

Tais das grandezas difíceis de modelagem chuvavazaõ e que a bacia geralmente fun-
ciona como um sistema não linear. No entanto, durante muito tempo os modelos lineares
apareceram o lugar principal na modelagem hidrológica, e até hoje são muito importantes.
Provavelmente, isto se deve à ausência de modelos não lineares que sejam conceitualmente
simples, à falta de familiaridade com os modelos não lineares existentes e principalmente
à possibilidade de em muitos casos os modelos lineares produzirem bons resulta-
dos. Este capítulo apresenta a teoria envolvida na utilização de modelos baseados em
filtros lineares auto-regressivos (HINO e HASBE, 1981, 1984) e alguns detalhes de sua
utilização na identificação de componentes hidrológicos. Na seção 3.1 faz-se uma breve
apresentação das formas matemáticas que podem ser utilizadas para representar um sis-
tema linear, como por exemplo as equações integrais, as equações diferenciais, os modelos
ARX e modelos MA. Na seção 3.2 é apresentada a teoria geral dos filtros lineares e sua
utilização na identificação de componentes hidrológicos. As diversas formas matemáticas
utilizadas na identificação de componentes hidrológicos. As diversas formas matemáticas
de representar um sistema linear relacionam-se entre si através de operações como a trans-
formada de Laplace e a transformada Z. As relações entre cada uma dessas expressões
matemáticas e os resultados que se pode obter a partir delas são apresentados na seção

Capítulo 3

Modelos Lineares e Filtros

Auto-Regressivos

matemáticas e os resultados que se pode obter a partir delas são apresentados na seção transformada de Laplace e a transformada Z. As relações entre cada uma dessas expressões de representar um sistema linear relacionam-se entre si através de operações como a transformação de Laplace ou de transformada Z. As diversas formas matemáticas utilizadas na identificação de componentes hidrológicos. As diversas formas matemáticas ARX e modelos MA. Na seção 3.2 é apresentada a teoria geral dos filtros lineares e sua forma linear, como por exemplo as equações integrais, as equações diferenciais, os modelos apresentadas das formas matemáticas que podem ser utilizadas para representar um sistema hidrológico. Na seção 3.1 faz-se uma breve aplicação na identificação de componentes hidrológicos. Na seção 3.1 faz-se uma breve aplicação na identificação de componentes hidrológicos (HINO e HASBE, 1981, 1984) e alguns detalhes de sua estrutura. Este capítulo apresenta a teoria envolvida na utilização de modelos baseados em dados, à possibilidade de em muitos casos os modelos lineares produzirem bons resultados, a falta de familiaridade com os modelos não lineares existentes e principalmente exemplos, a falta de familiaridade com os modelos não lineares que sejam conceitualmente provavelmente, isto se deve à ausência de modelos não lineares que sejam conceitualmente disponíveis, o lugar principal na modelagem hidrológica, e até hoje são muito importantes. Como um sistema não linear. No entanto, durante muito tempo os modelos lineares apareceram o lugar principal na modelagem hidrológica, e até hoje são muito importantes.

Das grandes dificuldades na modelagem chuva-vazão é que a bacia geralmente fun-

Capítulo 3

Modelos Lineares e Filtros

Auto-Regressivos

$$A_n \frac{dy}{dt^n} + A_{n-1} \frac{dy}{dt^{n-1}} + \dots + A_0 y = x(t), \quad (3.3)$$

sistemas diferenciais ordinárias na forma geral
sistemas diferenciais: sistemas lineares contínuos podem ser expressos por meio de

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt = 1. \quad (3.2)$$

de altíssima intensidade e curtissima duração, porém de volume unitário, de
função de Dirac, $\delta(t)$. Fisicamente, ela representa neste caso o limite de uma
resposta da base, $h(t)$, representada conectualmente a resposta de uma entrada
que representa um impulso unitário, que matematicamente é representado
como a forma de um impulso unitário, a chuva efetiva. A função
que representa a vazão, provocada pela entrada $x(t)$, a chuva efetiva. A função
que considerando um sistema hidrológico do tipo chuva-vazão, a saída do sistema
relação entre a entrada e a saída é a saída de um sistema linear e invariante no tempo.

$$y(t) = \int_t^0 x(\tau) h(t - \tau) d\tau, \quad (3.1)$$

no capítulo 2 vimos que a equação integral de convolução dada por

modelos ARX, modelos MA ou modelos combinados ARMAX.
por alguns tipos de expressões matemáticas como equações integrais, equações
algumas simplificações. Os sistemas lineares, por sua vez, podem ser repre-
sentados mediante fenômenos que ocorrem na natureza podem ser representados por sistemas linea-

res

II Representações Matemáticas de Sistemas Lineares

$y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_{n-p}$ da série y , acrescido de um ruído aleatório bx_n . As características a_1, a_2, \dots, a_p são os coeficientes do modelo auto-regressivo. A equação (3.5) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$(3.6) \quad y_n = \sum_{k=1}^p a_k y_{n-k} + bx_n.$$

A forma compacta, utilizando-se o símbolo de somatório da seguinte forma:
 $\sum_{k=1}^p a_k y_{n-k}$ é a auto-correlação nulla em todos os pontos menos na origem (PAPOLIIS, 1991) e b, a_1, a_2, \dots, a_p são os coeficientes do modelo auto-regressivo. A equação (3.5) pode ser reescrita da seguinte forma compacta, utilizando o símbolo de somatório da seguinte forma:

$$(3.5) \quad y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + \dots + a_p y_{n-p} + bx_n,$$

Modelos ARX: a ideia intuitiva de que um processo hidrológico possui memória é esta: se intensivamente utilizados para representar sistemas lineares, inclusive de processos hidrológicos. Os modelos auto-regressivos mais comumente utilizados são os de ordem finita, denominados de ARX(p), ou auto-regressivos de ordem p . Uma série de dados y_n pode ser modelada por modelo ARX(p), onde o "X" representa a inclusão de uma variável independente, denominada efluente $y(t)$. Uma série de dados y_n pode ser modelada por modelo ARX(p), onde o "X" representa a inclusão de uma variável independente, denominada efluente $y(t)$.

que descreve o comportamento de um reservatório linear de volume S , vazão afuente $x(t)$

$$(3.4) \quad y(t) = x(t) + \frac{dy}{dS}(t)$$

este tipo de representação é a equação de resumo formata. Um exemplo simples made os A_i 's são os coeficientes da equação $x(t)$ é o termo formata. Um exemplo simples

Se entendermos que a série de erros presentes nos dados observados é uma componente final de entrada e que a sua identificação através do processo de filtragem é possível

maioramento operação de sistemas.

aplicações em engenharia, uma vez que a estimativa do estudo é necessária para o uso operação denominada de filtragem. Isto tem se tornado cada vez mais importante observados, muitas vezes é necessário remover desses erros, o que pode ser feito através dispositivos eletrônicos ou mecânicos de medição. Portanto, para a utilização destes dados de medições destes aparelhos estão em geral contamidas com erros (ruídos) causados pelos dados de necessária a utilização de equipamentos de medida observação. As medidas deve-se conhecer o estudo de um determinado sistema físico com o qual se está trabalhando

3.2 Filtros Lineares Auto-Regressivos

$$(3.8) \quad y_n = \sum_{k=1}^q h_k x_{n-k}$$

sob a forma de soma de ser os h_0, h_1, \dots, h_q são os coeficientes do modelo $MA(q)$. Esta equação pode também ser escrita da seguinte forma:

$$(3.7) \quad y_n = h_0 x_n + h_1 x_{n-1} + \dots + h_{q-1} x_{n-q-1},$$

modelos média móvel de ordem q . A equação que descreve um modelo $MA(q)$ é dada por possuem aplicação prática são os modelos de ordem finita denominados de $MA(q)$, ou seja os $x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-q}$ são os valores de x , discretizados em intervalos de tempo $n\Delta t$

parâmetros serão abordadas no capítulo 4.

modelos auto-regressivos como autocorrelação, autocorrelação parcial e determinação

A filtrogem não recursiva (FIR) pode ser representada por uma equação do tipo

response (IIR):

- filtrogem recursiva ou filtrogem de função de resposta finita, "finite impulse

response" (FIR) e

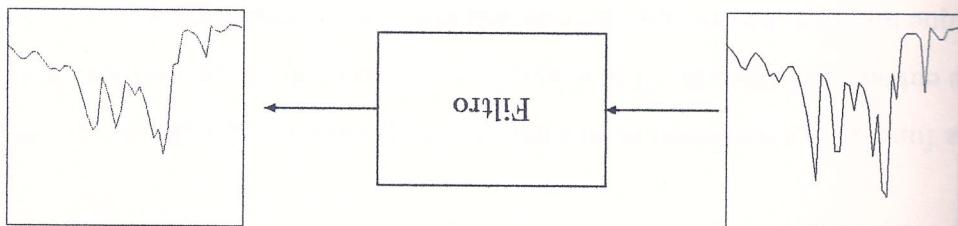
- filtrogem não recursiva ou filtrogem de função de resposta finita, "finite impulse

Computacional é dividido basicamente em dois tipos (BENDAT e PIERSON, 1986):
domínio da freqüência. A filtrogem no domínio do tempo é de fácil implementação
quanto ao cálculo de dados pode ocorrer tanto no domínio do tempo, quanto

A filtrogem de uma série de dados pode ocorrer tanto no domínio do tempo, quanto
à operação de uma operação de filtrogem.

O filtro linear pode ser definido genericamente como um operador linear que recebe
uma saída de entrada $x(t)$ e o transforma em $y(t)$ (saída de saída). A figura (3.1) ilustra o
funcionamento de uma operação de filtrogem.

Figura 3.1: Operação de filtrogem



bastando para isto "estendermos" a definição de $h(\tau)$:

$$(3.11) \quad y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau) d\tau,$$

descrita na forma

para isto faz-se necessária a utilização da análise de Fourier. A equação (3.1) pode ser o processo de filtragem pode ocorrer também no domínio da frequência, sendo que

A equação (3.10) é semelhante a (3.6) e portanto é equivalente a um modelo $ARX(p)$. Mais complexos são consideradas as M saídas e múltiplas entradas dos dados observados. Tempos anteriores e apensas uma entrada x_n , da série de dados observados. Em casos onde saídas consideradas como entradas no sistema M saídas $y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_{n-m}$, ocorridas

$$(3.10) \quad y_n = cx_n + \sum_{k=1}^{M-1} h_k y_{n-k}$$

A filtragem recursiva (IIR), considera como entrada no sistema além da série de dados observados, saídas ocorridas em tempos anteriores geradas pelo próprio sistema. Isto pode representado numa forma simplificada pela equação

Alguns exemplos de operações de filtragem não recursiva.

