תרגיל מס.8

עפיף חלומה 302323001

5 בינואר 2010

1 שאלה 1

נשתמש באותו אלג' שבו השתמשנו בכיתה

לחןעיפטם 1 פתרון

$L_0 \leftarrow \{0\}$
for i ← 1 to n
–L_i ← Merge(L_{i-1} , L_{i-1} + xi)
–L_i ← T rim(L_i , 2n)
–Remove all elements greater or equal than t aside from the minimal one of them.
Return max(L_n)

ומשתמשים באלג Trim הבא

לחןעיפטם 2 Trim

n ← length(L)
L´ ← {L[n]}
last ← L[n]
for i ← n − 1 downto 1
– if (L[i] < $\frac{last}{1+\delta}$)
– – $L' \leftarrow L' \cup \{L[i]\}$
– –last ← L[i]
return L´

יודעים כי זה עובד כי הוכחנו את זה בתרגול.

2 שאלה 2

כדי להוכיח ש $r \leq 2OPT - 1$ נראה:

כיוון שכל מכונה מוגבלת לביצוע k עבודה $OPT \geq \frac{\sum_i^n t_i}{k}$

כל מכונה יכולה לבצע k, אזי המצב הכי גרוע הוא אם מסדרים המסימות – i, k $\ldots i+1, i, k-i+1$(אין שתי מסימות באותה מכונה) לכן כל שתי מכונות מבצעות $k+1 = i+k-i+1$. ניח כרגע כי r(מספר המכונות) זוגי ו r_i הוא כמות העבודה המתבצעת במכונה הi אזי:

$$
\begin{aligned}
\sum t_i &= \sum_{i=1}^{\frac{r}{2}} (r_{2i} + r_{2i+1}) \\
\sum t_i &= \sum_{i=1}^{\frac{r}{2}} (k+1) \\
\sum t_i &= \frac{r}{2}(k+1) \\
\sum t_i &> \frac{r}{2}k \\
2\frac{\sum t_i}{k} &> r \\
2OPT &> r
\end{aligned}
$$

מכיוון שהכל דיסקרטי אנחנו יכולים להפוך את זה לאי שוויון חלש:

$$2OPT - 1 \geq r$$

במקרה ש r אי זוגי נניח שבמכונה האחרונה(שאין לה זוג) יש d עבודה

$$
\begin{aligned}
\sum t_i &= \sum_{i=1}^{\frac{r-1}{2}} (r_{2i} + r_{2i+1}) + r_{last} \\
\sum t_i &= \sum_{i=1}^{\frac{r-1}{2}} (k+1) + d \\
\sum t_i &= \frac{r-1}{2}(k+1) + d \\
\sum t_i &> \frac{r-1}{2}k \\
2\frac{\sum t_i}{k} &> r-1 \\
2OPT &> r-1
\end{aligned}
$$

מכיוון שהכל דיסקרטי אנחנו יכולים להפוך את זה לאי שוויון חלש:

$$2OPT \geq r$$

אבל OPT זה מספר שלם ו r זה אי זוגי, אזי אנחנו טוענים כי מספר אי זוגי קטן שווה ממספר זוגי. אבל מספר זוגי ומספר אי זוגי אף פעם לא יהיו שווים לכן:

$$2OPT - 1 \geq r$$

3 שאלה 3

בכל שלב האלג הזה בוחר פחות או שווה f קודקודים, אזי אם היו לו r שלבים הוא יבחר $f \cdot r$ קודקודים.

נשים לב שהאלג' בוחר בכל שלב קודקוד שלא נבחר באף קבוצה קודמת, וכל אלג תקין לפתרון הבעיה יהיה חייב לעשות את זה, אזי $OPT \geq r$. אבל האלג שלנו פועל ב $g(o) \leq f \cdot r$ אזי $g(o) \leq f \cdot OPT$