



# **BAB I SUKATAN MEMBULAT**

**Matematik Tambahan Tingkatan 5 KSSM**

**Oleh Cikgu Norazila Khalid**

**Smk Ulu Tiram, Johor**

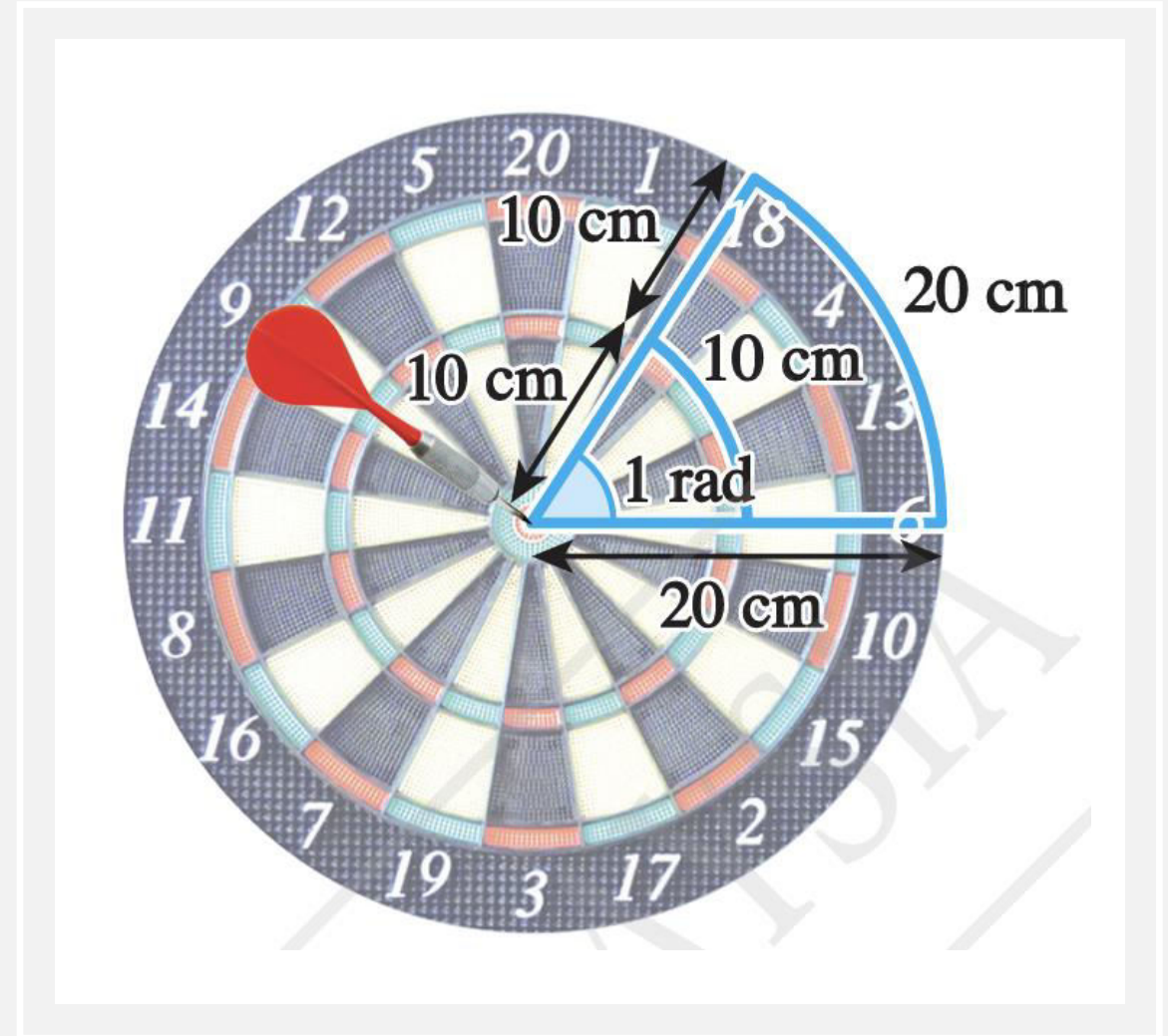
The background features a repeating pattern of overlapping circles in a light sage green color. Within these circles, there are dark, intricate silhouettes of bare tree branches. The overall aesthetic is modern and organic. A white rectangular box is centered horizontally across the middle of the image.

**RADIAN**



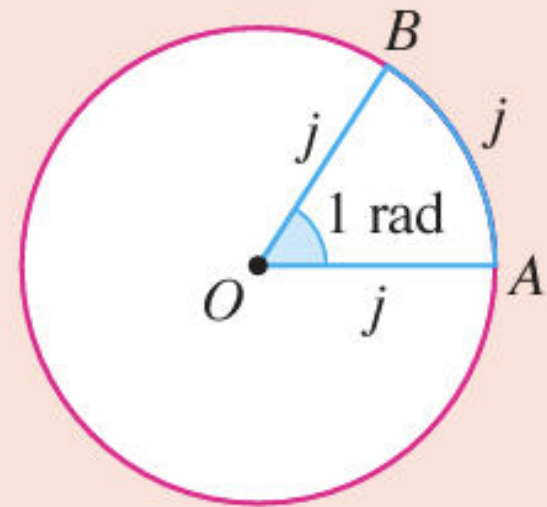
## RADIAN

- Rajah di sebelah menunjukkan dua sektor bulatan yang ditandakan pada papan permainan baling damak dengan jejari 10 cm dan 20 cm, masing-masing mempunyai panjang lengkok 10 cm dan 20 cm.
- Perhatikan bahawa dua sektor itu mempunyai sudut yang sama.
- Sudut tersebut ditakrifkan sebagai 1 radian.



# RADIAN

**Satu radian** ialah ukuran sudut yang terangkum di pusat sebuah bulatan oleh lengkok yang sama panjang dengan jejari bulatan itu.



## RADIAN

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Jadi, apabila  $\pi = 3.142$ ,

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.29^\circ$$

dan

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \approx 0.01746 \text{ rad}$$

### Contoh 1

Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah.

[Guna  $\pi = 3.142$ ]

(a)  $\frac{2}{5}\pi$  rad

(b) 2.25 rad

### Penyelesaian

(a)  $\pi$  rad =  $180^\circ$   
$$\frac{2}{5}\pi$$
 rad =  $\frac{2}{5}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi}$   
$$= \frac{2}{5} \times 180^\circ$$
  
$$= 72^\circ$$

(b)  $\pi$  rad =  $180^\circ$   
$$2.25$$
 rad =  $2.25 \times \frac{180^\circ}{\pi}$   
$$= 2.25 \times \frac{180^\circ}{3.142}$$
  
$$= 128^\circ 54'$$

**Contoh****2**

- (a) Tukarkan  $40^\circ$  dan  $150^\circ$  kepada radian, dalam sebutan  $\pi$ .  
(b) Tukarkan  $110^\circ 30'$  dan  $320^\circ$  kepada radian.  
[Guna  $\pi = 3.142$ ]

**Penyelesaian**

(a)  $180^\circ = \pi \text{ rad}$

$$\begin{aligned} 40^\circ &= 40^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= \frac{2}{9} \pi \text{ rad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 150^\circ &= 150^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= \frac{5}{6} \pi \text{ rad} \end{aligned}$$

(b)  $180^\circ = \pi \text{ rad}$

$$\begin{aligned} 110^\circ 30' &= 110^\circ 30' \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 110^\circ 30' \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 1.929 \text{ rad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 320^\circ &= 320^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 320^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 5.586 \text{ rad} \end{aligned}$$

## Latihan Kendiri 1.1

1. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah. [Guna  $\pi = 3.142$ ]

(a)  $\frac{\pi}{8}$  rad

(b)  $\frac{3}{4}\pi$  rad

(c) 0.5 rad

(d) 1.04 rad

2. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada radian, dalam sebutan  $\pi$ .

(a)  $18^\circ$

(b)  $120^\circ$

(c)  $225^\circ$

(d)  $300^\circ$



## Latihan Formatif

1.1

Kuiz

[bit.ly/2OvH6l0](https://bit.ly/2OvH6l0)



1. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah. [Guna  $\pi = 3.142$ ]

(a)  $\frac{7}{12}\pi$  rad

(b)  $1\frac{1}{3}\pi$  rad

(c) 2 rad

(d) 4.8 rad

2. Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada radian. Berikan jawapan betul kepada tiga tempat perpuluhan. [Guna  $\pi = 3.142$ ]

(a)  $76^\circ$

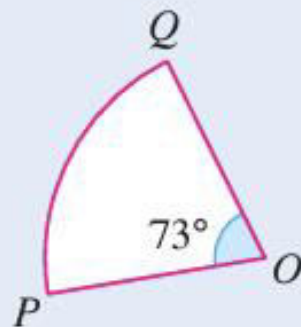
(b)  $139^\circ$

(c)  $202.5^\circ$

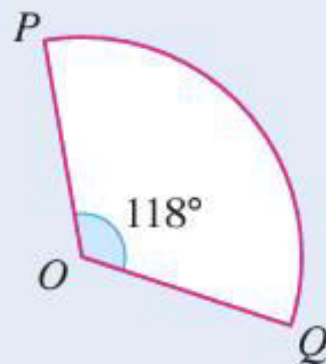
(d)  $320^\circ 10'$

3. Dalam setiap rajah berikut,  $POQ$  ialah sektor bagi sebuah bulatan berpusat  $O$ . Tukarkan setiap sudut  $POQ$  yang berikut kepada radian. [Guna  $\pi = 3.142$ ]

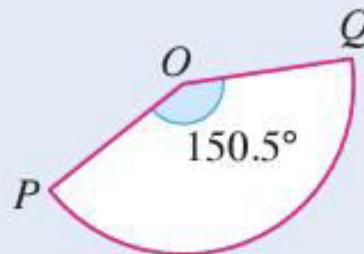
(a)



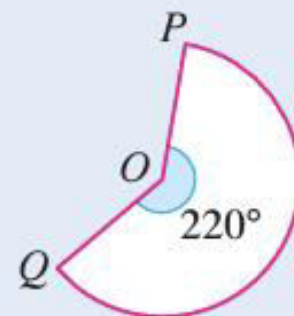
(b)



(c)



(d)