As técnicas de suavização (ou "smoothing"), interpolação, diferenciação e integração são a equação (3.9) é a forma discreta equivalente da equação integral de convolução (3.1). Outro dizer que um filtro não recursivo é equivalente a um modelo média móvel. Além disso, a final de entrada. A equação (3.9) é igual à equação (3.8) de um modelo $MA(q)$, o que onde h_k é a função de transferência no domínio temporal e os x_n 's são os valores discretos

$$(3.9) \quad y_n = \sum_{k=0}^{q-1} h_k x_{n-k}.$$

A frequência de corte n_c , então define a faixa de baixas freqüências que o filtro deixará

$$(3.15) \quad H(n) = 0, \text{ para } n < n_c.$$

Colhe-se um filtro $h(\tau)$ tal que
filtragem da série de vazões observadas, com o objetivo de separar a componente lenta,
função da frequência, definida em função da frequência de corte n_c . Por exemplo, para a
frequência de corte n_c , os filtros podem ser construídos para permitir a passagem de uma determinada
A equação (3.14) mostra claramente que $Y(n) = 0$ sempre que $H(n) = 0$. Desta

mostrar o uso de transformadas numéricas de Fourier.
entanto, a sua implementação computacional tende a ser mais complexa por
uma expressão analítica para a função de resposta do filtro (BENDAT e PIERSON,
1978). A frequência apresenta a vantagem de ser completamente simples e de não depender
da frequência equivalente a (3.14) no domínio da frequência. A filtragem no domínio
tempo de resposta do sistema no domínio da frequência. Isto significa que a operação de
que $Y(n)$ é a entrada, $X(n)$ é a saída do sistema e $H(n)$ é a função de transferência, ou a
de uma transformada de Fourier $F(\omega)$ da função $f(t)$ por

$$(3.14) \quad Y(n)H(n)X(n).$$

Porter de (3.11) é
onde n é a frequência cíclica. Então, pelo teorema da convolução, a transformada de

$$(3.13) \quad F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i \omega t} f(t) dt.$$

$$(3.12) \quad h(\tau) = 0, \quad \text{quando } \tau > 0.$$

onde, para facilitar as operações algébricas, vamos considerar

$$\gamma_{1,2} = -\frac{2}{c_1} \pm \left(\frac{4}{c_1^2} - c_0 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.18)$$

as cujas raízes são

$$\gamma_1 + c_1 \gamma + c_0 = 0, \quad (3.17)$$

mesma que tem como equação característica

o lemos na equação (3.16) $x(t) = 0$, temos uma equação diferencial ordinária ho-

$$d^2y/dt^2 + c_1 dy/dt + c_0 y = x(t). \quad (3.16)$$

ordem dada por:

uma-chuva-vazão (ver seção 4.4). Como um exemplo, considere uma equação diferencial da forma $h(t)$, é necessário para a obtenção da função de resposta característica do sistema entre essas expressões matemáticas representadas pelas equações (3.3) e

entre equação diferencial, função de resposta e equação integral de convolução: o

alguns desses interrelacionamentos é que resultados podemos obter.

equações como a transformada de Laplace e esquemas de discretização. Na seção

um sistema linear. Estas representações matemáticas relacionam-se entre si através

seção 3.1 vimos as diversas formas matemáticas que podem ser utilizadas para repre-

Relações entre diversas expressões matemáticas

o filtro é um filtro de passa-baixa, ou "low-pass filter".

$$L(y) = y(t)$$

problema de valor inicial

excitado é $G(t; t)$ é a função de resposta do sistema, dada pela função de Green do variante no tempo; x é a entrada; y é a saída; $t = \tau$ é o tempo até o qual o sistema

nde y_p é uma solução particular que descreve o comportamento de um sistema linear,

$$y_p = \int_{-\infty}^{\infty} G(t; \tau) x(\tau) d\tau, \quad (3.22)$$

integral

soluções de contorno lineares, sendo uma solução exata para (3.16) dada na forma da

As Funções de Green aplicam-se à soluções de equações diferenciais lineares com

utilizada do chamado método da Função de Green.

(ZWILLINGER, 1982). Uma forma possível, é que parece adequada para o problema, é uma solução particular para (3.16). Existem vários métodos para resolver este problema

Na verdade, o que se busca não é a solução da equação homogênea associada, mas sim

$$y_h = c_1 e^{(-\alpha+\beta)t} + c_2 e^{(-\alpha-\beta)t}. \quad (3.21)$$

A solução y_h da equação homogênea associada a (3.16) é dada pela combinação linear

$$\beta = \left(\frac{c_1^2}{c_1^2 - c_0} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.20)$$

$$a = -\frac{c_1}{c_1^2}, \text{ e} \quad (3.19)$$

solução dada por

A solução particular procurada assume então a forma da equação integral de con-

$$h(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau > 0 \\ \frac{\beta}{\alpha - \beta} \sinh \beta \tau & \tau \leq 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

de resposta do sistema descrito pela equação diferencial (3.16)

Efetuando algumas transformações algébricas em (3.24), obtemos a forma final da

equação associada a (3.16).

transfiram das soluções linearmente independentes $e^{-(\alpha+\beta)t}$ e $e^{-(\alpha-\beta)t}$ da equação

$$W[e^{-(\alpha+\beta)t}; e^{-(\alpha-\beta)t}] \quad (3.25)$$

$$G(t; \tau) = \frac{W[e^{-(\alpha+\beta)t}; e^{-(\alpha-\beta)t}]}{[e^{-(\alpha-\beta)\tau} e^{-(\alpha+\beta)t} - e^{-(\alpha+\beta)\tau} e^{-(\alpha-\beta)t}], \quad (3.24)$$

para a constuição da função de Green, podemos escrever

Para o caso particular da equação (3.16), é seguido a proposição de KREIDER et al.

derivadas de y na origem.

L é um operador linear; δ é um impulso unitário $\delta(0); y_{n-1}(0)$ são as derivadas

$$y_n(0) = 0. \quad (3.23)$$

:

$$y_1(0) = 0,$$

$$y(0) = 0.$$

$$y_n = \frac{(2 + c_1 \Delta t)}{(c_1 \Delta t - 2)} y_{n-1} + \frac{(4 - 2\Delta t^2 c_0)}{2\Delta t^2} y_n + \frac{(2 + c_1 \Delta t)}{2\Delta t^2} x_{n-1}. \quad (3.29)$$

que pode ser reescrita na forma

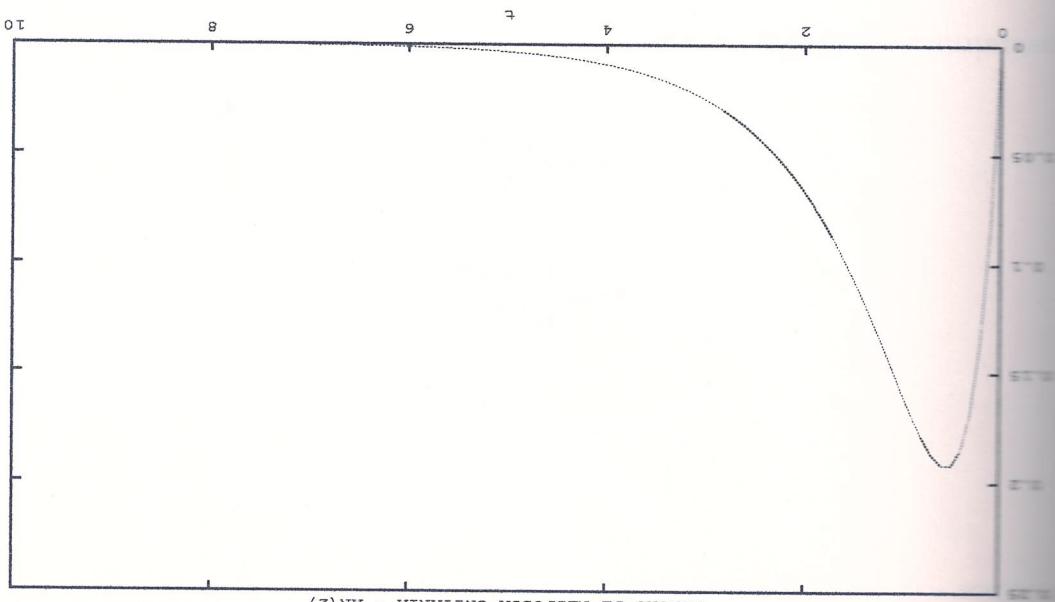
$$\frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{\Delta t^2} + c_1 \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2\Delta t} + c_0 y_n = x_{n+1}, \quad (3.28)$$

(3.16), um esquema de discretização possível pode ser dado por (3.16), que garante a obtenção de uma equação estável e convergente. Para a equação adequada, deve-se escolher um esquema de discretização com estabilidade numérica. Para resolver esse problema deve-se escolher um esquema de discretização com estabilidade numérica.

A discretização de uma equação diferencial pode apresentar problemas de instabilidade numérica, quando é usada sob a forma contínua, enquanto que os modelos auto-regressivos são representados na forma discreta.

Figura 3.2: Função de resposta do sistema descrito pela equação diferencial 3.16.

$$y(t) = \int_t^0 x(\tau) h(t - \tau) d\tau. \quad (3.27)$$



por:

aproximado por um modelo ARX(p) de ordem finita (BOX e JENKINS, 1970) dado por que representa um modelo média móvel de ordem infinita. Um modelo MA(∞) pode ser

$$(3.35) \quad y_n = \sum_{l=0}^{\infty} h_l x_{n-l}.$$

de convolução (3.1) pode ser aproximada, para um caso discreto, por (3.8). Equação entre a integral de convolução, modelos ARX e modelos MA: a equação integral

que nada mais é do que a equação de um modelo auto-regressivo de ordem 2, ou ARX(2).

