

DISCLAIMER

Questo è un file che contiene una lista di tutti i teoremi, osservazioni, definizioni, esempi, lemmi, corollari, formule e proposizioni **senza alcuna dimostrazione**, di conseguenza molte informazioni risulteranno essere senza alcun contesto se già non si conosce la materia. Detto questo, buona lettura.

Algebra relazionale

Definizione 1

- **Dominio**
 - A insieme finito o infinito
 - A , in algebra relazionale, è detto **dominio**

Definizione 2

- **Prodotto cartesiano**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $D_1 \times \dots \times D_n := \{v_1, \dots, v_n \mid v_1 \in D_1, \dots, v_n \in D_n\}$ è detto **prodotto cartesiano dei domini** D_1, \dots, D_n

Definizione 3

- **Relazione**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $k \in [1, n]$
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_k$ è detta **relazione di grado k**
 - $(t_1, \dots, t_k) \in R$ è detta **tupla di cardinalità k**
 - $\forall i \in [1, k] \quad (t_1, \dots, t_k)[i] = t_i$
 - $\forall a, b \in [1, k] \mid a < b \quad (t_1, \dots, t_k)[a, b] = (t_a, \dots, t_b)$

Definizione 4

- **Schema relazionale**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ è detto **schema relazionale**
 - R , in algebra relazionale, è categorizzata tramite **attributi**, denotati con A_i , nomi con i quali si etichettano le colonne della tabella, dunque uno schema relazionale è l'insieme delle etichette
 - $\forall i \in [1, n] \quad \text{dom}(A_i) := D_i$ è detto **dominio di A_i**
 - $\forall i \in [1, n] \quad A_i \in \text{dom}(A_i)$

- **Istanza di una relazione**

- $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $k \in [1, n]$
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_k$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - D_1, \dots, D_k , l'insieme delle tuple di R , è detta **istanza della relazione** R
-

Operazioni

Definizione 5

- **Proiezione**

- $n \in \mathbb{N}$
- D_1, \dots, D_n domini
- $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
- $a, b \in [1, n] \mid a < b$
- $\pi_{A_a, \dots, A_b}(R) := D_a \times \dots \times D_b$ è detta **proiezione di** R , associata ad uno schema relazionale $R(A_a, \dots, A_b)$

- **Selezione**

- $n \in \mathbb{N}$
- D_1, \dots, D_n domini
- $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
- C espressione booleana
- $\sigma_C(R) \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ è detta **selezione di** R
 - corrisponde all'insieme delle righe della tabella che rendono la condizione C vera

- **Rinominazione**

- $n \in \mathbb{N}$
- D_1, \dots, D_n domini
- $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
- $R' = \rho_{A'_1 \leftarrow A_1}(R)$, dove ρ è detto **operatore di rinominazione**
 - R' sarà uno schema relazionale con la stessa istanza di R , ma con A_1 rinominato con A'_1

- **Unione**

- $n \in \mathbb{N}$
- $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
- $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
- $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale

- $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
- r_1 istanza di R_1
- r_2 istanza di R_2
- $r_1 \cup r_2 := \{t \mid t \in r_1 \vee t \in r_2\}$ è detta **unione delle istanze r_1 e r_2**
 - dunque, l'unione di istanze è definita solamente per istanze con stesso numero di attributi, e attributi con stesso dominio
- **Differenza**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - $r_2 - r_1 := \{t \mid t \in r_2 \wedge t \notin r_1\}$ è detta **differenza delle istanze r_1 e r_2**
 - dunque, la differenza di istanze è definita solamente per istanze con stesso numero di attributi, e attributi con stesso dominio
- **Intersezione**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - $r_1 \cap r_2 := r_2 - (r_2 - r_1)$ è detta ****intersezione delle istanze r_1 e r_2**
 - dunque, la differenza di istanze è definita solamente per istanze con stesso numero di attributi, e attributi con stesso dominio
- **Prodotto cartesiano**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - $r_1 \times r_2 := \{(t_1, t_2) \mid t_1 \in r_1 \wedge t_2 \in r_2\}$ è detto **prodotto cartesiano delle istanze r_1 e r_2**

