הסתברות וסטטיסטיקה ב׳

עפיף חלומה

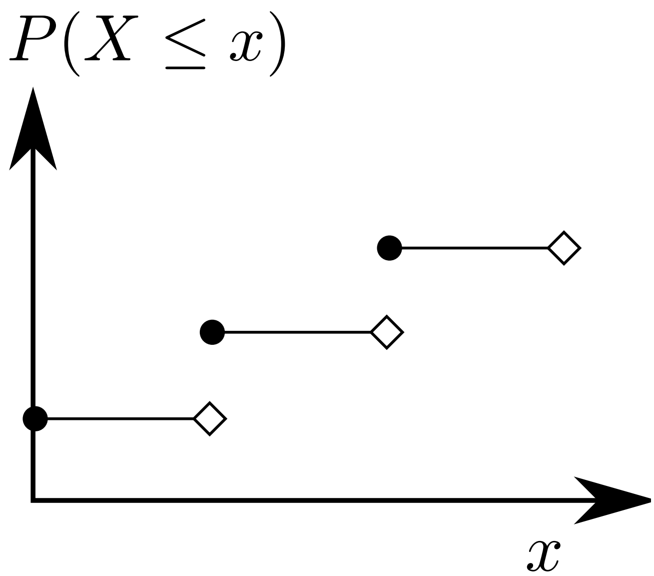
3 במרץ 2010

תוכן עניינים

פרק 1

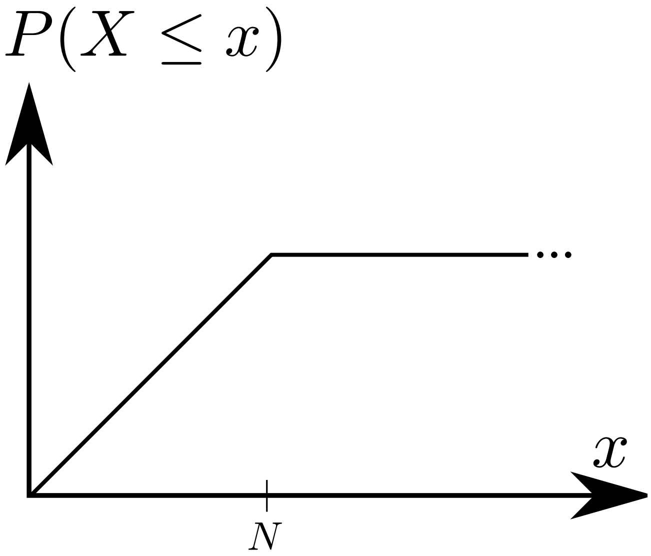
תרגול מס.1

1.1 פונקצית הסתברות מסתברת



איור 1.1: פונקצית התפלגות מסתברת של משתנה יוניפורמי בדיד

מקרה בדיד: $P_C\left(x\leq x_0\right)=\sum_{i=0}^{x_0}P\left(x_i\right)$



איור 1.2: פונקצית התפלגות מסתברת של משתנה יוניפורמי בדיד

מקרה רציף: $P_C\left(x<x_0\right)=\int_0^{x_0}P\left(x\right)dx$

1.2 תוחלת

מקרה בדיד: $EX=\sum_{i=0}^{\infty}x_iP\left(x=x_i\right)$

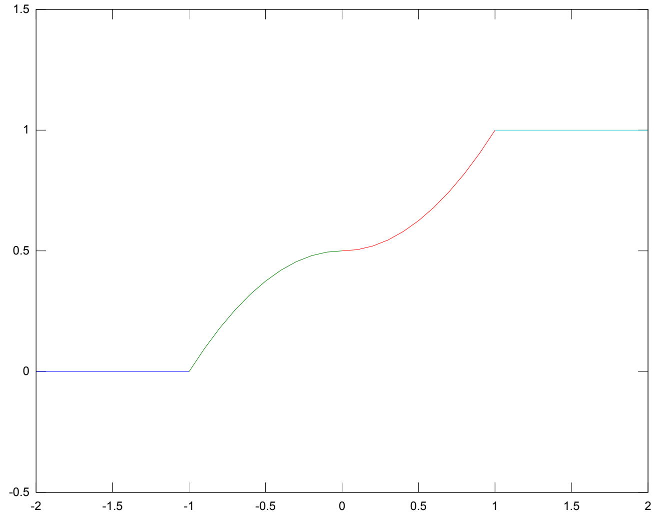
מקרה רציף: אם f היא פונק' הצפיפות אזי $EX=\int_{-\infty}^{\infty}xf_x\left(x\right)$ ו $Eg\left(X\right)=\int_{-\infty}^{\infty}g\left(x\right)f\left(x\right)$

1.2.1 דוגמה לפונק' צפיפות

$$f_x\left(x\right)=\begin{cases}|x| & -a\le x\le a\\ 0 & \text{Otherwise}\end{cases}$$

השטח הוא $\int_{-\infty}^{\infty}f_x\left(x\right)dx=2\cdot\frac{1}{2}a^2=1$ אזי $a=1$ מחשבים את F:

$$F_x\left(x\right)=\begin{cases}0 & x\le-1\\ \int_{-1}^{t}-xdx & -1\le x<0\\ \int_0^t xdx & 0\le x\le1\\ 1 & x\ge1\end{cases}=\begin{cases}0 & x\le-1\\ \frac{1}{2}-\frac{t^2}{2} & -1\le x<0\\ \frac{1}{2}+\frac{t^2}{2} & 0\le x\le1\\ 1 & x\ge1\end{cases}$$



איור 1.3: $F_X(x)$

מטעמי סימטריה רואים כי $EX=0$ אזי רוצים לחשב את $\mathrm{Var}X$

$$\begin{aligned}
\mathrm{Var}(X) &= \mathrm{E}\left(X^2\right)+\mathrm{E}(X) \\
&= \mathrm{E}\left(X^2\right) \\
&= 2\int_0^1 x^2\cdot xdx \\
&= \frac{2x^4}{4}|_0^1 \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(x\leq t|x>0) &= \frac{P(0\leq x\leq t)}{P(x>0)} \\
&= \frac{F(t)-F(0)}{F(0)} \\
&= \frac{\frac{1+t^2}{2}-\frac{1}{2}}{1/2} \\
&= t^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y &= X|X>0 \\
F_Y(t) &= t^2 \\
f_y &= 2t,\ \ t\in[0,1] \\
\mathrm{E}(Y) &= \int_0^1 2t^2dt = \frac{2}{3}t^3|_0^1 = \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

פרק 2

הרצאה מס.1

$$
\begin{aligned}
Y &= g(x) \\
F_Y &= P(Y \leq y) \\
&= P\left[g^{-1}(Y) \leq g^{-1}(y)\right] \\
&= P\left[X \leq g^{-1}(y)\right] \\
&= F_X\left(g^{-1}(y)\right)
\end{aligned}
$$

אזי

$$
\begin{aligned}
f_Y(y) &= f_X\left[g^{-1}(y)\right] \frac{\partial}{\partial y} g^{-1}(y) \\
f_Y(y) &= f_X(x) \frac{\partial}{\partial y} g^{-1}(y)
\end{aligned}
$$