

Лабораторная работа по общей физике

4.4.1 Амплитудная дифракционная решетка

Выполнила студентка группы Б06-103:
Фитэль Алена

1 Введение

Цель работы: знакомство с работой и настройкой гониометра Г5, определение спектральных характеристик амплитудной решетки.

В работе используются: гониометр, дифракционная решетка, ртутная лампа.

2 Теоретические сведения

Амплитудную решетку можно представить в виде непрозрачного экрана, в котором прорезано большое число N параллельных щелей - штрихов, расстояние между которыми d (шаг решетки).

Пусть на решетку падает излучение с длиной волны λ по нормали к плоскости решетки. Вследствие дифракции лучи, прошедшие через щель в решетке, отклоняются от своего первоначального направления. Рассмотрим лучи, отклонившиеся на угол φ . Разность хода лучей от эквивалентных точек двух соседних штрихов равна

$$\Delta = d \sin \varphi.$$

Если эта величина равна целому числу длин волны:

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (1)$$

то волны взаимно усиливают друг друга.

В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля распределение интенсивности в дифракционной картине определяется суперпозицией волн, приходящих в точку наблюдения от различных щелей решетки. При этом амплитуды всех интерферирующих волн при заданном угле φ практически одинаковы, а фазы составляют арифметическую прогрессию.

$$I = I_0 \frac{\sin^2[N(kd \sin \varphi)/2]}{\sin^2[(kd \sin \varphi)/2]},$$

где k – волновое число, I_0 – интенсивность волны, идущей от одного штриха. При большом числе щелей свет, прошедший через решетку, распространяется по ряду резко ограниченных направлений. Если на дифракционную решетку падает свет сложного спектрального состава, то после решетки образуется спектр, причём фиолетовые лучи отклоняются решеткой меньше, чем красные (чем больше длина волны, тем сильнее лучи отклоняются решеткой). Входящая в величина m носит название порядка спектра. При $m = 0$ максимумы интенсивности для всех длин волн располагаются при $\varphi = 0$ и накладываются друг на друга. При освещении белым светом нулевой максимум, в отличие от всех прочих, оказывается поэтому неокрашенным. Спектры первого, второго и т.д. порядков располагаются симметрично по обе стороны от нулевого.

Угловая дисперсия. Угловая дисперсия D характеризует угловое расстояние $d\varphi$ между спектральными линиями, отстоящими по длине волны на $d\lambda$:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}} \quad (2)$$

Разрешающая способность дифракционной решетки. Возможность разрешения двух близких спектральных линий зависит от их ширины и от расстояния между ними. Угловое расстояние между двумя близкими спектральными компонентами с длинами волн λ и $(\lambda + \Delta\lambda)$ равно:

$$\Delta\varphi = D d\lambda = \frac{m \Delta\lambda}{d \cos \varphi}.$$

Согласно критерию Рэлея линии становятся неразличимыми, когда расстояние между ними меньше, чем расстояние от максимума одной линии до её первого минимума. Пусть решетка имеет N штрихов. Выберем главный максимум m -го порядка для компоненты λ . Направление на первый дифракционный минимум дается равенством

$$d \sin \varphi = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda.$$

По критерию Рэлея это же направление должно соответствовать главному дифракционному максимуму для второй компоненты $\lambda + \Delta\lambda$:

$$d \sin \varphi = m(\lambda + \Delta\lambda).$$

Из последних двух равенств находим

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN}.$$

По определению разрешающая способность спектрального прибора $R = \lambda/\Delta\lambda$ – это отношение длины волны к разности длин волн двух линий, разрешаемых по критерию Рэлея.

Таким образом, приходим к следующему выражению для разрешающей способности дифракционной решетки:

$$R = \lambda / \Delta\lambda = mN.$$

Дисперсионная область. При достаточно широком спектральном интервале падающего света спектры разных порядков могут накладываться друг на друга. Предельная ширина спектрального интервала $\Delta\lambda$, при которой спектры соседних порядков (m и $m + 1$) перекрываются только своими границами, называется дисперсионной областью G . При этом:

$$d \sin \varphi = m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda$$

И дисперсионная область:

$$G = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}.$$

3 Экспериментальная установка

Принципиальная схема установки для изучения спектров приведена на Рисунке 1. В нашей работе в качестве диспергирующего элемента используется амплитудная дифракционная решетка, источника света - ртутная лампа со спектром, приведенным на Рисунке 2.

