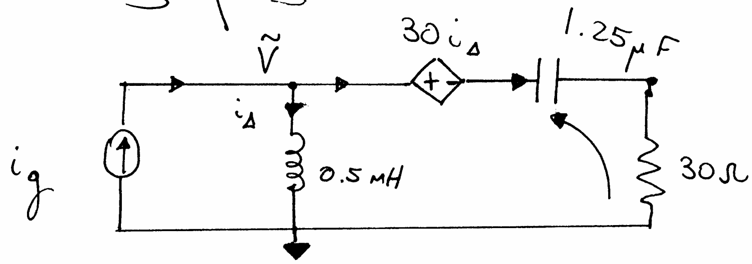
(1)

פתרון תרגיל 10 . 1



$$\tilde{I}_g = 6e^{j0}$$

נרשום KCL על צומת $\tilde{V}$

$$\tilde{I}_g = \frac{\tilde{V}}{j\omega L} + \frac{\tilde{V} - 30 i_\Delta}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$j\omega L = j\, 20\cdot 10^{3} \cdot 0.5\cdot 10^{-3} = j10$$

$$R + \frac{1}{j\omega C} = 30 + \frac{1}{j\, 1.25\cdot 10^{-6}\cdot 20\cdot 10^{3}} = 30 - j40$$

$$\Downarrow$$

$$6 = \frac{\tilde{V}}{j10} + \frac{V - 30 i_\Delta}{30 - j40}$$

$$i_\Delta = \frac{\tilde{V}}{j10}$$

$$60j\,(30 - j40) = \tilde{V}\,(30 - j40) + j10\cdot\tilde{V} - 30\tilde{V}$$

(2)

$$1800j + 2400 = -30j\,\tilde{V}$$

$$\Downarrow$$

$$\tilde{V} = -60 + 80j$$

$$\tilde{V}_R = \underbrace{(\tilde{V} - 30 i_\Delta)}_{\text{}} \cdot \frac{30}{30 - j40} =$$

$$= (-300 - 100j) \quad \frac{30}{30 - j40} =$$

$$= -60 - 180\,j$$

$$P_{res} = \frac{1}{2} |\tilde{V}_{res}|^2 \cdot Re\{Y_R^*\} = \frac{1}{2} \cdot (60^2 + 180^2) \cdot \frac{1}{30} =$$

$$= 600\,[W]$$

③

2א. הזרם של קו ההולכה הוא:

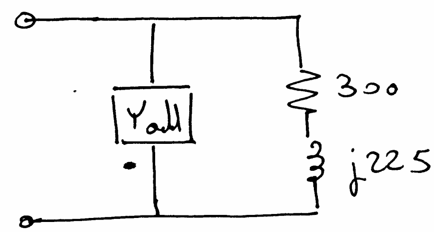
$$\tilde{I}_{\text{הולכה}} = \tilde{V}_{in} \cdot \frac{1}{(10+j7.5)+(300+j225)} =$$

$$= 4.48 - j3.36$$

$$P_{\text{הולכה}} = \frac{1}{2}|\tilde{I}|^2 \cdot Re\{Z\} =$$

$$= \frac{1}{2}(4.48^2 + 3.36^2) \cdot 10 = 156.8[W]$$

ב. בסעיף זה יש לחשב את הראקטנס של הרכיב ולא את ערכו (מכיוון שלא נתון התדר).



$$Y_{eq} = \frac{1}{300+j225} =$$

$$= \frac{4}{1875} - j\frac{1}{625}$$

$$\Downarrow$$

$$Y_{add} = +j\frac{1}{625}$$

$$\Downarrow$$

$$Z_{add} = -j625[\Omega]$$

הרכיב הינו קבל וזהו הראקטנס שלו:

