

Nama : Afina Putri Dayanti

Nim : 825200049

1. Buktikan dengan Induksi Matematika bahwa  $n^5 - n$  habis dibagi 5 untuk  $n$  bilangan positif

i) Basis Induksi

$$P(1) \text{ benar} \rightarrow n = 1$$

$$n^5 - n = 1^5 - 1$$

$$= 0$$

Karena 0 benar habis dibagi 5, maka  $P(1)$  benar

ii) langkah induksi

asumsikan  $P(n)$  benar

akan dibuktikan  $P(n+1)$  benar :

$$n^5 - n = (n+1)^5 - n+1$$

$$= (n^5 + 5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n + 1) - (n+1)$$

$$= n^5 + 5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n - n$$

$$= (n^5 - n) + 5(n^4 + 2n^3 + 2n^2 + n)$$

karena  $n^5 - n$  benar habis dibagi 5 berdasarkan hipotesis induksi

dan  $5(n^4 + 2n^3 + 2n^2 + n)$  jelas habis dibagi 5, maka  $P(n+1)$  benar.

2. Buktikan dengan induksi matematika bahwa :

$$1(2) + 2(3) + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

i) basis induksi

$P(1)$  benar  $\rightarrow n=1$

$$1(2) = \frac{1(1+1)(1+2)}{3}$$

$$2 = \frac{6}{3}$$

$$= 2$$

ii) langkah induksi

asumsikan  $P(n)$  benar.

akan dibuktikan  $P(n+1)$  benar :

$\rightarrow$

$\rightarrow$  NEXT

asumsikan benar :

$$1(2) + 2(3) + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

maka, jika  $n = (n+1)$  juga benar :

$$\left\{ \frac{n(n+1)(n+2)}{3} + n+1(n+1+1) \right\} = \frac{n+1(n+1+1)(n+1+2)}{3}$$
$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} + n+1(n+2) = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} + \frac{3(n+1)(n+2)}{3} = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$$

$$\frac{n(n+1)(n+2) + 3(n+1)(n+2)}{3} = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$$

$$\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3} = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$$

jadi terbukti bahwa  $1(2) + 2(3) + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

3. carilah dgn algoritma euclidan PBB dan angka? berikut :

a. 312 dan 76

$$312 = 4 \cdot 76 + 32$$

$$76 = 2 \cdot 32 + 6$$

$$32 = 5 \cdot 6 + 2$$

$$6 = 3 \cdot 2 + 0$$

$$\text{PBB}(312, 76) = 2$$

b. 172 dan 324

$$324 = 1 \cdot 172 + 156$$

$$172 = 1 \cdot 156 + 16$$

$$156 = 9 \cdot 16 + 12$$

$$16 = 1 \cdot 12 + 4$$

$$12 = 3 \cdot 4 + 0$$

$$\text{PBB}(172, 324) = 4$$

c. 315 dan 825

$$825 = 2 \cdot 315 + 195$$

$$315 = 1 \cdot 195 + 120$$

$$195 = 1 \cdot 120 + 75$$

$$120 = 1 \cdot 75 + 45$$

$$75 = 1 \cdot 45 + 30$$

$$45 = 1 \cdot 30 + 15$$

$$30 = 2 \cdot 15 + 0$$

$$\text{PBB}(315, 825) = 15$$