

## Trabalho Final de Otimização Combinatória (2019/1)

### 1 Definição

O trabalho final consiste no estudo e implementação de uma meta-heurística sobre um problema  $\mathcal{NP}$ -completo, e na formulação matemática em programação linear inteira mista deste problema. O trabalho deve ser realizado em grupos, e cada grupo escolhe uma combinação (*problema, meta-heurística*). Não há restrições quanto a repetição de problemas e técnicas, mas cada grupo deve ter um combinação única de problema e técnica de resolução.

O trabalho é dividido em quatro partes: (i) formulação matemática, (ii) implementação da meta-heurística, (iii) relatório, e (iv) apresentação em aula das partes (i) e (ii) e dos resultados obtidos. Informações sobre cada parte são detalhadas nas seções a seguir. A definição dos problemas e instâncias, bem como alguns materiais adicionais, também se encontram neste documento.

A entrega deverá ser feita pelo *moodle* da disciplina, até a data previamente definida. As quatro partes devem ser entregues em um arquivo compactado (formatos `.tar.gz`, `.zip`, `.rar`, ou `.7z`). Note que para a implementação, deve ser entregue o código fonte e **não** o executável.

### 2 Formulação Matemática

O problema escolhido pelo grupo deve ser formulado matematicamente em Programação Linear Inteira Mista, e esta deve ser implementada em GNU MathProg para ser executada no GLPK. O arquivo de formulação **deve** ser separado do arquivo de dados, como visto em aula de laboratório. A entrega deve conter um arquivo de modelo (arquivo `.mod`), e os arquivos de dados das instâncias, já convertidos para o padrão do GLPK e de acordo com a formulação proposta.

### 3 Implementação

A implementação do algoritmo proposto pode ser feita nas **linguagens de programação gratuitas** (C, C++, Java, Python, Julia, etc.), **sem o uso de bibliotecas proprietárias**. A compilação e execução dos códigos deve ser possível em ambiente Linux **ou** Windows, pelo menos. Além disso, alguns critérios básicos devem ser levados em conta no desenvolvimento:

- Critérios de engenharia de software: documentação e legibilidade, mas sem exageros;
- Os parâmetros do método de resolução devem ser **recebidos via linha de comando**<sup>1</sup>, em especial a semente para o gerador de números pseudo aleatórios;

<sup>1</sup>Na linguagem C++, por exemplo, os parâmetros da linha de comando são recebidos com uso de `argc` e `argv` na função `main`.

- Critérios como qualidade das soluções encontradas e eficiência da implementação serão levados em conta na avaliação (i.e., quando modificar uma solução, calcular a diferença de custo do vizinho, e não o custo de toda a solução novamente).
- O critério de parada do algoritmo **não** deve ser tempo de execução. Alguns dos critérios de parada permitidos são: número de iterações, número de iterações sem encontrar uma solução melhor, ou proximidade com algum limitante, ou ainda a combinação de algum dos anteriores. Estes critérios devem ser calibrados de forma a evitar que o algoritmo demore mais do que **cinco minutos** para executar nas instâncias fornecidas;

A entrega da implementação é o **código fonte**. Junto com ele deve haver um arquivo README informando como compilar/executar o código, e se são necessárias quaisquer bibliotecas específicas (Boost, Apache Commons, etc.).

## 4 Relatório

O relatório, a ser entregue em formato PDF, deve possuir no máximo seis páginas (sem contar capa e referências), e deve apresentar configurações adequadas de tamanhos de fonte e margens. O documento deve conter, no mínimo, as seguintes informações:

- Introdução: breve explicação sobre o trabalho e a meta-heurística desenvolvida;
- Problema: descrição clara do problema a ser resolvido, e a formulação dele em Programação Linear, devidamente explicada, ressaltando a utilidade de cada restrição do problema e a função objetivo modelada;
- Descrição **detalhada** do algoritmo proposto: em especial, com as justificativas para as escolhas feitas em cada um dos itens a seguir,
  1. Representação do problema;
  2. Principais estruturas de dados;
  3. Geração da solução inicial;
  4. Vizinhança e a estratégia para seleção dos vizinhos;
  5. Parâmetro(s) do método, com os valores utilizados nos experimentos;
  6. O(s) critério(s) de parada do algoritmo.
- Uma tabela de resultados, com uma linha por instância testada, e com no mínimo as seguintes colunas:
  1. Valor da relaxação linear encontrada pelo GLPK com a formulação matemática;
  2. Valor da melhor solução inteira encontrada pelo GLPK com a formulação matemática (reportar mesmo que não ótima);
  3. Tempo de execução do GLPK (com limite de 1h, ou mais);
  4. Valor médio da solução inicial do seu algoritmo;
  5. Valor médio da melhor solução encontrada pelo seu algoritmo;
  6. Desvio padrão das melhores soluções encontradas pelo seu algoritmo;
  7. Tempo de execução médio, em segundos, do seu algoritmo;
  8. Desvio percentual médio das soluções obtidas pelo seu algoritmo em relação à melhor solução conhecida. Assumindo que  $S$  seja a solução obtida por seu algoritmo e  $S^*$  seja a melhor conhecida, o desvio percentual para problemas de minimização é dado por  $100 \frac{S-S^*}{S^*}$ ; e de maximização por  $100 \frac{S^*-S}{S^*}$ ;

- Análise dos resultados obtidos;
- Conclusões;
- Referências utilizadas.

Os resultados da meta-heurística devem ser a média de 10 execuções (no mínimo) para cada instância. Cada execução deve ser feita com uma *semente* (do inglês, *seed*) de aleatoriedade diferente, a qual deve ser informada para fins de reprodutibilidade (uma sugestão é usar sementes no intervalo  $[1, k]$ , com  $k$  o número de execuções). Note que a semente é um meio de fazer com que o gerador de números aleatórios gere a mesma sequência quando a mesma semente é utilizada <sup>2</sup>.

## 5 Problemas

Esta seção descreve os problemas considerados neste trabalho. Cada grupo deve resolver aquele que escolheu.

### Permutational Flowshop Scheduling Problem (PFSP)

**Instância:** É composta por um conjunto de tarefas  $N$  e um conjunto de máquinas  $M$ . Todas as tarefas devem ser processadas em todas as máquinas, exatamente na mesma sequência (tarefa 1, seguida da 2, da 3, etc.). As tarefas exigem um tempo específico para serem processadas por cada máquina, que é definido pelo parâmetro  $p_{ir}$ , para cada tarefa  $i \in N$  e máquina  $r \in M$ .

**Solução:** Ordem de alocação das tarefas às máquinas.

**Objetivo:** Encontrar um escalonamento das máquinas que minimiza o *makespan*.

**Referência base:** Tseng et al. (2003). An empirical analysis of integer programming formulations for the permutation flowshop. ([Revista Omega](#))

**Arquivos de instâncias:** disponíveis em [Web of Instances](#). Note que somente as instâncias listadas abaixo devem ser resolvidas. Por questões de disponibilidade, as instâncias também estão disponíveis no [Github](#).

**Melhores valores de solução conhecidos:** A table abaixo lista os *best known values* para as instâncias a serem testadas. Você também pode consultar os BKS no site em que as instâncias estão publicadas. Outra opção é usar os valores do material suplementar de *New hard benchmark for flowshop scheduling problems minimising makespan*, por Vallada, Ruiz e Framinan (2015). ([Revista EJOR](#))

<sup>2</sup>Na linguagem C++, por exemplo, a semente é passada para o método construtor da classe `std::mt19937`, que implementa o gerador de números pseudo aleatórios de Mersenne.

