

Estadística no paramétrica

Práctica 1

1. Sea p la probabilidad de que una ambulancia responda a una llamada en 10 minutos. Se desea testear

$$H_0 : p = 0.7 \quad vs \quad H_1 : p < 0.7.$$

Para tal fin, se seleccionan 15 llamadas al azar y se cuenta la cantidad de respuestas que ocurren dentro de los 10 minutos, rechazando H_0 si la cantidad de respuestas exitosas es a lo sumo 7.

- Calcular el nivel de significación del test.
 - Hallar la función potencia del test y la probabilidad de error de tipo II, cuando $p = 0.5$ y $p = 0.3$.
 - Si en una muestra de tamaño 15 se obtuvieron 9 respuestas exitosas, concluir acerca del valor de p . ¿Que tipo de error puede cometerse al llegar a esa conclusión?
2. Una compañía que vende discos de música clásica por correo está tratando de decidir entre dos nuevas grabaciones de la Novena Sinfonía de Beethoven para agregar a su catálogo. Si ambas grabaciones son igualmente atractivas para los suscriptores ambas deben ser ofrecidas, mientras que si una es claramente preferida sobre la otra, entonces será la única ofrecida. Las hipótesis a testear son

$$H_0 : p = 0.5 \quad vs \quad H_1 : p \neq 0.5.$$

siendo p la proporción de suscriptores que prefieren la grabación A sobre la B. Se eligen 10 suscriptores al azar y a cada uno se le pide que escuche las dos grabaciones e indique su preferencia. Sea X la cantidad de suscriptores que prefieren la grabación A.

- Calcular el nivel de significación del test que rechaza H_0 si $X \leq 2$ o $X \geq 8$. ¿Es el mejor test de nivel α ?
 - Si en una muestra de tamaño 10 se obtuvieron 9 respuestas exitosas, ¿deberían ofrecerse ambas grabaciones?. ¿Que tipo de error puede cometerse al llegar a esa conclusión? Calcular el p-valor.
 - Construir un test de hipótesis de nivel de significación 0.01 para las hipótesis planteadas.
3. En la siguiente tabla se presentan 20 observaciones independientes correspondientes a una variable aleatoria X con distribución desconocida $F_X(x)$

142	134	798	119	131	103	154	122	93	137
86	119	161	144	158	165	81	117	128	103

- Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para $F_X(100)$.
 - Hallar un test de hipótesis para estudiar si la mediana de X es o no 103.
 - Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.90 para la mediana.
4. En un juego se tiró 180 veces un par de dados y 38 veces se obtuvo que la suma de los valores observados era igual a 7. Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para $P(X = 7)$, siendo X la suma de los valores observados. ¿Hay razones para creer que los dados no están equilibrados?
5. ¿Cuál debe ser el tamaño de una muestra para tener un 90 % de seguridad de que el rango muestral incluye al menos al 95 % de la población?
6. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para que con probabilidad 0.95, el 99 % de la población sea mayor o igual que $x^{(2)}$?