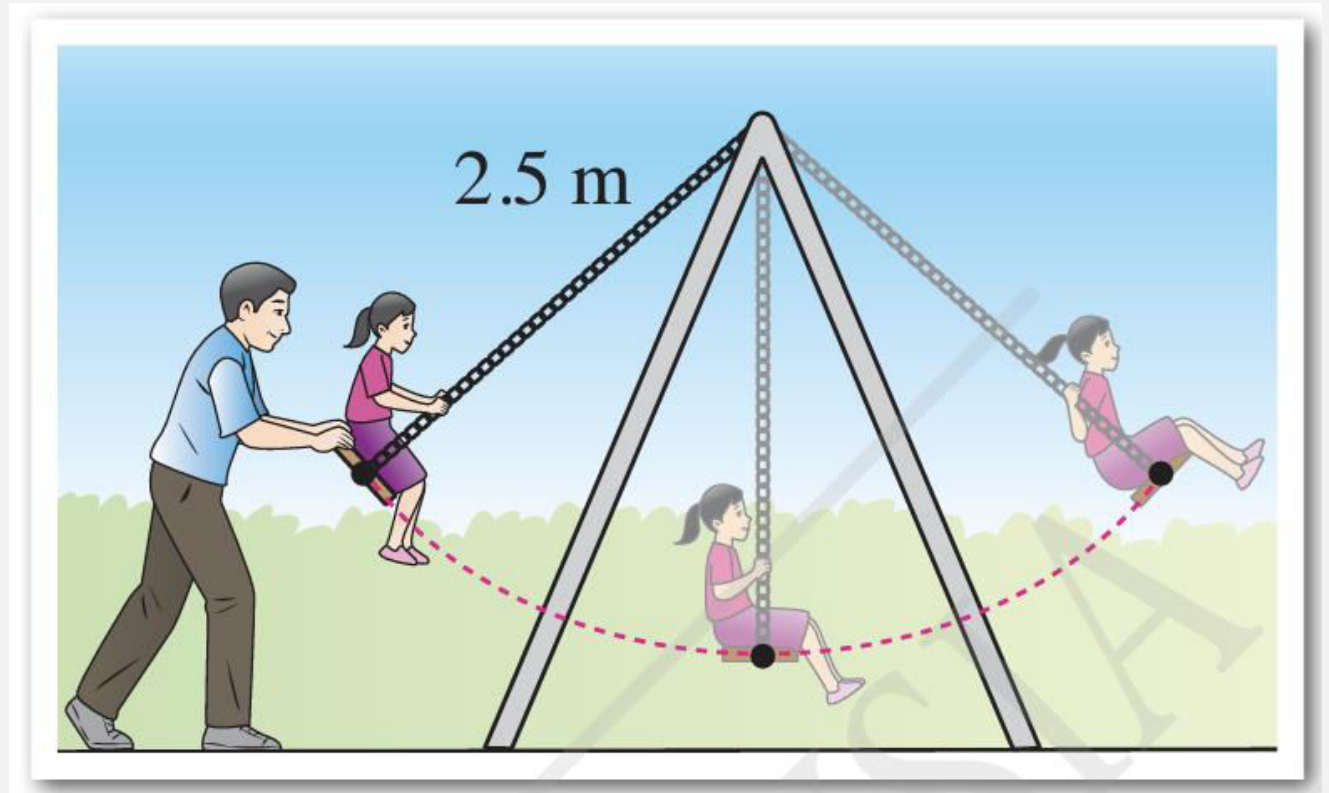




# **PANJANG LENGKOK SUATU BULATAN**

## PANJANG LENGKOK SUATU BULATAN

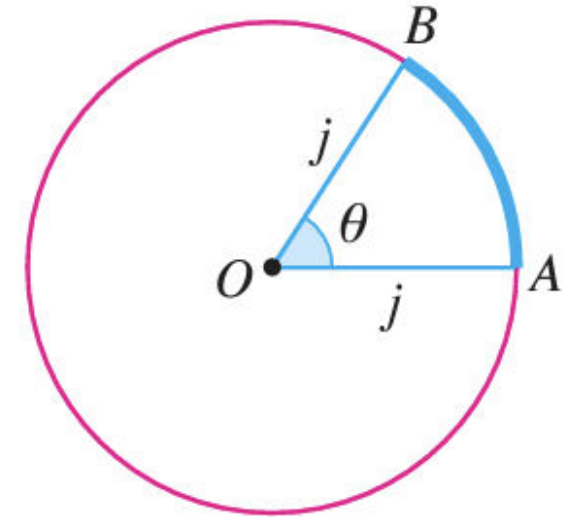
- Rajah di sebelah menunjukkan seorang budak perempuan sedang bermain buaian.
- Buaian dengan panjang 2.5 m itu berayun dan membentuk lengkok suatu bulatan yang melalui sudut 1.7 rad.



$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\angle AOB} = \frac{\text{Lilitan bulatan}}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\theta} = \frac{2\pi j}{360^\circ}$$

$$\text{Panjang lengkok minor } AB = \frac{2\pi j}{360^\circ} \times \theta$$



PANJANG LENGKOK SUATU BULATAN



# PANJANG LENGKOK SUATU BULATAN

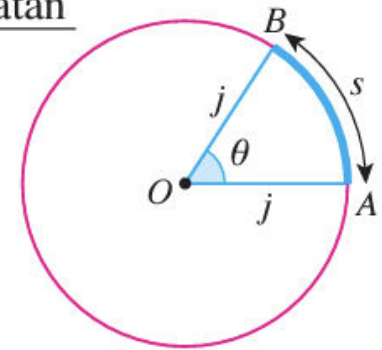
Walau bagaimanapun, jika  $\angle AOB$  diukur dalam radian,

$$\frac{\text{Panjang lengkok minor } AB}{\theta} = \frac{\text{Lilitan bulatan}}{2\pi}$$

$$\frac{s}{\theta} = \frac{2\pi j}{2\pi}$$

$$s = \frac{2\pi j}{2\pi} \times \theta$$

$$s = j\theta$$



Secara amnya,

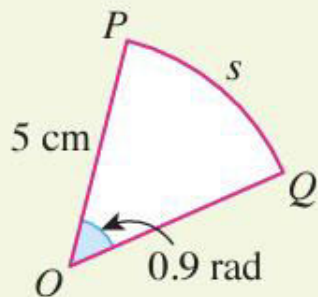
$$s = j\theta$$

**Contoh 3**

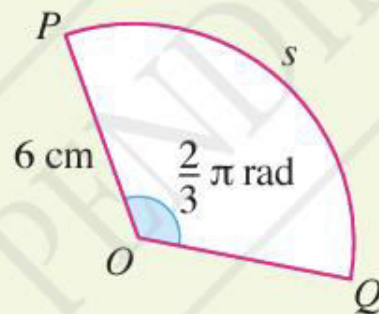
Cari panjang lengkok,  $s$  bagi setiap sektor  $POQ$  berpusat  $O$  yang berikut.

[Guna  $\pi = 3.142$ ]

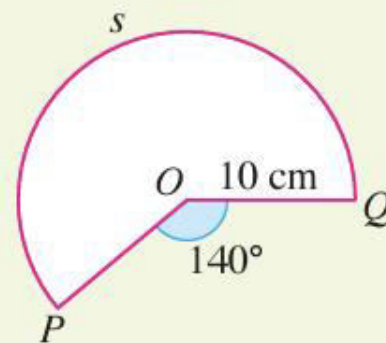
(a)



(b)



(c)



### Penyelesaian

(a) Panjang lengkok,  $s = j\theta$

$$s = 5 \times 0.9$$

$$s = 4.5 \text{ cm}$$

(c) Sudut refleks  $POQ$  dalam radian

$$= (360^\circ - 140^\circ) \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 220^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 3.84 \text{ rad}$$

Panjang lengkok,  $s = j\theta$

$$s = 10 \times 3.84$$

$$s = 38.4 \text{ cm}$$

(b) Panjang lengkok,  $s = j\theta$

$$s = 6 \times \frac{2}{3}\pi$$

$$s = 4\pi$$

$$s = 4(3.142)$$

$$s = 12.57 \text{ cm}$$



### Imbas Kembali

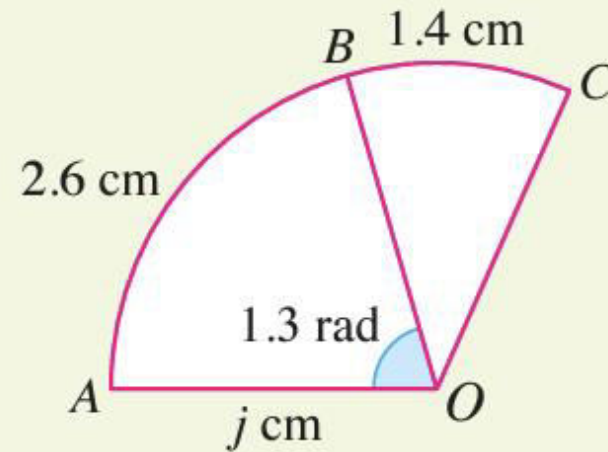
Saiz sudut bagi sudut refleks ialah  $180^\circ < \theta < 360^\circ$ .



**Contoh****4**

Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada bulatan berpusat  $O$  dan berjejari  $j$  cm. Diberi  $\angle AOB = 1.3$  rad dan panjang lengkok  $AB$  dan  $BC$  masing-masing ialah 2.6 cm dan 1.4 cm. Hitung

- (a) nilai  $j$ ,
- (b)  $\angle BOC$ , dalam radian.





### Penyelesaian

(a) Dalam sektor  $AOB$ ,  
 $s = 2.6$  cm dan  
 $\theta = 1.3$  rad.

Maka,  $s = j\theta$

$$j = \frac{s}{\theta}$$

$$j = \frac{2.6}{1.3}$$

$$j = 2 \text{ cm}$$

(b) Dalam sektor  $BOC$ ,  
 $s = 1.4$  cm dan  $j = 2$  cm.  
Jadi,  $s = j\theta$

$$\theta = \frac{s}{j}$$

$$\theta = \frac{1.4}{2}$$

$$\theta = 0.7 \text{ rad}$$

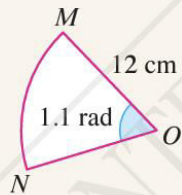
Maka,  $\angle BOC = 0.7$  rad.

## Latihan Kendiri 1.2

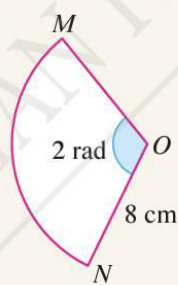
1. Cari panjang lengkok  $MN$ , dalam cm, bagi setiap sektor  $MON$  berpusat  $O$  yang berikut.

[Guna  $\pi = 3.142$ ]

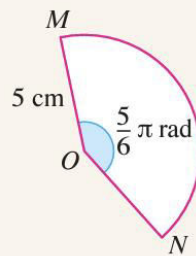
(a)



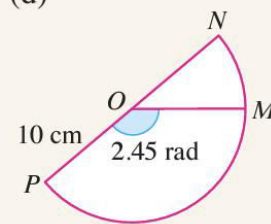
(b)



(c)



(d)



2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan berpusat  $O$ .

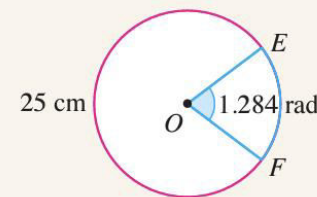
Diberi panjang lengkok major  $EF$  ialah 25 cm dan

$\angle EOF = 1.284$  rad, cari

(a) jejari, dalam cm, bulatan itu,

(b) panjang lengkok minor  $EF$ , dalam cm.

[Guna  $\pi = 3.142$ ]



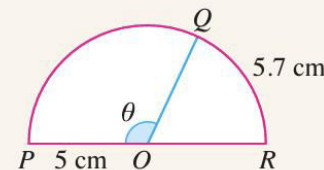
3. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah semibulatan  $OPQR$

berjejari 5 cm. Diberi panjang lengkok  $QR$  ialah 5.7 cm, hitung

(a) nilai  $\theta$ , dalam radian,

(b) panjang lengkok  $PQ$ , dalam cm.