$$(3.34) \quad y_n = \sum_{k=2}^{k=1} a_k y_{n-k} + b x_n$$

ou sob a forma de somatório

$$(3.33) \quad y_n = a_2 y_{n-2} + a_1 y_{n-1} + b x_n$$

é substituímos em (3.29), temos

$$(3.32) \quad b = \frac{(2 + c_1 \Delta t)}{2 \Delta t^2}$$

$$(3.31) \quad a_2 = \frac{(2 + c_1 \Delta t)}{(c_1 \Delta t - 2)}$$

$$(3.30) \quad a_1 = \frac{(2 + c_1 \Delta t)}{(4 - 2 \Delta t^2 c_0)}$$

termos

$$(3.41) \quad + a_2 h_{l-1} + a_3 h_{l-2} + \dots + a_d h_{l-d} x^{n-d}.$$

$$+ (a_1 h_2 + a_2 h_1 + a_3 h_0) x^{n-3} + \dots + (a_1 h_l + a_2 h_{l-1} + a_3 h_{l-2} + \dots + a_d h_{l-d}) x^{n-(k+l)} =$$

$$+ (a_1 h_0 + a_2 h_1 + a_3 h_2 + \dots + a_d h_{d-1}) x^{n-k} +$$

$$\sum_{\infty=l}^0 \sum_{d=k}^1 a_d h_{l-d} x^{n-(k+d)}$$

o rearranjando os termos em $x^{n-(k+l)}$ temos

$$(3.40) \quad + a_3 h_0 x^{n-3} + \dots + a_d h_{l-2} x^{n-(k+l)},$$

$$+ (a_1 h_0 + a_2 h_1 + a_3 h_2 + \dots + a_d h_{d-1}) x^{n-k} +$$

$$+ a_1 h_0 x^{n-1} + a_1 h_1 x^{n-2} + a_1 h_2 x^{n-3} + \dots + a_1 h_l x^{n-(k+l)} =$$

$$\sum_{\infty=l}^0 \sum_{d=k}^1 a_d h_{l-d} x^{n-(k+d)}$$

desenvolvendo os somatórios de (3.39) temos

$$(3.39) \quad \cdot (a_1 h_0 + a_2 h_1 + a_3 h_2 + \dots + a_d h_{d-1}) x^{n-k} + a_d xq = y^n$$

que pode ser rearranjado, levando-se a para dentro do somatório

$$(3.38) \quad \sum_{\infty=l}^0 \sum_{d=k}^1 a_d x^{n-(k+d)} + a_d xq = y^n$$

Substituindo (3.37) em (3.36) obtémos a seguinte expressão

$$(3.37) \quad \sum_{\infty=l}^0 a_d x^{n-(k+d)} = y^{n-k}.$$

Podemos reescrever (3.35) para um tempo defasado de um valor k , o que resulta

$$(3.36) \quad \sum_{d=k}^l a_d y^{n-k} + a_d xq = y^n$$

ARX.

Então a equação (3.39), que na verdade representa um processo misto ARMAX, é reduzida a um sistema representado por um processo puramente auto-regressivo. A equação (3.43) é obtida a partir da equação (3.39), quando os termos de regressão (b_1, b_2, \dots, b_n) são nulos. Neste caso, a equação (3.43) se torna:

$$(3.43) \quad h_n = \begin{cases} q_n + \sum_{k=1}^{n-1} a_k h_{n-k}, & \text{para } n > 0 \\ a & \text{para } n = 0 \end{cases}$$

que pode ser generalizado da seguinte forma

$$(3.42) \quad \begin{aligned} \vdots &= \vdots \\ h_3 &= b_3 h_0 + b_2 h_1 + b_1 h_2 \\ h_2 &= b_2 h_0 + b_1 h_1 \\ h_1 &= b_1 h_0 \\ h_0 &= a \end{aligned}$$

Comparando os termos em x das equações (3.35) e (3.41) obtém-se a relação entre os coeficientes de um modelo $MA(\infty)$ e um modelo $ARX(p)$, que podem ser dados pelas

observada em precipitação efetiva.

dos escoamentos; e por fim, na seção 4.6 descreve-se a transformação da precipitação extra a obtengão da precipitação efetiva a partir dos dados de vazão e a lei de separação parcial; a seção 4.4 mostra como obter a função de resposta unitária da bacia; a seção 4.5 justifica a cada sub-sistema com o auxílio das funções de autocorrelação e autocorrelação separação do escoamento por meio de filtro; na seção 4.3 os modelos ARX(p) são representados uma visão geral da estrutura do modelo; na seção 4.2 descreve-se o processo desse assuntos dentro desse capítulo esta organizada da seguinte forma: na seção 4.1 desse auto-regressivo com uma variável exógena de ordem p , ARX(p). A apresentação é simulada através da modelagem de cada sub-sistema identificado como um modelo auto-regressivos (HINO e HASEBE, 1981, 1984), cuja teoria matemática neamente por um módulo de identificação de componentes hidrológicas através de filtros modelo proposto pretendendo inicialmente simular vazões de cheias, sendo constituído basicamente de formas de cheias com técnicas clássicas da hidrografia unitária. O mecanismos de formação de cheias que contemplam as conexões mais ativas sobre os resultados de integrar as metodologias que contemplam os conceitos mais básicos de hidrologia que serão descritos ao longo desse capítulo foi concebido com a finalidade de integrar os conceitos de hidrologia que serão descritos ao longo desse capítulo para a obtenção de resultados mais precisos.

Um Modelo Hidrológico baseado em Modelos Lineares Auto-Regressivos

Capítulo 4

Com os modelos ajustados e os respectivos coeficientes determinados, é possível entao comhecer a função de resposta unitária de cada sub-sistema. A relação entre os coeficientes do modelo ARX(p) e do modelo MA(∞) equivalente nos leva à função de resposta unitária. Em caso de dúvida neste ponto deve-se lembrar que um modelo ARX(p) pode ser representado por um modelo MA(∞), que nada mais é do que a representação discrete

A partir da separação do escoamento através do processo de filtragem, cada sub-sistema identificado é ajustado a um modelo auto-regressivo de ordem p com uma estrutura exógena, ARX(p), sob a hipótese de que cada sub-sistema teria um comportamento linear e não linearidade do sistema hidrológico como um todo estaria na lei de separação da precipitação efetiva (seção 4.5.2). A ordem p e os respectivos coeficientes de cada modelo são identificadas por meio de técnicas de análise de séries temporais como a função de autocorrelação e a função de autocorrelação parcial.

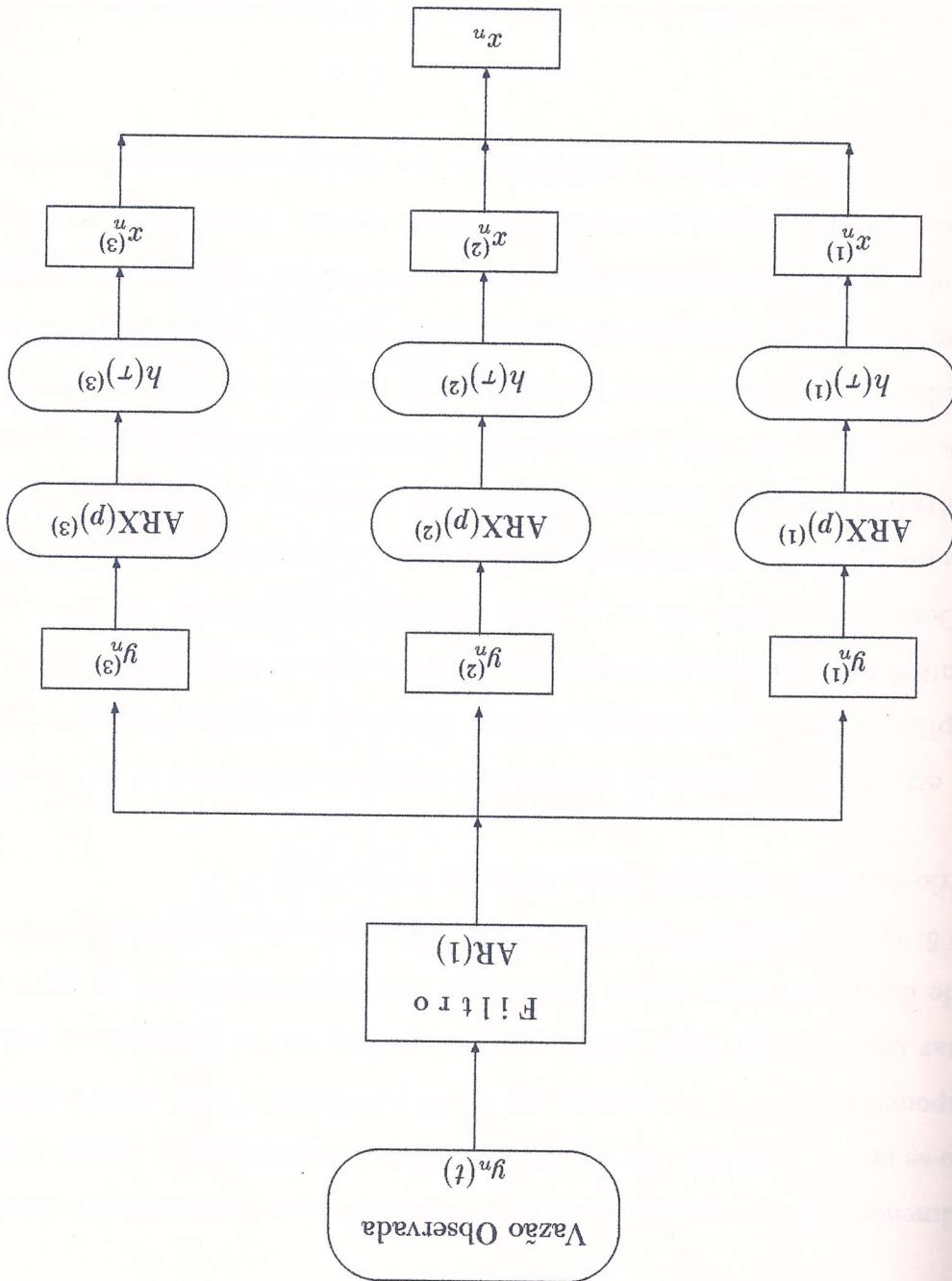
A figura 4.1 mostra um esquema do processo de identificação de componentes hi-
brídicas a partir apenas dos dados de vazão. Inicialmente um filtro linear auto-regressivo
aplicado aos dados de vazão observados, determinando a separação do escoramento em
termos ou três componentes de escoramento Lento, escoramento intermediário e escoramento
rápido. Para tanto, HINO e HASBE (1981, 1984) utilizaram um filtro auto-regressivo
segunda ordem, AR(2). Neste trabalho, foi utilizada a seguinte estrutura para separação do escoamento.
O modelo AR(1), que por ser mais simples e ter apresentado basicamente os mesmos
resultados que o filtro AR(2) (veja figura 4.6), foi utilizado para separação do escoamento.

Modelo hidrológico desenvolvido está estruturado em dois módulos. O primeiro módulo proposto pelas técnicas de identificação de componentes hidrológicas (HINO e HASBE, 1984), que possibilitam separar o escoamento em componentes através de filtros auto-regressivos, obter a função de resposta unitária e a precipitação efetiva de sub-sistema identificado e a lei de separação do escoamento. O segundo módulo é o se processa a simulação da vazão para cada sub-sistema identificado.

Estrutura do Modelo

hidrológicas.

