

Everything

DISCLAIMER

Questo è un file che contiene una lista di tutti i teoremi, osservazioni, definizioni, esempi, lemmi, corollari, formule e proposizioni **senza alcuna dimostrazione**, di conseguenza molte informazioni risulteranno essere senza alcun contesto se già non si conosce la materia. Detto questo, buona lettura.

Algebra relazionale

Definizione 1

- **Dominio**
 - A insieme finito o infinito
 - A , in algebra relazionale, è detto **dominio**

Definizione 2

- **Prodotto cartesiano**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $D_1 \times \dots \times D_n := \{v_1, \dots, v_n \mid v_1 \in D_1, \dots, v_n \in D_n\}$ è detto **prodotto cartesiano dei domini** D_1, \dots, D_n

Definizione 3

- **Relazione**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $k \in [1, n]$
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_k$ è detta **relazione di grado** k
 - $(t_1, \dots, t_k) \in R$ è detta **tupla di cardinalità** k
 - $\forall i \in [1, k] \quad (t_1, \dots, t_k)[i] = t_i$
 - $\forall a, b \in [1, k] \mid a < b \quad (t_1, \dots, t_k)[a, b] = (t_a, \dots, t_b)$

Definizione 4

- **Schema relazionale**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ è detto **schema relazionale**
 - R , in algebra relazionale, è categorizzata tramite **attributi**, denotati con A_i , nomi con i quali si etichettano le colonne della tabella, dunque uno schema relazionale è l'insieme delle etichette

- $\forall i \in [1, n] \quad \text{dom}(A_i) := D_i$ è detto **dominio di** A_i
- $\forall i \in [1, n] \quad A_i \in \text{dom}(A_i)$

- **Istanza di una relazione**

- $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $k \in [1, n]$
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_k$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - D_1, \dots, D_k , l'insieme delle tuple di R , è detta **istanza della relazione** R
-

Operazioni

Definizione 5

- **Proiezione**

- !!! **RISCRIVI** > - $n \in \mathbb{N}$ > - D_1, \dots, D_n domini > - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione > - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale > - $a, b \in [1, n] \mid a < b$ > - $\pi_{A_a, \dots, A_b}(R) := D_a \times \dots \times D_b$ è detta **proiezione di** R , associata ad uno schema relazionale $R(A_a, \dots, A_b)$

- **Selezione**

- $n \in \mathbb{N}$
- D_1, \dots, D_n domini
- $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
- C espressione booleana
- $\sigma_C(R) \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ è detta **selezione di** R
 - corrisponde all'insieme delle righe della tabella che rendono la condizione C vera

- **Rinominazione**

- $n \in \mathbb{N}$
- D_1, \dots, D_n domini
- $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
- $R' = \rho_{A'_1 \leftarrow A_1}(R)$, dove ρ è detto **operatore di rinominazione**
 - R' sarà uno schema relazionale con la stessa istanza di R , ma con A_1 rinominato con A'_1

- **Unione**

- $n \in \mathbb{N}$
- $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
- $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
- $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
- $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
- r_1 istanza di R_1

- r_2 istanza di R_2
- $r_1 \cup r_2 := \{t \mid t \in r_1 \vee t \in r_2\}$ è detta **unione delle istanze r_1 e r_2**
 - dunque, l'unione di istanze è definita solamente per istanze con stesso numero di attributi, e attributi con stesso dominio
- **Differenza**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - $r_2 - r_1 := \{t \mid t \in r_2 \wedge t \notin r_1\}$ è detta **differenza delle istanze r_1 e r_2**
 - dunque, la differenza di istanze è definita solamente per istanze con stesso numero di attributi, e attributi con stesso dominio
- **Intersezione**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - $r_1 \cap r_2 := r_2 - (r_2 - r_1)$ è detta **intersezione delle istanze r_1 e r_2**
 - dunque, la differenza di istanze è definita solamente per istanze con stesso numero di attributi, e attributi con stesso dominio
- **Prodotto cartesiano**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - $r_1 \times r_2 := \{(t_1, t_2) \mid t_1 \in r_1 \wedge t_2 \in r_2\}$ è detto **prodotto cartesiano delle istanze r_1 e r_2**