[Guna  $\pi = 3.142$ ]



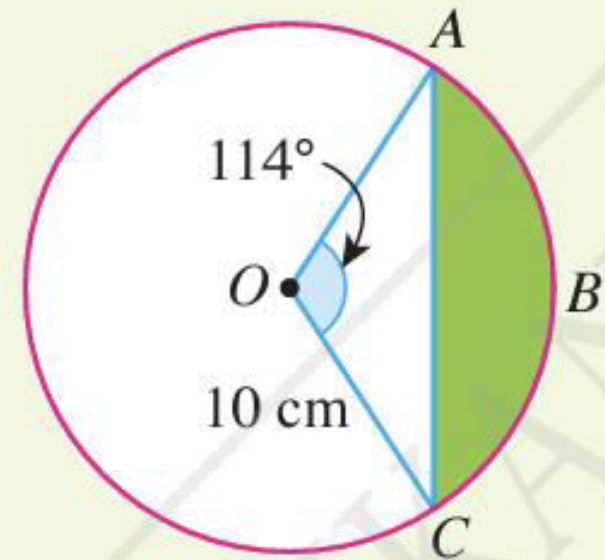
## MENENTUKAN PERIMETER TEMBERENG SUATU BULATAN

- Kawasan berwarna pada rim tayar basikal yang berjejari 31 cm dalam rajah di sebelah merupakan tiga tembereng yang sama saiz bagi sebuah bulatan.
- Perimeter bagi satu daripada tembereng itu ialah hasil tambah semua sempadannya.



**Contoh****5**

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat  $O$  dan berjejari 10 cm. Perentas  $AC$  mencangkum sudut  $114^\circ$  pada pusat  $O$ . Hitung perimeter tembereng berlorek  $ABC$ .  
[Guna  $\pi = 3.142$ ]





### Penyelesaian

Oleh sebab  $180^\circ = \pi$  rad, maka kita peroleh

$$\begin{aligned} 114^\circ &= 114^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 1.990 \text{ rad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Panjang lengkok } ABC &= j\theta \\ &= 10 \times 1.990 \\ &= 19.90 \text{ cm} \end{aligned}$$

Dengan menggunakan petua kosinus, panjang perentas  $AC$  ialah

$$\begin{aligned} AC^2 &= 10^2 + 10^2 - 2(10)(10) \cos 114^\circ \\ AC &= \sqrt{200 - 200 \cos 114^\circ} \\ &= 16.77 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka, perimeter tembereng berlorek } ABC &= 19.90 + 16.77 \\ &= 36.67 \text{ cm} \end{aligned}$$

### Kaedah Alternatif

Untuk mencari panjang perentas  $AC$ , lukis satu garis  $OD$  yang berserenjang dengan  $AC$ .

$$\begin{aligned} \text{Dalam } \triangle COD, \\ \angle COD &= \frac{114^\circ}{2} \\ &= 57^\circ \end{aligned}$$

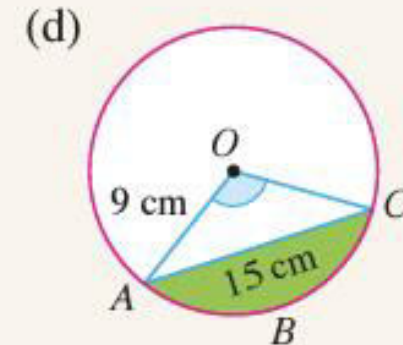
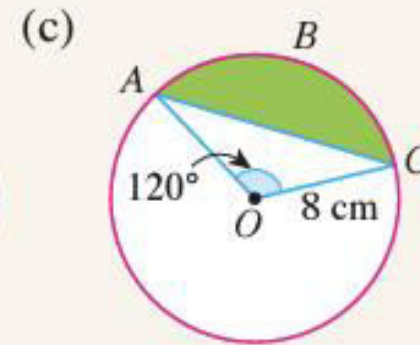
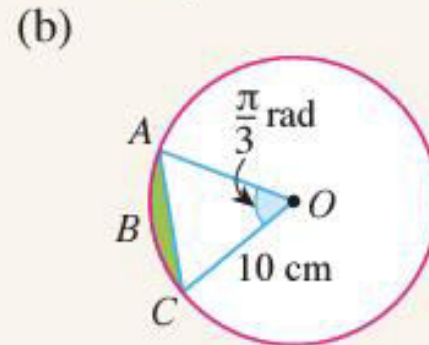
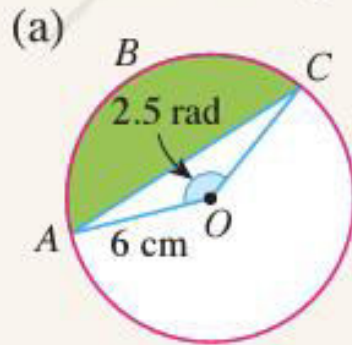
$$\sin \angle COD = \frac{CD}{OC}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } CD &= OC \sin \angle COD \\ &= 10 \sin 57^\circ \\ &= 8.3867 \text{ cm} \end{aligned}$$

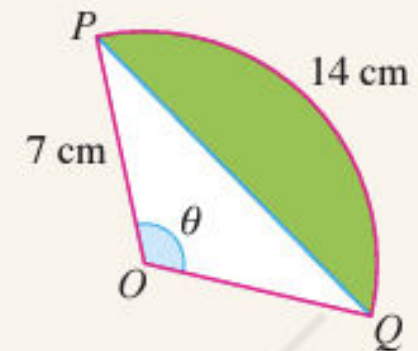
$$\begin{aligned} \text{Oleh itu, } AC &= 2CD \\ &= 2(8.3867) \\ &= 16.77 \text{ cm} \end{aligned}$$

## Latihan Kendiri 1.3

1. Bagi setiap bulatan berpusat  $O$  yang berikut, hitung perimeter, dalam cm, tembereng berlorek  $ABC$ . [Guna  $\pi = 3.142$ ]

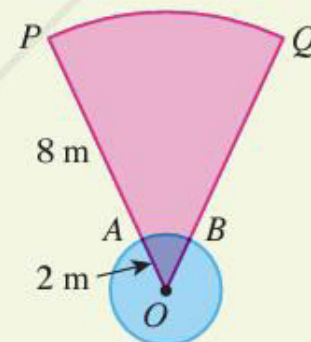


2. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada sebuah bulatan berpusat  $O$  dan berjajari 7 cm. Diberi bahawa panjang lengkok  $PQ$  ialah 14 cm, cari
- sudut  $\theta$ , dalam darjah,
  - perimeter tembereng berlorek, dalam cm.



**Contoh****6****APLIKASI MATEMATIK**

Rajah di sebelah menunjukkan kawasan lontaran bagi suatu acara lontar peluru di sebuah padang sekolah. Kawasan lontaran itu terdiri daripada dua buah sektor bulatan  $AOB$  dan  $POQ$  yang berpusat di  $O$ . Diberi bahawa  $\angle AOB = \angle POQ = 50^\circ$ ,  $OA = 2$  m dan  $AP = 8$  m. Hitung perimeter, dalam m, kawasan berwarna  $ABQP$ . [Guna  $\pi = 3.142$ ]

**Penyelesaian****1 . Memahami masalah**

- ◆ Kawasan lontaran terdiri daripada dua buah sektor bulatan  $AOB$  dan  $POQ$  berpusat  $O$ .
- ◆ Sektor bulatan  $AOB$  berjejari 2 m,  $AP = 8$  m dan  $\angle AOB = \angle POQ = 50^\circ$ .

**2 . Merancang strategi**

- ◆ Tukarkan sudut  $50^\circ$  kepada radian dan gunakan rumus  $s = r\theta$  untuk mencari panjang lengkok  $AB$  dan  $PQ$ .
- ◆ Perimeter kawasan berwarna  $ABQP$  boleh ditentukan dengan menambah semua sempadan kawasan itu.



### 3 . Melaksanakan strategi

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$\begin{aligned} 50^\circ &= 50^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 0.873 \text{ rad} \end{aligned}$$

Panjang lengkok  $AB$ ,  $s = j\theta$

$$s = 2(0.873)$$

$$s = 1.746 \text{ m}$$

Panjang lengkok  $PQ$ ,  $s = j\theta$

$$s = 10(0.873)$$

$$s = 8.73 \text{ m}$$

Maka, perimeter kawasan berwarna  $ABQP$

= panjang lengkok  $AB + BQ$

+ panjang lengkok  $PQ + AP$

$$= 1.746 + 8 + 8.73 + 8$$

$$= 26.48 \text{ m}$$



#### 4 . Membuat refleksi

$$\begin{aligned}\text{Panjang lengkok } AB &= \frac{50^\circ}{360^\circ}(2)(3.142)(2) \\ &= 1.746 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Panjang lengkok } PQ &= \frac{50^\circ}{360^\circ}(2)(3.142)(10) \\ &= 8.73 \text{ m}\end{aligned}$$

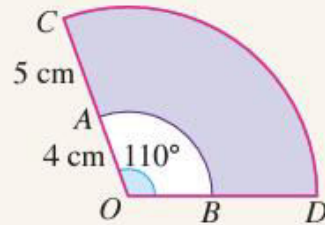
Maka, perimeter kawasan berwarna  $ABQP$

$$\begin{aligned}&= \text{panjang lengkok } AB + BQ \\ &\quad + \text{panjang lengkok } PQ + AP \\ &= 1.746 + 8 + 8.73 + 8 \\ &= 26.48 \text{ m}\end{aligned}$$

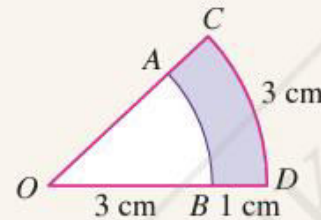
## Latihan Kendiri 1.4

1. Dalam setiap rajah berikut, hitung perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.

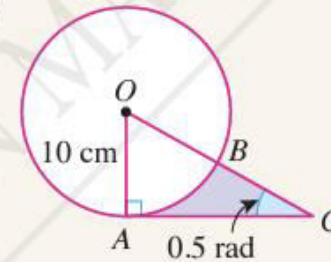
(a)



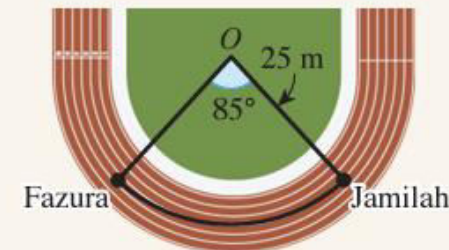
(b)



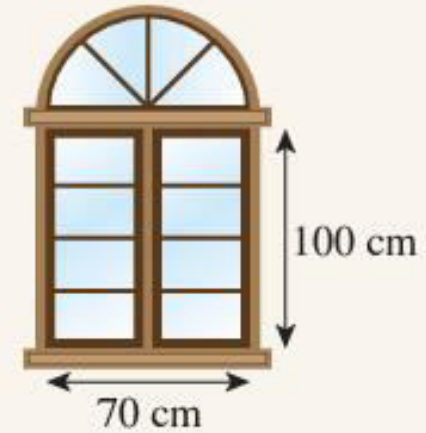
(c)



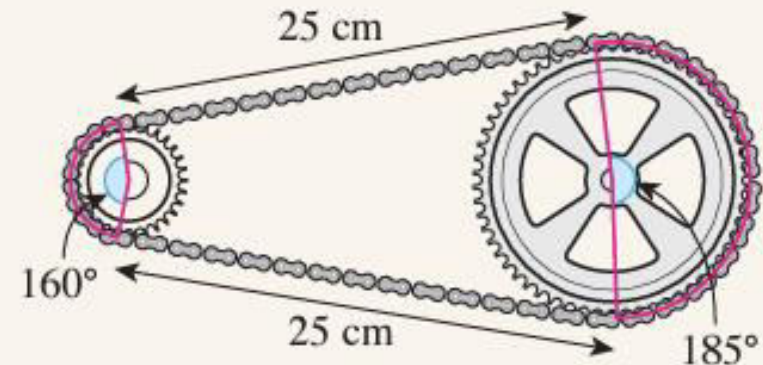
2. Bandar Raya Washington di Amerika Syarikat dan Bandar Raya Lima di Peru terletak pada longitud yang sama masing-masing dengan latitud  $38.88^\circ$  U dan  $12.04^\circ$  S. Diberi bumi yang berbentuk sfera mempunyai jejari 6 371 km, anggarkan jarak, dalam km, di antara dua bandar raya itu.
3. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada trek larian yang berbentuk semibulatan. Fazura ingin menghantar baton kepada Jamilah yang sedang menunggu  $85^\circ$  jauhnya dari Fazura. Berapakah jarak yang Fazura perlu lari untuk menghantar baton kepada Jamilah?