Figura 4.1: Diagrama esquemático do módulo de identificação de componentes hidrológicas.



Módulo de Identificação de Componentes Hidrológicas

Para representar o comportamento do coeficiente de escoramento em função da umidade do solo, define-se uma função de armazenamento S^n , que nada mais é do que uma equação de balanço entre o volume de água que entra na bacia x_n (precipitação efetiva) e o que sai (vazão). Esta forma é possível estabelecer relações $f = F(S)$ que permitem estimar f .

~~mais~~ ao resultado.

Para entendermos no módulo de simulação é necessário conhecer a Lei de transformação hidrológica. Dentro do contexto de um modelo hidrológico simplificado, define-se um coeficiente de escoramento f , como sendo a relação entre a precipitação efetiva estimada, que construía possui o mesmo volume da vazão escoada, e a precipitação total observada. Na verdade o cálculo de f é feito através de uma média móvel dentro de uma janela de tamanho T_1 , da mesma ordem de grandeza da constante de tempo T do filtro. Isso é feito devendo a grande oscilação apresentada pelo valor de f calculado pontualmente, ou que dificulta a relação entre a precipitação efetiva e a vazão escoada. Como se sabe, quanto maior o conteúdo com relação ao estado de umidade do solo. Como é consequente de umidade do solo maior será o coeficiente de escoramento f .

do Rio Jangada, Palmital e Areia se faz de forma linear.

Finalmente, a lei de separação da precipitação efetiva em componentes é determinada, quando-se cada componente da precipitação efetiva estimada ($\hat{x}_{(t)}^{(l)}$), contra a somatória das componentes ($\sum \hat{x}_{(t)}^{(l)}$). De acordo com HINO e HASBE (1981) estas funções devem apresentar um comportamento não linear, pois seriam elas as responsáveis pela não linearidade do sistema hidrológico. No entanto, conforme veremos em na seção 4.5 e no apêndice 5, nossos resultados mostraram que a separação da precipitação efetiva para o

$\cdot (\varepsilon = 1)$ ~~approx.~~

A integral de convolução entre a função de resposta $x(\tau)$ e $h(t - \tau)$ (veja seção 3.3). A função de deconvolução entre a função de resposta $x(\tau)$ e os dados de vazão obtidos é o processo de filtragem nos leva à estimativa da precipitação efetiva, $x^{(l)}$, de cada sistema. O super-índice l indica a componente leneta ($l = 1$), intermediária ($l = 2$) e

$$\frac{dy_{(1)}}{dt} + \frac{L}{t} y_{(1)} = y_n, \quad (4.1)$$

representado pela equação diferencial (veja seção 3.3)

O filtro numérico que atende as características de um filtro de passa baixa pode ser

passa-baixa, ou seja, que permita a passagem somente das baixas freqüências. Isto significa que a frequência de corte característica desse escocamento é aplicar um filtro de baixa freqüência. Desta forma, é possível separar o escocamento lento através da frequências características, como por exemplo, o escocamento lento que é dominado por variáveis de vários subsistemas cada um dos quais responsável por uma determinada faixa escocamente baseia-se no fato de que o sinal de saída de um sistema é composto pelos utilização de filtros lineares na separação de um hidrograma de cheias em componentes

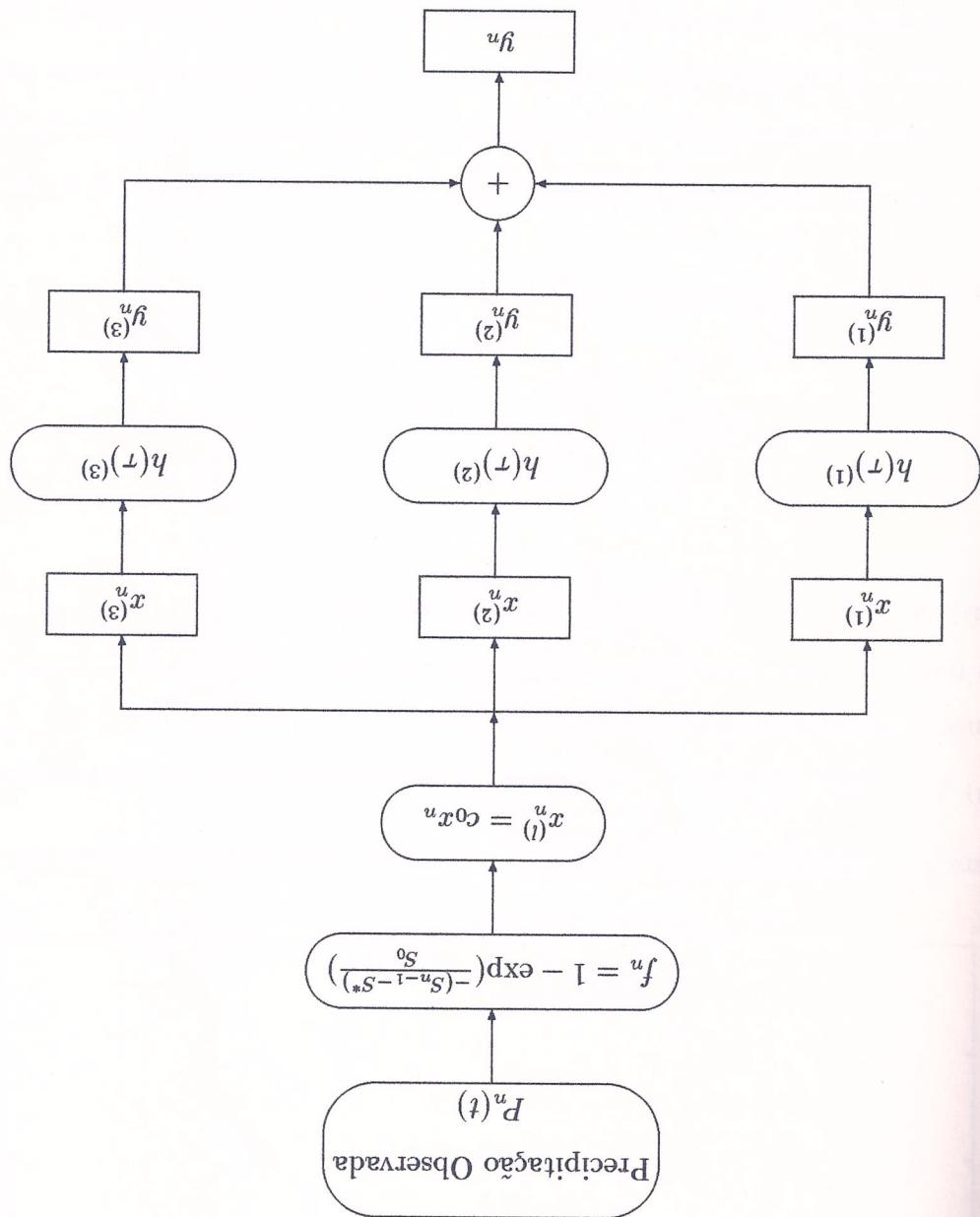
4.2 A Separação do Escocamento

As seguintes seções apresentam os detalhes da obtenção dos parâmetros, coeficientes integrantes desse modelo hidrológico de simulação de cheias.

Figura 4.2 vemos um esquema representativo do módulo de simulação de vazões simulada de cada subsistema, que somadas resultam na vazão total simulada. As vazões simuladas de cada subsistema, que respondem a precipitação efetiva produz vazão. A convolução da função de resposta unitária e a precipitação efetiva produz vazão. Cada componente da precipitação efetiva é então a entrada do respectivo subsistema. Cada componente de precipitação efetiva é obtida no módulo de separação separada em componentes pela lei de separação obtida no modelo hidrológico. A partir da estimativa de f a precipitação efetiva é obtida no modelo hidrológico. As reservatórios hipotéticos para cada subsistema.

Figura 4.2 para o cálculo de f é a curva $f = F(S)$, mostrando o comportamento das reservatórios hipotéticos para a água na bacia. Na seção 4.6 são apresentadas

Figura 4.2: Diagrama esquemático do módulo de simulação.



Módulo de Simulação

onde b e a_1 são os coeficientes do modelo AR(1), que podem ser obtidos a partir das

$$y_n^{(1)} = by_n + a_1 y_{n-1}, \quad (4.3)$$

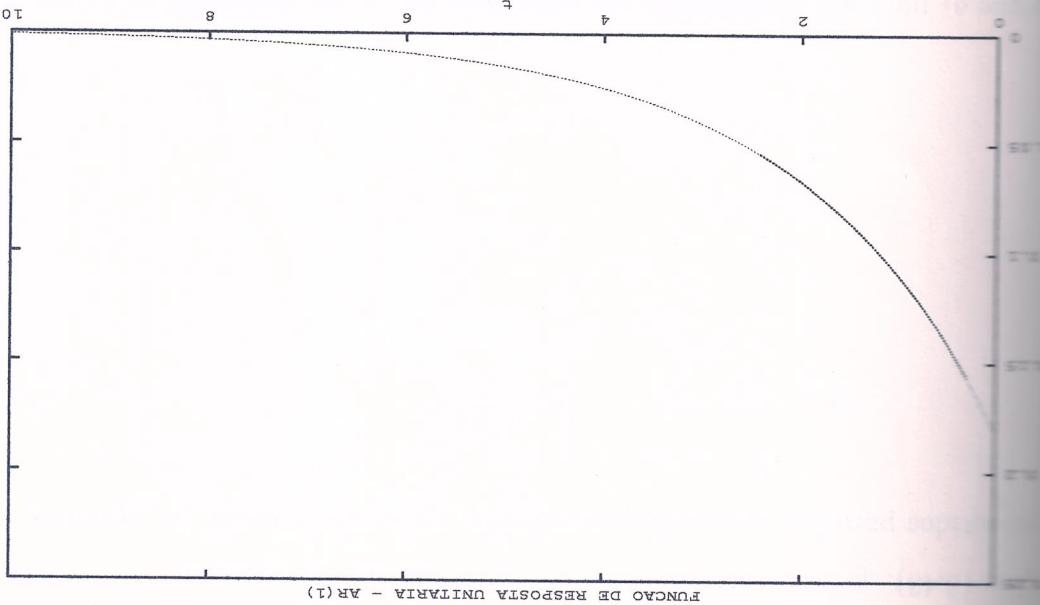
discreta equivalente, que nada mais é do que um modelo AR(1), representado por $\text{ARX}(p)$. Dada a simplicidade da equação (4.1) podemos obter diretamente a equação $\text{ARX}(p)$ e obteria aplicando-se a transformada Z ou um esquema de discretização aderente ao modelo visto na seção 3.3, a relação entre uma equação diferencial e um modelo

Figura 4.3: Representação gráfica pode ser vista na figura 4.3.

$$h(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau < 0 \\ \frac{T}{1} e^{-\tau/T} & \tau \geq 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Figura 4.3: Função de resposta do sistema descrito pela equação diferencial 4.1.