Instância	$ N $	$ M $	BKS
VFR10_15_1_Gap	10	15	1307
VFR20_10_3_Gap	20	10	1592
VFR20_20_1_Gap	20	20	2270
VFR60_5_10_Gap	60	5	3663
VFR60_10_3_Gap	60	10	3423
VFR100_60_1_Gap	100	60	9395
VFR500_40_1_Gap	500	40	28548
VFR500_60_3_Gap	500	60	31125
VFR600_20_1_Gap	600	20	31433
VFR700_20_10_Gap	700	20	36417

### Parallel Machines Scheduling Problem

**Instância:** Considera um conjunto de  $N$  tarefas a serem processadas uma única vez em alguma máquina de um conjunto  $M$  de máquinas. Para cada tarefa, tem-se o parâmetro  $G_{ijk} = S_{ijk} + P_{jk}$  que indica a soma do tempo de preparo ( $S_{ijk}$ ) da máquina  $k$  para processamento da tarefa  $j$  após o processamento da tarefa  $i$ , e o tempo de processamento ( $P_{jk}$ ) da tarefa  $j$  na máquina  $k \in M$ .

**Solução:** Ordem de atribuição das tarefas às máquinas.

**Objetivo:** Encontrar um escalonamento das tarefas que minimiza o *makespan*.

**Referência base:** Ezugwu (2019). Enhanced symbiotic organisms search algorithm for unrelated parallel machines manufacturing scheduling with setup times. ([Revista Knowledge-Based Systems](#))

**Arquivos de instâncias:** disponíveis em [Scheduling Research Virtual Center](#). Por questões de disponibilidade, as instâncias também estão disponíveis no [Github](#).

**Melhores valores de solução conhecidos:** Disponíveis no site das instâncias ou no artigo referência.

Instância	$ N $	$ M $	BKS
20on4Rp50Rs50_1	20	4	$527.80 \pm 15.43$
60on8Rp50Rs50_1	60	8	$820.00 \pm 9.62$
60on4Rp50Rs50_1	60	4	$1673.20 \pm 43.67$
80on8Rp50Rs50_1	80	8	$1089.00 \pm 7.25$
80on12Rp50Rs50_1	80	12	$711.60 \pm 5.73$
100on2Rp50Rs50_1	100	2	$5872.00 \pm 33.32$
100on6Rp50Rs50_1	100	6	$1858.40 \pm 9.07$
100on8Rp50Rs50_1	100	8	$1371.00 \pm 12.10$
120on12Rp50Rs50_1	120	12	$1087.80 \pm 32.26$
120on10Rp50Rs50_1	120	10	$1326.80 \pm 13.46$

### Traveling Salesman Problem with Draft Limits

**Instância:** Uma embarcação deve ser utilizada para transporte de mercadorias

de um porto garagem até um conjunto de portos consumidores. Seja  $V$  o conjunto de portos do problema, e o porto 1 é considerado como origem da carga. Cada porto consumidor  $j \in V \setminus \{1\}$  tem uma demanda  $d_j$ , que deve ser atendida pela embarcação em uma única visita. Por questões técnicas, cada porto suporta uma embarcação com profundidade máxima  $l_j$ . A carga da embarcação tem impacto direto na profundidade que o veículo ocupa: quanto mais carregado o veículo, maior é a parcela do casco da embarcação que encontra-se submersa. Assim, a embarcação só pode atender um porto caso a profundidade de sua parte submersa esteja dentro do limite que o porto suporta. Além disso, o parâmetro  $c_{ij}$  indica o custo para deslocamento da embarcação entre os pares de portos  $(i, j) \in V \times V$ .

**Solução:** Ordem de visitação dos portos.

**Objetivo:** Rota de menor custo.

**Referência base:** Rakke et al. (2012). The Traveling Salesman Problem with Draft Limits.

**Arquivos de instâncias:** disponíveis na [Biblioteca do TSPDL](#). Por questões de disponibilidade, as instâncias também estão disponíveis no [Github](#).

**Melhores valores de solução conhecidos:** Publicados em Todosijević et al. (2017). A general variable neighborhood search variants for the travelling salesman problem with draft limits. Valores marcados em negrito referem-se às soluções ótimas para as referidas instâncias.