4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah tingkap yang terdiri daripada bentuk segi empat tepat dan semibulatan. Lebar tingkap itu ialah 70 cm dan tinggi tingkap berbentuk segi empat tepat ialah 100 cm. Cari
- (a) panjang lengkok, dalam cm, tingkap yang berbentuk semibulatan itu,
  - (b) perimeter, dalam cm, keseluruhan tingkap itu.



5. Rajah di sebelah menunjukkan rantai yang dipasang pada gegancu hadapan dan belakang sebuah basikal. Diberi bahawa lilitan gegancu hadapan dan belakang masing-masing ialah 50.8 cm dan 30.5 cm. Hitung panjang, dalam cm, rantai basikal itu.



## Latihan Formatif

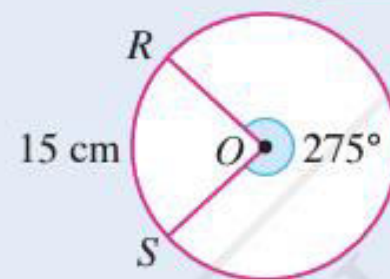
1.2

Kuiz

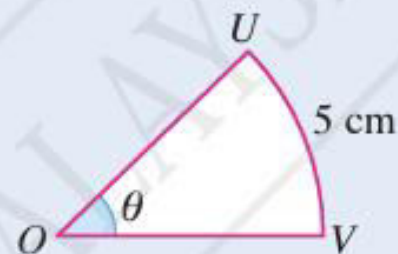
[bit.ly/2L6AZBv](https://bit.ly/2L6AZBv)



1. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan berpusat  $O$ . Panjang lengkok minor  $RS$  ialah 15 cm dan sudut sektor major  $ROS$  ialah  $275^\circ$ . Cari
  - (a) sudut sektor minor  $ROS$ , dalam radian,
  - (b) jejari, dalam cm, bulatan itu.

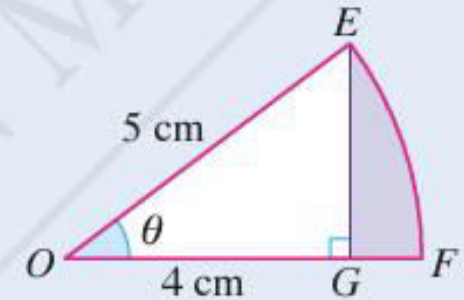


2. Rajah di sebelah menunjukkan sektor  $UOV$  berpusat  $O$ . Diberi panjang lengkok  $UV$  ialah 5 cm dan perimeter sektor  $UOV$  ialah 18 cm. Cari nilai  $\theta$ , dalam radian.

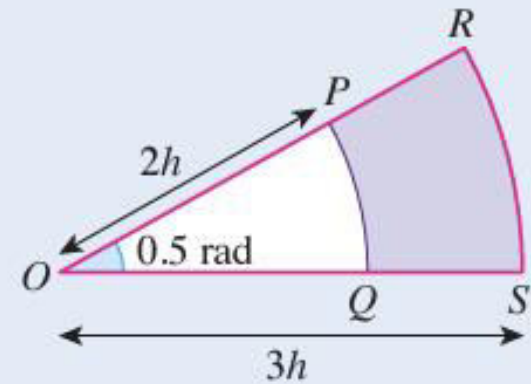




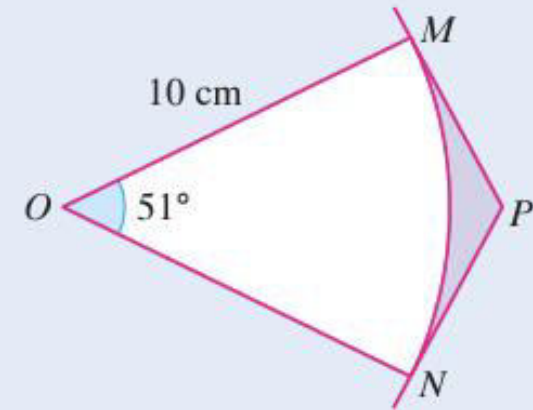
3. Rajah di sebelah menunjukkan sektor  $EOF$  bagi sebuah bulatan berpusat  $O$ . Diberi bahawa  $OG = 4$  cm dan  $OE = 5$  cm, cari
- (a) nilai  $\theta$ , dalam radian,
  - (b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.



4. Rajah di sebelah menunjukkan dua sektor  $OPQ$  dan  $ORS$  dengan pusat  $O$  dan masing-masing berjari  $2h$  cm dan  $3h$  cm. Diberi  $\angle POQ = 0.5$  radian dan perimeter kawasan berlorek  $PQSR$  ialah 18 cm, cari
- (a) nilai  $h$ , dalam cm,
  - (b) beza, dalam cm, antara panjang lengkok  $RS$  dan  $PQ$ .



5. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada bulatan berpusat  $O$  dan berjari 10 cm. Tangen di titik  $M$  dan titik  $N$  pada lilitan bulatan itu bertemu di titik  $P$  dan  $\angle MON = 51^\circ$ , hitung
- panjang lengkok  $MN$ , dalam cm,
  - perimeter, dalam cm, kawasan berlerek.



6. Sebuah jam dinding mempunyai bandul dengan panjang 36 cm. Jika bandul itu berayun melalui sudut  $21^\circ$ , cari jumlah jarak, dalam cm, yang dilalui bandul itu dalam satu ayunan lengkap.

7. Rajah di sebelah menunjukkan ukuran bagi sebuah tayar kereta. Berapa jauhkah, dalam m, tayar itu telah bergerak setelah membuat
- 50 pusingan lengkap?
  - 1 000 pusingan lengkap?
- [Guna  $\pi = 3.142$ ]



The background features a repeating pattern of stylized, leafless trees in a light gray color. Overlaid on this are numerous circular frames of varying sizes. Some frames are solid dark gray, while others are white with a dark gray border. The frames are scattered across the image, some containing a solid olive green color and others showing the tree pattern behind them. The overall aesthetic is modern and geometric.

# **LUAS SEKTOR SUATU BULATAN**



## LUAS SEKTOR SUATU BULATAN

- **Sekeping piza berjejari 10 cm dipotong kepada 10 potongan yang sama saiz.**
- **Bolehkah anda anggarkan luas permukaan setiap potongan piza itu?**



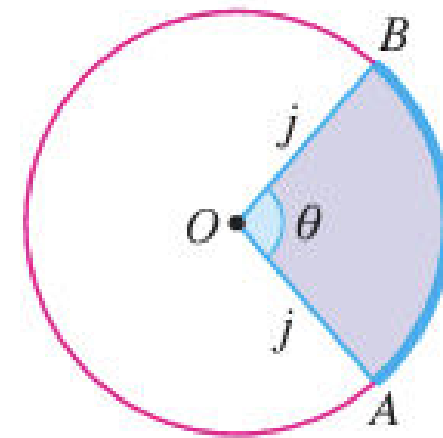


Hasil daripada Aktiviti Penerokaan 3, didapati bahawa:

$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\angle AOB} = \frac{\text{Luas bulatan}}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\theta} = \frac{\pi j^2}{360^\circ}$$

$$\text{Luas sektor minor } AOB = \frac{\pi j^2}{360^\circ} \times \theta$$



dengan  $\theta$  ialah sudut dalam darjah yang tercangkum di pusat bulatan  $O$  dan berjejari  $j$  unit.

LUAS SEKTOR SUATU BULATAN

## LUAS SEKTOR SUATU BULATAN

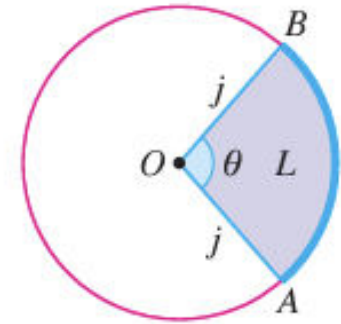
Walau bagaimanapun, jika  $\angle AOB = \theta$  diukur dalam radian,

$$\frac{\text{Luas sektor minor } AOB}{\theta} = \frac{\text{Luas bulatan}}{2\pi}$$

$$\frac{L}{\theta} = \frac{\pi j^2}{2\pi}$$

$$L = \frac{\pi j^2}{2\pi} \times \theta$$

$$L = \frac{1}{2} j^2 \theta$$



Secara amnya,

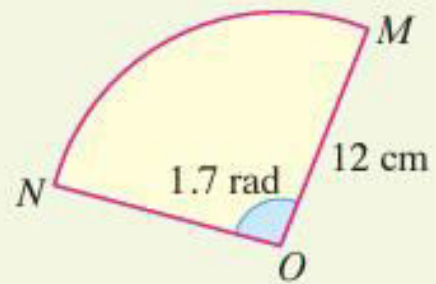
$$L = \frac{1}{2} j^2 \theta$$

dengan  $L$  adalah luas sektor bagi sebuah bulatan berjejari  $j$  unit dan  $\theta$  radian ialah sudut yang tercangkum oleh sektor di pusat bulatan  $O$ .