Figura 4.3: Função de resposta do sistema descrito pela equação diferencial 4.1.



HINO e HASSEE, 1984).

outras escalas de tempo pode ser necessário a introdução de alguma modificação (veja figura e portanto toda a formulação apresentada está baseada neste fato. Para aplicar a série de dados, T é a constante do filtro e a é um fator de ajuste que será explicado logo mais adiante. É importante observar que os dados utilizados neste trabalho estão na escala medida $y_n^{(1)}$ é a vazão filtrada; y_n é a vazão total observada; Δt é o intervalo de discretização

$$y_n^{(1)} = \frac{T}{\Delta t} y_n + a \left\{ 1 - \frac{T}{\Delta t} \right\} y_{n-1}^{(1)}, \quad (4.7)$$

auto-regressivo de primeira ordem AR(1)

Substituído os valores de a_1 e b na equação (4.3) obtemos então a equação final do

$$a_1 \approx \left(1 - \frac{T}{\Delta t} \right). \quad (4.6)$$

que a_1 pode ser aproximado por uma série de Taylor, truncada no primeiro termo:

$$a_1 = e^{-\Delta t/T}, \quad (4.5)$$

$$b = \frac{T}{\Delta t}, \quad (4.4)$$

obtidos para b e a_1 através das referidas equações resultam os seguintes

(3.43), provêniientes da relação entre um modelo $MA(\infty)$ e um $AR(p)$. Os

A plotagem num gráfico de $q(t)$ contra $q(t + \Delta t)$ deve resultar numa linha reta passando pela origem dos eixos e cuja inclinação é dada por

$\pm 1/T$ é a constante de esvaziamento do reservatório.

onde q_t é a vazão observada durante os períodos de estagema; Δt é o intervalo de tempo,

$$(4.9) \quad q(t + \Delta t) = e^{-\frac{t}{T}} q(t),$$

A frequência de corte definida em (4.8) deve ser interpretada como a frequência na qual ocorre a separação entre os escoramentos. Uma análise da curva de recessão das hidrografas de cheia nos mostra a existência de diferentes inclinações até atingir-se uma hidrografia constante que é representada pela constante de recessão da hidrografia. Estas mudanças produzido em cada uma das faixas pela lei exponencial, de esvaziamento da bacia após o término da precipitação e cujo comportamento é bem definidas podem ser entendidas como as varias escalas de tempo envolvidas no processo hidrológico.

(HASBE, 1984).

Uma possibilidade para a determinação da frequência de corte do filtro é a utilização de auto-correlação de autocorrelação parcial. Uma forma bastante conhecida é concentuada e a utilização de técnicas de análise de séries temporais, calculando as funções de autocorrelação de autocorrelação parcial. Outra possibilidade é a fase entre a precipitação e a vazão (HINO e HASBE, 1981). Outra possibilidade é fazer a análise espectral, como por exemplo, a determinação das funções de escoramento de análise de escoramento de escoramento.

$$(4.8) \quad f_c = \frac{1}{T}.$$

Para melhor, a frequência de corte do filtro, que é dada simplesmente por

4.2.1 Construção do Filtro Numérico

Com a aplicação das técnicas de análise das curvas de recessão aos registros do rio Jangada no posto 6537000 do DNAME, entre os anos de 1946 e 1990, foram obtidos para a frequência de corte os valores de 47 dias para a componente do escoramento lento ($l = 1$) e de 5 dias para componente do escoramento intermediário ($l = 2$).

Figura 4.4 mostra a plotagem das vazões de recessão do rio Jangada entre os anos de 1946 e 1990. O valor da inclinação K poderia ser obtido normalmente por uma regrada linear passando pela origem dos eixos. No caso da figura 4.4 considerou-se que a velocidade superior fosse representativa da recessão do rio, uma vez que os pontos inseridos poderiam estar contaminados por outras escalas de tempo que o programa de processamento de recessões não teria conseguido eliminar. Percebe-se também, que para a recessão de 1990, o valor da inclinação é maior que o da recessão de 1946.

$$T = \frac{\ln(K)}{l} \quad (4.11)$$

Figura 4.4 mostra a plotagem das vazões de recessão do rio Jangada entre os anos de 1946 e 1990. O valor da inclinação K poderia ser obtido normalmente por uma regrada linear passando pela origem dos eixos. No caso da figura 4.4 considerou-se que a velocidade superior fosse representativa da recessão do rio, uma vez que os pontos inseridos poderiam estar contaminados por outras escalas de tempo que o programa de processamento de recessões não teria conseguido eliminar. Percebe-se também, que para a recessão de 1990, o valor da inclinação é maior que o da recessão de 1946.

$$K = e^{-\frac{b}{T}} = \frac{b(t)}{b(t + \Delta t)}, \quad (4.10)$$

Portanto o ajuste deve ser feito de forma iterativa num processo de tentativa e

$$y_n - y_{n(1)} \geq 0, \quad \forall n. \quad (4.13)$$

expressão:

que permite a existência de componentes negativas, ou seja, deve satisfazer a seguinte
Neste ponto fica evidente a necessidade do fator a . Ele deve ser ajustado de forma

$$y_n^{(2)} = y_n - y_{n(1)}. \quad (4.12)$$

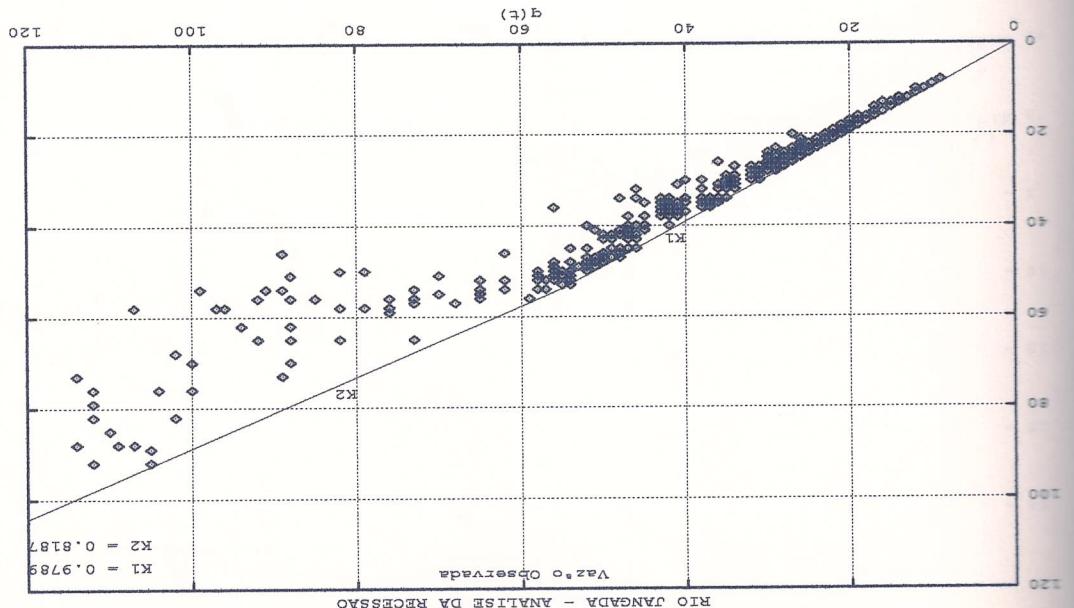
que diretaamente através da relação

uma operação de filtragem para a componente subterrânea. A segunda componente é
para obter a primeira componente do escamamento $y_{n(1)}$. A figura 4.5 ilustra o resultado
sido determinada a frequência de corte do filtro, resta apenas aplicar a equação

4.2.2 O Processo de Filtragem e o Fator a

nos a 1990.

Figura 4.4: Valores de recesso no Rio Jangada, posto 6537000 - DNAAE, nos anos de



que pregarmos a equação (3.33), sujeita aos coeficientes dados pelas equações (3.30), (3.31) ou seja, se ao invés de aplicarmos a equação (4.7) para efectuar a separação do escocamento, temos como base as equações de um filtro auto-regressivo de ordem dois, AR(2). Desta forma, no capítulo 3 a teoria matemática dos filtros lineares auto-regressivos foi desenvolvida

4.2.3 Comparação entre os Filtros AR(1) e AR(2)

anterior de $y_n^{(2)}$ é o novo valor de $y_n^{(2)}$, obtida a partir da constante "K2" na figura 4.4. Resultado da nova filtragem é a terceira componente $y_n^{(3)}$ surge da diferença entre o valor com uma constante de tempo $T = 5$ dias. Deve-se observar que o novo valor de $y_n^{(2)}$ é o componente. A componente $y_n^{(2)}$ é então submetida a uma nova operação de filtragem separada na curva de recessão (veja, figura 4.4), existe a necessidade de uma terceira operação na qual a precipitação atinge intensidades maiores, provocando a segunda no caso em que a precipitação atinge intensidades maiores, provocando a segunda

vez a filtragem da primeira componente é 0.85 para a segunda.

ENSLAY et al., 1975; BARNES, 1940). Os valores assim ajustados para a forma 0.91 bem os resultados obtidos com as técnicas clássicas de separação do escocamento. De forma, a separação do escocamento através desta técnica de filtragem reproduz a filtragem para o mês de 1983 - rio Jangada.

Figura 4.5: Separação do escocamento total em escocamento lento e escocamento interno/rapido para o mês de 1983 - rio Jangada.