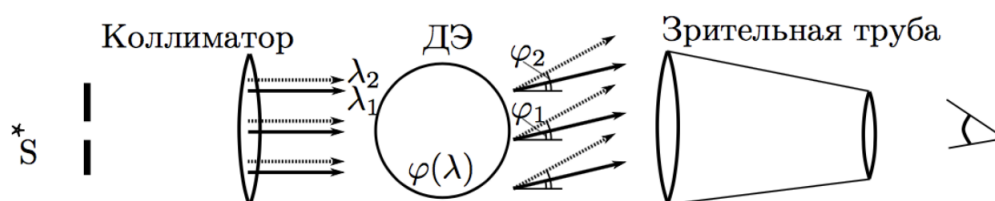


Рисунок 1: Схема прибора: источник-коллиматор-диспергирующий элемент -зрительная труба.

№	K ₁	K ₂	1	2	3	4	5	6
λ нм.	690,7	623,4	579,1	577,0	546,1	491,6	435,8	404,7
Цвет	красн.	красн.	желт.	желт.	зелен.	голуб.	синий	фиолет.
Яркость	4	4	10	8	10	4	4	3

Рисунок 2: Характеристики спектра ртутной лампы ДРШ.

При работе с дифракционной решёткой основной задачей является точное измерение углов, при которых наблюдаются главные максимумы для различных длин волн. В нашей работе для измерения углов используется гониометр Г5, внешний вид которого приведен на Рисунке 3.



Рисунок 3: Внешний вид гониометра Г5

4 Обработка результатов

1. Подберем ширину входной щели коллиматора так, чтобы ширина линий жёлтого дублета была чуть больше промежутка между линиями двойного штриха окуляра зрительной трубы. Установим высоту щели, удобную для измерений. Измерим угловые координаты спектральных линий ртути для ± 1 порядка, рассчитаем для них углы дифракции φ_m и построим график зависимости $\sin \varphi_m$ от длины волны (Рисунок 4). Измеренные и рассчитанные результаты приведены в Таблице 1.

	λ_{red1}		λ_{red2}		$\lambda_{yellow1}$		$\lambda_{yellow2}$	
	690,7 нм		623,4 нм		579,1 нм		577 нм	
	φ	$\sin \varphi$	φ	$\sin \varphi$	φ	$\sin \varphi$	φ	$\sin \varphi$
1	18°27'35"	0,3167	18°7'4"	0,311	17°0'51"	0,2926	17°5'21"	0,2939
-1	17°58'14"	0,3085	17°38'46"	0,3031	16°40'16"	0,2869	16°36'13"	0,2857
	λ_{green}		λ_{blue}		$\lambda_{darkblue}$		λ_{purple}	
	546,1 нм		491,6 нм		435,8 нм		404,7 нм	
	φ	$\sin \varphi$	φ	$\sin \varphi$	φ	$\sin \varphi$	φ	$\sin \varphi$
1	15°55'34"	0,2741	14°25'24"	0,2491	12°45'38"	0,2206	11°48'48"	0,2047
-1	15°42'10"	0,2706	14°7'32"	0,2441	12°30'28"	0,2166	11°35'53"	0,201

Таблица 1: Спектр первого и минус первого порядков

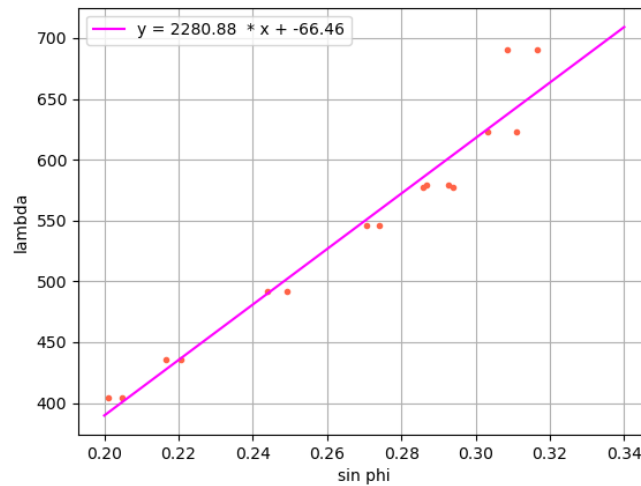


Рисунок 4: График зависимости $\sin \varphi$ от λ

2. По углу наклона графика прямой из предыдущего пункта с помощью формулы (1) найдем значение шага решетки:

$$d = \pm \frac{\lambda}{\sin \varphi} = 2.28 \pm 0.13 \text{ мкм}$$

3. Для оценки угловой дисперсии решетки определим угловые координаты линий желтой пары во всех видимых порядках спектра, положительных и отрицательных. Рассчитаем экспериментальную угловую дисперсию для желтой пары в спектрах разных порядков по формуле:

$$D = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \lambda},$$

где $\Delta \lambda = 21 \text{ Å}$. Измеренные и рассчитанные результаты приведены в Таблице 2.

