{i}_L + \underbrace{\cancel{5\int_{0^-}^{0^+} i_L}}_{=0} + \underbrace{\cancel{10\int_{0^-}^{0^+}\left[\int i_L\right]}}_{=0} = \underbrace{\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)}_{=1} + \underbrace{\cancel{2\int_{0^-}^{0^+} u(t)}}_{=0}$$

$$\Downarrow \qquad (*)$$

$$i_L(0^+) - i_L(0^-) = 1 \Rightarrow i_L(0^+) = 2$$

נבצע כעת אינטגרציה מ 0^- ל 0^+ עבור המש' דיפ' המקוריות:

$$\int_{0^-}^{0^+}\ddot{i}_L + \underbrace{5\int_{0^-}^{0^+}\dot{i}_L}_{=1^{(*)}} + \underbrace{\cancel{10\int_{0^-}^{0^+} i_L}}_{=0} = \underbrace{\int_{0^-}^{0^+}\dot{\delta}(t)}_{=0} + \underbrace{2\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)}_{=1}$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{i}_L(0^+) - \dot{i}_L(0^-) - 5 = 2$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{i}_L(0^+) - \dot{i}_L(0^-) = -3 \Rightarrow \dot{i}_L(0^+) = -7$$

מכאן המשו' דיפ' עבור $t>0$:

$$\begin{cases} \ddot{i}_L + 5\dot{i}_L + 10 i_L = 0 \\ i_L(0^+) = 2 \\ \dot{i}_L(0^+) = -7 \end{cases}$$

המשוואה האופי"נית

$$x^2 + 5x + 10 = 0$$

$$x_{1,2} = -2.5 \pm 1.94j$$

הפתרון הוא מסוג ריסון חסר :

$$i_L(t) = e^{-2.5t}(A\cos 1.94t + B\sin 1.94t)$$

לאחר הצבת תנאי ההתחלה נקבל

$$i_L(t) = e^{-2.5t}(2\cos 1.94t - 1.033\sin 1.94t)$$

4. בסעיף זה צריך להיות $V_{c2}=0$ ולא כפי שרשום $V_c=0$.

עבור $t<0$

$$V_{c1}(0^-) = I_S \cdot R_3 = 60[V]$$

$$i_L(0^-) = \frac{V_s}{R_1} = 50mA$$

המתג השמאלי מעביר קפיצת מתח על הסליל, אך הסליל מסוגל לספוג את קפיצת המתח ללא שינוי מיידי בזרם.

המתג הימני מעביר קפיצת זרם על הקבל, אך הקבל מסוגל לספוג את קפיצת הזרם ללא קפיצת מתח עליו.

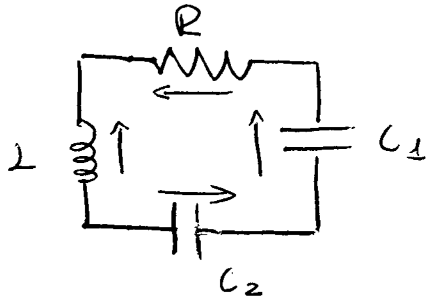
מכאן, תנאי הרציפות נשמרים כשהיו:

$$V_{c1}(0^+) = V_{c1}(0^-) = 60[V]$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 50mA$$

$$V_{c2}(0^+) = V_{c2}(0^-) = 0$$

המעגל עבור $t>0$



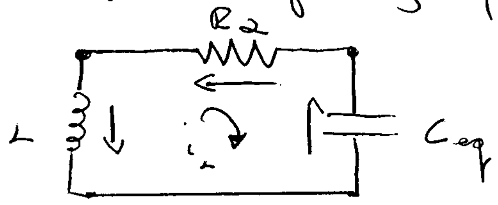
הקבל השקול הוא $C_{eq} = \frac{2}{3}\mu F$

והמתח ההתחלתי עליו הוא

$$V_{ceq}(0^+) = V_{c1}(0^+) + V_{c2}(0^+) = 60[V]$$

⑭

מכאן, קיבלנו מעגל RLC טורי:



KVL: $$V_L + V_{R_2} + V_C = 0$$

$$L\dot{i}_L + R_2 i_L + \frac{1}{C}\int i_L = 0$$

מכאן, לאחר גזירה וחלוקה ב-L:

$$\ddot{i}_L + \frac{R_2}{L}\dot{i}_L + \frac{1}{LC}i_L = 0$$

נציב ערכים ונקבל:

$$\ddot{i}_L + 300,000\,\dot{i}_L + 7.5\cdot10^8\cdot i_L = 0$$

המשוואה האופיינית:

$$x^2 + 300,000x + 7.5\cdot10^8 = 0$$

ופתרונותיה הם:

$$x_1 = -2521.19$$
$$x_2 = -297479$$

והפתרון הוא מסוג ריסון יתר.

כעת נמצא הנגזרת עבור $\dot{i}_L(0^+)$:

$$\dot{i}_L(0^+) = \frac{1}{L}V_L(0^+) = \frac{1}{L}\left[-V_{R_2}(0^+) - V_C(0^+)\right] =$$

$$= \frac{1}{L}\left[-i_L(0^+)\cdot R - V_C(0^+)\right] =$$

$$\underset{\uparrow}{=} \frac{1}{2mH}\left[50mA\cdot600 - 60\right] =$$

לאחר הצבת מספרים

יש לשים לב כי $i_L(0^+) = -50mA$ לפי כיוון הזרם שבחרנו

$$= -15,000$$

⑮

הפתרון הוא מהצורה:

$$i_L(t) = Ae^{-2521t} + Be^{-297,479t}$$

נמצא את הקבועים מתוך תנאי ההתחלה ונקבל:

$$i_L(t) \cong 4\cdot 10^{-4}\cdot e^{-2521t} - 0.0504\cdot e^{-297,479t} \; [A]$$

5. עבור $t<0$ מצ״ק

$$V_{c1}(0^-) = V_{c2}(0^-) = 12V$$

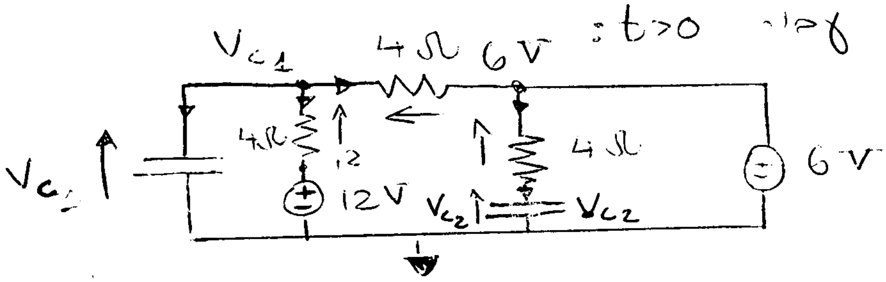
המעגל מחולל קפיצת מצב.

אם ישנה קפיצת מתח על הקבל C_1, אזי ישנו הלם מתח עליו. הלם מתח זה גורם להלם מתח על הנגד R_2 וסתירה ב-KVL על החוג המוצג.

אם ישנה קפיצת מתח על C_1, אזי יש הלם מתח עליו, וגם על הנגד R_3 ומכיון סתירה ב-KVL על החוג המוצג.

מכיון נשמרים רציפות הקבלים.

עבור $t>0$:



עבור V_{c1}:

$$\begin{cases} C\dot{V}_{c1} + \dfrac{V_{c1}-12}{4} + \dfrac{V_{c1}-6}{4} = 0 \\ V_{c1}(0^+) = 12V \end{cases}$$

