

BAB I SUKATAN MEMBULAT

Matematik Tambahan Tingkatan 5 KSSM

Oleh Cikgu Norazila Khalid

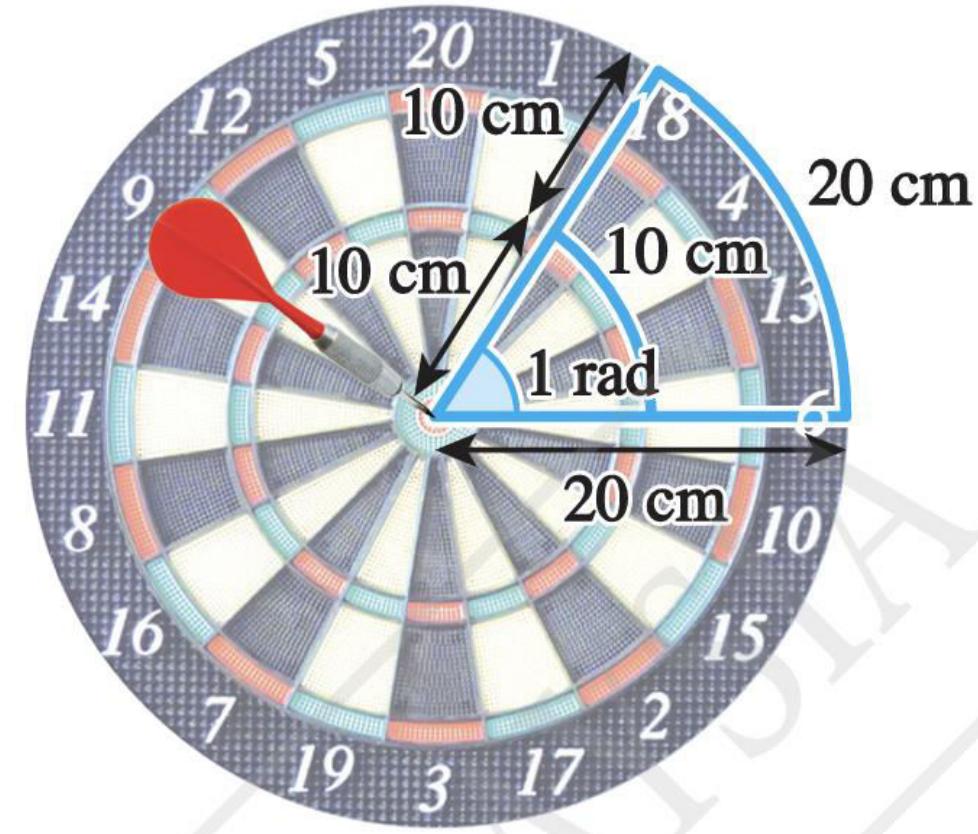
Smk Ulu Tiram, Johor



RADIAN

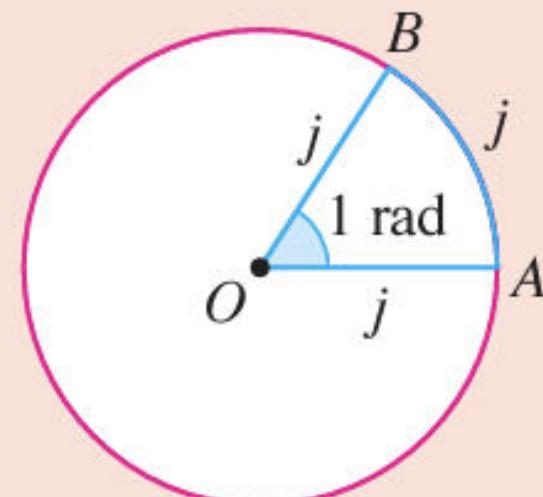
RADIAN

- Rajah di sebelah menunjukkan dua sektor bulatan yang ditandakan pada papan permainan baling damak dengan jejari 10 cm dan 20 cm, masing-masing mempunyai panjang lengkok 10 cm dan 20 cm.
- Perhatikan bahawa dua sektor itu mempunyai sudut yang sama.
- Sudut tersebut ditakrifkan sebagai 1 radian.



RADIAN

Satu radian ialah ukuran sudut yang tercangkum di pusat sebuah bulatan oleh lengkok yang sama panjang dengan jejari bulatan itu.



RADIAN

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Jadi, apabila $\pi = 3.142$,

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.29^\circ$$

dan

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \approx 0.01746 \text{ rad}$$

Contoh**1**

Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah.

[Guna $\pi = 3.142$]

(a) $\frac{2}{5}\pi$ rad

(b) 2.25 rad

Penyelesaian

(a) $\pi \text{ rad} = 180^\circ$
 $\frac{2}{5}\pi \text{ rad} = \frac{2}{5}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi}$
 $= \frac{2}{5} \times 180^\circ$
 $= 72^\circ$

(b) $\pi \text{ rad} = 180^\circ$
 $2.25 \text{ rad} = 2.25 \times \frac{180^\circ}{\pi}$
 $= 2.25 \times \frac{180^\circ}{3.142}$
 $= 128^\circ 54'$

Contoh 2

- (a) Tukarkan 40° dan 150° kepada radian, dalam sebutan π .
(b) Tukarkan $110^\circ 30'$ dan 320° kepada radian.

[Guna $\pi = 3.142$]

Penyelesaian

(a) $180^\circ = \pi \text{ rad}$

$$40^\circ = 40^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= \frac{2}{9}\pi \text{ rad}$$

$$150^\circ = 150^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= \frac{5}{6}\pi \text{ rad}$$

(b) $180^\circ = \pi \text{ rad}$

$$110^\circ 30' = 110^\circ 30' \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 110^\circ 30' \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 1.929 \text{ rad}$$

$$320^\circ = 320^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 320^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

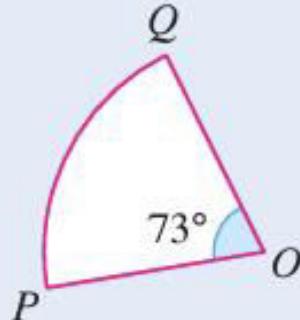
$$= 5.586 \text{ rad}$$

Latihan Kendiri 1.1

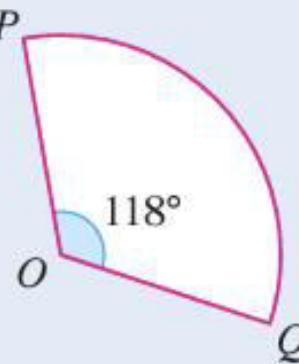
Latihan Formatif**1.1****Kuiz**bit.ly/2OvH6l0

1. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah. [Guna $\pi = 3.142$]
- (a) $\frac{7}{12}\pi$ rad (b) $1\frac{1}{3}\pi$ rad (c) 2 rad (d) 4.8 rad
2. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada radian. Berikan jawapan betul kepada tiga tempat perpuluhan. [Guna $\pi = 3.142$]
- (a) 76° (b) 139° (c) 202.5° (d) $320^\circ 10'$
3. Dalam setiap rajah berikut, POQ ialah sektor bagi sebuah bulatan berpusat O . Tukarkan setiap sudut POQ yang berikut kepada radian. [Guna $\pi = 3.142$]

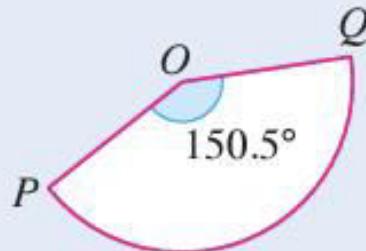
(a)



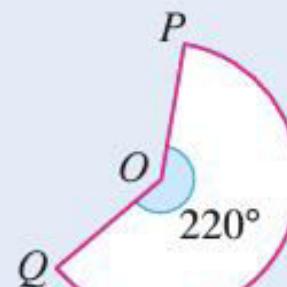
(b)



(c)



(d)