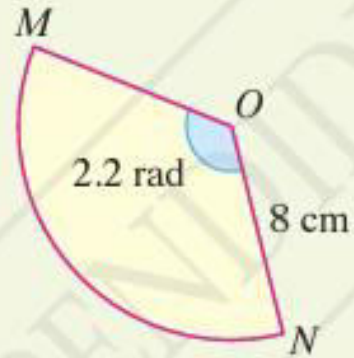
**Contoh****7**

Cari luas sektor,  $L$  bagi setiap sektor  $MON$  berpusat  $O$  yang berikut. [Guna  $\pi = 3.142$ ]

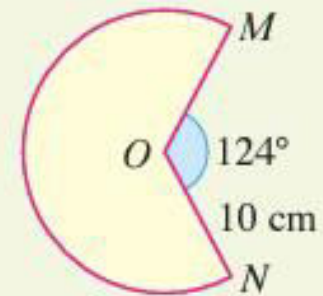
(a)



(b)



(c)



### Penyelesaian

(a) Luas sektor,  $L = \frac{1}{2}j^2\theta$

$$L = \frac{1}{2}(12)^2(1.7)$$

$$L = \frac{1}{2}(144)(1.7)$$

$$L = 122.4 \text{ cm}^2$$

(b) Luas sektor,  $L = \frac{1}{2}j^2\theta$

$$L = \frac{1}{2}(8)^2(2.2)$$

$$L = \frac{1}{2}(64)(2.2)$$

$$L = 70.40 \text{ cm}^2$$

(c) Sudut refleks  $MON$  dalam radian

$$= (360^\circ - 124^\circ) \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 236^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 4.12 \text{ rad}$$

Luas sektor,  $L = \frac{1}{2}j^2\theta$

$$L = \frac{1}{2}(10)^2(4.12)$$

$$L = \frac{1}{2}(100)(4.12)$$

$$L = 206 \text{ cm}^2$$



### Sudut Informasi

Luas,  $L$  bagi suatu sektor bulatan ialah  $L = \frac{1}{2}j^2\theta$ , dengan  $\theta$  ialah sudut dalam radian. Oleh sebab  $s = j\theta$ , kita peroleh:

$$L = \frac{1}{2}j(j\theta)$$

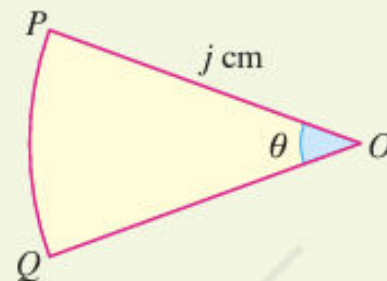
$$L = \frac{1}{2}js$$



**Contoh****8**

Rajah di sebelah menunjukkan sektor  $POQ$  yang bersudut  $\theta$  radian dan berjejari  $j$  cm. Diberi luas sektor  $POQ$  ialah  $35 \text{ cm}^2$ , cari

- (a) nilai  $j$  jika  $\theta = 0.7$  rad,  
(b) nilai  $\theta$  jika jejari ialah  $11$  cm.

**Penyelesaian**

(a) Luas sektor  $POQ = 35 \text{ cm}^2$

$$\frac{1}{2}j^2\theta = 35$$

$$\frac{1}{2}j^2(0.7) = 35$$

$$j^2 = \frac{35 \times 2}{0.7}$$

$$j^2 = 100$$

$$j = \sqrt{100}$$

$$j = 10 \text{ cm}$$

(b) Luas sektor  $POQ = 35 \text{ cm}^2$

$$\frac{1}{2}j^2\theta = 35$$

$$\frac{1}{2}(11)^2\theta = 35$$

$$\frac{1}{2}(121)\theta = 35$$

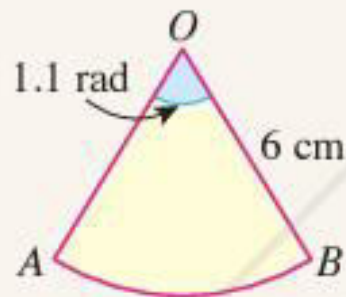
$$\theta = \frac{35 \times 2}{121}$$

$$\theta = 0.5785 \text{ rad}$$

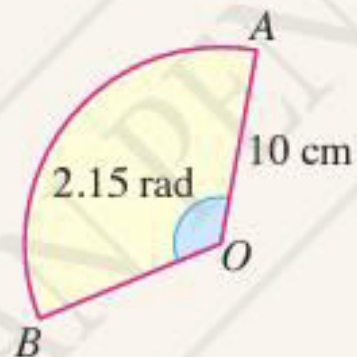
## Latihan Mandiri 1.5

1. Bagi setiap sektor bulatan  $AOB$  berpusat  $O$  yang berikut, tentukan luasnya, dalam  $\text{cm}^2$ .  
[Guna  $\pi = 3.142$ ]

(a)



(b)



(c)

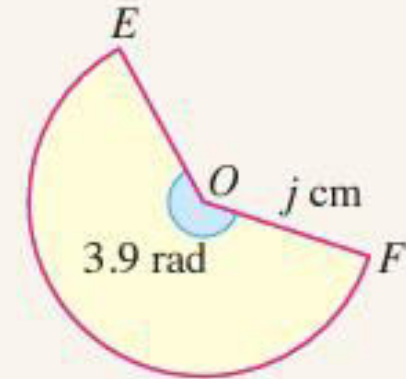


(d)

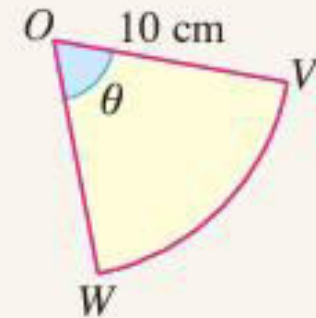


2. Suatu sektor bulatan berjajari 5 cm mempunyai perimeter 16 cm. Cari luas, dalam  $\text{cm}^2$ , sektor itu.

3. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor major  $EOF$  berpusat  $O$  dan berjejari  $j$  cm dengan luas  $195 \text{ cm}^2$ . Hitung
- (a) nilai  $j$ , dalam cm,
  - (b) panjang lengkok major  $EF$ , dalam cm,
  - (c) perimeter, dalam cm, sektor major  $EOF$ .

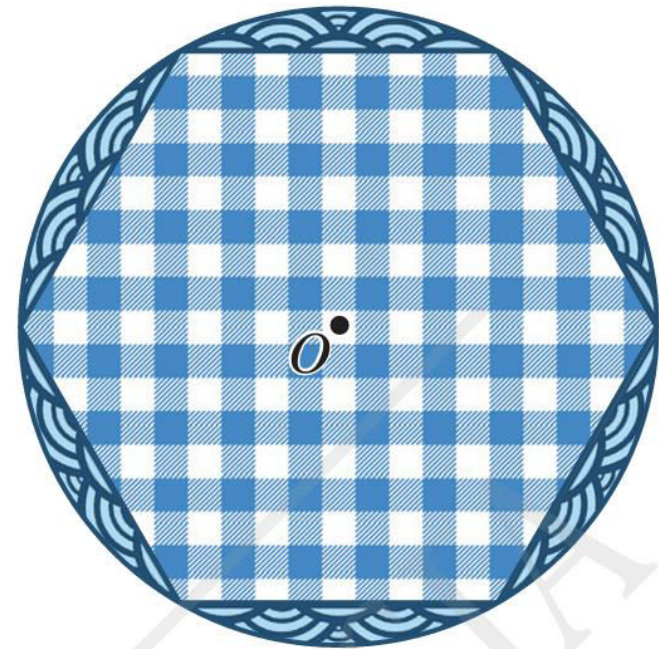


4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor  $VOW$  berpusat  $O$  dan berjejari  $10 \text{ cm}$ . Diberi bahawa luas sektor itu ialah  $60 \text{ cm}^2$ , hitung
- (a) nilai  $\theta$ , dalam radian,
  - (b) panjang lengkok  $VW$ , dalam cm,
  - (c) perimeter, dalam cm, sektor  $VOW$ .



## MENENTUKAN LUAS TEMBERENG SUATU BULATAN

- Rajah di sebelah menunjukkan sehelai alas meja yang berbentuk sebuah bulatan berpusat  $O$  dengan corak berbentuk heksagon terterap di dalamnya.
- Renda yang dijahit di sekeliling heksagon pula merupakan tembereng bagi alas meja itu.
- Apakah maklumat yang diperlukan untuk mencari luas setiap renda itu?



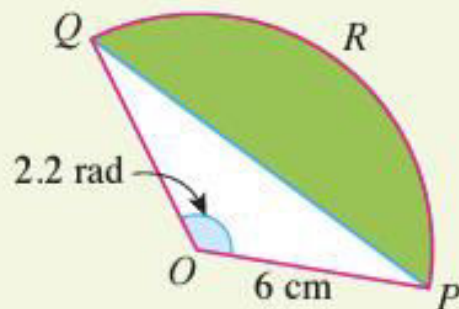


Contoh

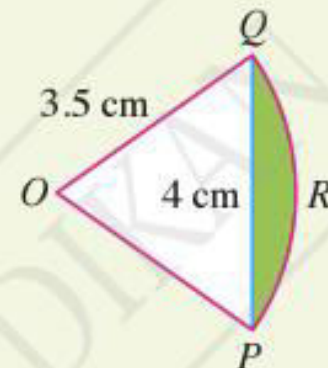
9

Bagi setiap sektor  $POQ$  berpusat  $O$  yang berikut, cari luas, dalam  $\text{cm}^2$ , tembereng  $PRQ$ .  
[Guna  $\pi = 3.142$ ]

(a)



(b)



### Penyelesaian

$$(a) \ 2.2 \text{ rad} = 2.2 \times \frac{180^\circ}{3.142}$$

$$= 126^\circ 2'$$

$$\text{Luas sektor } POQ = \frac{1}{2}r^2\theta$$

$$= \frac{1}{2}(6)^2(2.2)$$

$$= 39.60 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas } \Delta POQ = \frac{1}{2}(OP)(OQ) \sin \angle POQ$$

$$= \frac{1}{2}(6)(6) \sin 126^\circ 2'$$

$$= 14.56 \text{ cm}^2$$

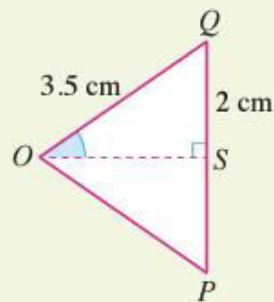
$$\text{Luas tembereng } PRQ = 39.60 - 14.56$$

$$= 25.04 \text{ cm}^2$$

$$(b) \text{ Dalam } \Delta QOP, \sin \angle QOS = \frac{QS}{OQ}$$

$$= \frac{2}{3.5}$$

$$\angle QOS = 34^\circ 51'$$



$$\text{Jadi, } \angle POQ = (2 \times 34^\circ 51') \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= 69^\circ 42' \times \frac{3.142}{180^\circ}$$

$$= 1.217 \text{ rad}$$

$$\text{Luas sektor } POQ = \frac{1}{2}r^2\theta$$

$$= \frac{1}{2}(3.5)^2(1.217)$$

$$= 7.454 \text{ cm}^2$$

$$\text{Dalam } \Delta POQ, \text{ semiperimeter, } s = \frac{3.5 + 3.5 + 4}{2}$$

$$s = 5.5 \text{ cm}$$

$$\text{Luas } \Delta POQ = \sqrt{s(s-p)(s-q)(s-o)}$$

$$= \sqrt{5.5(5.5 - 3.5)(5.5 - 3.5)(5.5 - 4)}$$

$$= \sqrt{5.5(2)(2)(1.5)}$$

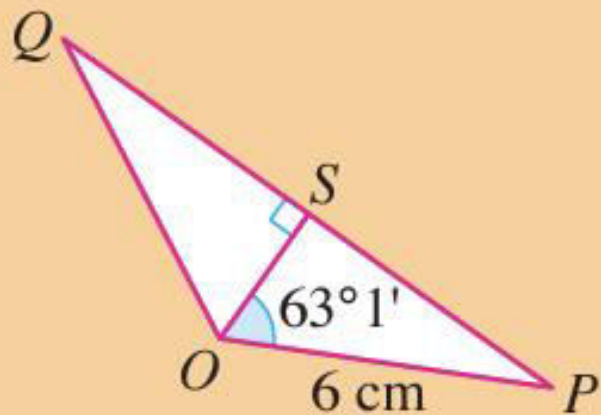
$$= \sqrt{33}$$

$$= 5.745 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas tembereng } PRQ = 7.454 - 5.745$$

$$= 1.709 \text{ cm}^2$$

## Kaedah *Alternatif*



Dalam  $\triangle POQ$ ,

$$\begin{aligned}\angle POS &= \frac{126^\circ 2'}{2} \\ &= 63^\circ 1'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin 63^\circ 1' &= \frac{PS}{6} \\ PS &= 6 \times \sin 63^\circ 1' \\ &= 5.3468 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}PQ &= 2PS \\ &= 2 \times 5.3468 \\ &= 10.6936 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}OS &= \sqrt{6^2 - 5.3468^2} \\ &= 2.7224 \text{ cm}\end{aligned}$$