Instância	BKS (média)
bayg29_10_1	<b>1713.60</b>
bayg29_50_1	<b>2091.00</b>
gr17_25_1	<b>2237.70</b>
gr48_10_1	<b>6635.70</b>
gr48_25_1	<b>5800.30</b>
KroA200_50_1	30665.20
KroA200_75_1	30896.10
pcb442_50_1	59858.30
pcb442_75_1	61010.10
Ulysse_22_50_1	<b>8425.60</b>

## 6 Material auxiliar

Algumas referências auxiliares sobre as meta-heurísticas:

1. Simulated Annealing: 'Optimization by simulated annealing, by Kirkpatrick, Scott, C. Daniel Gelatt, and Mario P. Vecchi. Science 220.4598 (1983): 671-680'. (<http://leonidzhukov.net/hse/2013/stochmod/papers/KirkpatrickGelattVecchi83.pdf>)
2. Tabu Search: 'Tabu Search: A Tutorial, by Fred Glover (1990), Interfaces.' (<http://leeds-faculty.colorado.edu/glover/Publications/TS%20-%20Interfaces%20Tutorial%201990%20aw.pdf>)
3. Genetic Algorithm: 'A genetic algorithm tutorial, by D. Whitley, Statistics and computing 4 (2), 65-85.' (<http://link.springer.com/content/pdf/10.1007%252F00175354.pdf>)
4. GRASP: 'T.A. Feo, M.G.C. Resende, and S.H. Smith, A greedy randomized adaptive search procedure for maximum independent set, Operations Research, vol. 42, pp. 860-878, 1994' (<http://mauricio.resende.info/doc/gmis.pdf>).
5. VNS: 'A Tutorial on Variable Neighborhood Search, by Pierre Hansen (GERAD and HEC Montreal) and Nenad Mladenovic (GERAD and Mathematical Institute, SANU, Belgrade), 2003.' (<http://www.cs.uleth.ca/~benkoczi/OR/read/vns-tutorial.pdf>)
6. ILS: 'Iterated local search. Lourenço, Helena R., Olivier C. Martin, and Thomas Stutzle. International series in operations research and management science (2003): 321-354.' (<https://arxiv.org/pdf/math/0102188.pdf>).

## 7 Dicas

A seguir algumas dicas gerais para o trabalho:

1. Uma boa vizinhança é aquela que permite alcançar qualquer solução do problema, dado um número suficiente iterações (a vizinhança imediata de uma determinada solução **não deve** conter todas as possíveis soluções);
2. No caso de vizinhos com mesmo valor de solução, utilizar escolhas aleatórias como critério de desempate pode trazer bons resultados (pode-se usar *reservoir sampling*, veja [aqui](#));
3. É importante **analisar bem** a complexidade assintótica das operações do algoritmo, considerando as estruturas de dados escolhidas e as vizinhanças usadas;
4. Para mais informações e dicas sobre experimentos com algoritmos: Johnson, David S. "A theoretician's guide to the experimental analysis of algorithms." (2001). (<https://www.cc.gatech.edu/~bader/COURSES/GATECH/CSE6140-Fall2007/papers/Joh01.pdf>);
5. Veja a apresentação do Professor Marcus Ritt sobre "como perder pontos" (disponível em <https://www.inf.ufrgs.br/~MRPRITT/lib/exe/fetch.php?media=inf05010:tp20171.pdf>);
6. Ainda de autoria do Professor Marcus Ritt, há um *cheat sheet* interessante sobre GLPK e MathProg (disponível em <https://www.inf.ufrgs.br/~MRPRITT/lib/exe/fetch.php?media=inf05010:tp20171.pdf>).

[ufrgs.br/~mrpritt/lib/exe/fetch.php?media=inf05010:  
glpk-quickref.pdf](http://ufrgs.br/~mrpritt/lib/exe/fetch.php?media=inf05010:glpk-quickref.pdf))

7. Em caso de dúvidas, não hesitem em contatar a Prof. Luciana Buriol ou o Doutorando Alberto Kummer (Lab. 207 do prédio 43424 - [alberto.kummer@gmail.com](mailto:alberto.kummer@gmail.com));