Definizione 6

- **Hp**
 - $n \in \mathbb{N}$

- $D_1, \dots, D_B, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_B, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
- $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_B \times \dots \times D_n$ relazione
- $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_B \times \dots \times D'_n$ relazione
- $R_1(A_1, \dots, B, \dots, A_n)$ schema relazionale
- $R_2(A'_1, \dots, B, \dots, A'_n)$ schema relazionale
- r_1 istanza di R_1
- r_2 istanza di R_2
- **Oss**
 - in questa situazione, si verifica che $r_1 \times r_2$ conterrà delle tuple senza significato, poiché esiste un attributo con stesso nome in R_1 e in R_2 , ovvero B
 - per risolvere questo problema, spesso l'operatore \times viene utilizzato congiuntamente a ρ, σ e π
 - * infatti, per ottenere un prodotto cartesiano con significato è necessario prima rinominare l'attributo in comune in uno dei due schemi relazionali, per differenziarli, e dunque $R'_2 = \rho_{B' \leftarrow B}(R_2)$, e sia r'_2 l'istanza di R'_2
 - * successivamente, facendo $r_1 \times r'_2$, si otterrà un'istanza contenente delle tuple ancora senza significato, che sarà possibile rimuovere selezionando attraverso $\sigma_{B'=B}(r_1 \times r'_2)$
 - * infine, a questo punto si avranno due colonne perfettamente identiche, e dunque è sufficiente proiettare prendendo solo una delle colonne tra B e B' , e quindi $\pi_{A_1, \dots, B, \dots, A_n, A'_1, \dots, B', \dots, A'_n}(\sigma_{B=B'}(r_1 \times r'_2))$ è il prodotto cartesiano cercato

Def

- **Join naturale**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - $r_1 \bowtie r_2$ è detto **join naturale di r_1 e r_2 !!!** **SCRIVERE BENE LA DEFINIZIONE**
 - dunque, il join naturale costituisce il prodotto cartesiano “con significato” discusso precedentemente **SCRIVERE BENE LA DEFINIZIONE**
 - dunque, il join naturale costituisce il prodotto cartesiano “con significato” discusso precedentemente

Teorema 1

- !!! 4.30

Teorema 2

- **Hp**
 - $n \in \mathbb{N}$

- $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - $\nexists A \in \{A_1, \dots, A_n, A'_1, \dots, A'_n\} \mid \exists A' \in \{A_1, \dots, A_n, A'_1, \dots, A'_n\} : A = A'$, dunque gli attributi di R_1 ed R_2 sono tutti distinti
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - **Th**
 - $r_1 \times r_2 = r_1 \bowtie r_2$
-

Dipendenze funzionali

Definizione 7

- **Dipendenza funzionale**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X = \{A_i \mid A_i \in R(A_1, \dots, A_n)\} \mid X \neq \emptyset$
 - $Y = \{A_i \mid A_i \in R(A_1, \dots, A_n)\} \mid Y \neq \emptyset$
 - $X \rightarrow Y$ è detta **dipendenza funzionale su R**
 - r istanza di R **soddisfa** $X \rightarrow Y \iff \forall t_1, t_2 \in R \quad t_1[X] = t_2[X] \implies t_1[Y] = t_2[Y]$
- **Istanza legale**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - r **istanza legale di R** $\iff \forall F_i \in F \quad r$ soddisfa F_i

Definizione 8

- **Chiusura di un insieme di dipendenze funzionali**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $F^+ := \{F_i \in F \mid \forall r \text{ istanza legale di } R \quad r \text{ soddisfa } F\}$ è detta **chiusura di F**

Teorema 3

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $F \subseteq F^+$

Teorema 4

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A, B, C, A_4, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X = ABC$
 - $Y = AB$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**

Definizione 9

- **Chiave di una relazione**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X = \{A_i \mid A_i \in R(A_1, \dots, A_n)\}$ è detta **superchiave di R** $\iff \forall r$ istanza di $R \quad \forall t_1, t_2 \in r \quad t_1[X] = t_2[X] \implies t_1 = t_2$
 - X è detta **chiave di R** $\iff X$ è la chiave di R con minor numero di attributi

Teorema 5

- **Hp**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $K = \{A_i \mid A_i \in R(A_1, \dots, A_n)\}$
- **Th**
 - K superchiave di $R \iff K \rightarrow R \in F^+$
 - K chiave di $R \iff K$ superchiave di $R \wedge \nexists K' \subseteq K \mid K' \rightarrow R$