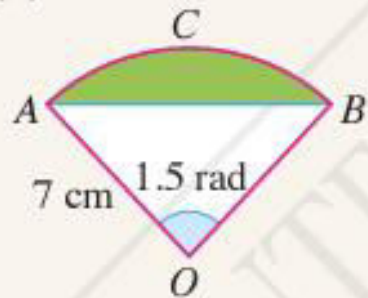
Jadi, luas  $\triangle POQ$

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \times PQ \times OS \\ &= \frac{1}{2} \times 10.6936 \times 2.7224 \\ &= 14.56 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

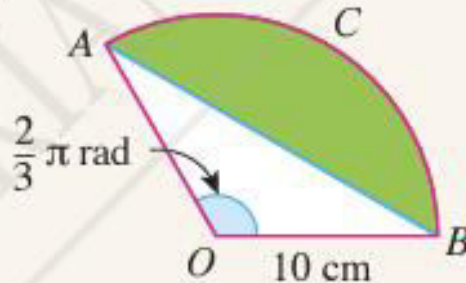
## Latihan Kendiri 1.6

1. Bagi setiap sektor  $AOB$  berpusat  $O$  yang berikut, cari luas tembereng  $ACB$ .  
[Guna  $\pi = 3.142$ ]

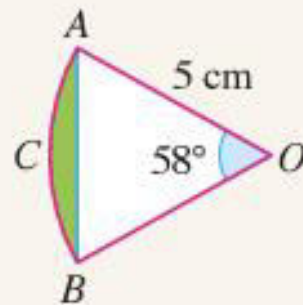
(a)



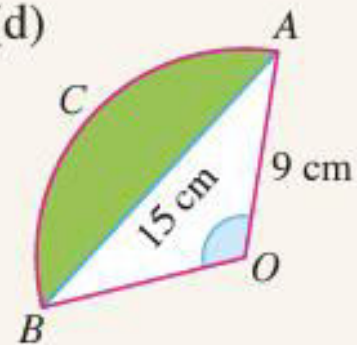
(b)



(c)

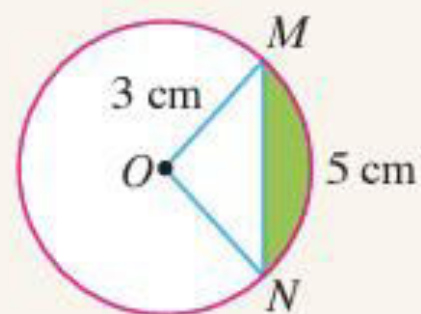


(d)

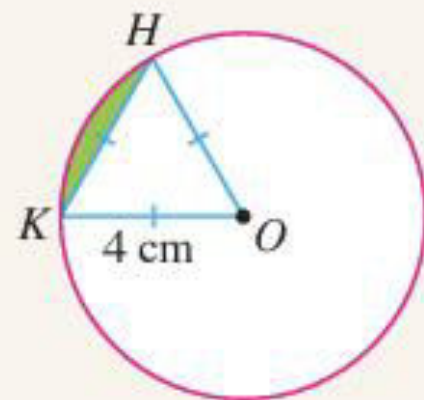




2. Rajah di sebelah menunjukkan sektor  $MON$  bagi sebuah bulatan berpusat  $O$  dan berjejari 3 cm. Diberi panjang lengkok minor  $MN$  ialah 5 cm, cari
- (a)  $\angle MON$ , dalam darjah,
  - (b) luas tembereng berlorek, dalam  $\text{cm}^2$ .



3. Rajah di sebelah menunjukkan sektor  $HOK$  bagi sebuah bulatan berpusat  $O$  dan berjejari 4 cm. Panjang perentas  $HK$  adalah sama dengan jejari bulatan itu. Hitung
- (a)  $\angle HOK$ , dalam radian,
  - (b) luas tembereng berlorek, dalam  $\text{cm}^2$ .



Contoh

10

APLIKASI MATEMATIK

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah kipas kertas yang dibuka sepenuhnya. Bahagian  $PQNM$  merupakan bahagian yang diliputi dengan kertas. Diberi bahawa  $OP = 15$  cm,  $OM : MP = 2 : 3$  dan  $\angle POQ = 120^\circ$ , hitung luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan yang diliputi oleh kertas itu.



## Penyelesaian

### 1 . Memahami masalah

- ◆  $PQNM$  ialah bahagian yang diliputi dengan kertas apabila sebuah kipas kertas dibuka sepenuhnya.
- ◆ Diberi  $OP = 15$  cm,  $OM : MP = 2 : 3$  dan  $\angle POQ = 120^\circ$ .
- ◆ Cari luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan yang diliputi oleh kertas.

### 2 . Merancang strategi

- ◆ Cari panjang  $OM$  menggunakan nisbah  $OM : MP = 2 : 3$ .
- ◆ Tukar  $120^\circ$  kepada radian dan gunakan rumus  $L = \frac{1}{2}r^2\theta$  untuk mencari luas sektor  $POQ$  dan luas sektor  $MON$ .
- ◆ Tolakkan luas sektor  $MON$  daripada luas sektor  $POQ$  untuk mencari luas kawasan yang diliputi oleh kertas.

### 3 . Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} OM &= \frac{2}{5} \times OP \\ &= \frac{2}{5} \times 15 \\ &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta \text{ dalam radian} &= 120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= 120^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 2.0947 \text{ rad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas sektor } POQ, L &= \frac{1}{2}r^2\theta \\ L &= \frac{1}{2}(15)^2(2.0947) \\ L &= 235.65 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas sektor } MON, L &= \frac{1}{2}r^2\theta \\ L &= \frac{1}{2}(6)^2(2.0947) \\ L &= 37.70 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka, luas kawasan yang diliputi oleh kertas} \\ &= 235.65 - 37.70 \\ &= 197.95 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

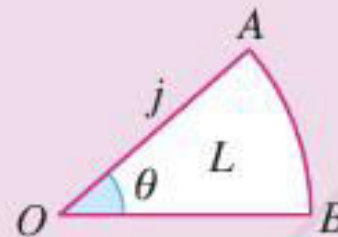


#### 4 . Membuat refleksi

$$\begin{aligned}\text{Luas sektor } POQ, L &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 3.142 \times 15^2 \\ L &= 235.65 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas sektor } MON, L &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 3.142 \times 6^2 \\ L &= 37.70 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Maka, luas kawasan yang diliputi oleh kertas} \\ &= 235.65 - 37.70 \\ &= 197.95 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

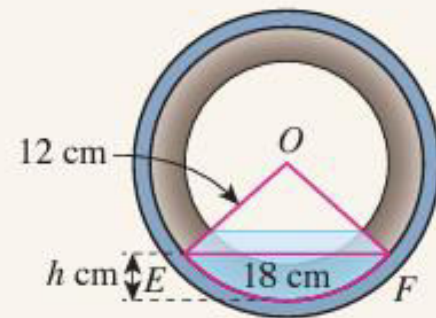
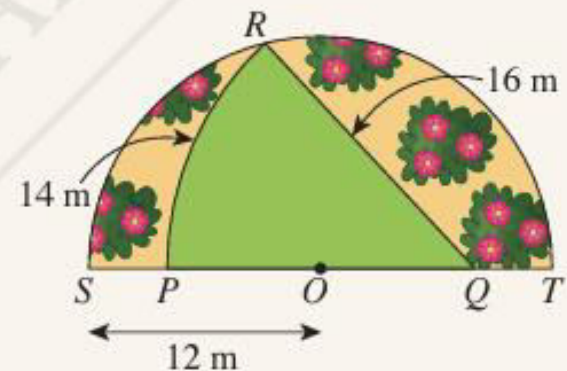


Jika  $\theta$  diukur dalam darjah,  
maka luas sektor bulatan,

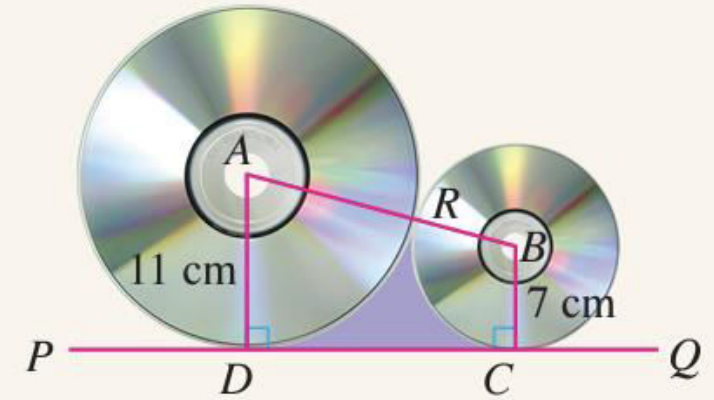
$$L = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi j^2.$$

## Latihan Kendiri 1.7

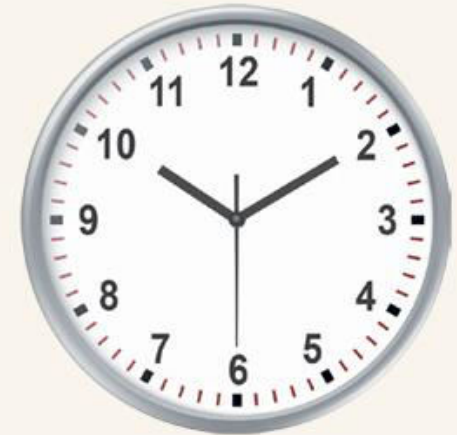
- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah taman  $SRT$  yang berbentuk semibulatan berpusat  $O$  dan berjajari 12 m. Kawasan berumput  $PQR$  berbentuk sektor bulatan berpusat  $Q$  dan berjajari 16 m. Kawasan berwarna coklat cair pula akan dipagar dan ditanam dengan pokok bunga. Diberi panjang lengkok  $PR$  ialah 14 m, cari
  - panjang pagar, dalam m, yang digunakan untuk memagar kawasan tanaman pokok bunga,
  - luas kawasan, dalam  $\text{m}^2$ , tanaman pokok bunga itu.
- Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas paip air berjajari 12 cm. Air mengalir melalui paip itu dengan ketinggian  $h$  cm dan kelebaran mengufuknya,  $EF$  ialah 18 cm. Hitung
  - nilai  $h$ ,
  - luas kawasan, dalam  $\text{cm}^2$ , keratan rentas yang mengandungi air.