(4)

$$Y_{in} = Y_{eq} + Y_{load} = \frac{4}{1875}$$

$$Z_{in} = 468.75\ [\Omega]$$

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}_{in}}{10 + j7.5 + 468.75} =$$

$$= 4.53 + j0.071$$

$$P = \frac{1}{2} |\tilde{I}|^2 \cdot \mathrm{Re}\{ Z_{load} \} =$$

$$= \frac{1}{2} \left(4.53^2 + 0.071^2 \right) \cdot 10 = 102.63\ [W]$$

(5)

$$Z_L = A_L \cos\theta_L + jA_L \sin\theta_L$$

$$Z_{TH} = A_{TH}\cos\theta_{TH} + jA_{TH}\sin\theta_{TH}$$

$$\bar{I} = \frac{V_{TH}\angle 0^\circ}{Z_L + Z_{TH}}$$

$$R_{TH} = A_L \cos\theta_L$$

$$= \frac{1}{2}|\bar{I}|^2 \cdot R_{TH}\angle 0^\circ =$$

$$= \frac{V_{TH}^2 \angle 0^\circ \cdot A_L\cos\theta_L}{2\left(A_L\cos\theta_L + A_{TH}\cos\theta_{TH}\right)^2 + \left(A_L\sin\theta_L + A_{TH}\sin\theta_{TH}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{V_{TH}^2 A_L\cos\theta_L}{A_L^2\underbrace{\left(\cos^2\theta_L + \sin^2\theta_L\right)}_{=1} + B\cdot A_L + C}$$

$$B = 2\left(A_{TH}\cos\theta_L\cos\theta_{TH} + A_{TH}\sin\theta_L\sin\theta_{TH}\right) =$$

$$= 2A_{TH}\cos\left(\theta_L - \theta_{TH}\right)$$

$$C = A_{TH}^2\left(\cos^2\theta_{TH} + \sin^2\theta_{TH}\right) = A_{TH}^2$$

$$P = \frac{1}{2}\cdot\frac{V_{TH}^2 \cdot A_L\cos\theta_L}{A_L^2 + 2A_L A_{TH}\cos\left(\theta_L - \theta_{TH}\right) + A_{TH}^2}$$

נגזרת של מנה היא :

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}$$

אותנו מעניין המונה בלבד (מכיוון שמשווים את הביטוי ל-0) ומכיוון נמצא את הביטוי

$$u'\cdot v - u\cdot v'$$

(הגזירה היא לפי A_L) :

$$V_{TH}^2\cdot\cos\theta_L\left(A_L^2 + 2A_L\cos(\theta_L-\theta_{TH}) + A_{TH}^2\right)$$

$$-\,V_{TH}^2 A_L\cos\theta_L\left(2A_L + 2A_{TH}\cos(\theta_L-\theta_{TH})\right) = 0$$

נחלק ב- V_{TH}^2 ונקבל מיידית: •

$$-\cos\theta_L\cdot A_L^2 + \cos\theta_L A_{TH}^2 = 0 \quad \Big/ :\cos\theta_L$$

• כאשר לפתרון

$$\cos\theta_L \neq 0$$

$$\Downarrow$$

$$R_L \neq 0$$

$$\Downarrow$$

$$A_L^2 = A_{TH}^2$$

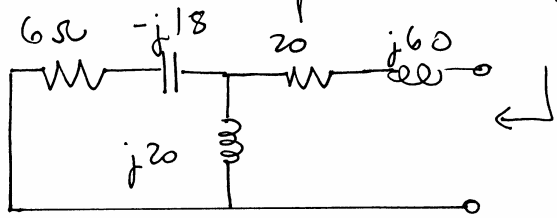
$$\Downarrow$$

$$A_L = A_{TH}$$

($A_L = -A_{TH}$ נפסל משום ש A_L חייב להיות חיובי.)

4. נמצא שקול תבנין:

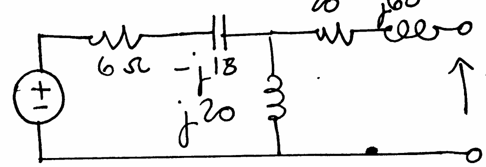
א. נמצא Z_{eq}:



$$Z_{in} = 20 + j60 + j20 \| (6 - j18) =$$

$$= 80 + j60$$

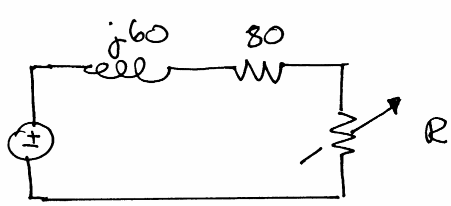
ב. נמצא $\tilde{V}_{oc}$



$$\underset{(rms)}{\tilde{V}_{oc}} = 480\angle 0° \cdot \frac{j20}{6 - j18 + j20} =$$

$$= 480 + j1440$$

מכאן שקול תבנין



$\tilde{V}_{TH}$ (rms) =

$= 480 + j1440$

(8)