m	2	-2	3	-3	1	-1
D, угл. секунды/ангстрем	27,9	38,3	62,8	52,5	12,9	11,6
$\delta \varphi$ угл. секунды	585	805	1319	1103	270	243

Таблица 2: Угловая дисперсия в спектрах разного порядка, определенная по линиям желтого дублета

4. По данным предыдущего пункта построим график зависимости $D = f(m)$ (Рисунок 5). По графику определим коэффициент пропорциональности между D и m и сравним его с теоретическим, рассчитанным по формуле (2) для длины волны желтой пары:

$$k_{\text{эсп}} = (13.0 \pm 1.1 \text{ угл.сек/ангстрем}) = (630 \pm 50) \frac{1}{\text{мм}}$$

$$k_{\text{теор}} = \frac{1}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}} \approx 520 \frac{1}{\text{мм}}$$

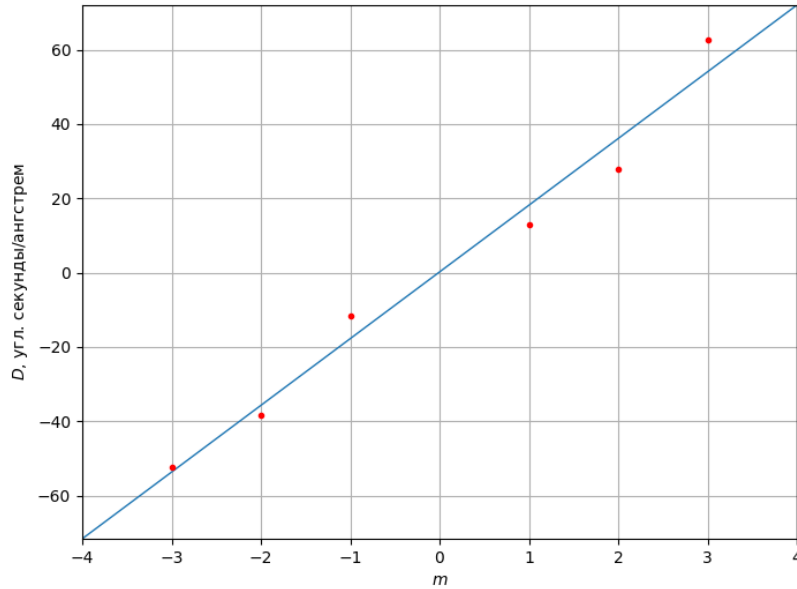


Рисунок 5: График зависимости $D = f(m)$

5. Определим экспериментальную разрешающую способность по измерениям координаты и угловой ширины желтой линии:

$$\delta\varphi_{-1} = 28 \text{ угл. секунд} \quad \delta\varphi_1 = 35 \text{ угл. секунд}$$

Усредненная ширина спектра:

$$\delta\varphi = 32 \pm 4 = \text{угл. секунд}$$

Тогда рассчитаем экспериментальную разрешающую способность:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{D\lambda}{\delta\varphi} \approx 11400$$

Сравнивая полученный результат с теоретическим, рассчитанным по формуле $R = mN$, оценим число эффективно работающих штрихов и размер освещенной части решетки:

$$N \approx 11400 \quad d_{\text{work}} \approx 2.28 \text{ см}$$

6. Рассчитаем порядок спектра, при котором фиолетовая линия наложится на желтую, используя формулу (1):

$$\frac{m_{\text{ф}}}{m_{\text{ж}}} = \frac{\lambda_{\text{ж}}}{\lambda_{\text{ф}}} = 1.43 \approx 10/7$$

5 Обсуждение результатов и вывод

В ходе работы были исследованы спектральные характеристики амплитудной решетки с помощью устройства гониометра.

- С помощью измерения спектральных линий ртути в ± 1 порядках было рассчитано значение шага решетки, которое в пределах погрешности совпадает с указанным на приборе значением ($d_{\text{measured}} = 2.28 \pm 13 \text{ мкм}$, $d_{\text{real}} = 2 \text{ мкм}$).

- Были проведены измерения угловой дисперсии дифракционной решетки в спектрах разного порядка по линиям жетого дуплета, по которым был определен коэффициент пропорциональности между D и m , который несколько превышает теоретическое значение.
- Была определена экспериментальная разрешающая способность прибора, оценено число эффективно работающих штрихов и размер освещенной области решетки.
- Был рассчитан порядок спектра, при котором произойдет первое наложение фиолетовой линии на желтую.