3. Rajah di sebelah menunjukkan dua keping cakera padat masing-masing dengan jejari 11 cm dan 7 cm menyentuh antara satu sama lain di  $R$ . Kedua-dua keping cakera itu terletak di atas garis lurus  $PDCQ$ .
- (a) Hitung  $\angle BAD$ , dalam darjah.
- (b) Seterusnya, cari luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan berlorek.



4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah jam dinding yang menunjukkan pukul 10:10 pagi. Diberi panjang jarum minit bagi jam itu ialah 8 cm. Cari
- (a) luas sektor, dalam  $\text{cm}^2$ , yang disurih oleh jarum minit itu apabila waktu menunjukkan jam 10:30 pagi,
- (b) sudut gerakan jarum minit itu, dalam radian, jika luas sektor yang disurihnya ialah  $80 \text{ cm}^2$ .





## Latihan Formatif

1.3

Kuiz

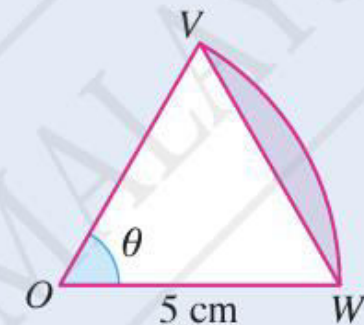
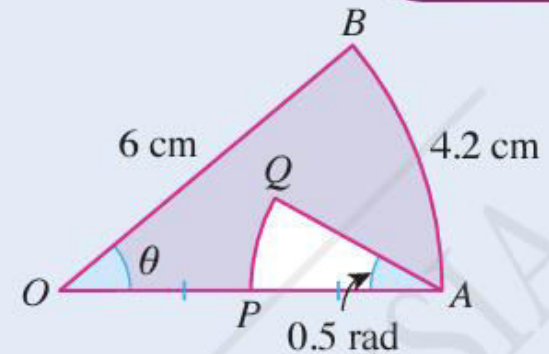
[bit.ly/2rI5G9f](https://bit.ly/2rI5G9f)



1. Rajah di sebelah menunjukkan sektor  $AOB$  berpusat  $O$  dan sektor  $PAQ$  berpusat  $A$ . Diberi  $OB = 6$  cm,  $OP = AP$ ,  $\angle PAQ = 0.5$  rad dan panjang lengkok  $AB$  ialah 4.2 cm.

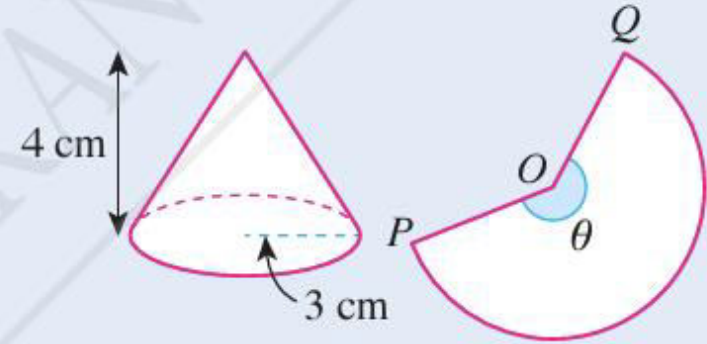
Hitung

- nilai  $\theta$ , dalam radian,
  - luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan berlorek.
2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sektor  $VOW$  dengan pusat  $O$  dan berjajari 5 cm. Diberi  $OW = OV = VW$ , cari
- nilai  $\theta$ , dalam radian,
  - luas, dalam  $\text{cm}^2$ , tembereng berlorek  $VW$ .

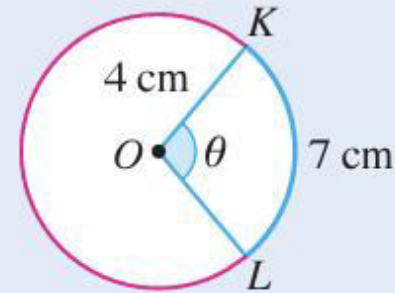




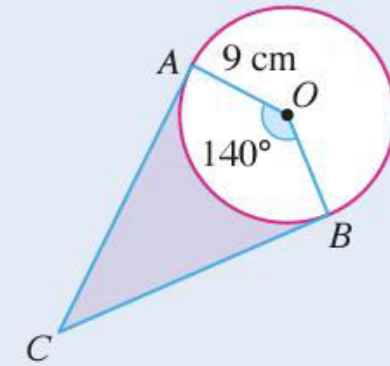
3. Sebuah kon berongga mempunyai jejari 3 cm dan tinggi 4 cm. Kon itu dibuka dan dibentangkan untuk membentuk sektor  $POQ$  seperti yang ditunjukkan dalam rajah di sebelah. Diberi  $\angle POQ = \theta$  radian, cari
- nilai  $\theta$ ,
  - luas, dalam  $\text{cm}^2$ , sektor  $POQ$ .



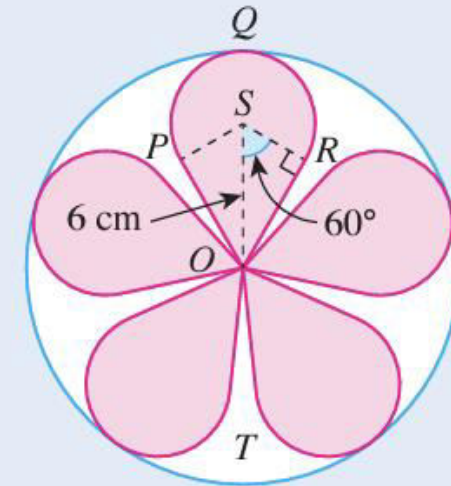
4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat  $O$  dan jejari 4 cm. Diberi panjang lengkok minor  $KL$  ialah 7 cm.
- Nyatakan nilai  $\theta$ , dalam radian.
  - Cari luas sektor major  $KOL$ , dalam  $\text{cm}^2$ .



5. Dalam rajah di sebelah,  $O$  ialah pusat bulatan yang berjejari 9 cm. Lengkuk minor  $AB$  mencangkum sudut  $140^\circ$  pada pusat bulatan  $O$  dengan tangen-tangen di  $A$  dan  $B$  bertemu di  $C$ . Hitung
- $AC$ , dalam cm,
  - luas, dalam  $\text{cm}^2$ , lelayang  $OACB$ ,
  - luas, dalam  $\text{cm}^2$ , sektor minor  $OAB$ ,
  - luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan berlorek.



6. Rajah di sebelah menunjukkan tingkap udara di sebuah dewan.  $PQR$  ialah lengkok major bagi bulatan berpusat  $S$ . Garis  $OP$  dan  $OR$  ialah tangen-tangen kepada bulatan itu. Saiz empat panel yang lain adalah sama dengan panel  $OPQR$ .  $O$  ialah pusat bagi tingkap udara yang menyentuh lengkok  $PQR$  di  $Q$ . Diberi  $OS = 6$  cm dan  $\angle OSR = 60^\circ$ .
- Tunjukkan bahawa  $RS = 3$  cm.
  - Hitung luas, dalam  $\text{cm}^2$ , panel  $OPQR$ .
  - Tingkap itu mempunyai simetri putaran di  $O$  dengan peringkat  $n$ , cari nilai  $n$  dan luas, dalam  $\text{cm}^2$ , kawasan berlabel  $T$  di antara dua panel.





# **APLIKASI SUKATAN MEMBULAT**



## APLIKASI SUKATAN MEMBULAT

- **Pelangi ialah suatu fenomena optik yang merupakan spektrum berwarna berbentuk gerbang.**
- **Pelangi terbentuk apabila matahari memancarkan cahaya semasa atau sejurus selepas hujan.**
- **Gerbang pelangi seperti yang ditunjukkan dalam gambar di sebelah merupakan lengkok bagi sebuah bulatan.**
- **Menggunakan rumus yang telah dipelajari dan bantuan teknologi terkini, bolehkah anda tentukan panjang lengkoknya itu?**





## APLIKASI SUKATAN MEMBULAT

- Keratan rentas bagi terowong kereta api kebanyakannya berbentuk tembereng major sebuah bulatan.
- Bagaimanakah kita boleh mencari panjang lengkok dan luas keratan rentas bagi terowong kereta api tersebut?

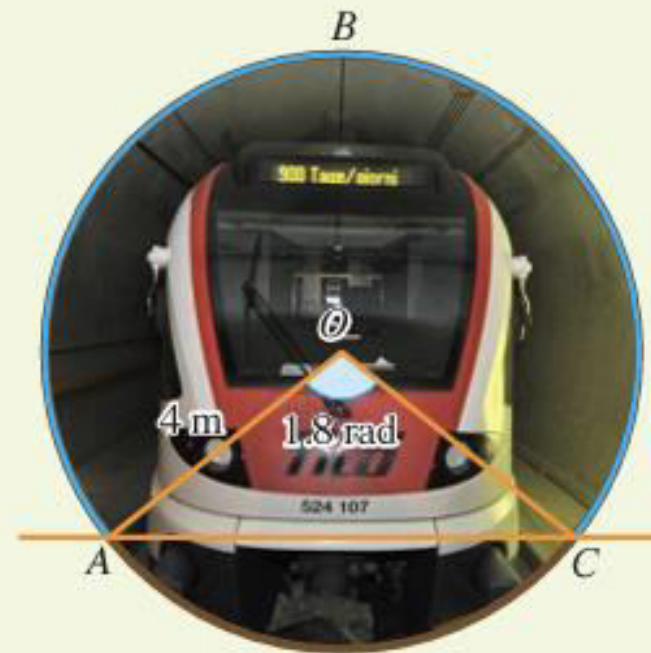


**Contoh****11**

Rajah di sebelah menunjukkan tembereng major  $ABC$  yang mewakili keratan rentas bagi sebuah terowong kereta api dengan pusat  $O$  dan jejari 4 m, dengan keadaan  $\angle AOC = 1.8$  rad.

[Guna  $\pi = 3.142$ ]

- (a) Tunjukkan bahawa  $AC$  ialah 6.266 m.
- (b) Cari panjang lengkok major  $ABC$ , dalam m.
- (c) Cari luas keratan rentas terowong itu, dalam  $\text{m}^2$ .