לאחר סידור והצבת מספרים:

$$\begin{cases} \dot{V}_{c1} + 10V_{c1} = 90 \\ V_{c1}(0^+) = 12 \end{cases}$$

פתרון המשוואה נותן:

$$V_{c1}(t) = 3e^{-10t} + 9$$

⑰

עבור V_{c2}: נבצע kcl על הצומת
בין הקבל C_2 לבין הנגד R_3:

$$\frac{6 - V_{c2}}{4} = C\dot{V}_{c2}$$

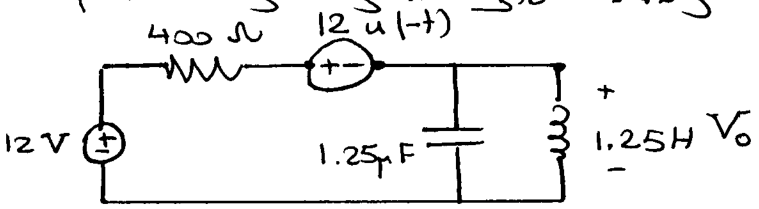
$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{V}_{c2} + 5V_{c2} = 30 \\ V_{c2}(0^+) = 12 \end{cases}$$

מכאן, פתרון המשוואה הוא:

$$V_{c2}(t) = 6e^{-5t} + 6$$

6. נמצא את המקור השקול כמקור מתח

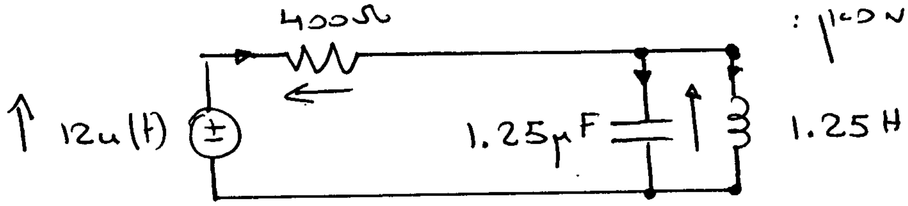

400 Ω
12 u(-t)
+ -
12V
1.25μF
1.25H
V_0
+
-

הסבר: עבור $t<0$ הפרש הפוטנציאלים בין הדקי המקור הם 12V ועבור $t>0$ הם 0.

נחבר את שני המקורות

$12 \quad 12u(-t) = 12u(t)$

מכאן:


400Ω
12u(t)
1.25μF
1.25H

$$kvl: \quad 12u(t) - 400 i_R - V_c = 0$$

$$kcl: \quad i_R = i_L + C\dot{V}_c$$

$$V_c = V_L = L\dot{i}_L \qquad \text{עב' } t>0$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{V}_c = L\ddot{i}_L$$

$$\Downarrow$$

$$i_R = i_L + CL\ddot{i}_L$$

$$\Downarrow$$

$$12u(t) - 400(i_L + LC\ddot{i}_L) - L\dot{i}_L = 0$$

$$\ddot{i}_L + \frac{1}{400C}\dot{i}_L + \frac{1}{LC}i_L = \frac{12u(t)}{400LC}$$

לאחר הצבה מספרית!

$$\begin{cases} \ddot{i}_L + 2000\dot{i}_L + 640{,}000\, i_L = 19{,}200u(t) \\ i_L(0^-) = 0 \\ \dot{i}_L(0^-) = 0 \end{cases}$$

$$\uparrow$$

$$\dot{i}_L(0^-) = \frac{1}{L}V_L(0^-) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{kvl}}}{=} \frac{1}{L}V_C(0^-) = 0$$

$\ddot{i}_L$ מכיל $u(t)$ $\Leftarrow$ $i_L, \dot{i}_L$ רציפים

$$\begin{cases} \ddot{i}_L + 2000\dot{i}_L + 640\cdot10^3 i_L = 19{,}200 \\ i_L(0^+) = 0 \\ \dot{i}_L(0^+) = 0 \end{cases}$$

ומכאן! עבור $t>0$

פתרון פרטי: $i_{Lp} = \frac{19{,}200}{640{,}000} = 0.03$

פתרון הומוגני:

המשוואה האופיינית היא

$x^2 + 2000x + 640{,}000 = 0$

$x_1 = -400$

$x_2 = -1600$

הפתרון הוא מסוג ריסון יתר:

$$i_{Lh} = Ae^{-400t} + Be^{-1600t}$$

$$\Downarrow$$

$$i_L = i_{Lp} + i_{Lh} = Ae^{-400t} + Be^{-1600t} + 0.03$$

עפ"י תנאי ההתחלה נקבל:

$$i_L(t) = -40e^{-400t} + 10e^{-1600t} + 30 \text{ [mA]}$$

$$\Downarrow$$

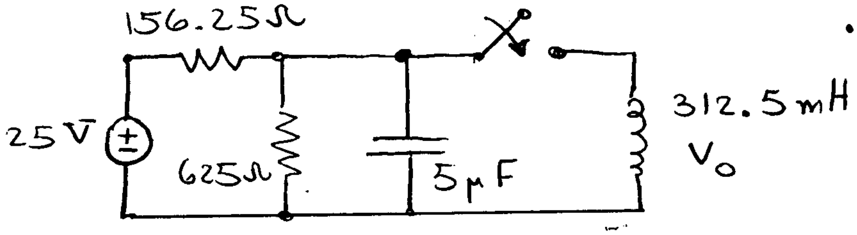
$$V_o = V_L = 2\dot{i}_L =$$

$$= 1.25\left(16e^{-400t} - 16e^{-1600t}\right) \text{[V]}$$

$$= 20e^{-400t} - 20e^{-1600t} \text{ [V]}$$

㉑

ד.



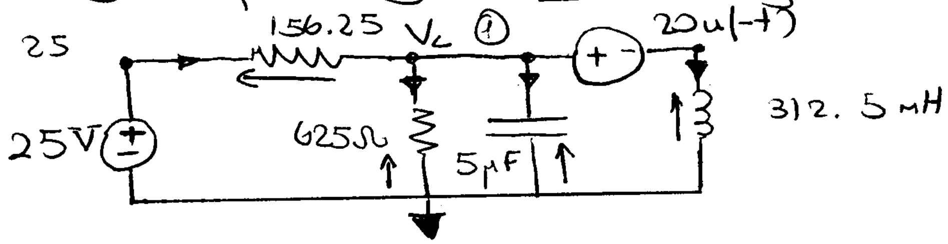
156.25Ω
25V
±
625Ω
5μF
312.5mH
V_o

עבור $t<0$ מצ"ק

$$V_c(0^-) = 25 \cdot \frac{625}{625+156.25} = 20\,[V]$$

$$i_L(0^-) = 0, \quad V_L(0^-) = \frac{1}{L}\dot{i}_L(0^-) = 0$$

נחליף את המתג במקור מתח:



25
156.25
V_c ①
+ -
20u(-t)
25V
±
625Ω
5μF
312.5mH

$$\text{KCL@①}: \quad \frac{25-V_c}{156.25} = \frac{V_c}{625} + C\dot{V}_c + \frac{1}{L}\int V_c - 20u(-t)$$

נגזור את המשוואה ונקבל

$$\frac{-\dot{V}_c}{156.25} = \frac{\dot{V}_c}{625} + C\ddot{V}_c + \frac{1}{L}V_c - \frac{1}{L}20u(-t)$$

$$\ddot{V}_L + \frac{1}{125C}\dot{V}_L + \frac{1}{LC}V_L = \frac{1}{LC}20u(-t)$$

נציב ערכים ונקבל:

$$\ddot{V}_c + 1600\dot{V}_c + 640{,}000 = 12.8\cdot 10^6 \cdot u(-t)$$

$\ddot{V}_c$ מול $u(t)$, לכן $V_c, \dot{V}_c$ רציפים:

עבור $t>0$

$$\begin{cases} \ddot{V}_c + 1600\,\dot{V}_c + 640{,}000 = 0 \\ v_c(0^+) = 20V \\ \dot{v}_c(0^+) = 0 \end{cases}$$

פתרון המשוואה (השורשים של הפולינום האופייני זהים $x_{1,2}=-800$) הוא מסוג ריסון קריטי!

$$V_c(t) = (A+Bt)e^{-800t}$$

נציב תנאי התחלה ונקבל!

$$V_c(t) = \begin{cases} (20+16{,}000t)e^{-800t} & t>0 \\ 20 & t<0 \end{cases}$$

$$V_o = V_c - 20u(-t)$$

$$V_o \overset{☺}{=} \begin{cases} (20+16{,}000t)e^{-800t} & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{2}\int V_o(t)$$

מכיוון ש V_o מוכפל $u(t)$ בלבד, i_L רציף.