Definizione 6

- **Hp**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_B, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_B, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_B \times \dots \times D_n$ relazione

- $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_B \times \dots \times D'_n$ relazione
- $R_1(A_1, \dots, B, \dots, A_n)$ schema relazionale
- $R_2(A'_1, \dots, B, \dots, A'_n)$ schema relazionale
- r_1 istanza di R_1
- r_2 istanza di R_2
- **Oss**
 - in questa situazione, si verifica che $r_1 \times r_2$ conterrà delle tuple senza significato, poiché esiste un attributo con stesso nome in R_1 e in R_2 , ovvero B
 - per risolvere questo problema, spesso l'operatore \times viene utilizzato congiuntamente a ρ, σ e π
 - * infatti, per ottenere un prodotto cartesiano con significato è necessario prima rinominare l'attributo in comune in uno dei due schemi relazionali, per differenziarli, e dunque $R'_2 = \rho_{B' \leftarrow B}(R_2)$, e sia r'_2 l'istanza di R'_2
 - * successivamente, facendo $r_1 \times r'_2$, si otterrà un'istanza contenente delle tuple ancora senza significato, che sarà possibile rimuovere selezionando attraverso $\sigma_{B'=B}(r_1 \times r'_2)$
 - * infine, a questo punto si avranno due colonne perfettamente identiche, e dunque è sufficiente proiettare prendendo solo una delle colonne tra B e B' , e quindi $\pi_{A_1, \dots, B, \dots, A_n, A'_1, \dots, \hat{B}', \dots, A'_n}(\sigma_{B=B'}(r_1 \times r'_2))$ è il prodotto cartesiano cercato

Def

- **Join naturale**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - $r_1 \bowtie r_2$ è detto **join naturale di r_1 e r_2 !!!** **SCRIVERE BENE LA DEFINIZIONE**
 - dunque, il join naturale costituisce il prodotto cartesiano “con significato” discusso precedentemente **SCRIVERE BENE LA DEFINIZIONE**
 - dunque, il join naturale costituisce il prodotto cartesiano “con significato” discusso precedentemente

Teorema 1

- !!! 4.30

Teorema 2

- **Hp**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - $D_1, \dots, D_n, D'_1, \dots, D'_n$ domini $\mid \forall i \in [1, n] \quad D_i = D'_i$
 - $R_1 \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione

- $R_2 \subseteq D'_1 \times \dots \times D'_n$ relazione
 - $R_1(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $R_2(A'_1, \dots, A'_n)$ schema relazionale
 - $\nexists A \in \{A_1, \dots, A_n, A'_1, \dots, A'_n\} \mid \exists A' \in \{A_1, \dots, A_n, A'_1, \dots, A'_n\} : A = A'$, dunque gli attributi di R_1 ed R_2 sono tutti distinti
 - r_1 istanza di R_1
 - r_2 istanza di R_2
 - **Th**
 - $r_1 \times r_2 = r_1 \bowtie r_2$
-

Teoria relazionale

Definizione 7

- **Dipendenza funzionale**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X, Y \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \mid X, Y \neq \emptyset$
 - $X \rightarrow Y$ è detta **dipendenza funzionale su R**
 - X è detto **determinante**, Y è detto **determinato**
 - r istanza di R **soddisfa** $X \rightarrow Y \iff \forall t_1, t_2 \in R \quad t_1[X] = t_2[X] \implies t_1[Y] = t_2[Y]$
- **Istanza legale**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - r **istanza di R legale su F** $\iff \forall i \in [1, k] \quad r$ soddisfa F_i