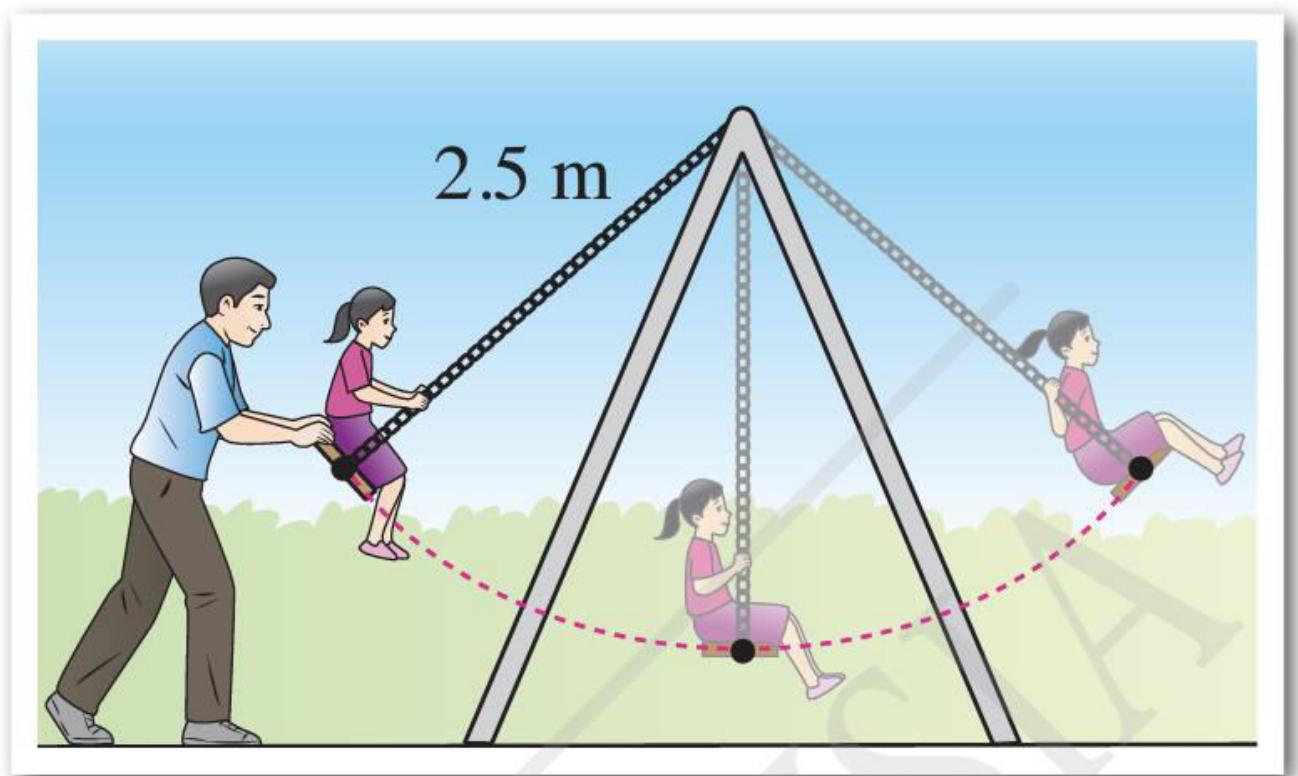




PANJANG LENGKOK SUATU
BULATAN

PANJANG LENGKOK SUATU BULATAN

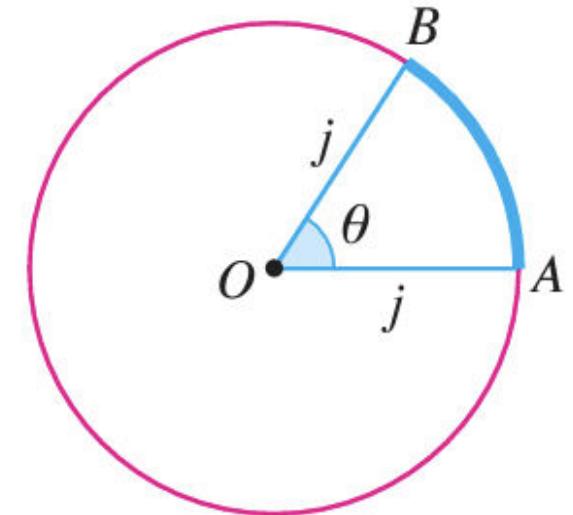
- Rajah di sebelah menunjukkan seorang budak perempuan sedang bermain buaian.
- Buaian dengan panjang 2.5 m itu berayun dan membentuk lengkok suatu bulatan yang melalui sudut 1.7 rad .



$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\angle AOB} = \frac{\text{Lilitan bulatan}}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\theta} = \frac{2\pi j}{360^\circ}$$

$$\text{Panjang lengkok minor } AB = \frac{2\pi j}{360^\circ} \times \theta$$



PANJANG LENGKOK SUATU BULATAN

PANJANG LENGKOK SUATU BULATAN

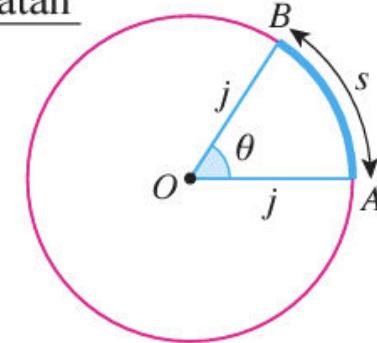
Walau bagaimanapun, jika $\angle AOB$ diukur dalam radian,

$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\theta} = \frac{\text{Lilitan bulatan}}{2\pi}$$

$$\frac{s}{\theta} = \frac{2\pi j}{2\pi}$$

$$s = \frac{2\pi j}{2\pi} \times \theta$$

$$s = j\theta$$



Secara amnya,

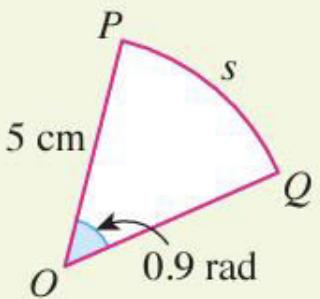
$$s = j\theta$$

Contoh 3

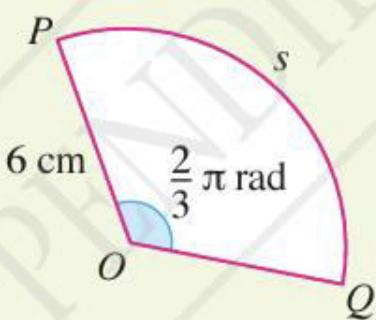
Cari panjang lengkok, s bagi setiap sektor POQ berpusat O yang berikut.

[Guna $\pi = 3.142$]

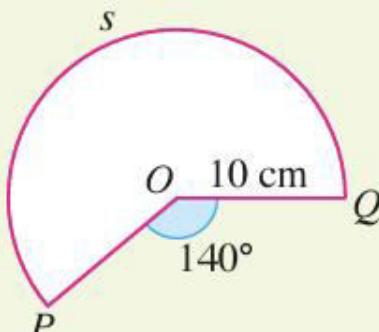
(a)



(b)



(c)



Penyelesaian

(a) Panjang lengkok, $s = j\theta$

$$s = 5 \times 0.9$$

$$s = 4.5 \text{ cm}$$

(c) Sudut refleks POQ dalam radian

$$= (360^\circ - 140^\circ) \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 220^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 3.84 \text{ rad}$$

Panjang lengkok, $s = j\theta$

$$s = 10 \times 3.84$$

$$s = 38.4 \text{ cm}$$

(b) Panjang lengkok, $s = j\theta$

$$s = 6 \times \frac{2}{3}\pi$$

$$s = 4\pi$$

$$s = 4(3.142)$$

$$s = 12.57 \text{ cm}$$



Imbas Kembali

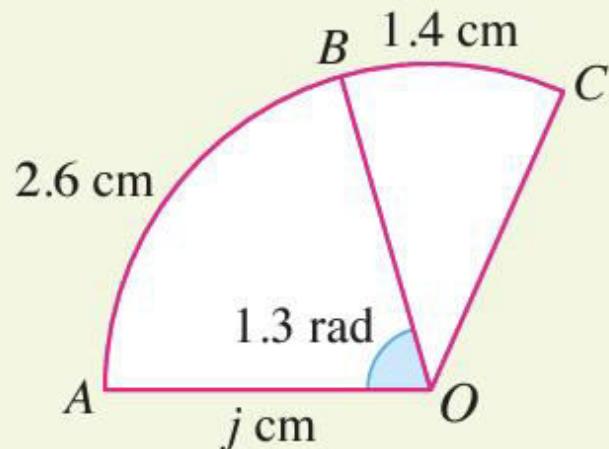
Saiz sudut bagi sudut refleks ialah $180^\circ < \theta < 360^\circ$.



Contoh 4

Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada bulatan berpusat O dan berjejari j cm. Diberi $\angle AOB = 1.3$ rad dan panjang lengkok AB dan BC masing-masing ialah 2.6 cm dan 1.4 cm. Hitung

- nilai j ,
- $\angle BOC$, dalam radian.



Penyelesaian

(a) Dalam sektor AOB ,

$$s = 2.6 \text{ cm} \text{ dan}$$

$$\theta = 1.3 \text{ rad.}$$

Maka, $s = j\theta$

$$j = \frac{s}{\theta}$$

$$j = \frac{2.6}{1.3}$$

$$j = 2 \text{ cm}$$

(b) Dalam sektor BOC ,

$$s = 1.4 \text{ cm} \text{ dan } j = 2 \text{ cm.}$$

Jadi, $s = j\theta$

$$\theta = \frac{s}{j}$$

$$\theta = \frac{1.4}{2}$$

$$\theta = 0.7 \text{ rad}$$

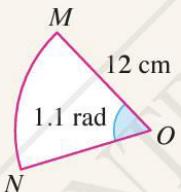
Maka, $\angle BOC = 0.7 \text{ rad.}$

Latihan Kendiri 1.2

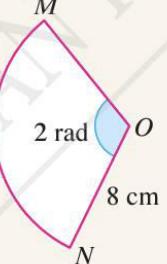
1. Cari panjang lengkok MN , dalam cm, bagi setiap sektor MON berpusat O yang berikut.

[Guna $\pi = 3.142$]

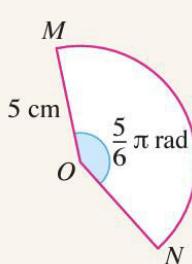
(a)



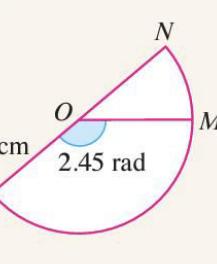
(b)



(c)



(d)



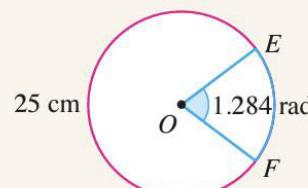
2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O .

Diberi panjang lengkok major EF ialah 25 cm dan

$\angle EOF = 1.284$ rad, cari

- (a) jejari, dalam cm, bulatan itu,
 (b) panjang lengkok minor EF , dalam cm.

[Guna $\pi = 3.142$]

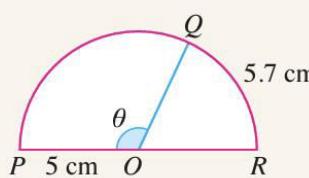


3. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah semibulatan $OPQR$

berjejari 5 cm. Diberi panjang lengkok QR ialah 5.7 cm, hitung

- (a) nilai θ , dalam radian,
 (b) panjang lengkok PQ , dalam cm.

[Guna $\pi = 3.142$]



MENENTUKAN PERIMETER TEMBERENG SUATU BULATAN

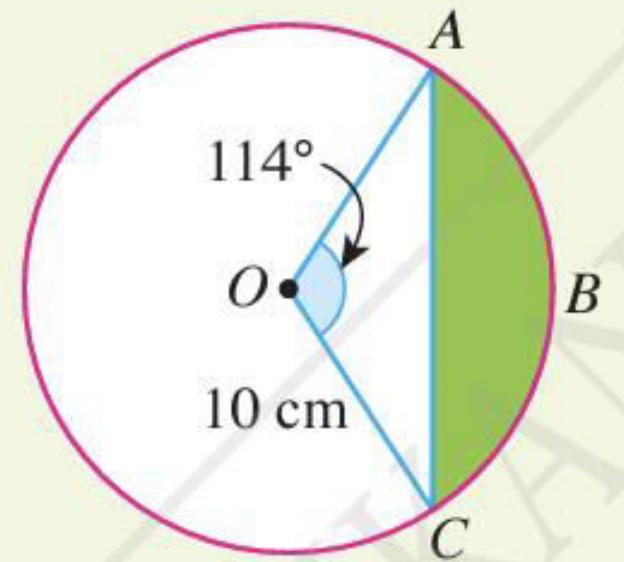
- Kawasan berwarna pada rim tayar basikal yang berjejari 31 cm dalam rajah di sebelah merupakan tiga tembereng yang sama saiz bagi sebuah bulatan.
- Perimeter bagi satu daripada tembereng itu ialah hasil tambah semua sempadannya.



