

Afina Putri Dayanti

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 3 & 2 \\ 4 & 12 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

1. Matriks Adjoin

* menentukan kofaktor

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \\ 12 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 & 3 \\ 6 & 3 \\ 12 & 0 \end{matrix} \Rightarrow (72 + 72 + 0) - (144 + 0 + 144) = -144$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \\ 4 & 0 \end{matrix} \Rightarrow (48 + 24 + 0) - (72 + 0 + 48) = -48$$

$$D_{13} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & 12 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \\ 4 & 12 \end{matrix} \Rightarrow (96 + 24 + 144) - (96 + 48 + 72) = 48$$

$$D_{14} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & 12 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \\ 4 & 12 \end{matrix} \Rightarrow (0 + 36 + 108) - (72 + 72 + 0) = 0$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \\ 12 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \\ 12 & 0 \end{matrix} \Rightarrow (120 + 48 + 0) - (108 + 0 + 96) = -36$$

$$D_{22} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 0 \end{matrix} \Rightarrow (48 + 16 + 0) - (36 + 0 + 48) = -20$$

$$D_{23} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 6 & 2 \\ 4 & 12 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 12 \end{matrix} \Rightarrow (96 + 40 + 108) - (72 + 48 + 120) = 4$$

$$D_{24} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \\ 12 & 12 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 12 & 12 \end{matrix} \Rightarrow (0 + 60 + 72) - (48 + 72 + 0) = 12$$

$$D_{31} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \\ 12 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 & 2 \\ 3 & 3 \\ 12 & 0 \end{matrix} \Rightarrow (120 + 96 + 0) - (108 + 0 + 48) = 60$$

$$D_{32} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{matrix} \Rightarrow (48 + 32 + 0) - (36 + 0 + 32) = 12$$

$$D_{33} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 12 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 5 \\ 2 & 3 \\ 4 & 12 \end{matrix} \Rightarrow (48 + 80 + 72) - (36 + 96 + 80) = -12$$

$$D_{34} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 12 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 5 \\ 2 & 3 \\ 4 & 12 \end{matrix} \Rightarrow (0 + 60 + 48) - (24 + 72 + 0) = 12$$

$$D_{41} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 & 2 \\ 3 & 3 \\ 6 & 3 \end{matrix} \Rightarrow (30 + 48 + 27) - (54 + 60 + 12) = -21$$

$$D_{42} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{matrix} \Rightarrow (12 + 24 + 18) - (27 + 24 + 8) = -5$$

$$D_{43} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 5 \\ 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{matrix} \Rightarrow (12 + 60 + 36) - (27 + 48 + 20) = 13$$

$$D_{44} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 5 \\ 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{matrix} \Rightarrow (18 + 45 + 24) - (18 + 36 + 30) = 3$$

Konfaktor $D = \begin{bmatrix} -144 & -48 & 48 & 0 \\ -36 & -20 & 4 & 12 \\ 60 & 12 & -12 & 12 \\ -21 & -5 & 13 & 3 \end{bmatrix}$, sehingga $\text{Adj}(D) = \begin{bmatrix} -144 & 36 & 60 & 21 \\ 48 & -20 & -12 & -5 \\ 48 & -4 & -12 & -13 \\ 0 & 12 & -12 & 3 \end{bmatrix}$

$$\text{Det}(D) = (2 \cdot -144) - (2 \cdot -36) + (3 \cdot 60) - (4 \cdot -21) = 48$$

$$D^{-1} = \frac{1}{|D|} \text{Adj}(D) = \frac{1}{48}$$

$$\begin{bmatrix} -144 & 36 & 60 & 21 \\ 48 & -20 & -12 & -5 \\ 48 & -4 & -12 & -13 \\ 0 & 12 & -12 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3/4 & 5/4 & 7/16 \\ 1 & -5/12 & -1/4 & -5/48 \\ 1 & -1/12 & -1/4 & -13/48 \\ 0 & 1/4 & -1/4 & 1/16 \end{bmatrix}$$

2. matrix gauss jordan

$D =$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 & 3 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 3 & 2 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 12 & 0 & 8 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\frac{1}{2} b_1 \rightarrow$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5/2 & 1 & 3/2 & | & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 3 & 2 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 12 & 0 & 8 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$b_2 - 2 \cdot b_1 \rightarrow$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5/2 & 1 & 3/2 & | & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & | & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 3 & 2 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 12 & 0 & 8 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$b_3 - 3 \cdot b_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5/2 & 1 & 3/2 & | & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 & -1/2 & | & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -3/2 & 0 & -5/2 & | & -3/2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 12 & 0 & 8 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$-\frac{1}{2} b_2$

$b_4 - 4 \cdot b_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5/2 & 1 & 3/2 & | & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 & -1/2 & | & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3/4 & -13/4 & | & -3/4 & -3/4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 2 & | & -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$b_3 + \frac{3}{2} b_2$

$b_4 - 2 \cdot b_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5/2 & 1 & 3/2 & | & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 & -1/4 & | & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3/4 & -13/4 & | & -3/4 & -3/4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 & | & -3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$-\frac{3}{4} b_3$

$$b_4 - 4 \cdot b_3 \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 3/2 & 1 & 3/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3/4 & 13/3 & -3/4 & -3/4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 4 & -4 & 1 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} -\frac{4}{3} b_3 \\ \frac{1}{16} b_4 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 3/2 & 1 & 3/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 & -1/2 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 13/3 & 1 & 1 & -4/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 & -1/4 & 1/16 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} b_1 - \frac{3}{2} b_4 \\ b_2 + \frac{1}{2} b_4 \\ b_3 - \frac{13}{3} b_4 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 5/2 & 1 & 0 & 1/2 & -3/8 & 3/8 & -3/32 \\ 0 & 1 & -1/2 & 0 & 1/2 & -3/8 & -1/8 & 1/32 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1/12 & -1/4 & -3/8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 & -1/4 & 1/16 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} b_2 + \frac{1}{3} b_3 \\ b_1 - b_3 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 5/2 & 0 & 0 & -1/2 & -7/24 & 5/4 & 17/96 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -5/12 & -1/4 & -5/48 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1/12 & -1/4 & -13/48 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 & -1/4 & 1/16 \end{array} \right)$$

$$b_1 - \frac{5}{2} b_2 \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -3 & 3/4 & 5/4 & 7/16 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -5/12 & -1/4 & -5/48 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1/12 & -1/4 & -13/48 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 & -1/4 & 1/16 \end{array} \right)$$

$$\text{Jadi } D^{-1} = \left(\begin{array}{cccc} -3 & 3/4 & 5/4 & 7/16 \\ 1 & -5/12 & -1/4 & -5/48 \\ 1 & -1/12 & -1/4 & -13/48 \\ 0 & 1/4 & -1/4 & 1/16 \end{array} \right)$$