Definizione 8

- **Chiusura di un insieme di dipendenze funzionali**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $L = \{r \text{ istanza di } R \mid r \text{ legale su } F\}$
 - $F^+ := \bigcap_{r \in L} \{\text{dipendenze funzionali in } r\}$

- ovvero, è l'insieme delle dipendenze funzionali derivabili da ogni istanza legale su F
- di fatto, ogni istanza legale in L soddisferà ogni dipendenza funzionale in F^+

Teorema 3

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $F \subseteq F^+$

Teorema 4

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X, Y \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \mid Y \subseteq X$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - **Th**
 - $X \rightarrow Y \in F^+$
-

Assiomi di Armstrong

Definizione 9

- **Assiomi di Armstrong**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - F^A è l'insieme delle dipendenze funzionali ottenute partendo da F applicando gli assiomi di Armstrong
 - $\forall X, Y \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \quad X \rightarrow Y \in F \implies X \rightarrow Y \in F^A$
 - $\forall X, Y \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \quad Y \subseteq X \implies X \rightarrow Y \in F^A$ è detto **assioma della riflessività**

- $\forall X, Y, Z \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \quad X \rightarrow Y \in F^A \implies XZ \rightarrow YZ \in F^A$ è detto **assioma dell'aumento**
- $\forall X, Y \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \quad X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z \in F^A \implies X \rightarrow Z \in F^A$ è detto **assioma della transitività**

Teorema 5

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $F \subseteq F^A$

Teorema 6

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X, Y, Z \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $X \rightarrow Y, X \rightarrow Z \in F^A \implies X \rightarrow YZ \in F^A$ è detta **regola dell'unione**

Teorema 7

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X, Y, Z \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $X \rightarrow Y \in F^A \wedge Z \subseteq Y \implies X \rightarrow Z \in F^A$ è detta **regola della decomposizione**

Teorema 8

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale

- $X, Y, Z \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
- F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
- $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $X \rightarrow Y, WY \rightarrow Z \in F^A \implies XW \rightarrow Z \in F^A$ è detta **regola della pseudotransitività**

Teorema 9

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - $i, j \in [1, n] \mid i < j$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $A_i, \dots, A_j \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $X \rightarrow A_i \dots A_j \in F^A \iff \forall h \in [i, j] \quad X \rightarrow A_h \in F^A$

Definizione 10

- **Chiusura di un insieme di attributi**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $X_F^+ := \{A \in R(A_1, \dots, A_n) \mid X \rightarrow A \in F^A\}$ è detta **chiusura di X rispetto ad F**
 - ovvero, è l'insieme degli attributi funzionalmente dipendenti da X attraverso l'applicazione degli assiomi di Armstrong

Teorema 10

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X, Y \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $X \rightarrow Y \in F^A \iff Y \subseteq X_F^+$

Teorema 11

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $X \subseteq X_F^+$

Teorema 12

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $F^+ = F^A$

Teorema 13

- **Input**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Output**
 - $Z = X_F^+$
- **Algoritmo**
 - $Z := X$
 - $S := \{A \in R(A_1, \dots, A_n) \mid \exists Y, V \subseteq R(A_1, \dots, A_n), Y \rightarrow V \in F : A \in V \wedge Y \subseteq Z\}$
 - **while** $S \not\subseteq Z$:
 - * $Z = Z \cup S$
 - * $S = \{A \in R(A_1, \dots, A_n) \mid \exists Y, V \subseteq R(A_1, \dots, A_n), Y \rightarrow V \in F : A \in V \wedge Y \subseteq Z\}$
- **Oss**
 - l'algoritmo calcola X_F^+
 - di fatto, il loop **while** applica gli assiomi di Armstrong