Contoh

5

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan berjejari 10 cm. Perentas AC mencangkum sudut 114° pada pusat O . Hitung perimeter tembereng berlorek ABC .
[Guna $\pi = 3.142$]



Penyelesaian

Oleh sebab $180^\circ = \pi$ rad, maka kita peroleh

$$\begin{aligned}114^\circ &= 114^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\&= 1.990 \text{ rad}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Panjang lengkok } ABC &= j\theta \\&= 10 \times 1.990 \\&= 19.90 \text{ cm}\end{aligned}$$

Dengan menggunakan petua kosinus, panjang perentas AC ialah

$$\begin{aligned}AC^2 &= 10^2 + 10^2 - 2(10)(10) \cos 114^\circ \\AC &= \sqrt{200 - 200 \cos 114^\circ} \\&= 16.77 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Maka, perimeter tembereng berlorek } ABC &= 19.90 + 16.77 \\&= 36.67 \text{ cm}\end{aligned}$$

Kaedah **Alternatif**

Untuk mencari panjang perentas AC , lukis satu garis OD yang berserenjang dengan AC .

$$\begin{aligned}\text{Dalam } \triangle COD, \\ \angle COD &= \frac{114^\circ}{2} \\&= 57^\circ\end{aligned}$$

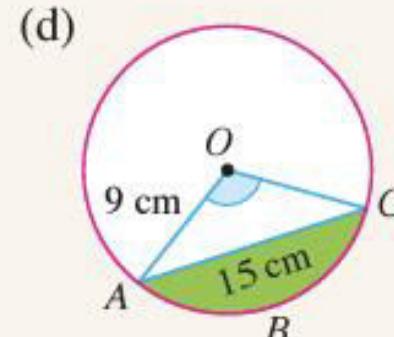
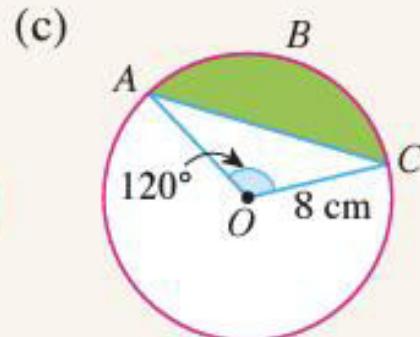
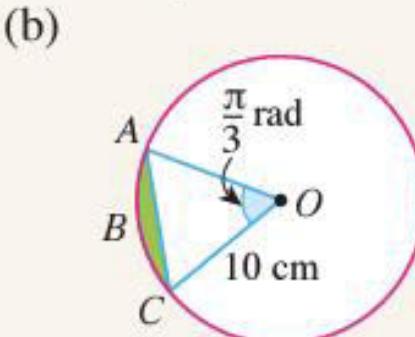
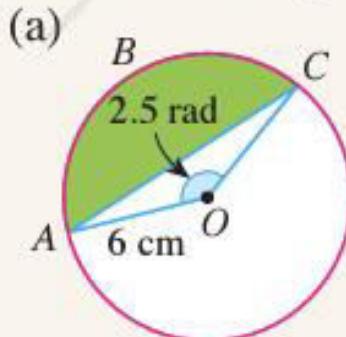
$$\sin \angle COD = \frac{CD}{OC}$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi, } CD &= OC \sin \angle COD \\&= 10 \sin 57^\circ \\&= 8.3867 \text{ cm}\end{aligned}$$

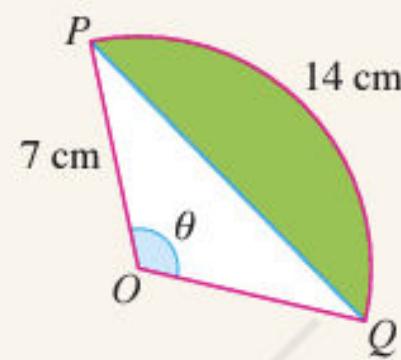
$$\begin{aligned}\text{Oleh itu, } AC &= 2CD \\&= 2(8.3867) \\&= 16.77 \text{ cm}\end{aligned}$$

Latihan Kendiri 1.3

1. Bagi setiap bulatan berpusat O yang berikut, hitung perimeter, dalam cm, tembereng berlorek ABC . [Guna $\pi = 3.142$]



2. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada sebuah bulatan berpusat O dan berjejari 7 cm. Diberi bahawa panjang lengkok PQ ialah 14 cm, cari
- sudut θ , dalam darjah,
 - perimeter tembereng berlorek, dalam cm.



Contoh**6****APLIKASI MATEMATIK**

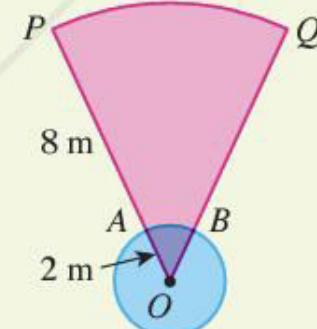
Rajah di sebelah menunjukkan kawasan lontaran bagi suatu acara lontar peluru di sebuah padang sekolah. Kawasan lontaran itu terdiri daripada dua buah sektor bulatan AOB dan POQ yang berpusat di O . Diberi bahawa $\angle AOB = \angle POQ = 50^\circ$, $OA = 2$ m dan $AP = 8$ m. Hitung perimeter, dalam m, kawasan berwarna $ABQP$. [Guna $\pi = 3.142$]

Penyelesaian**1 . Memahami masalah**

- ◆ Kawasan lontaran terdiri daripada dua buah sektor bulatan AOB dan POQ berpusat O .
- ◆ Sektor bulatan AOB berjejari 2 m, $AP = 8$ m dan $\angle AOB = \angle POQ = 50^\circ$.

2 . Merancang strategi

- ◆ Tukarkan sudut 50° kepada radian dan gunakan rumus $s = r\theta$ untuk mencari panjang lengkok AB dan PQ .
- ◆ Perimeter kawasan berwarna $ABQP$ boleh ditentukan dengan menambah semua sempadan kawasan itu.



3 . Melaksanakan strategi

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$\begin{aligned}50^\circ &= 50^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ} \\&= 0.873 \text{ rad}\end{aligned}$$

Panjang lengkok AB , $s = j\theta$

$$s = 2(0.873)$$

$$s = 1.746 \text{ m}$$

Panjang lengkok PQ , $s = j\theta$

$$s = 10(0.873)$$

$$s = 8.73 \text{ m}$$

Maka, perimeter kawasan berwarna $ABQP$

$$\begin{aligned}&= \text{panjang lengkok } AB + BQ \\&\quad + \text{panjang lengkok } PQ + AP \\&= 1.746 + 8 + 8.73 + 8 \\&= 26.48 \text{ m}\end{aligned}$$

4 . Membuat refleksi

$$\begin{aligned}\text{Panjang lengkok } AB &= \frac{50^\circ}{360^\circ} (2)(3.142)(2) \\ &= 1.746 \text{ m}\end{aligned}$$

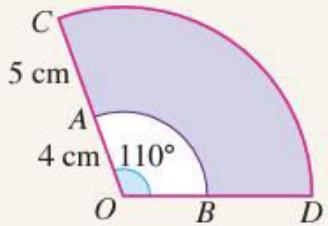
$$\begin{aligned}\text{Panjang lengkok } PQ &= \frac{50^\circ}{360^\circ} (2)(3.142)(10) \\ &= 8.73 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Maka, perimeter kawasan berwarna } ABQP &= \text{panjang lengkok } AB + BQ \\ &\quad + \text{panjang lengkok } PQ + AP \\ &= 1.746 + 8 + 8.73 + 8 \\ &= 26.48 \text{ m}\end{aligned}$$

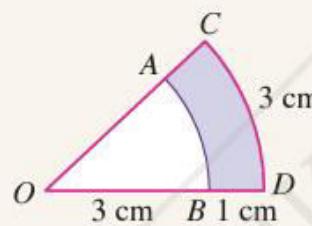
Latihan Kendiri 1.4

1. Dalam setiap rajah berikut, hitung perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.

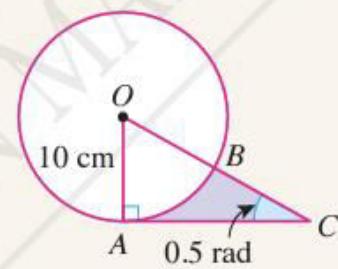
(a)



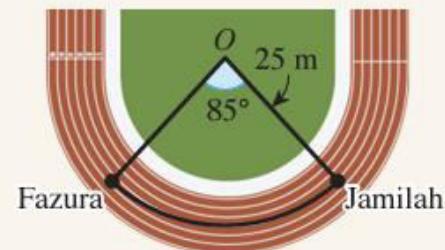
(b)



(c)

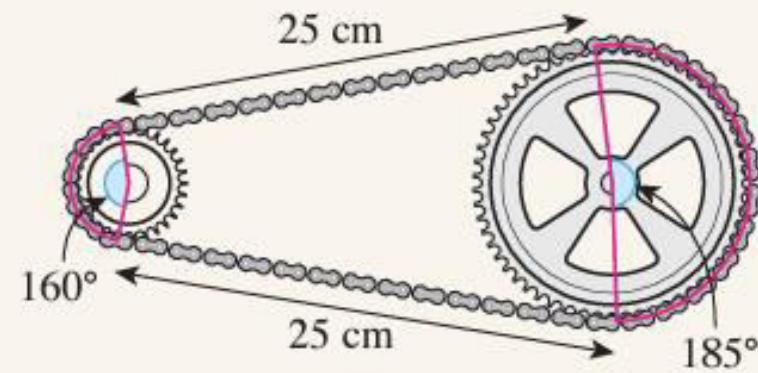
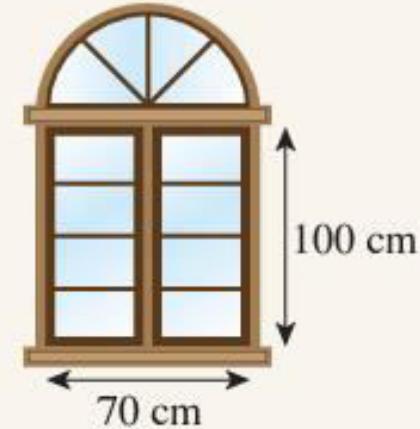


2. Bandar Raya Washington di Amerika Syarikat dan Bandar Raya Lima di Peru terletak pada longitud yang sama masing-masing dengan latitud 38.88° U dan 12.04° S. Diberi bumi yang berbentuk sfera mempunyai jejari 6 371 km, anggarkan jarak, dalam km, di antara dua bandar raya itu.
3. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada trek larian yang berbentuk semibulatan. Fazura ingin menghantar baton kepada Jamilah yang sedang menunggu 85° jauhnya dari Fazura. Berapakah jarak yang Fazura perlu lari untuk menghantar baton kepada Jamilah?