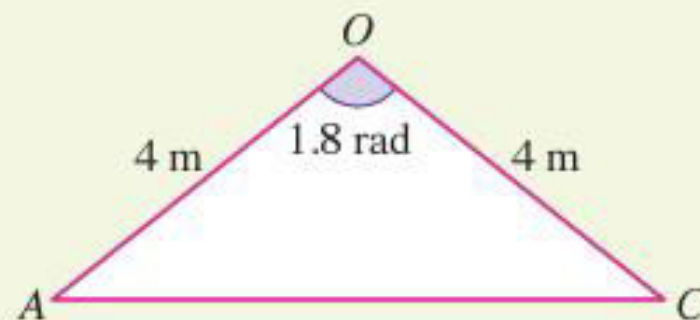
### Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } 1.8 \text{ rad} &= 1.8 \times \frac{180^\circ}{3.142} \\ &= 103^\circ 7' \end{aligned}$$

Dengan menggunakan petua kosinus,

$$\begin{aligned} AC^2 &= OA^2 + OC^2 - 2(OA)(OC) \cos \angle AOC \\ &= 4^2 + 4^2 - 2(4)(4) \cos 103^\circ 7' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{4^2 + 4^2 - 2(4)(4) \cos 103^\circ 7'} \\ &= \sqrt{39.2619} \\ &= 6.266 \text{ m} \end{aligned}$$





(b) Sudut refleks  $AOC = 2\pi - 1.8$   
 $= 4.484 \text{ rad}$

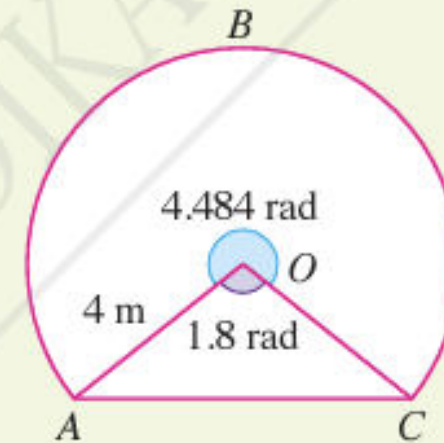
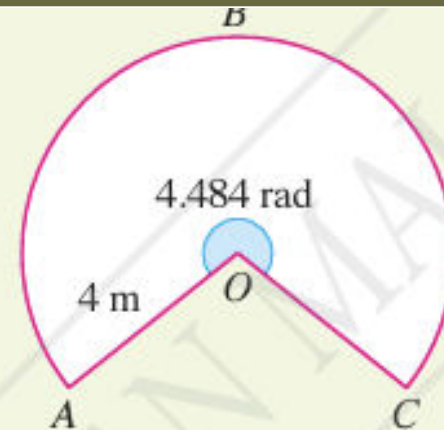
Panjang lengkok major  $ABC = j\theta$   
 $= 4 \times 4.484$   
 $= 17.94 \text{ m}$

(c) Dengan menggunakan rumus luas segi tiga,

$$\begin{aligned}\text{Luas } \triangle AOC &= \frac{1}{2} \times OA \times OC \times \sin \angle AOC \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 103^\circ 7' \\ &= 7.791 \text{ m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas sektor major } ABC &= \frac{1}{2}j^2\theta \\ &= \frac{1}{2} \times 4^2 \times 4.484 \\ &= 35.87 \text{ m}^2\end{aligned}$$

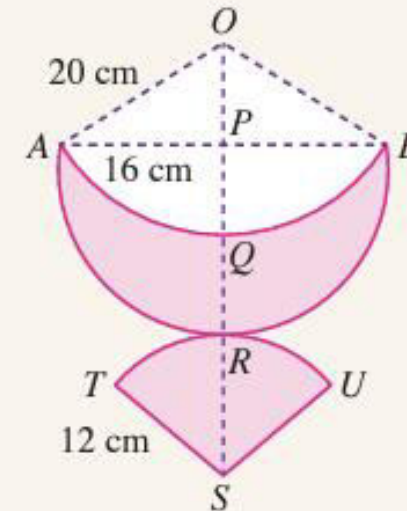
Maka, luas keratan rentas terowong ialah  $7.791 + 35.87 = 43.66 \text{ m}^2$





## Latihan Kendiri 1.8

- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah wau bulan yang mempunyai paksi simetri  $OS$ .  $AQB$  ialah lengkok bagi sebuah bulatan berpusat  $O$  dan berjejari 20 cm.  $APBR$  ialah sebuah semibulatan berpusat  $P$  dan berjejari 16 cm.  $TRU$  pula ialah lengkok sebuah bulatan berpusat  $S$  dan berjejari 12 cm. Diberi panjang lengkok  $TRU$  ialah 21 cm. Hitung
  - $\angle AOB$  dan  $\angle TSU$ , dalam radian,
  - perimeter, dalam cm, wau bulan,
  - luas, dalam  $\text{cm}^2$ , wau bulan.



- Dalam rajah di sebelah, setiap duit syiling 20 sen mempunyai jejari yang sama dan tangen kepada dua duit syiling 20 sen yang lain. Jika luas kawasan berwarna biru ialah  $12.842 \text{ mm}^2$ , cari jejari, dalam mm, setiap duit syiling itu.

## Latihan Formatif

1.4



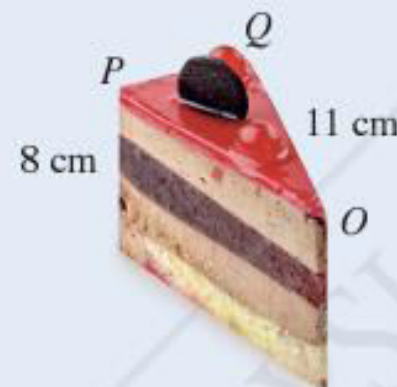
1. Jejari dan tebal sebiji kek yang berbentuk silinder masing-masing ialah 11 cm dan 8 cm. Rajah di sebelah menunjukkan sepotong kek yang telah dipotong dengan keratan rentas seragamnya berbentuk sektor bulatan  $POQ$  dan berjejari 11 cm. Diberi  $\angle POQ = 40^\circ$ .

(a) Hitung

- perimeter, dalam cm, sektor  $POQ$ ,
  - luas, dalam  $\text{cm}^2$ , sektor  $POQ$ ,
  - isi padu, dalam  $\text{cm}^3$ , sepotong kek itu.
- (b) Jika jisim sepotong kek itu ialah 150 gram, hitung jisim, dalam gram, sebiji kek.

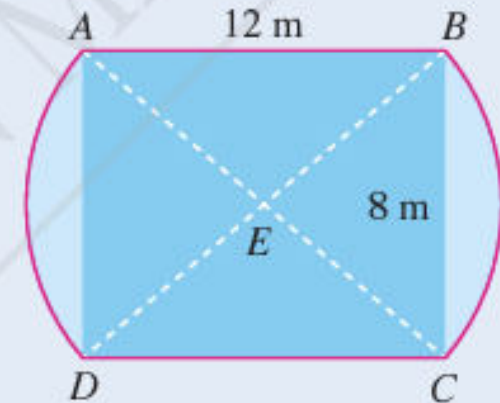
Kuiz

[bit.ly/2R3qkLO](https://bit.ly/2R3qkLO)



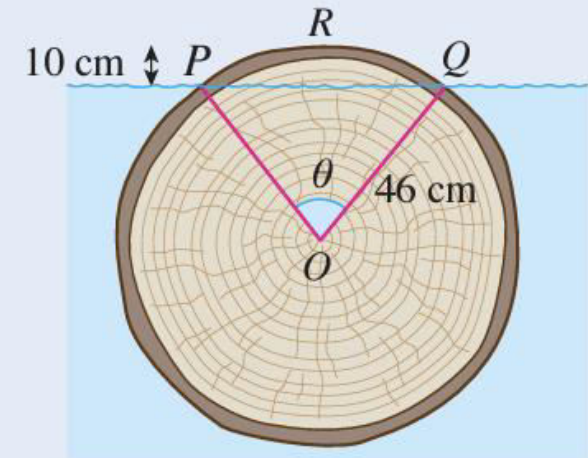


2. Rajah di sebelah menunjukkan pelan bagi sebuah kolam renang dengan kedalaman seragam 1.5 m.  $ABCD$  adalah berbentuk segi empat tepat dengan panjang 12 m dan lebar 8 m.  $AED$  dan  $BEC$  pula ialah dua sektor bulatan yang sama saiz dengan pusat  $E$ . Hitung
- (a) perimeter, dalam m, lantai kolam renang,
  - (b) luas, dalam  $\text{m}^2$ , lantai kolam renang,
  - (c) isi padu, dalam  $\text{m}^3$ , air yang memenuhi kolam renang itu.





3. Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas membulat seragam bagi sebatang kayu yang terapung di atas air dengan jejari 46 cm. Titik  $P$  dan  $Q$  pada kayu itu terletak pada permukaan air manakala titik tertinggi  $R$  pula ialah 10 cm di atas permukaan air. Hitung
- (a) nilai  $\theta$ , dalam radian,
  - (b) panjang lengkok  $PRQ$ , dalam cm,
  - (c) luas keratan rentas kayu, dalam  $\text{cm}^2$ , di atas permukaan air itu.





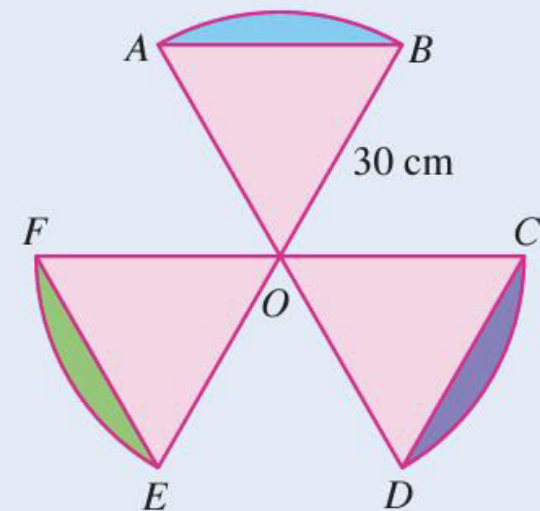


4. Rajah di sebelah menunjukkan bentuk bagi logo sebuah syarikat aiskrim dari permukaan atas. Bentuk itu terdiri daripada tiga sektor bulatan  $AOB$ ,  $COD$  dan  $EOF$  yang sama saiz berpusat  $O$  dan berjari 30 cm. Diberi  $\angle AOB = \angle COD = \angle EOF = 60^\circ$ .

(a) Hitung

- (i) panjang lengkok  $AB$ , dalam cm,
- (ii) luas sektor  $COD$ , dalam  $\text{cm}^2$ ,
- (iii) perimeter tembereng  $EF$ , dalam cm,
- (iv) luas tembereng  $EF$ , dalam  $\text{cm}^2$ .

- (b) Logo itu akan dibina dengan konkrit. Jika ketebalan seragam logo itu ialah 5 cm, cari isi padu konkrit, dalam  $\text{cm}^3$ , yang diperlukan untuk membuat logo itu.
- (c) Jika kos konkrit ialah RM0.50 per  $\text{cm}^3$ , cari jumlah kos, dalam RM, untuk membina logo itu.



The background features a repeating pattern of stylized, leafless trees in a light gray color. Overlaid on this are numerous circles of varying sizes. Some circles have a thick dark gray border, while others have a thin white border. The interior of these circles is filled with a solid olive green color. The overall composition is a dense, textured overlay of geometric and organic shapes.

**TAMAT**