Definizione 11

- **Insiemi di dipendenze funzionali equivalenti**

- $n, k, h \in \mathbb{N}$
- D_1, \dots, D_n domini
- $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
- $F_1, \dots, F_k, G_1, \dots, G_h$ dipendenze funzionali su R
- $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- $G = \{G_1, \dots, G_h\}$
- $F \equiv G \iff F^+ = G^+$, e F e G sono detti **equivalenti**

Teorema 14

- **Hp**
 - $n, k, h \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $F_1, \dots, F_k, G_1, \dots, G_h$ dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $G = \{G_1, \dots, G_h\}$
 - **Th**
 - $F \xrightarrow{A} G \iff G \subseteq F^+$
-

Terza forma normale

Definizione 12

- **Chiave e superchiave di una relazione**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ è detta **superchiave di R** $\iff \forall r$ istanza di $R \quad \forall t_1, t_2 \in r \quad t_1[X] = t_2[X] \implies t_1 = t_2$
 - X è detta **chiave di R** $\iff X$ è la chiave di R con minor numero di attributi

Teorema 15

- **Hp**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
- **Th**
 - K superchiave di $R \iff K \rightarrow R \in F^+$
 - K chiave di $R \iff K$ superchiave di $R \wedge \nexists K' \subseteq K \mid K' \rightarrow R \in F^+$

Teorema 16

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - $X_F^+ = R \iff X$ superchiave di R

Teorema 17

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $X = \bigcap_{F_i := A \rightarrow B \in F} R - (B - A)$
- **Th**
 - $X_F^+ = R \iff X$ chiave unica in R

Definizione 13

- **Attributo primo**
 - $n \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X \in R(A_1, \dots, A_n)$ è **primo** $\iff \exists K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ chiave di $R \mid X \in K$

Definizione 14

- **Terza forma normale**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ chiave di R
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - R è in **terza forma normale** $\iff \forall A \in R(A_1, \dots, A_n), X \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \mid X \rightarrow A \in F^+, A \notin X \quad A \in K \vee K \subseteq X$

- ovvero, per ogni dipendenza funzionale non banale in F^+ , o il determinante è superchiave, o il determinato è primo
- la terza forma normale garantisce che non ci siano problemi di ridondanza, dunque non vi sono problemi di inserimento, di aggiornamento e di eliminazione

Teorema 18

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ chiave di R
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - R in terza forma normale $\iff \forall X, Y \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \mid Y := A_i \dots A_j, X \rightarrow Y \in F^+, Y \not\subseteq X \quad \forall h \in [i, j] \quad A_h \in K \vee K \subseteq X$, dunque basta decomporre $X \rightarrow Y \in F^+$ e controllare gli $A_i \dots A_j$

Definizione 15

- **Dipendenza parziale**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ chiave di R
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $A \in R(A_1, \dots, A_n)$
 - $X \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \mid X \rightarrow A \in F^+, A \notin X$
 - $X \rightarrow A \in F^+$ è detta **dipendenza parziale su R** $\iff A$ non primo e $X \subset K$
 - in particolare $X \neq K$
- **Dipendenza transitiva**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $A \in R(A_1, \dots, A_n)$
 - $X \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \mid X \rightarrow A \in F^+, A \notin X$
 - $X \rightarrow A \in F^+$ è detta **dipendenza parziale su R** $\iff A$ non primo e $\forall K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ chiave di $R \quad K \cap X = \emptyset \vee X \subset K$
 - in particolare $\forall K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ chiave di $R \quad X \neq K$

Teorema 19

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ chiave di R
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - R in terza forma normale $\iff \nexists X, Y \subseteq R(A_1, \dots, A_n) \mid X \rightarrow Y \in F^+$ dipendenza parziale o $X \rightarrow Y \in F^+$ dipendenza transitiva