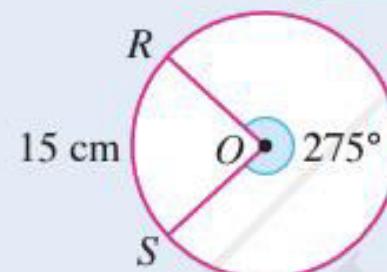
4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah tingkap yang terdiri daripada bentuk segi empat tepat dan semibulatan. Lebar tingkap itu ialah 70 cm dan tinggi tingkap berbentuk segi empat tepat ialah 100 cm. Cari
- panjang lengkok, dalam cm, tingkap yang berbentuk semibulatan itu,
 - perimeter, dalam cm, keseluruhan tingkap itu.
5. Rajah di sebelah menunjukkan rantai yang dipasang pada gegancu hadapan dan belakang sebuah basikal. Diberi bahawa lilitan gegancu hadapan dan belakang masing-masing ialah 50.8 cm dan 30.5 cm. Hitung panjang, dalam cm, rantai basikal itu.



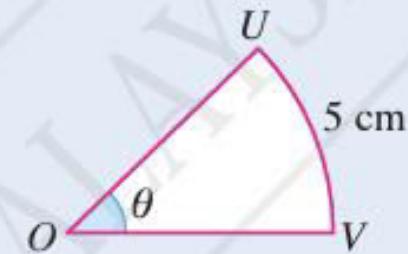
Latihan Formatif**1.2****Kuiz**bit.ly/2L6AZBv

1. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O . Panjang lengkok minor RS ialah 15 cm dan sudut sektor major ROS ialah 275° . Cari

- (a) sudut sektor minor ROS , dalam radian,
(b) jejari, dalam cm, bulatan itu.

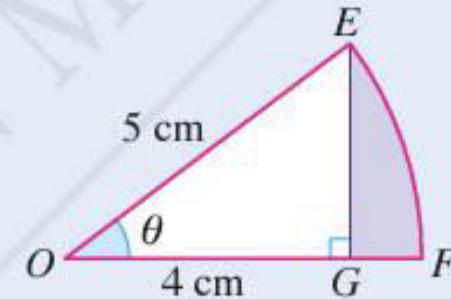


2. Rajah di sebelah menunjukkan sektor UOV berpusat O . Diberi panjang lengkok UV ialah 5 cm dan perimeter sektor UOV ialah 18 cm. Cari nilai θ , dalam radian.



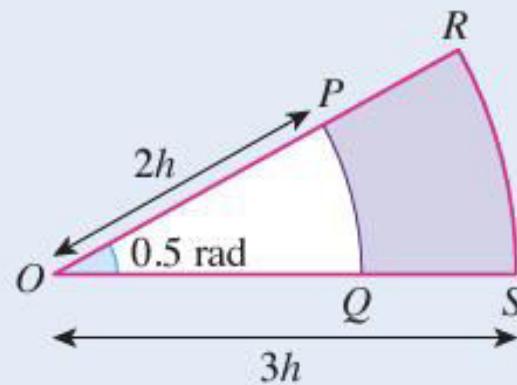
3. Rajah di sebelah menunjukkan sektor EOF bagi sebuah bulatan berpusat O . Diberi bahawa $OG = 4\text{ cm}$ dan $OE = 5\text{ cm}$, cari

- (a) nilai θ , dalam radian,
(b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.

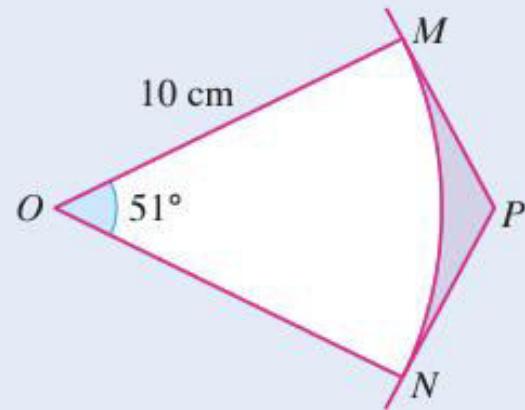


4. Rajah di sebelah menunjukkan dua sektor OPQ dan ORS dengan pusat O dan masing-masing berjejari $2h\text{ cm}$ dan $3h\text{ cm}$. Diberi $\angle POQ = 0.5\text{ radian}$ dan perimeter kawasan berlorek $PQSR$ ialah 18 cm , cari

- (a) nilai h , dalam cm,
(b) beza, dalam cm, antara panjang lengkok RS dan PQ .



- 5.** Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada bulatan berpusat O dan berjejari 10 cm. Tangen di titik M dan titik N pada lilitan bulatan itu bertemu di titik P dan $\angle MON = 51^\circ$, hitung
- panjang lengkok MN , dalam cm,
 - perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.



- 6.** Sebuah jam dinding mempunyai bandul dengan panjang 36 cm. Jika bandul itu berayun melalui sudut 21° , cari jumlah jarak, dalam cm, yang dilalui bandul itu dalam satu ayunan lengkap.
- 7.** Rajah di sebelah menunjukkan ukuran bagi sebuah tayar kereta. Berapa jauhkah, dalam m, tayar itu telah bergerak setelah membuat
- 50 pusingan lengkap?
 - 1 000 pusingan lengkap?
- [Guna $\pi = 3.142$]





**LUAS SEKTOR SUATU
BULATAN**

LUAS SEKTOR SUATU BULATAN

- **Sekeping piza berjejari 10 cm dipotong kepada 10 potongan yang sama saiz.**
- **Bolehkah anda anggarkan luas permukaan setiap potongan piza itu?**

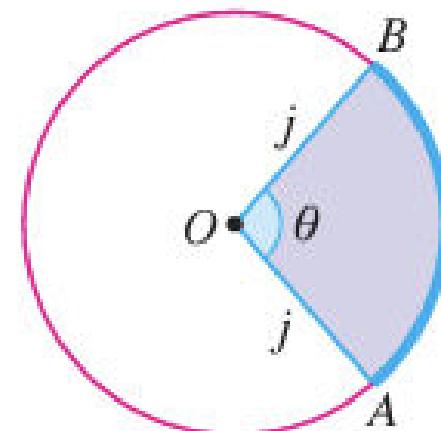


Hasil daripada Aktiviti Penerokaan 3, didapati bahawa:

$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\angle AOB} = \frac{\text{Luas bulatan}}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\theta} = \frac{\pi j^2}{360^\circ}$$

$$\text{Luas sektor minor } AOB = \frac{\pi j^2}{360^\circ} \times \theta$$



dengan θ ialah sudut dalam darjah yang tercangkum di pusat bulatan O dan berjejari j unit.

LUAS SEKTOR SUATU BULATAN

LUAS SEKTOR SUATU BULATAN

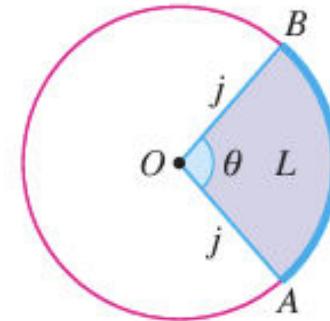
Walau bagaimanapun, jika $\angle AOB = \theta$ diukur dalam radian,

$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\theta} = \frac{\text{Luas bulatan}}{2\pi}$$

$$\frac{L}{\theta} = \frac{\pi j^2}{2\pi}$$

$$L = \frac{\pi j^2}{2\pi} \times \theta$$

$$L = \frac{1}{2}j^2\theta$$



Secara amnya,

$$L = \frac{1}{2}j^2\theta$$

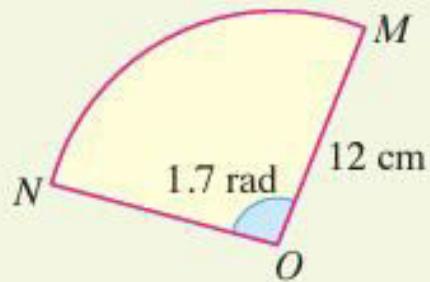
dengan L adalah luas sektor bagi sebuah bulatan berjejari j unit dan θ radian ialah sudut yang tercangkum oleh sektor di pusat bulatan O .

Contoh

7

Cari luas sektor, L bagi setiap sektor MON berpusat O yang berikut. [Guna $\pi = 3.142$]

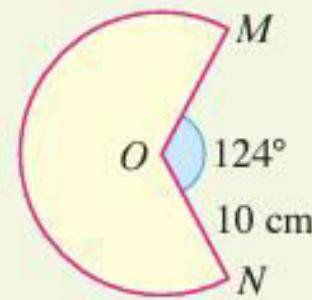
(a)



(b)



(c)



Penyelesaian

(a) Luas sektor, $L = \frac{1}{2}j^2\theta$

$$L = \frac{1}{2}(12)^2(1.7)$$

$$L = \frac{1}{2}(144)(1.7)$$

$$L = 122.4 \text{ cm}^2$$

(b) Luas sektor, $L = \frac{1}{2}j^2\theta$

$$L = \frac{1}{2}(8)^2(2.2)$$

$$L = \frac{1}{2}(64)(2.2)$$

$$L = 70.40 \text{ cm}^2$$

(c) Sudut refleks MON dalam radian

$$= (360^\circ - 124^\circ) \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 236^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 4.12 \text{ rad}$$

Luas sektor, $L = \frac{1}{2}j^2\theta$

$$L = \frac{1}{2}(10)^2(4.12)$$

$$L = \frac{1}{2}(100)(4.12)$$

$$L = 206 \text{ cm}^2$$



Sudut Informasi

Luas, L bagi suatu sektor bulatan ialah $L = \frac{1}{2}j^2\theta$, dengan θ ialah sudut dalam radian. Oleh sebab $s = j\theta$, kita peroleh:

$$L = \frac{1}{2}j(j\theta)$$

$$L = \frac{1}{2}js$$

Contoh**8**

Rajah di sebelah menunjukkan sektor POQ yang bersudut θ radian dan berjejari j cm. Diberi luas sektor POQ ialah 35 cm^2 , cari

- nilai j jika $\theta = 0.7$ rad,
- nilai θ jika jejari ialah 11 cm.