נבצע אינטגרציה:

$$i_L(t) = \frac{1}{2}\int_{0^-}^{t} v_o(t')\,dt' + \underbrace{i_L(0^-)}_{=0}$$

㉓

$$i_L(t) = \begin{cases} \left[0.05 - 20e^{-800t}\left(t + \frac{1}{400}\right)\right]\cdot\frac{1}{L} & \leftarrow t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

נבדוק את הפתרון !

עבור $t=0^+$ $i_L(0^+)=0$, ומכיון נשמרת הרציפות הזרם.

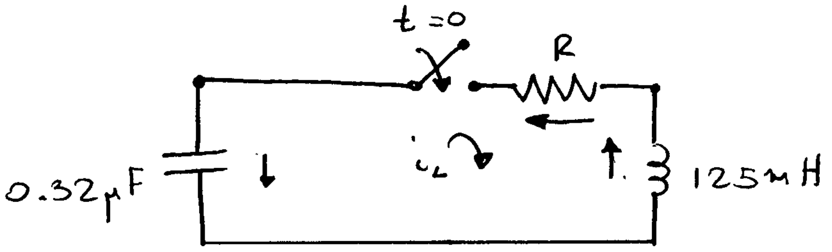
עבור $t\to\infty$ $i_L(t) = 0.05\frac{1}{L} =$

$= 160[mH]$

אם נציב נתק בקבל וקצר עבור הסליל (ביעת המעבר מס״ת עבור $t\to\infty$) נקבל את הזרם שקיבלנו!!

$$i_L(\infty) = \frac{25}{156.25} = 160mH$$

8.



$$i_L(0^-) = 6\,mA$$
$$V_c(0^-) = 15V$$

לא. נשאר אלא המשו' דיפ' לאחר המיתוג :

$$V_R + V_L + V_c = 0$$
$$R\cdot i_L + L\dot{i}_L + \frac{1}{C}\int i_L = 0$$

נגזרה

$$L\ddot{i}_L + R\dot{i}_L + \frac{1}{C}i_L = 0$$

ונרמול :

$$\ddot{i}_L + \frac{R}{L}\dot{i}_L + \frac{1}{LC}i_L = 0$$

המשוואה האופיינית היא

$$x^2 + \frac{R}{L}x + \frac{1}{LC} = 0$$

עבור ריסון קריטי, שני שורשי המשוואה שווים
ועל כן הדיסקרימיננטה שווה לאפס:

$$\left(\frac{R}{L}\right)^2 = \frac{4}{LC}$$
$$R = \frac{4L^2}{LC}$$
$$\Downarrow$$
$$R = \sqrt{\frac{4L}{C}} = 1250\Omega$$

ב. המצב מכיל קפיצת מתח.
את קפיצת המתח "יספוג" הסליל
ללא שינוי בזרמו:

$i_L = \frac{1}{L}\int V_L$ (גם אם V_L "קופץ"
זרם הסליל נשאר
רציף)

מכאן מצב הקבל הציף (הקבל יכול לספוג קפיצה בזרם מ-0 ל-$i_L(0^-)$)

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 6\,mA$$

$$\dot{i}_L(0^+) - \dot{i}_L(0^-) = \frac{1}{L}\underbrace{\left[V_L(0^+) - V_L(0^-)\right]}_{\overset{*}{=}\,7.5V}$$

* $V_L(0^-) = 0$

$$V_L(0^+) = \underset{\text{מצב הקבל בזמן } t=0^+}{\underbrace{15}} - i_L(0^+)\cdot R =$$

$$= 7.5\,[V]$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{i}_L(0^+) - \dot{i}_L(0^-) = 60$$

$$\Downarrow$$

$$i_L(0^+) = 60$$

ג. לפי המש' דיפ' שקיבלנו:

$$\begin{cases} \ddot{i}_L + 10{,}000\,\dot{i}_L + 2.5\cdot 10^7\cdot i_L = 0 \\ i_L(0^+) = 6\,mA \\ \dot{i}_L(0^+) = 60 \end{cases}$$