עבור הספק מקסימלי (שאלה 3):

$$R = |-j60+80| = 100\Omega$$

לצורך חישוב ההספק, נמצא את הזרם במעגל:

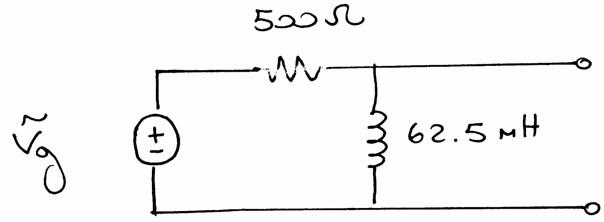
$$\tilde{I} = \frac{480+j1440}{-j60+80+100} = 8j\,[A]$$

:)

$$P_{נגד} = |I|^2 \cdot R = 64 \cdot 100 = 6400\,[W]$$

↑ אין צורך ב-$\frac{1}{2}$ כי מדובר ב-RMS במקור..

5. נמצא שקול תבנין לחלק השמאלי של המעגל (ללא R_L, C_L):



$$T = 250\pi\,[\mu s] \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{4000}{\pi}\left[\frac{1}{sec}\right]$$

$$\omega = 2\pi f = 8000\left[\frac{rad}{sec}\right]$$

עכבת הסליל:

$$j\omega L = 500j.$$

ט. עכבה שקולה:

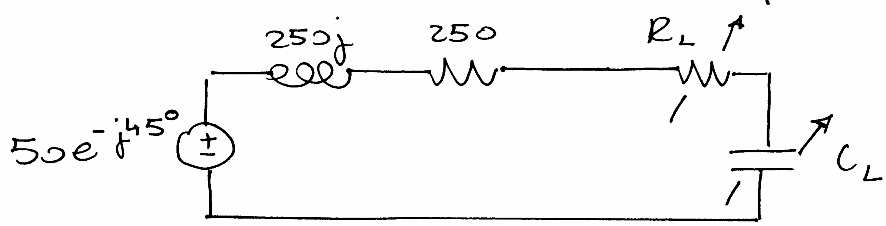
$$Z_{eq} = 500 \parallel 500j = 250 + 250j$$

פ. נסית $\tilde V_{oc}$:

$$\tilde V_{oc} = V_g \cdot \frac{500j}{500 + 500j} = [0.5 - 0.5j]\cdot \tilde V_g =$$

$$= \sqrt{2}\,[50 - 50j]\,[V] = 100e^{-j45^\circ}\,[V]$$

ומכאן המעגל השקול



(10)

ט. פתור $C_L = 4\mu F$

$$\frac{1}{j\omega C_L} = -j31.25$$

ומכאן הזרם ב המעגל הוא:

$$\tilde{I} = \frac{100e^{-j45^\circ}}{250+250j+100-j31.25} =$$

$$\cong 0.054 - 0.236j$$

$\Downarrow$

$$P_{עומס} = \frac{1}{2}|I|^2 \cdot R_L \cong 2.94 [W]$$

ה. R_L, C_L האופטימליים (לפי כלל ההתאמה) הם:

$$R_L^* = 250\Omega$$

$$\frac{1}{j\omega C_L^*} = -250j$$

$\Downarrow$

$$C_L^* = \frac{1}{250 \cdot 8000} = 0.5 \cdot 10^{-6} = 0.5\mu F$$

יש לקחת את ערכי הנגד והקבל הקרובים לערכים האופטימליים
ככל כדי שמירת התועלת:

$$R_L = 200\Omega$$

$$C_L = 1\mu F \Rightarrow \frac{1}{j\omega C_L} = -125j$$

(יא)

מצאנו את הזרם:

$$\tilde{I} = \frac{100e^{-j45}}{250+250j+200-125j} =$$

$$\cong 0.1 - 0.186j$$

$\Downarrow$

$$P = \frac{1}{2}|\tilde{I}|^2 \cdot R_L \cong 4.58[W]$$

ב. מצאנו את הרכיבים:
(בסעיף ד')

$R_L = 250\ \Omega$

$C_L = 0.5\ \mu F$

$\Downarrow$

$$\tilde{I} = \frac{100e^{-j45}}{250+250j+250-250j} = 0.2e^{-j45}$$

$\Downarrow$

$$P = \frac{1}{2}|\tilde{I}|^2 \cdot R_L = 5[W]$$