Penyelesaian

(a) Luas sektor $POQ = 35 \text{ cm}^2$

$$\frac{1}{2}j^2\theta = 35$$

$$\frac{1}{2}j^2(0.7) = 35$$

$$j^2 = \frac{35 \times 2}{0.7}$$

$$j^2 = 100$$

$$j = \sqrt{100}$$

$$j = 10 \text{ cm}$$

(b) Luas sektor $POQ = 35 \text{ cm}^2$

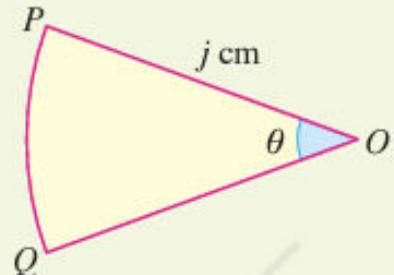
$$\frac{1}{2}j^2\theta = 35$$

$$\frac{1}{2}(11)^2\theta = 35$$

$$\frac{1}{2}(121)\theta = 35$$

$$\theta = \frac{35 \times 2}{121}$$

$$\theta = 0.5785 \text{ rad}$$

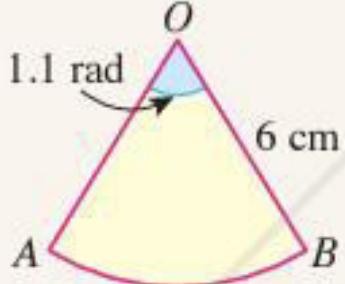


Latihan Kendiri

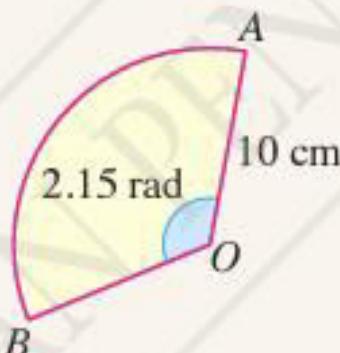
1.5

1. Bagi setiap sektor bulatan AOB berpusat O yang berikut, tentukan luasnya, dalam cm^2 .
[Guna $\pi = 3.142$]

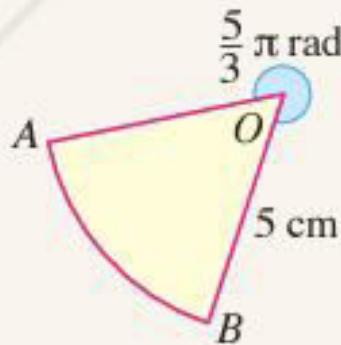
(a)



(b)



(c)

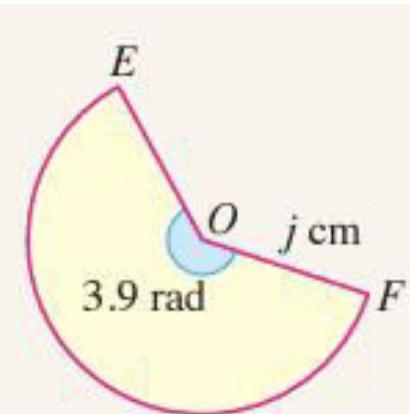


(d)

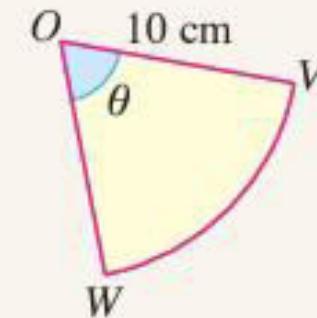


2. Suatu sektor bulatan berjejari 5 cm mempunyai perimeter 16 cm. Cari luas, dalam cm^2 , sektor itu.

3. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor major EOF berpusat O dan berjejari j cm dengan luas 195 cm^2 . Hitung
- nilai j , dalam cm,
 - panjang lengkok major EF , dalam cm,
 - perimeter, dalam cm, sektor major EOF .

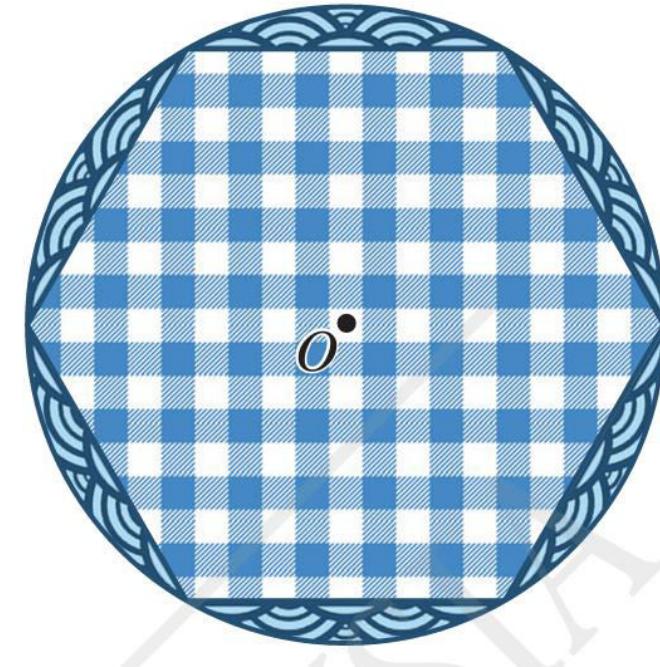


4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor VOW berpusat O dan berjejari 10 cm. Diberi bahawa luas sektor itu ialah 60 cm^2 , hitung
- nilai θ , dalam radian,
 - panjang lengkok VW , dalam cm,
 - perimeter, dalam cm, sektor VOW .



MENENTUKAN LUAS TEMBERENG SUATU BULATAN

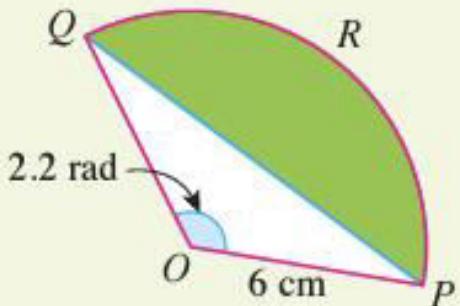
- Rajah di sebelah menunjukkan sehelai alas meja yang berbentuk sebuah bulatan berpusat O dengan corak berbentuk heksagon terterap di dalamnya.
- Renda yang dijahit di sekeliling heksagon pula merupakan tembereng bagi alas meja itu.
- Apakah maklumat yang diperlukan untuk mencari luas setiap renda itu?



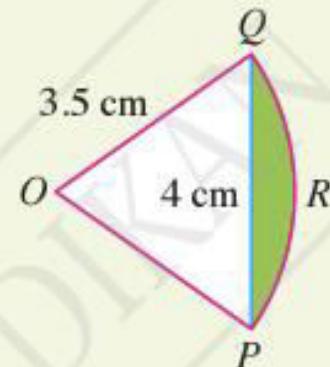
Contoh 9

Bagi setiap sektor POQ berpusat O yang berikut, cari luas, dalam cm^2 , tembereng PRQ .
[Guna $\pi = 3.142$]

(a)



(b)



Penyelesaian

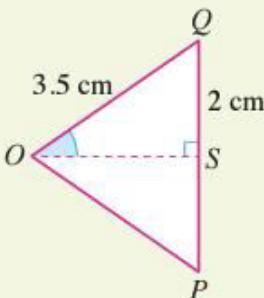
$$(a) 2.2 \text{ rad} = 2.2 \times \frac{180^\circ}{3.142} \\ = 126^\circ 2'$$

$$\text{Luas sektor } POQ = \frac{1}{2}j^2\theta \\ = \frac{1}{2}(6)^2(2.2) \\ = 39.60 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas } \Delta POQ = \frac{1}{2}(OP)(OQ) \sin \angle POQ \\ = \frac{1}{2}(6)(6) \sin 126^\circ 2' \\ = 14.56 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas tembereng } PRQ = 39.60 - 14.56 \\ = 25.04 \text{ cm}^2$$

$$(b) \text{ Dalam } \Delta QOP, \sin \angle QOS = \frac{QS}{OQ} \\ = \frac{2}{3.5} \\ \angle QOS = 34^\circ 51'$$



$$\text{Jadi, } \angle POQ = (2 \times 34^\circ 51') \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ = 69^\circ 42' \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ = 1.217 \text{ rad}$$

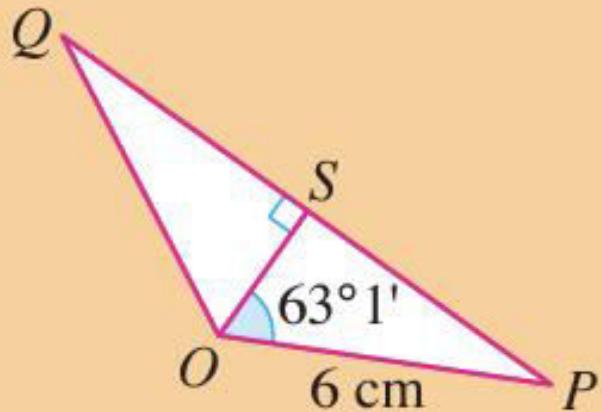
$$\text{Luas sektor } POQ = \frac{1}{2}j^2\theta \\ = \frac{1}{2}(3.5)^2(1.217) \\ = 7.454 \text{ cm}^2$$

$$\text{Dalam } \Delta POQ, \text{ semiperimeter, } s = \frac{3.5 + 3.5 + 4}{2} \\ s = 5.5 \text{ cm}$$

$$\text{Luas } \Delta POQ = \sqrt{s(s-p)(s-q)(s-o)} \\ = \sqrt{5.5(5.5-3.5)(5.5-3.5)(5.5-4)} \\ = \sqrt{5.5(2)(2)(1.5)} \\ = \sqrt{33} \\ = 5.745 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas tembereng } PRQ = 7.454 - 5.745 \\ = 1.709 \text{ cm}^2$$