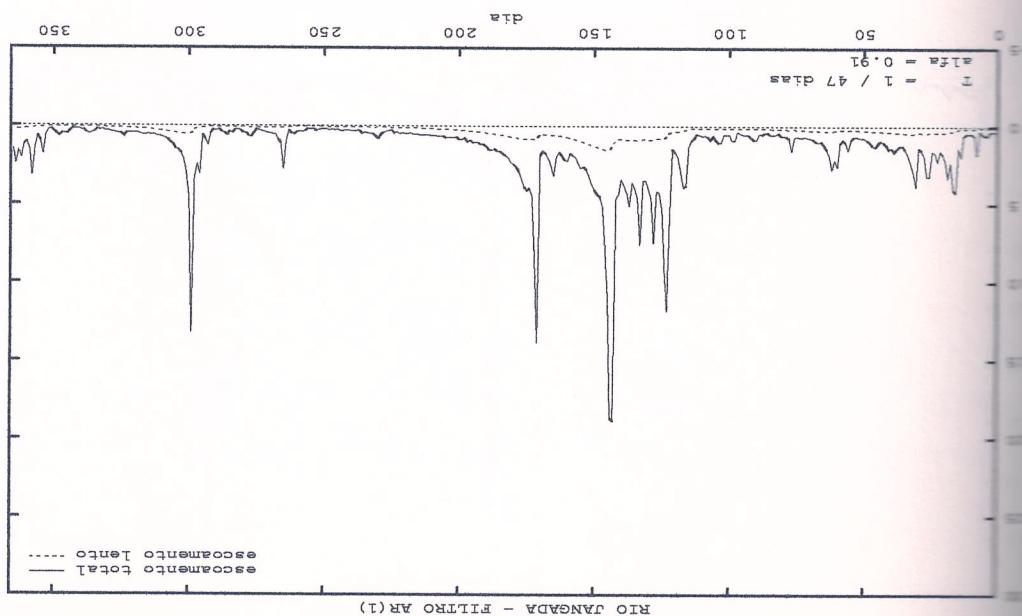
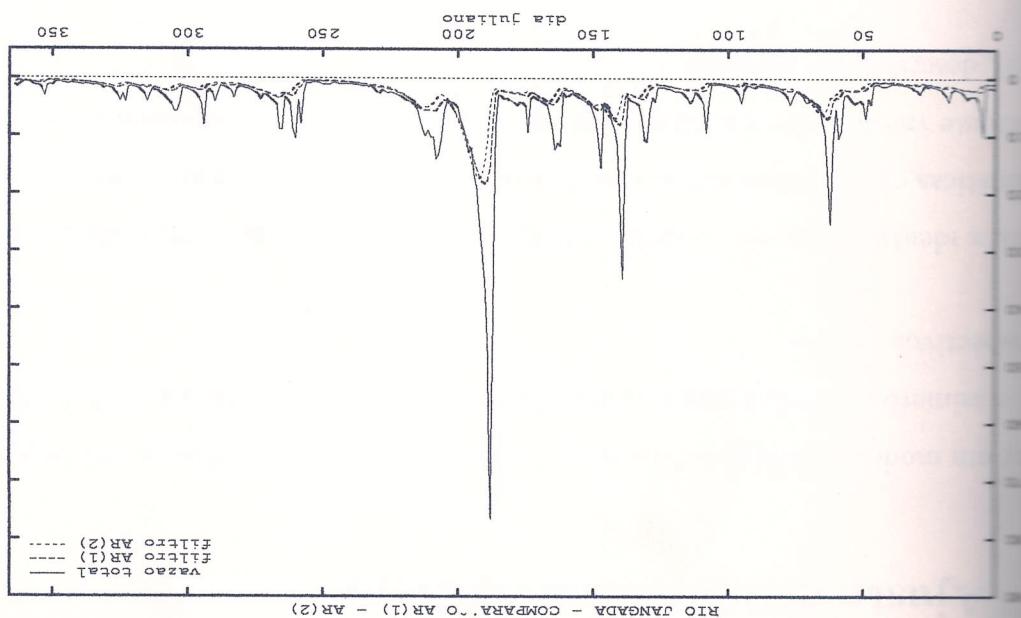


Figura 4.6 mostra o resultado comparativo entre as separações de escoramento feitas com diferentes métodos clássicos de separação. Além disso, o filtro AR(1) foi comparado com os métodos clássicos de separação. A Figura 4.6 mostra que o filtro AR(1) é mais eficiente que os métodos clássicos para separar a componente lenta. O filtro AR(1) também é mais eficiente que o filtro AR(2). As diferenças apresentadas entre as duas separações são da mesma ordem de grandeza dos erros apresentados entre os resultados de filtragem e um filtro AR(1) e um filtro AR(2).

Figura 4.6 mostra o resultado comparativo entre as separações de escoramento feitas com diferentes métodos clássicos de separação. Além disso, o filtro AR(1) foi comparado com os métodos clássicos de separação. A Figura 4.6 mostra que o filtro AR(1) é mais eficiente que os métodos clássicos para separar a componente lenta. O filtro AR(1) também é mais eficiente que o filtro AR(2). As diferenças apresentadas entre as duas separações são da mesma ordem de grandeza dos erros apresentados entre os resultados de filtragem e um filtro AR(1) e um filtro AR(2).

Figura 4.6: Comparação entre as filtragens por um modelo AR(1) e um modelo AR(2).



Considerando que não existe correlação entre as variáveis z_{n-k} e bz_n , e que os coeeficientes a_p são constantes (estacionariedade), podemos retirá-las para fora do operador E , resultando para a função de autocovariância a expressão

$$E[z_{n-k}z_n] = E[z_{n-k}(a_1z_{n-1} + a_2z_{n-2} + \dots + a_dz_{n-d} + qx_n)] = E[a_1z_{n-1} + a_2z_{n-2} + \dots + a_dz_{n-d}] = E[z_{n-k}]^2 \quad (4.17)$$

sendo o valor esperado do produto de z_n por z_{n-k} , e portanto

$$z_{n-k} = y_{n-k} - \bar{y}_n \quad (4.16)$$

$$Z_n = y_n - \bar{y}_n \quad \text{e} \quad (4.15)$$

possua média zero, ou seja,

$$y_n = a_1y_{n-1} + a_2y_{n-2} + \dots + a_dy_{n-d} + qx_n \quad (4.14)$$

descrito pela equação

outra vezmos definir a função de autocovariância de um processo auto-regressivo, estatísticas e principalemente as suas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial. Para identificar dos modelos ARX(p) é necessário conhecermos algumas de suas

respectivos valores.

o número de coeficientes da equação que melhor representará a série de dados e os outros um modelo ARX(p) a uma série de dados significa identificar a ordem p , ou seja,

Ajuste dos Modelos ARX(p)

$$a_{11} = r_1, \quad (4.21)$$

função de autocorrelação parcial, que não foi utilizada neste trabalho, dada por Em BOX e JENKINS (1970) encontra-se uma forma alternativa para o cálculo da

no modelo ARX(p) obtém-se um conjunto de coeficientes a_1, a_2, \dots, a_p . no modelo ARX(2), obtém-se outro conjunto de coeficientes a_1, a_2 e assim sucessivamente até o ajuste de um modelo ARX(1), obtém-se um coeficiente a_1 , para o ajuste de um modelo resolvida para cada ordem p do modelo ARX(p) ajustado, ou seja, para o

$$\begin{aligned} p^d &= a_1 p^{d-1} + a_2 p^{d-2} + \dots + a_d, \\ &\vdots \\ p^2 &= a_1 p_1 + a_2 + \dots + a_d p^{d-2} \\ p^1 &= a_1 + a_2 p_1 + \dots + a_d p^{d-1} \end{aligned} \quad (4.20)$$

de Yule-Walker (BRAS e ITURBE, 1984),

(4.19) pode ser escrita para $k = 1, 2, 3, \dots, p$, o que resulta no sistema de

$$p_k = a_1 p_{k-1} + a_2 p_{k-2} + \dots + a_d p_{k-d}. \quad (4.19)$$

outras obter a função de autocorrelação representada por

$\gamma_k = E[z_{n-k} z_{n-d}]$. Se dividirmos (4.18) pela variância de um processo estacionário

$$\gamma_k = a_1 \gamma_{k-1} + a_2 \gamma_{k-2} + \dots + a_d \gamma_{k-d}. \quad (4.18)$$

adida para o rio Jangada (posto 6537000 do DNASE), entre os anos de 1946 e 1990. Na figura 4.7 vemos um exemplo da função de autocorrelação para a componente leanta,

que pode ser encontrada em YEVDEVICH (1964).

para os parâmetros de modelos auto-regressivos. Uma discussão mais detalhada desse ponto e também por não ser objetivo desse trabalho determinar os melhores estimadores para as séries de dados que se dispõe são suficientemente longas para minimizar esses efeitos ou maior tendência („bias“). Isto não seria algo de preocupação neste trabalho, existem algumas discussões em torno de outros estimadores de r_k que apresentam menor ou maior tendência („bias“).

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^{N-1} (y_t - \bar{y})^2 \quad (4.25)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t \quad (4.24)$$

N é o número de elementos da série de dados; as estatísticas \bar{y} e s^2 são obtidas das expressões

$$r_k = \frac{s^2}{\frac{1}{N-k} \sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}, \quad (4.23)$$

que é a seguinte expressão:

que calculadas a partir das séries de dados observados através de uma estimativa dos parâmetros da equação (4.20) deve-se substituir os valores suas estimativas r_k , calculadas a partir das séries de dados observados através

que a notação $a_{p,k}$ representa o coeficiente a_p , ajustado para um modelo de ordem p .

$$a_{p+1,p+1} = \frac{1 - \sum_{k=1}^p a_{p,k} r_k}{r_{p+1} - \sum_{k=1}^p a_{p,k} r_{p+1-k}} \quad (4.22)$$

rente lenha, obtida para o mesmo posto do rio Jangada, entre os anos de 1946 e 1990. A figura 4.8 mostra um exemplo da função de autocorrelação parcial para a compo-

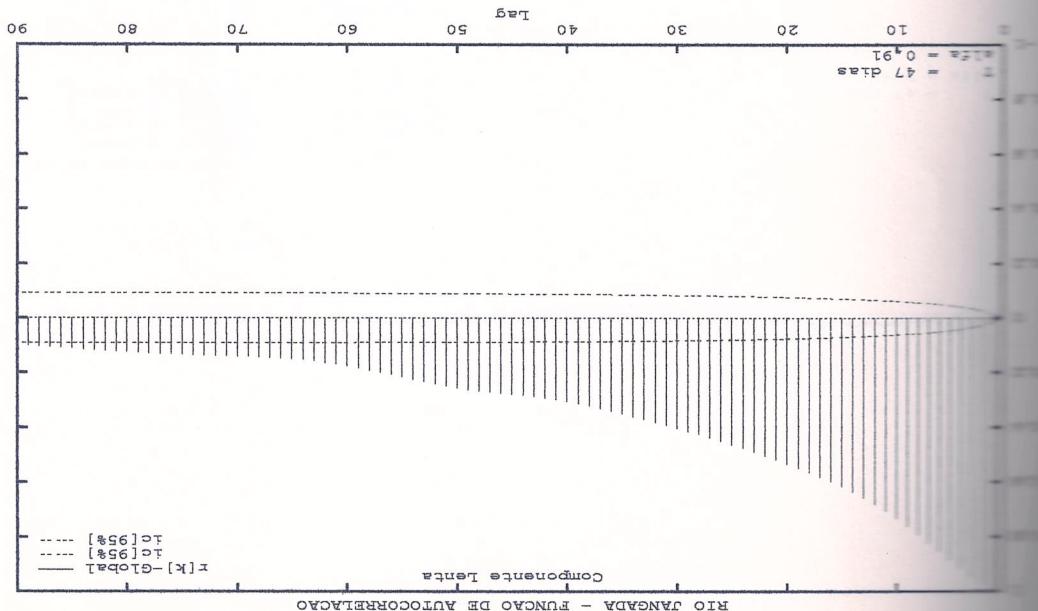
�pectivas coeficientes.