הפולינום האופייני:

$$x^2 + 10000x + 2.5\cdot 10^7 = 0$$

$$x_{1,2} = -5000$$

㉖

הפתרון (מקרה ריסון חסר, קריטי) הוא:

$$i_L(t) = (A + Bt)\,e^{-5000t}$$

נציב תנאי התחלה ונקבל:

$$i_L(t) = (0.006 - 90t)\,e^{-5000t}$$

(כמסומן בשאלה) $V_c = -\frac{1}{C}\int_0^t i_c\,dt + V_c(0) =$

$$= -\frac{1}{C}\int_0^t i_L\,dt + 15V =$$

$$= (56{,}250t + 15)\cdot e^{-5000t} \quad [V]$$

(27)

9. עבור $t<0$

$$i_L(0^-) = 16mA$$

$$V_c(0^-) = 144\,[V]$$

מכיוון שנשמרת רציפות בזרם על הסליל

מתקיים $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 16mA$.

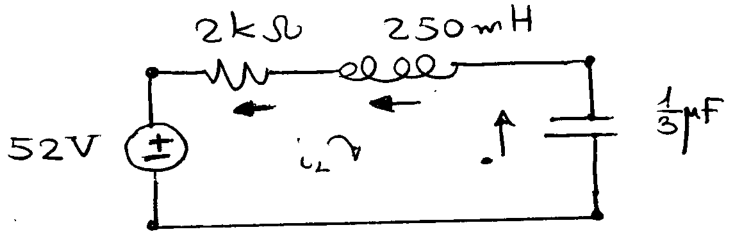
כניסת המצב השנית מהירות

מתח על הקבל, ואין הקבל מסוגל לספוג

קפיצת מתח ללא שינוי מצב, לכן מתקיים

$$V_c(0^+) = V_c(0^-) = 144\,[V]$$

עבור $t>0$



$$\dot V_c(0) = \frac{1}{C}\, i_c(0^+) = \frac{16mA}{\frac{1}{3}\mu F} = 48\cdot 10^3$$

נציג לשם פישוט (מעגל RLC טורי רגיל):

מתקיים! $i_L = i_c = C\dot V_c$

לפי kvl,

$$52 - R\cdot i_L - L\dot i_L - V_c = 0$$

$$\Downarrow$$

$$52 - RC\dot V_c - LC\ddot V_c - V_c = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\ddot V_c + \frac{R}{L}\dot V_c + \frac{1}{LC}V_c = \frac{52}{LC}$$

נציב ערכים ונקבל:

$$\ddot{V}_c + 8000\dot{V}_c + 1.2\cdot10^7 V_c = 624\cdot10^6$$

פתרון פרטי:

$$V_c = 52[V]$$

פתרון הומוגני:

משוואה אופיינית:

$$x^2 + 8000x + 1.2\cdot10^7 = 0$$

$$x_1 = -6000$$

$$x_2 = -2000$$

מכאן:

$$V_{ch} = Ae^{-6000t} + Be^{-2000t}$$

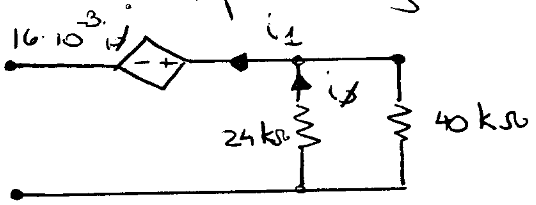
והפתרון הכללי הוא:

$$V_c(t) = Ae^{-6000t} + Be^{-2000t} + 52$$

לאחר הצבת תנאי התחלה נקבל:

$$V_c(t) = -34e^{-6000t} + 78e^{-2000t} + 52$$

10. נפתור שאלה זו בעזרת מעגל שקול
תבנין על הנגד ההתנגדות עם מקור
המתח המבוקר:



בניסוי V_{oc} נקבל $V_{oc}=0$
(אין זרם לכן אין הפרש פוטנציאלים בנגדים
ומקור המתח שווה ל-0).