Kaedah **Alternatif**



Dalam ΔPOQ ,

$$\angle POS = \frac{126^\circ 2'}{2} \\ = 63^\circ 1'$$

$$\sin 63^\circ 1' = \frac{PS}{6} \\ PS = 6 \times \sin 63^\circ 1' \\ = 5.3468 \text{ cm}$$

$$PQ = 2PS \\ = 2 \times 5.3468 \\ = 10.6936 \text{ cm}$$

$$OS = \sqrt{6^2 - 5.3468^2} \\ = 2.7224 \text{ cm}$$

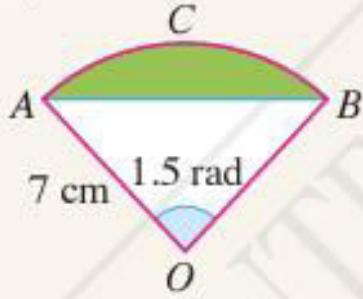
Jadi, luas ΔPOQ

$$= \frac{1}{2} \times PQ \times OS \\ = \frac{1}{2} \times 10.6936 \times 2.7224 \\ = 14.56 \text{ cm}^2$$

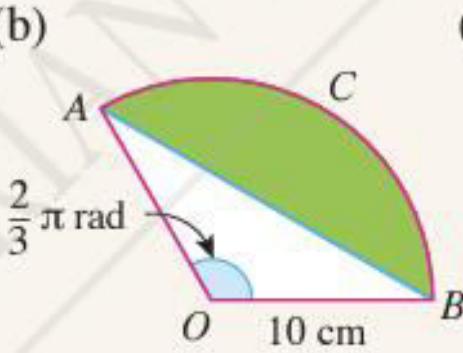
Latihan Kendiri **1.6**

1. Bagi setiap sektor AOB berpusat O yang berikut, cari luas tembereng ACB .
[Guna $\pi = 3.142$]

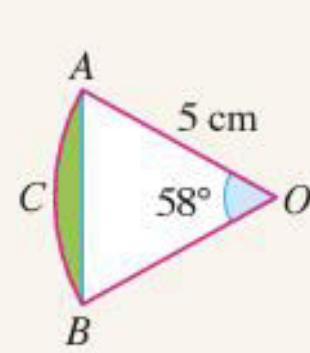
(a)



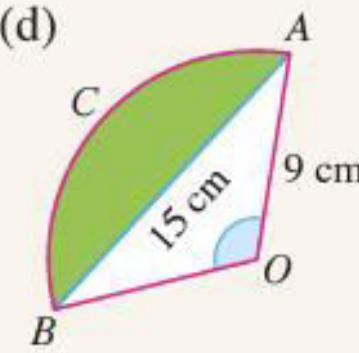
(b)



(c)

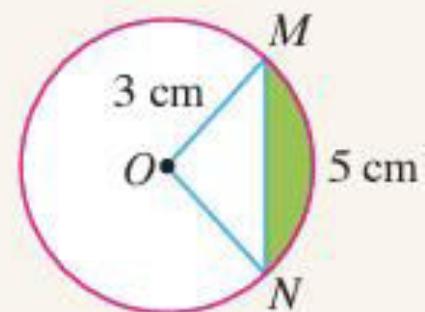


(d)



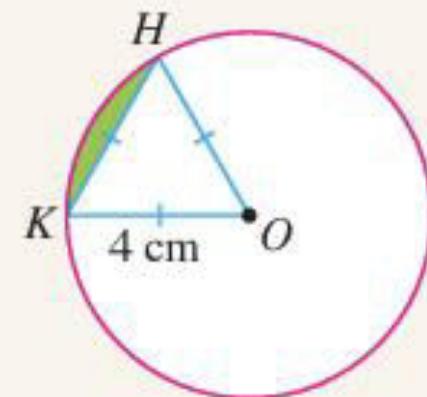
2. Rajah di sebelah menunjukkan sektor MON bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjejari 3 cm. Diberi panjang lengkok minor MN ialah 5 cm, cari

- (a) $\angle MON$, dalam darjah,
(b) luas tembereng berlorek, dalam cm^2 .



3. Rajah di sebelah menunjukkan sektor HOK bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjejari 4 cm. Panjang perentas HK adalah sama dengan jejari bulatan itu. Hitung

- (a) $\angle HOK$, dalam radian,
(b) luas tembereng berlorek, dalam cm^2 .

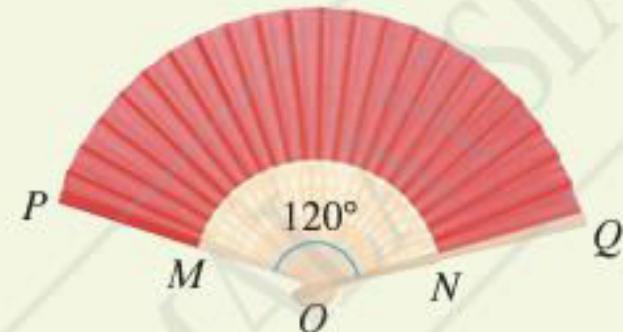


Contoh

10

APLIKASI MATEMATIK

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah kipas kertas yang dibuka sepenuhnya. Bahagian $PQNM$ merupakan bahagian yang diliputi dengan kertas. Diberi bahawa $OP = 15\text{ cm}$, $OM : MP = 2 : 3$ dan $\angle POQ = 120^\circ$, hitung luas, dalam cm^2 , kawasan yang diliputi oleh kertas itu.



Penyelesaian

1 . Memahami masalah

- ◆ $PQNM$ ialah bahagian yang diliputi dengan kertas apabila sebuah kipas kertas dibuka sepenuhnya.
- ◆ Diberi $OP = 15 \text{ cm}$, $OM : MP = 2 : 3$ dan $\angle POQ = 120^\circ$.
- ◆ Cari luas, dalam cm^2 , kawasan yang diliputi oleh kertas.

2 . Merancang strategi

- ◆ Cari panjang OM menggunakan nisbah $OM : MP = 2 : 3$.
- ◆ Tukar 120° kepada radian dan gunakan rumus $L = \frac{1}{2}r^2\theta$ untuk mencari luas sektor POQ dan luas sektor MON .
- ◆ Tolakkan luas sektor MON daripada luas sektor POQ untuk mencari luas kawasan yang diliputi oleh kertas.

3 . Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}OM &= \frac{2}{5} \times OP \\&= \frac{2}{5} \times 15 \\&= 6 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta \text{ dalam radian} &= 120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\&= 120^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ} \\&= 2.0947 \text{ rad}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas sektor } POQ, L &= \frac{1}{2}j^2\theta \\L &= \frac{1}{2}(15)^2(2.0947) \\L &= 235.65 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas sektor } MON, L &= \frac{1}{2}j^2\theta \\L &= \frac{1}{2}(6)^2(2.0947) \\L &= 37.70 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Maka, luas kawasan yang diliputi oleh kertas
= $235.65 - 37.70$
= 197.95 cm^2

4 . Membuat refleksi

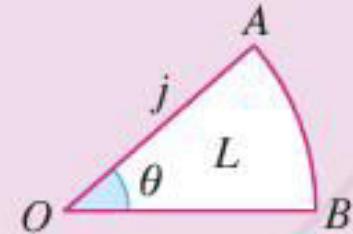
$$\text{Luas sektor } POQ, L = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 3.142 \times 15^2 \\ L = 235.65 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas sektor } MON, L = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 3.142 \times 6^2 \\ L = 37.70 \text{ cm}^2$$

Maka, luas kawasan yang diliputi oleh kertas
= $235.65 - 37.70$
= 197.95 cm^2



Tip Pintar



Jika θ diukur dalam darjah,
maka luas sektor bulatan,
 $L = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi j^2$.

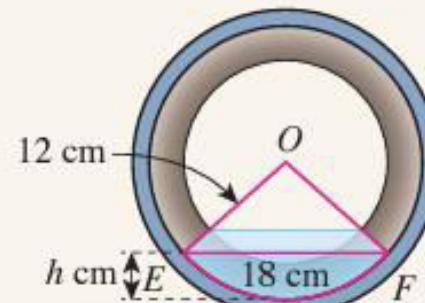
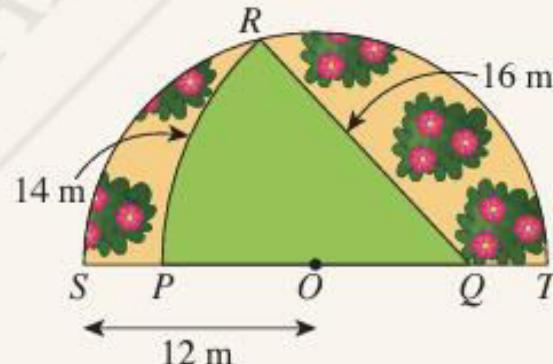
Latihan Kendiri **1.7**

1. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah taman SRT yang berbentuk semibulatan berpusat O dan berjejari 12 m.

Kawasan berumput PQR berbentuk sektor bulatan berpusat Q dan berjejari 16 m. Kawasan berwarna coklat cair pula akan dipagar dan ditanam dengan pokok bunga. Diberi panjang lengkok PR ialah 14 m, cari

- panjang pagar, dalam m, yang digunakan untuk memagar kawasan tanaman pokok bunga,
- luas kawasan, dalam m^2 , tanaman pokok bunga itu.

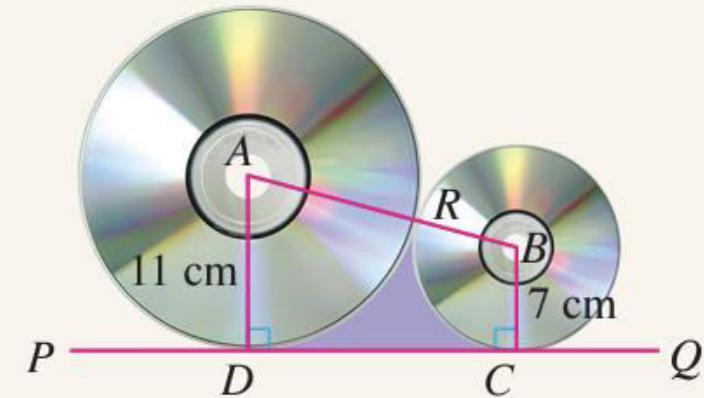
2. Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas paip air berjejari 12 cm. Air mengalir melalui paip itu dengan ketinggian h cm dan kelebaran mengufuknya, EF ialah 18 cm. Hitung
- nilai h ,
 - luas kawasan, dalam cm^2 , keratan rentas yang mengandungi air.