A função parcial ésta no fato de se poder determinar a ordem do modelo ARX(p) e os seus termos parciais. Desta forma, a importância de se conhecer a forma da função de autocorrelação p. Para um modelo ARX(p), a função de autocorrelação parcial cai abruptamente após a média móvel pura. Para um modelo para um MA(q) o seu decaimento é exponencial. Assim, a função de autocorrelação desempenha na identificação dos modelos puros, que a função de autocorrelação desempenha na identificação dos modelos puros, que a função de autocorrelação desempenha na identificação dos modelos puros,

A função de autocorrelação parcial exerce a mesma finalidade para os modelos autocorrelacionados de um modelo ARX(p), sendo necessário então a obtenção da função de autocorrelação parcial. No caso da figura 4.7 temos um decaimento exponencial, o que indica a existência de um processo brusca após a ordem q do modelo, permite o seu comportamento típico de queda brusca após a ordem q do modelo, permite a sua identificação e muito útil na identificação de modelos média móvel puros, a função de autocorrelação é muito útil na identificação de modelos média móvel puros,

(6537000-DNAE) - 1946 a 1990.

Figura 4.7: Função de autocorrelação da componente do escoamento subterrâneo do rio



No caso da função de autocorrelação parcial de um modelo ARX(p), cujas estimativas são brancas, ou seja, são independentemente distribuídas e aproximadamente normais, é variância é apenas uma função do número de observações, ou seja,

que aparece plotado como uma linha tracejada na figura 4.7.

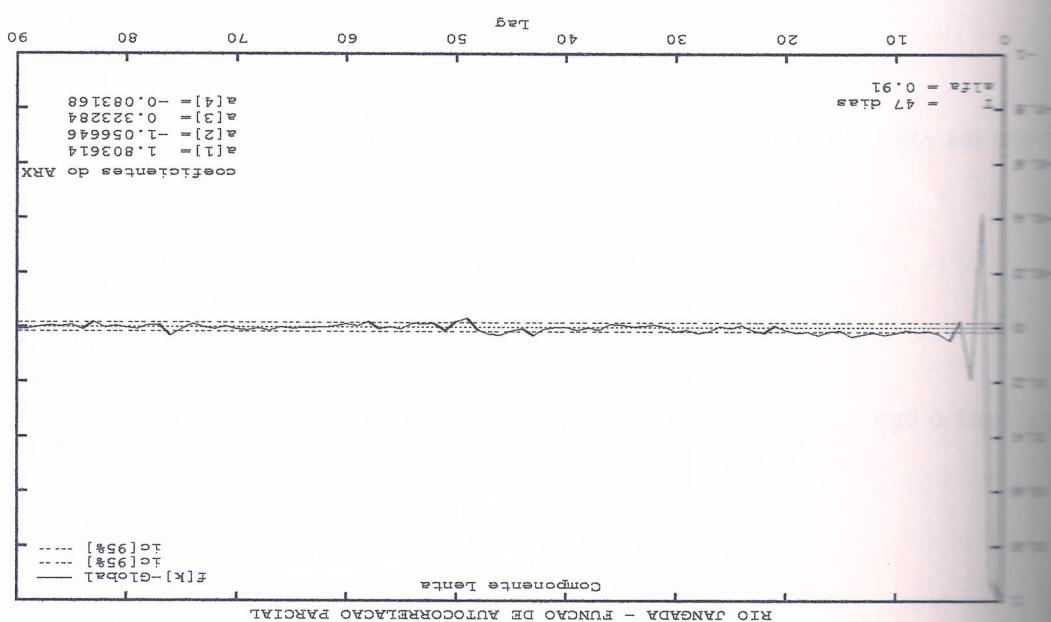
$$i_c[95\%] = 2 \left(\text{Var}[r_k^c] \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.27)$$

o intervalo de confiança para uma certeza de 95% é dado por

$$\text{Var}[r_k^c] \approx \frac{1}{N} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{q-1} r_k^2 \right), \quad k < q, \quad (4.26)$$

considerando o fato de que a função de autocorrelação de um modelo MA(q) cai após $k > q$, pode-se calcular a variância das estimativas da função de autocorrelação considerando o fator de que a função de autocorrelação parcial da componente do escoramento subterrâneo é dada (65370000-DNAE) - 1946 a 1990.

Figura 4.8: Função de autocorrelação parcial da componente do escoramento subterrâneo Rio Jangada - função de autocorrelação parcial



é auto, e comparadas inclusive com a função de resposta global (1946 a 1990), nos permite uma análise das funções de resposta unitária de cada sub-sistema, calculadas agora amo

15 dias de duração do evento, indo para zero em aproximadamente 10 dias. 4 dias, terminando o escoamento em 35 dias. O pico da componente rápida ocorre com 5 dias, prolongando-se até quase 50 dias. A componente intermediária apresenta um pico em 10 dias, correspondendo ao escoamento subterrâneo, apresenta um pico bastante independente entre 5 e 10 dias, geralmente de DNAME. Pode-se perceber que a componente mais lenta do escoamento, geralmente 10 dias, a partir da série de dados de 1946 a 1990 do rio Jangada, no posto 65370000. A figura 4.9 nos mostra as funções de resposta unitária das três componentes iden-

tificadas, a partir de HINO e HASBE, 1981).

A título de observação para o leitor interessado neste ponto, ressaltamos que a função de resposta pode ser obtida alternativamente por uma transformada Z da equação (4.2),

a partir das relações em (3.43).

Assim, é determinado os seus respectivos coeficientes, a função de resposta unitária é

A função de resposta

ser vista plotada na figura 4.8 como uma linha tracejada.

$$i_c[95\%] = 2 \left(\frac{N}{l} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.29)$$

para o cálculo dos intervalos de 95% de confiança usamos a expressão

$$\text{VAR}[a_l] = \frac{N}{l} \text{ para } l < p. \quad (4.28)$$

(4.14), rescrita na forma

ma vez obtido os coeficientes dos modelos ARX(p) de cada sub-sistema, os valores da parte de precipitação efetiva são estimados aplicando-se a equação do modelo ARX(p)

4.5 Desenvolvimento da Precipitação Efetiva

do ano de 1971.

Assim a partir da precipitação efetiva estimada com os coeficientes da função de resposta obtida nas figuras 4.16 e 4.18, que mostram a reconstituição da vazão para o ano de 1971, tende a suavizar naturalmente as diferenças obtidas entre as funções de resposta. ARX(p) como sendo invariantes, pois a operação de convolução para reconstituição da Contudo, deve ser possível ainda considerar os coeficientes dos respectivos modelo

assim acarreca no caso da componente rápida do escoamento figura 4.12.

entanto uma maior sensibilidade à intensidade da precipitação (figura 4.11), o que um comportamento semelhante aos obtidos para a componente Lenta, apresentando As funções de resposta unitária para a componente intermediária do escoamento mos-

odelo ARX(p) obtidos para o ano de 1971.

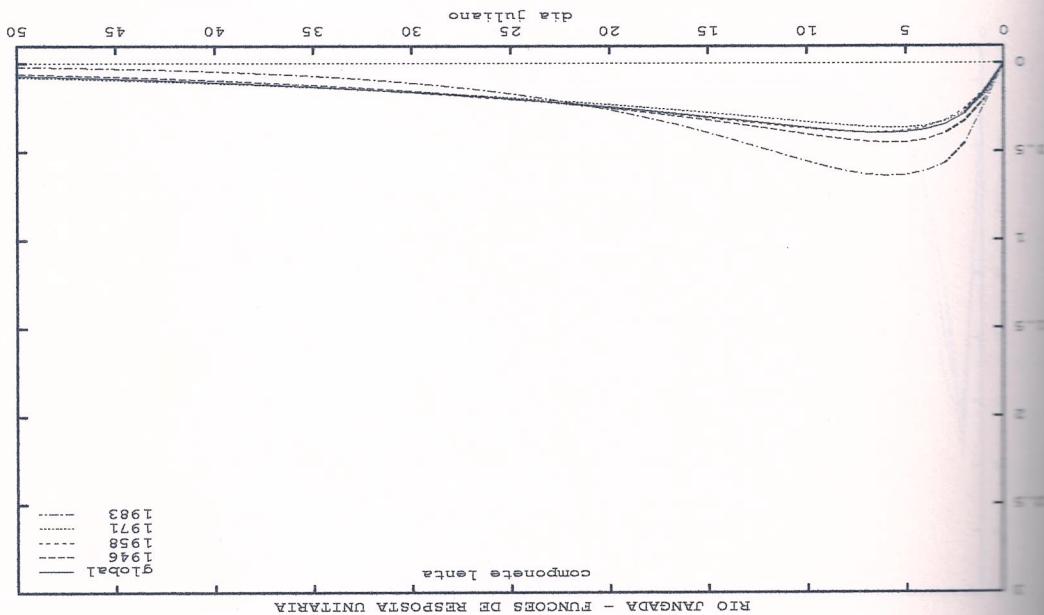
do ano de 1983, feita a partir da precipitação efetiva estimada com os coeficientes do modelo ARX(p) representante da componente Lenta, elas são consideradas invariantes, A consequência imediata desse invariância é que uma vez determinados os coeficientes ser utilizados para qualquer outro evento de chuva. Isto pode ser verificado

precipitações com intensidades bem maiores do que a média do período.

apresentou uma pequena discrepância em função de se o ano de 1983 que constatar a invariabilidade da resposta do sub-sistema da componente Lenta, onde globais e para os anos de 1946, 1958, 1971 e 1983, escolhidas aleatoriamente, onde ideia da variabilidade destas funções. A figura 4.10 mostra as funções de resposta

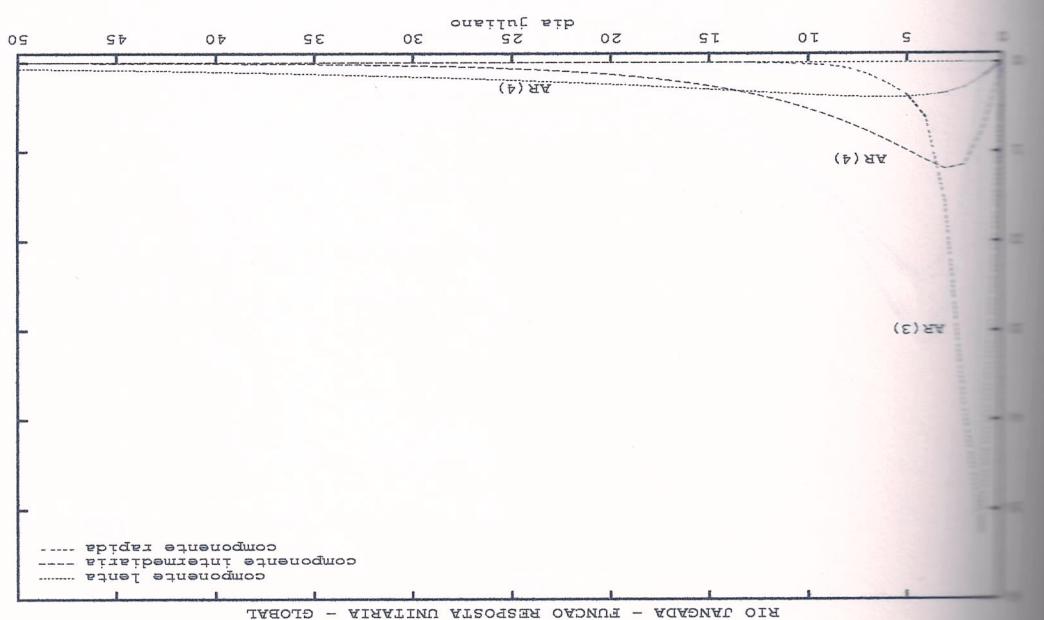
Jangada.