מציאת התנגדות שקולה:

לפי מחלק זרם

$$i_\phi = i_1 \cdot \frac{40}{40+24} = 0.625\, i_1$$

$$\Downarrow$$

מכיון מקור המתח המבוקר
הוא מתנהג כנגד

$$V = 16\cdot10^{+3}\, i_\phi = $$

$$= 10\cdot10^{3}\cdot i_1$$

$$\Downarrow$$

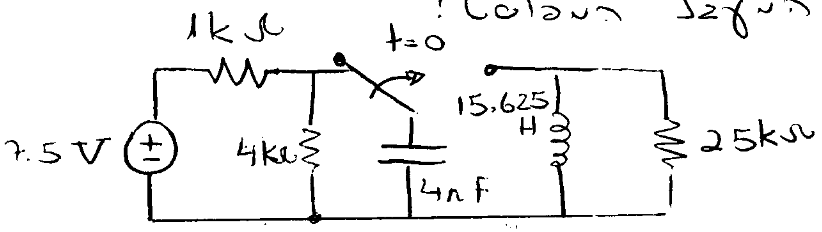
$$\frac{V}{i_1} = 10k\Omega$$

מכאן התנגדות שקולה

$$R_{eq} = 10k\Omega + 40 \| 24k = 25k\Omega$$

(30)

המעגל הנתון:



$$V_c(0^-) = 7.5 \cdot \frac{4k}{5k} = 6V$$

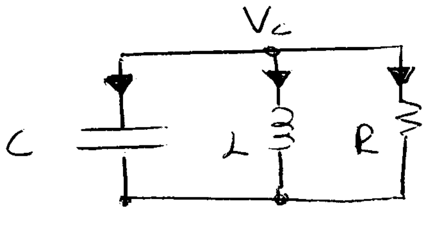
$$i_L(0^-) = 0$$

המיתוג מחולל קפיצת מצב.
הסליל יכול לספוג את קפיצת המצב ללא שינוי
בזרם, מכיוון שקפיצת מצב על הסליל מהווה
קפיצת מצב על הנגד ⇐ יוצר קפיצת זרם
על הנגד. זרם הקבל שווה לזרם הנגד +זרם.
הסליל. לכן מכיל קפיצה, חוק הנגד מוביל לספוג
קפיצת זרם ללא שינוי במצב. "מכיון ש"
קפיצות מצב קבל וזרם סליל:

$$V_c(0^+) = V_c(0^-) = 6V$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0A$$

המעגל עבור $t>0$:



$$\text{kcl:} \quad C\dot{V}_c + \frac{1}{L}\int V_c + \frac{V_c}{R} = 0$$

נגזור ונקבל

$$C\ddot{V}_c - \frac{1}{L}V_c - \frac{\dot{V}_c}{R} = 0$$

$$\ddot{V}_c + \frac{1}{RC}\dot{V}_c + \frac{1}{LC}V_c = 0$$

(31)

נציב ערכים:

$$\begin{cases} \ddot{V}_c + 10000\dot{V}_c + 16\cdot 10^6 V_c = 0 \\ V_c(0^+) = 6V \\ \dot{V}_c(0^+) = -60{,}000 \end{cases}$$

הסבר:

$$\dot{V}_c(0^+) = \frac{1}{C} i_c(0^+) = \frac{1}{C}\left[\underbrace{-i_R(0^+)}_{=-\frac{6}{R}} - \underbrace{i_L(0^+)}_{=0}\right]$$

עקב הרציפות
זרם הסליל.

$$\Downarrow$$

$$\dot{V}_c(0^+) = -60{,}000$$

פתרון המשוואה האופיינית

$$x^2 + 10{,}000x + 16\cdot 10^6 = 0$$

קבלנו שני פתרונות

$$x_1 = -8000$$

$$x_2 = -2000$$

מכאן הפתרון הוא בצורה הבאה:

$$V_c(t) = Ae^{-8000t} + Be^{-2000t}$$

לאחר הצבת תנאי ההתחלה נקבל

$$V_c(t) = 8e^{-8000t} - 2e^{-2000t}$$