3. Rajah di sebelah menunjukkan dua keping cakera padat masing-masing dengan jejari 11 cm dan 7 cm menyentuh antara satu sama lain di R . Kedua-dua keping cakera itu terletak di atas garis lurus $PDCQ$.
- (a) Hitung $\angle BAD$, dalam darjah.
(b) Seterusnya, cari luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

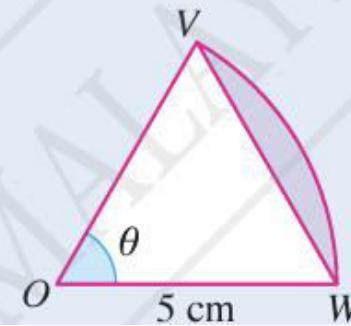
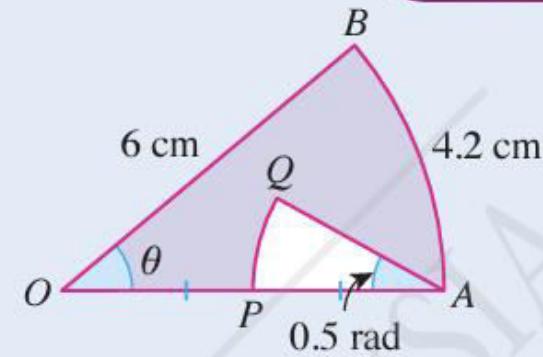
4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah jam dinding yang menunjukkan pukul 10:10 pagi. Diberi panjang jarum minit bagi jam itu ialah 8 cm. Cari
- (a) luas sektor, dalam cm^2 , yang disurih oleh jarum minit itu apabila waktu menunjukkan jam 10:30 pagi,
(b) sudut gerakan jarum minit itu, dalam radian, jika luas sektor yang disurihnya ialah 80 cm^2 .



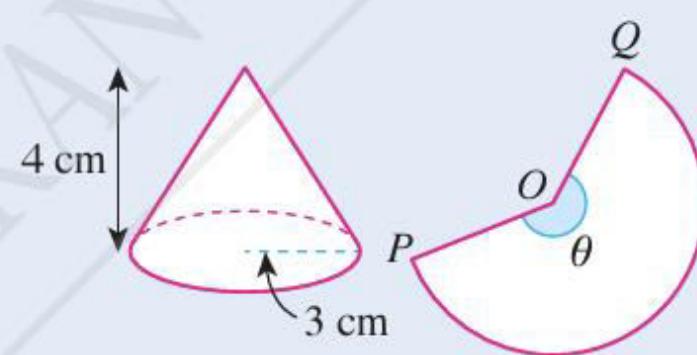
Latihan Formatif**1.3****Kuiz**bit.ly/2rI5G9f

1. Rajah di sebelah menunjukkan sektor AOB berpusat O dan sektor PAQ berpusat A . Diberi $OB = 6 \text{ cm}$, $OP = AP$, $\angle PAQ = 0.5 \text{ rad}$ dan panjang lengkok AB ialah 4.2 cm . Hitung
 - (a) nilai θ , dalam radian,
 - (b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

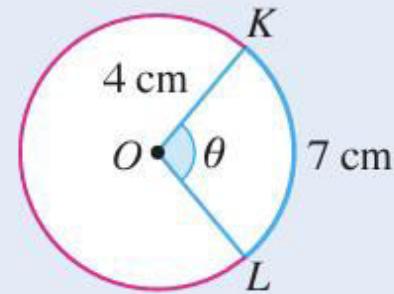
2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor VOW dengan pusat O dan berjejari 5 cm . Diberi $OW = OV = VW$, cari
 - (a) nilai θ , dalam radian,
 - (b) luas, dalam cm^2 , tembereng berlorek VW .



3. Sebuah kon berongga mempunyai jejari 3 cm dan tinggi 4 cm. Kon itu dibuka dan dibentangkan untuk membentuk sektor POQ seperti yang ditunjukkan dalam rajah di sebelah. Diberi $\angle POQ = \theta$ radian, cari
- nilai θ ,
 - luas, dalam cm^2 , sektor POQ .



4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan jejari 4 cm. Diberi panjang lengkok minor KL ialah 7 cm.
- Nyatakan nilai θ , dalam radian.
 - Cari luas sektor major KOL , dalam cm^2 .



5. Dalam rajah di sebelah, O ialah pusat bulatan yang berjejari 9 cm.

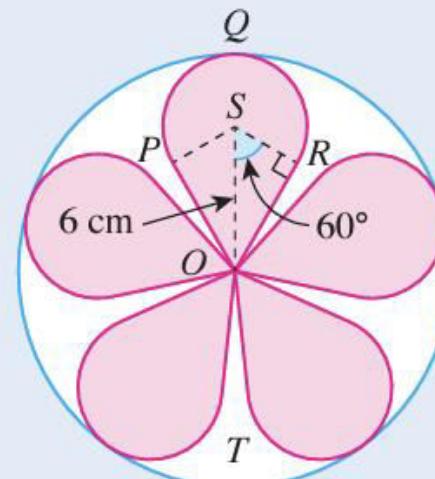
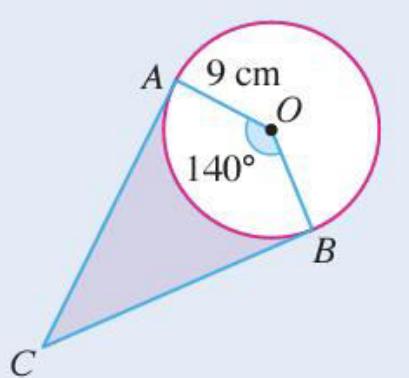
Lengkok minor AB mencangkum sudut 140° pada pusat bulatan O dengan tangen-tangen di A dan B bertemu di C . Hitung

- (a) AC , dalam cm,
- (b) luas, dalam cm^2 , lelayang $OACB$,
- (c) luas, dalam cm^2 , sektor minor OAB ,
- (d) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

6. Rajah di sebelah menunjukkan tingkap udara di sebuah dewan.

 PQR ialah lengkok major bagi bulatan berpusat S . Garis OP dan OR ialah tangen-tangen kepada bulatan itu. Saiz empat panel yang lain adalah sama dengan panel $OPQR$. O ialah pusat bagi tingkap udara yang menyentuh lengkok PQR di Q . Diberi $OS = 6\text{ cm}$ dan $\angle OSR = 60^\circ$.

- (a) Tunjukkan bahawa $RS = 3\text{ cm}$.
- (b) Hitung luas, dalam cm^2 , panel $OPQR$.
- (c) Tingkap itu mempunyai simetri putaran di O dengan peringkat n , cari nilai n dan luas, dalam cm^2 , kawasan berlabel T di antara dua panel.





A magnifying glass focuses on a central leaf, while other leaves are visible in the background.

APLIKASI SUKATAN MEMBULAT

APLIKASI SUKATAN MEMBULAT

- Pelangi ialah suatu fenomena optik yang merupakan spektrum berwarna berbentuk gerbang.
- Pelangi terbentuk apabila matahari memancarkan cahaya semasa atau sejurus selepas hujan.
- Gerbang pelangi seperti yang ditunjukkan dalam gambar di sebelah merupakan lengkok bagi sebuah bulatan.
- Menggunakan rumus yang telah dipelajari dan bantuan teknologi terkini, bolehkah anda tentukan panjang lengkoknya itu?



APLIKASI SUKATAN MEMBULAT

- Keratan rentas bagi terowong kereta api kebanyakannya berbentuk tembereng major sebuah bulatan.
- Bagaimanakah kita boleh mencari panjang lengkok dan luas keratan rentas bagi terowong kereta api tersebut?

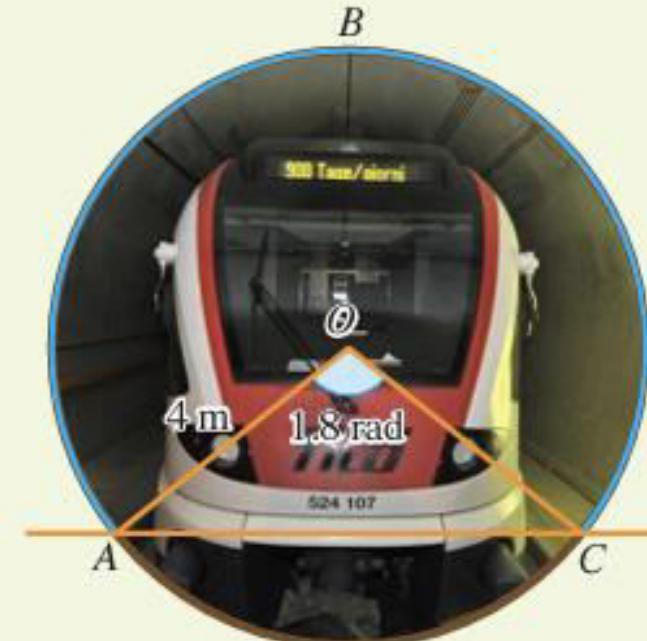


Contoh 11

Rajah di sebelah menunjukkan tembereng major ABC yang mewakili keratan rentas bagi sebuah terowong kereta api dengan pusat O dan jejari 4 m, dengan keadaan $\angle AOC = 1.8$ rad.

[Guna $\pi = 3.142$]

- Tunjukkan bahawa AC ialah 6.266 m.
- Cari panjang lengkok major ABC , dalam m.
- Cari luas keratan rentas terowong itu, dalam m^2 .



