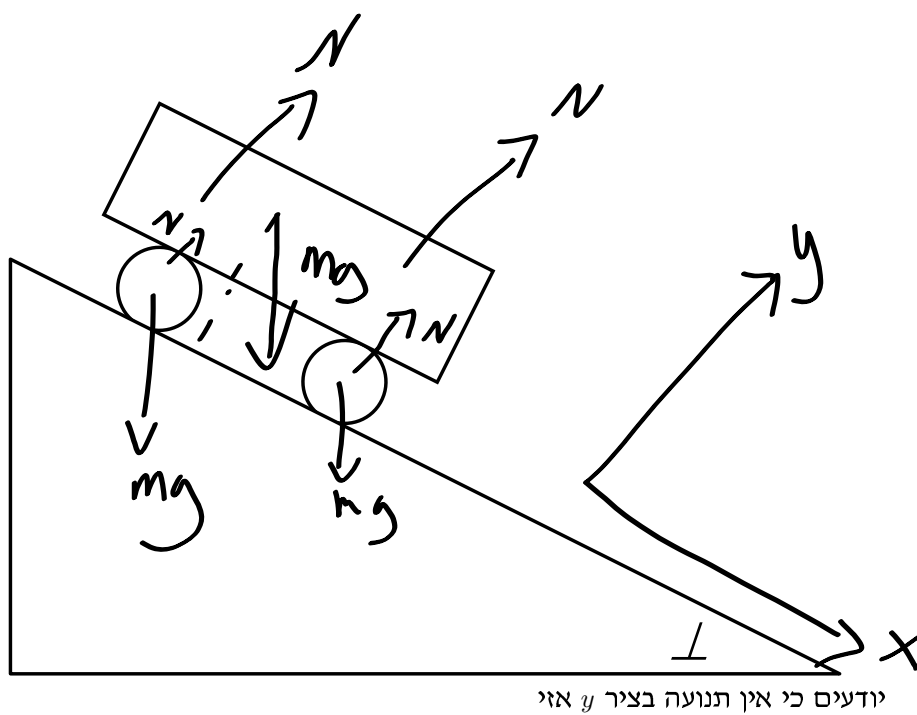


תרגיל מס. 9

עפיף חלומה, 302323001

22 בדצמבר 2009

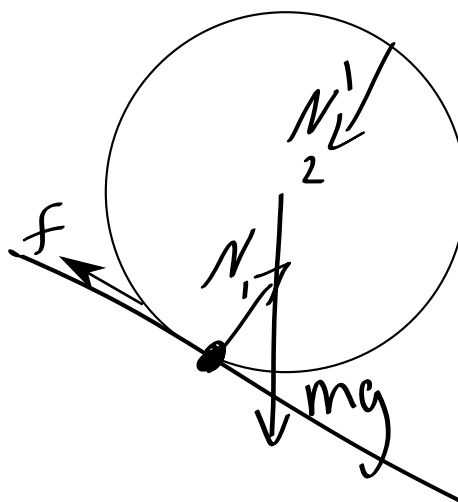
חלק I
שאלה 1



יודעים כי אין תנועה בציר y אזי

$$\sum F_y = 0$$

מסתכלים על כל גלגל לבד שיש מעליו $\frac{1}{2}M$:



$$\begin{aligned}
 N_2' &= \frac{Mg \cos \alpha}{2} \\
 N_1 - N_2' - mg \cos \alpha &= 0 \\
 N_1 - \frac{Mg \cos \alpha}{2} - mg \cos \alpha &= 0 \\
 N_1 &= \frac{Mg \cos \alpha}{2} + mg \cos \alpha
 \end{aligned}$$

אם אין החלקה אזי המהיאות של M תלויה במהירות גלגול של הגלגלים, אז מחשבים דרך תנע זוויתי סביב נקודת מרכז המעגל:

$$\begin{aligned}
 \tau &= f \cdot R + 0 + 0 \\
 I\dot{\omega} &= fR \\
 \dot{\omega} &= \frac{fR}{I}
 \end{aligned}$$

ב. כדי שזה יתקיים צריכים לקיים:

$$\begin{aligned}
 \frac{V_x}{R} &= \omega \\
 \frac{a_x}{R} &= \dot{\omega}
 \end{aligned}$$

$$a_x = \frac{F_x}{M}$$

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{Mg \sin \alpha}{M} \\ &= g \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a_x}{R} &= \dot{\omega} \\ \frac{g \sin \alpha}{R} &= \frac{fR}{I} \\ \frac{Ig \sin \alpha}{R^2} &= f \\ \frac{Ig \sin \alpha}{R^2} &= \mu \overbrace{\left(\frac{Mg \cos \alpha}{2} + mg \cos \alpha \right)}^{N_1} \\ \frac{Ig \sin \alpha}{R^2 \left(\frac{Mg \cos \alpha}{2} + mg \cos \alpha \right)} &= \mu \end{aligned}$$

חלק II שאלה 2

מומנט האינרציה של המערכת סביב הנקודה שבה החבל תלוי בקיר לפי משפט שטיינר:

$$\begin{aligned} I &= (I_1 + m_1 r_1^2) + (I_2 + m_2 r_2^2) + I_{rod} \\ &= \left(\frac{m \left(\frac{L}{2} \right)^2}{2} + m \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right) + \left(\frac{mL^2}{2} + mL^2 \right) + \frac{mL^2}{3} \end{aligned}$$

אזי אפשר לכתוב משוואות התנועה:

$$\begin{aligned} I\dot{\omega} &= N \\ I\ddot{\theta} &= \underbrace{mg \times \frac{L}{2}}_{\text{Disk1}} + \underbrace{mg \times L}_{\text{Disk2}} + \underbrace{mg \times \frac{L}{2}}_{\text{Rod}} \\ I\ddot{\theta} &= 2 \cdot \frac{mgL}{2} \sin(270 - \theta) + mgL \sin(270 - \theta) \\ I\ddot{\theta} &= 2mgL \sin(270 - \theta) \\ I\ddot{\theta} &= 2mgL \sin(180 - (\theta - 90)) \\ I\ddot{\theta} &= 2mgL \sin(\theta - 90) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I\ddot{\theta} &= -2mgL \sin(90 - \theta) \\
I\ddot{\theta} &= -2mgL \cos(\theta) \\
I\ddot{\theta} + 2mgL \cos(\theta) &= 0 \\
\ddot{\theta} + \frac{2mgL}{I} \cos(\theta) &= 0
\end{aligned}$$

אזי אם θ הוא מאוד קטן מקבלים:

$$\ddot{\theta} + \frac{2mgL}{I} \theta = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2mgL}{I}} \text{ אזי מקבלים}$$