

תרגיל מס. 5.

עפיף חלומה 302323001

26 בנובמבר 2009

1 שאלה 1

1.1 א

עבור שני זרימות מקסימליות $f_1 \neq f_2$ צריך להתקיים $v(f_1) = v(f_2)$ (לפי הגדרה של מקסימאליות). לפי משפט החתך המנימאלי והזרימה המקסימאלית קיימים שני חתכים (לא בהכרח שונים) c_1, c_2 כך ש $C(c_1) = C(c_2) = v(f_1) = v(f_2)$. יודעים כי כל זרימה f בעלת שטף $v(f)$ "מאפסת" את החתך c אם מתקיים $C(c) = v(f)$.

נניח בשלילה שקיים קודקוד v שיש ממנו מסלול ל s ב G_{f_1} אבל אין כזה ב G_{f_2} , אזי מקבלים כי יש חתך שהתאפס ב G_{f_2} אבל לא ב G_{f_1} , בסתירה לכך שזרימות בעלות אותה זרימה מאפסות אותם חתכים.

1.2 ב

לפי משפט החתך המינימאלי והקיבול המקסימאלי מתקבל כי זה עבור זרימה מקסימ-לת החתך המתאפס הוא מינימאלי, השאר נובע מסעיף א.

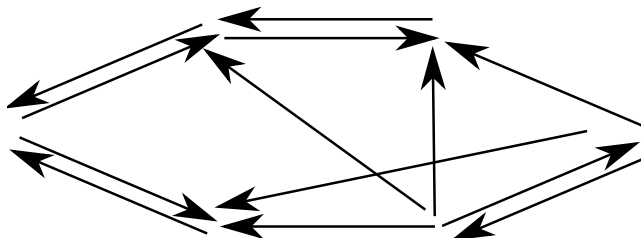
1.3 ג

לא. אם יש בשתי חתכים שונים בעל אותו קיבול אז הם יהיו שונים.

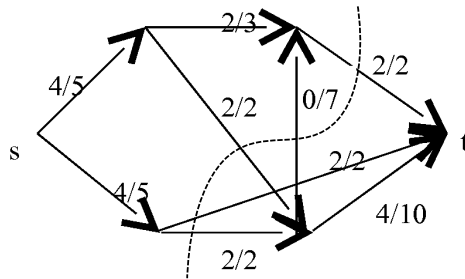
2 שאלה 2

2.1 א

הזרימה היא 8 (רואים מהקודקודים שיוצאים מ s . אזי אם זו זרימה מקסימאלית אזי ברשת השיורית לא מקבלים עוד מסילות מ s ל t ויש חתך מינימאלי בעל קיבול 8.



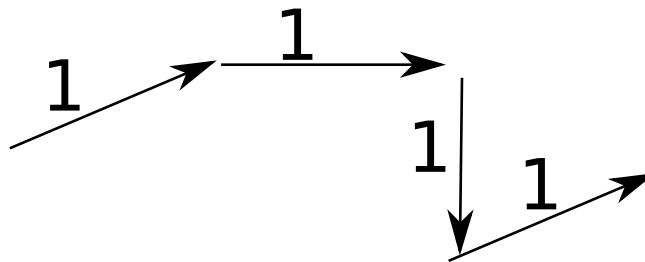
איור 1: גרף שיורי



איור 2: חתך בעל קיבול 8 (קיבול הכוון)

2.2 ב

זה לא גרף מקסימאלי כי יש מסילה משפרת:



איור 3: מסילה משפרת

3 שאלה 3

1. מחפסים מסילה בעלת זרימה 1 שעוברת דרך הצלע שרוצים לשנות ומוחקים אותה (דרך שני הרצות של DFS או בדרךים אחרות)

2. מקטינים את הצלע

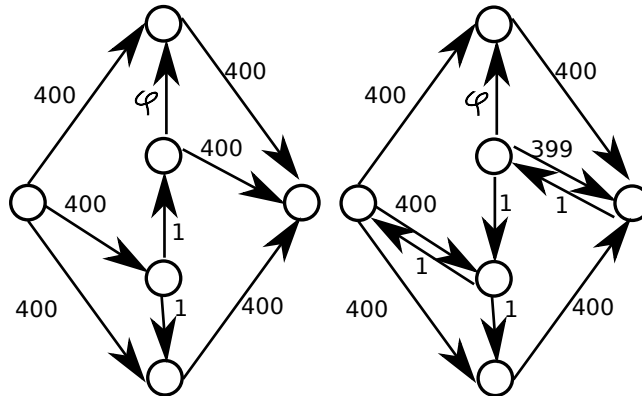
3. מחפסים מסילה חדשה מ s ל t (היא תהיה בעלת זרימה 1 או שאין מסילה כזו) ב G_f באמצעות אלג' DFS . (אלג זה הוא ליניארי)

4 שאלה 4

4.1 א

$$f = 801$$

4.2 ב



איור 4: רשת ורשת שיורית

4.3 ג

	e_1	e_2	e_3
	a_n	a_{n+1}	0
p_1	$a_n - a_{n+1} = a_{n+2}$	0	a_{n+1}
p_2	a_{n+2}	a_{n+1}	0
p_1	0	$a_{n+1} - a_{n+2} = a_{n+3}$	a_{n+2}
p_3	a_{n+2}	a_{n+3}	0

4.4 ד

צריכים לספור הזרם דרך כל אחד מהצלעות היוצאות מ S .
 לצלע העליונה מוסיפים a_{n+1} ב p_1 , והפעם הראשונה יזרום דרכה r . אזי $\frac{r^2}{1-r^2}$.
 לצלע האמצעית מוסיפים 1 בסעיפים הקודמים ואחר כך מתחילים להוסיף את המסלולים שלנו אזי מוסיפים r^2 ומתחילים מ r אזי $1 + \frac{r}{1-r^2}$.
 לצלע התחתונה מוסיף כל פעם r^2 ואנחנו מתחילים מ r^2 אזי $\frac{r^2}{1-r^2}$.

$$v(f) = \frac{r^2}{1-r^2} + 1 + \frac{r}{1-r^2} + \frac{r^2}{1-r^2}$$