Definizione 16

- **Forma Normale di Boyce-Codd**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ chiave di R
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - R è in **forma normale di Boyce-Codd** $\iff \forall X \subseteq R(A_1, \dots, A_n), X$ determinante $\exists K \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$ superchiave $\mid X \subseteq K$
 - questa forma normale preserva le dipendenze funzionali soddisfatte da ogni istanza legale di ogni sottoschema di R , senza perdita di informazioni
 - inoltre, permette di ricostruire attraverso il join naturale ogni istanza legale di ogni sotto schema di R , senza aggiunta di informazioni

Teorema 20

- **Hp**
 - $n, k \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale $\mid R$ in forma normale di Boyce-Codd
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- **Th**
 - R in terza forma normale

Definizione 17

- **Ricoprimento**
- **!!! DEFINISCI SOTTOSHEMA**
 - $n, N \in \mathbb{N}$

- D_1, \dots, D_n domini
- $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
- $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
- R_1, \dots, R_N sottoschemi di R
- R_1, \dots, R_N **ricoprimento di R** $\iff \bigcup_{i=1}^N R_i = R$
- **Decomposizione**
 - $n, N \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $C := \{R_1, \dots, R_N\}$ ricoprimento di R
 - $\forall \rho \subseteq C$ ρ è detto **decomposizione di R**
- **Proiezione di un insieme di dipendenze su un sottoschema**
 - $n, k, h \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $\rho = R_1, \dots, R_h$ decomposizione di R
 - $i \in [1, h]$
 - $R_i \in \rho$ sottoschema di R in ρ
 - $\pi_{R_i}(F) := \{X \rightarrow Y \in F^+ \mid XY \subseteq R_i\}$ è detta **proiezione di F su R_i**
 - $\pi_{R_i}(F)$ è l'insieme delle dipendenze funzionali in F che hanno determinante e determinato in R_i
- **Preservazione di un insieme di dipendenze funzionali**
 - $n, k, h \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $\rho = R_1, \dots, R_h$ decomposizione di R
 - $G = \bigcup_{i=1}^h \pi_{R_i}(F)$
 - ρ **preserva F** $\iff F \equiv G$

Teorema 21

- **Hp**
 - $n, k, h \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale

- F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
- $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
- $\rho = R_1, \dots, R_h$ decomposizione di R
- $G = \bigcup_{i=1}^h \pi_{R_i}(F)$
- **Th**
 - ρ preserva $F \iff G^+ \supseteq F$

Teorema 22

- **Input**
 - $n, k, h \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - $X \subseteq R(A_1, \dots, A_n)$
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $\rho = R_1, \dots, R_h$ decomposizione di R
 - $G = \bigcup_{i=1}^h \pi_{R_i}(F)$
- **Output**
 - $Z = X_G^+$
- **Algoritmo**
 - !!! **TODO**
- **Oss**
 - l'algoritmo calcola X_G^+ senza calcolare F^+
 - * il calcolo di F^+ ha costo computazionale esponenziale

Teorema 23

- **Input**
 - $n, k, h \in \mathbb{N}$
 - D_1, \dots, D_n domini
 - $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$ relazione
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ schema relazionale
 - F_1, \dots, F_k dipendenze funzionali su R
 - $F = \{F_1, \dots, F_k\}$
 - $\rho = R_1, \dots, R_h$ decomposizione di R
 - $G = \bigcup_{i=1}^h \pi_{R_i}(F)$
- **Output**
 - True/False
- **Algoritmo**
 - for $X \rightarrow Y$ in F :
 - * if $Y \notin X_G^+$:
 - return False
 - return True

- **Oss**
 - l'algoritmo controlla se ρ preserva F
 - per lemma precedente $Y \subseteq X_G^+ \implies X \rightarrow Y \in G^A = G^+$
 - allora $\exists X \rightarrow Y \in F \mid Y \not\subseteq X_G^+ \implies X \rightarrow Y \notin G^+ \implies F \not\subseteq G^+ \implies \rho$ non preserva F per dimostrazione precedente
 - * per calcolare X_G^+ viene utilizzato l'algoritmo precedentemente mostrato, che non richiede il calcolo di F^+