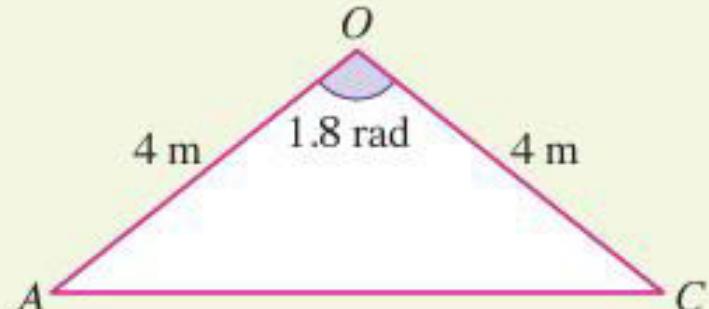
Penyelesaian

$$\begin{aligned}(a) \quad 1.8 \text{ rad} &= 1.8 \times \frac{180^\circ}{3.142} \\&= 103^\circ 7'\end{aligned}$$

Dengan menggunakan petua kosinus,

$$\begin{aligned}AC^2 &= OA^2 + OC^2 - 2(OA)(OC) \cos \angle AOC \\&= 4^2 + 4^2 - 2(4)(4) \cos 103^\circ 7'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{4^2 + 4^2 - 2(4)(4) \cos 103^\circ 7'} \\&= \sqrt{39.2619} \\&= 6.266 \text{ m}\end{aligned}$$



(b) Sudut refleks $AOC = 2\pi - 1.8$
 $= 4.484 \text{ rad}$

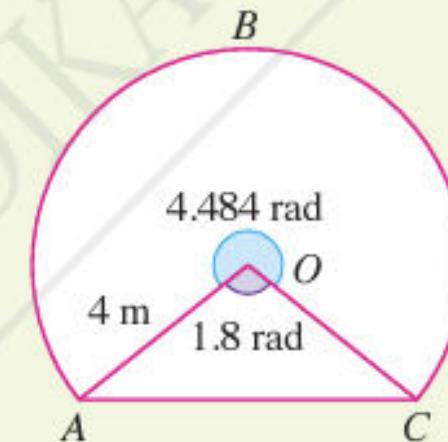
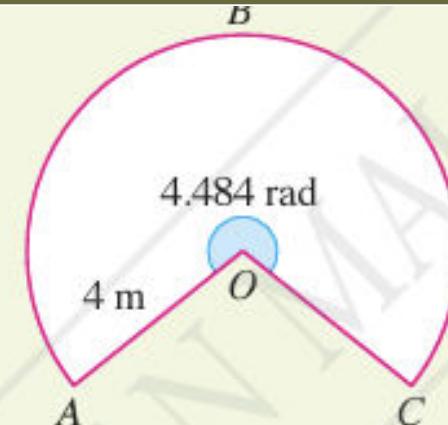
Panjang lengkok major $ABC = j\theta$
 $= 4 \times 4.484$
 $= 17.94 \text{ m}$

(c) Dengan menggunakan rumus luas segi tiga,

$$\begin{aligned}\text{Luas } \Delta AOC &= \frac{1}{2} \times OA \times OC \times \sin \angle AOC \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 103^\circ 7' \\ &= 7.791 \text{ m}^2\end{aligned}$$

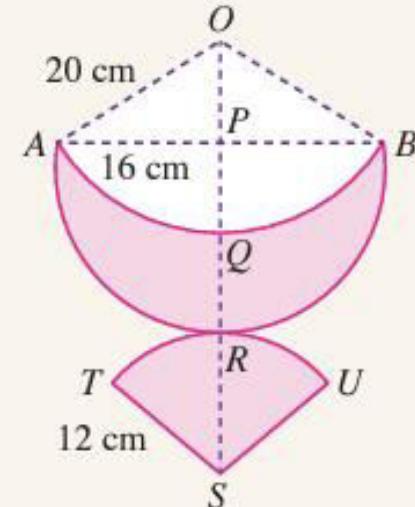
$$\begin{aligned}\text{Luas sektor major } ABC &= \frac{1}{2}j^2\theta \\ &= \frac{1}{2} \times 4^2 \times 4.484 \\ &= 35.87 \text{ m}^2\end{aligned}$$

Maka, luas keratan rentas terowong ialah $7.791 + 35.87 = 43.66 \text{ m}^2$



Latihan Kendiri 1.8

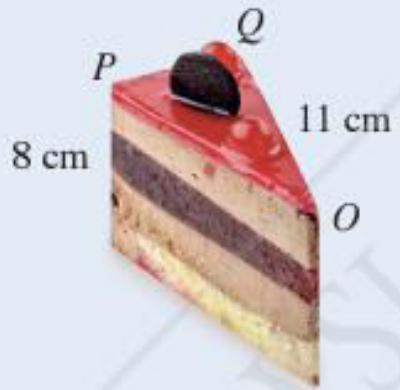
- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah wau bulan yang mempunyai paksi simetri OS . AQB ialah lengkok bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjejari 20 cm. $APBR$ ialah sebuah semibulatan berpusat P dan berjejari 16 cm. TRU pula ialah lengkok sebuah bulatan berpusat S dan berjejari 12 cm. Diberi panjang lengkok TRU ialah 21 cm. Hitung
 - $\angle AOB$ dan $\angle TSU$, dalam radian,
 - perimeter, dalam cm, wau bulan,
 - luas, dalam cm^2 , wau bulan.
- Dalam rajah di sebelah, setiap duit syiling 20 sen mempunyai jejari yang sama dan tangen kepada dua duit syiling 20 sen yang lain. Jika luas kawasan berwarna biru ialah 12.842 mm^2 , cari jejari, dalam mm, setiap duit syiling itu.



Latihan Formatif**1.4**

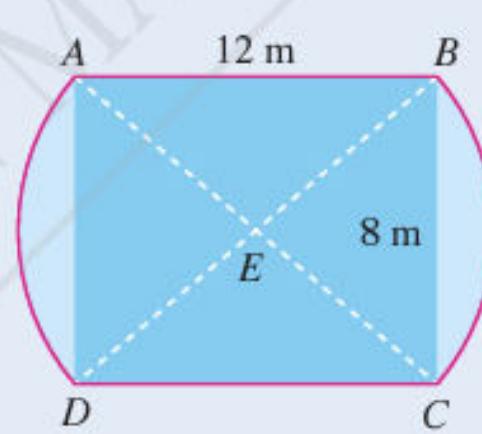
1. Jejari dan tebal sebiji kek yang berbentuk silinder masing-masing ialah 11 cm dan 8 cm. Rajah di sebelah menunjukkan sepotong kek yang telah dipotong dengan keratan rentas seragamnya berbentuk sektor bulatan POQ dan berjejari 11 cm. Diberi $\angle POQ = 40^\circ$.

- (a) Hitung
- perimeter, dalam cm, sektor POQ ,
 - luas, dalam cm^2 , sektor POQ ,
 - isi padu, dalam cm^3 , sepotong kek itu.
- (b) Jika jisim sepotong kek itu ialah 150 gram, hitung jisim, dalam gram, sebiji kek.

bit.ly/2R3qkLO

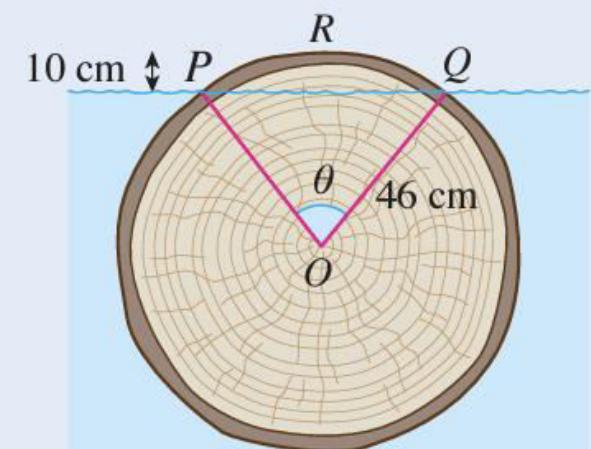


2. Rajah di sebelah menunjukkan pelan bagi sebuah kolam renang dengan kedalaman seragam 1.5 m. $ABCD$ adalah berbentuk segi empat tepat dengan panjang 12 m dan lebar 8 m. AED dan BEC pula ialah dua sektor bulatan yang sama saiz dengan pusat E . Hitung
- perimeter, dalam m, lantai kolam renang,
 - luas, dalam m^2 , lantai kolam renang,
 - isi padu, dalam m^3 , air yang memenuhi kolam renang itu.





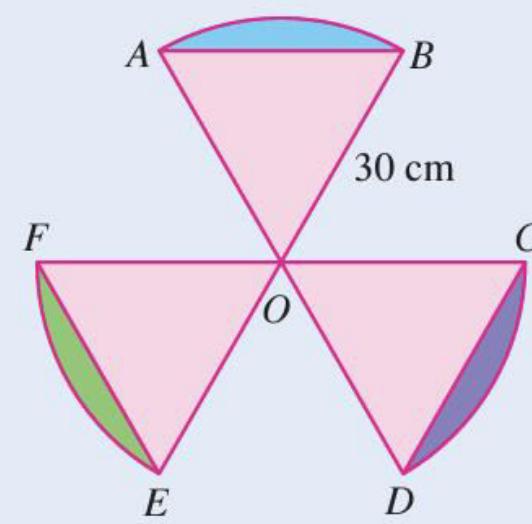
3. Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas membulat seragam bagi sebatang kayu yang terapung di atas air dengan jejari 46 cm. Titik P dan Q pada kayu itu terletak pada permukaan air manakala titik tertinggi R pula ialah 10 cm di atas permukaan air. Hitung
- nilai θ , dalam radian,
 - panjang lengkok PRQ , dalam cm,
 - luas keratan rentas kayu, dalam cm^2 , di atas permukaan air itu.





4. Rajah di sebelah menunjukkan bentuk bagi logo sebuah syarikat aiskrim dari permukaan atas. Bentuk itu terdiri daripada tiga sektor bulatan AOB , COD dan EOF yang sama saiz berpusat O dan berjejari 30 cm. Diberi $\angle AOB = \angle COD = \angle EOF = 60^\circ$.

- (a) Hitung
- panjang lengkok AB , dalam cm,
 - luas sektor COD , dalam cm^2 ,
 - perimeter tembereng EF , dalam cm,
 - luas tembereng EF , dalam cm^2 .
- (b) Logo itu akan dibina dengan konkrit. Jika ketebalan seragam logo itu ialah 5 cm, cari isi padu konkrit, dalam cm^3 , yang diperlukan untuk membuat logo itu.
- (c) Jika kos konkrit ialah RM0.50 per cm^3 , cari jumlah kos, dalam RM, untuk membina logo itu.





TAMAT