Figura 4.10: Invariância da fungão de resposta da componente lenta do escoramento - rio Jangada.



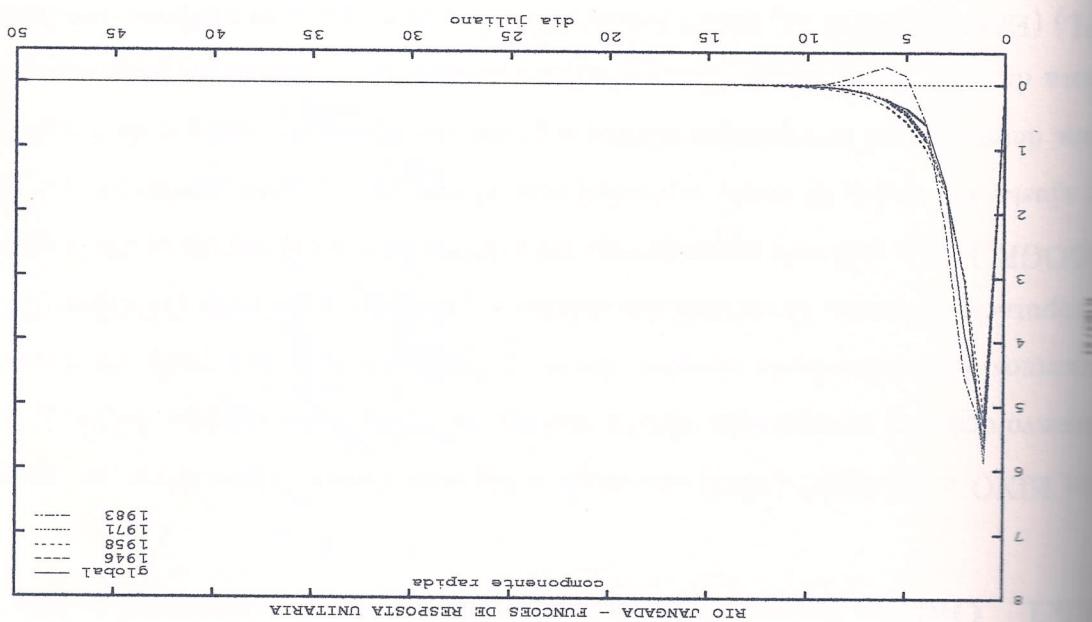
extremamente lenta ($l=2$) AR(4) e componente rápida ($l=3$) AR(3).

Figura 4.9: Fungão de resposta do rio Jangada; componente lenta ($l=1$) AR(4); compo-



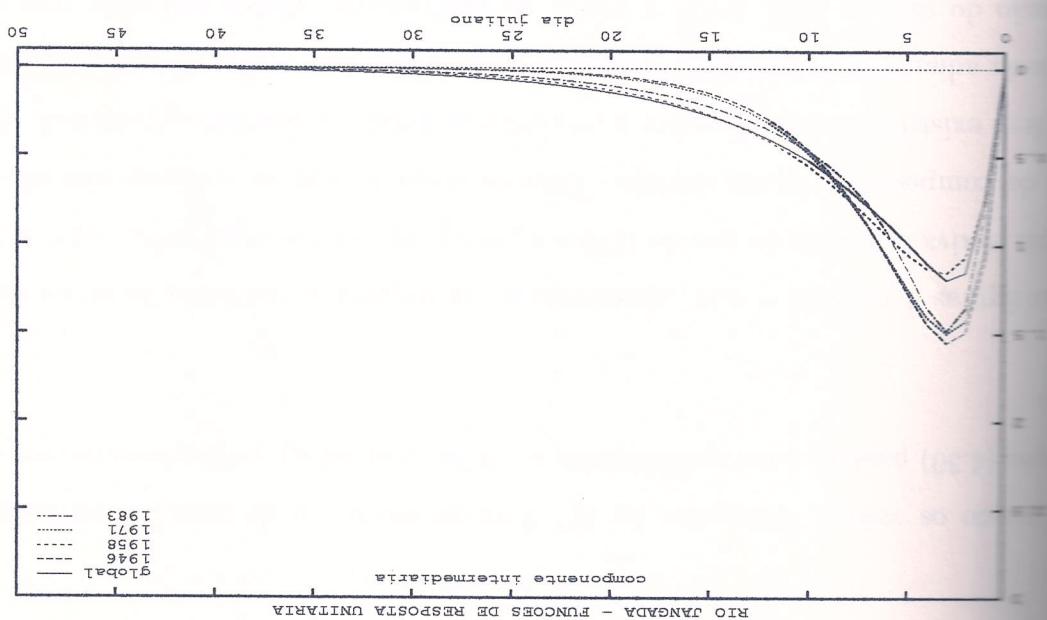
Jangada.

Figura 4.12: Invariância da função de resposta da componente rápida do escoamento - Rio



Rio Jangada.

Figura 4.11: Invariância da função de resposta da componente intermediária do escoamento - Rio Jangada.



da técnica de deconvolução simples.

em avaliar as técnicas de utilização dos modelos auto-regressivos, optou-se pela validade do ajuste. Apesar disto, tendo em vista os objetivos do presente trabalho (EAGLESON et al., 1966), tendo sido o que apresentou os melhores resultados com cada sub-sistema. Outra técnica avaliada foi o método da programação Linear determinar a precipitação efetiva a partir dos dados de vazão e da função de respostas aos dados de vazão e precipitação efetiva previamente conhecidos, é utilizada (BRUE, 1984), utilizando normalmente para determinar a hidrografia unitária que melhor se adapta ao modelo. O método dos mínimos quadrados suavizado (MQS) (BRUE e HASBEE (1986) encontra-se algumas formas alternativas ao processo de deconvolução simples, devendo a facilidade com que pode ser implementado da precipitação efetiva através da equação do modelo ARX(p), que charakteriza a precipitação efetiva através das funções de resposta (veja seção 4.4).

Outras formas de deconvolução da Precipitação Efetiva

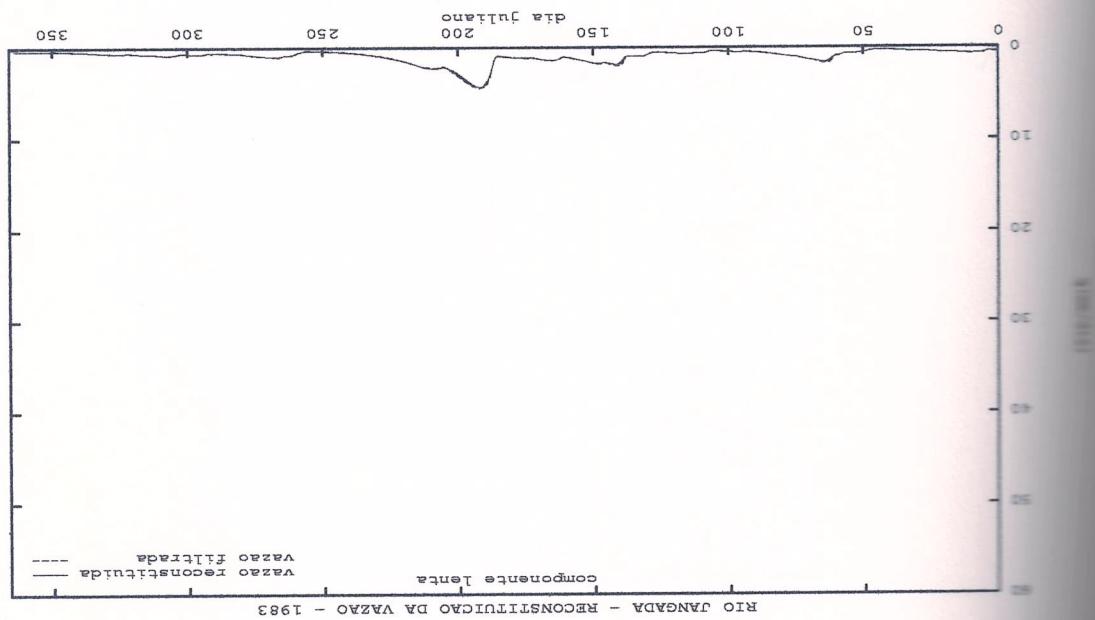
do ano de 1983, feitas a partir da precipitação efetiva estimada com os coeeficientes na seção 4.6. As figuras 4.14, 4.16 e 4.18 apresentam a reconstituição de uma relação entre a precipitação total e a precipitação efetiva, que seria portamento do modelo. Deve-se observar que os volumes não são iguais, estimada do ano de 1983 e a precipitação total observada, que nos dá uma estimativa de 4.13, 4.15 e 4.17, apresentadas na seção 4.4, mostram as séries de precipitação obtidos para o ano de 1971, o que nos dá uma ideia das funções de resposta (veja seção 4.4).

passam a ser consideradas como erros (ruídos), podendo então ser desprezadas as estimadas de $x_{(l)}^n$ futuram em torno de zero, as estimativas da

$$\hat{x}_{(l)}^n = y_{(l)}^n - a_{(l)}^{(1)} y_{(l)}^{n-1} - a_{(l)}^{(2)} y_{(l)}^{n-2} - \dots - a_{(l)}^{(d)} y_{(l)}^{n-d} \quad (4.30)$$

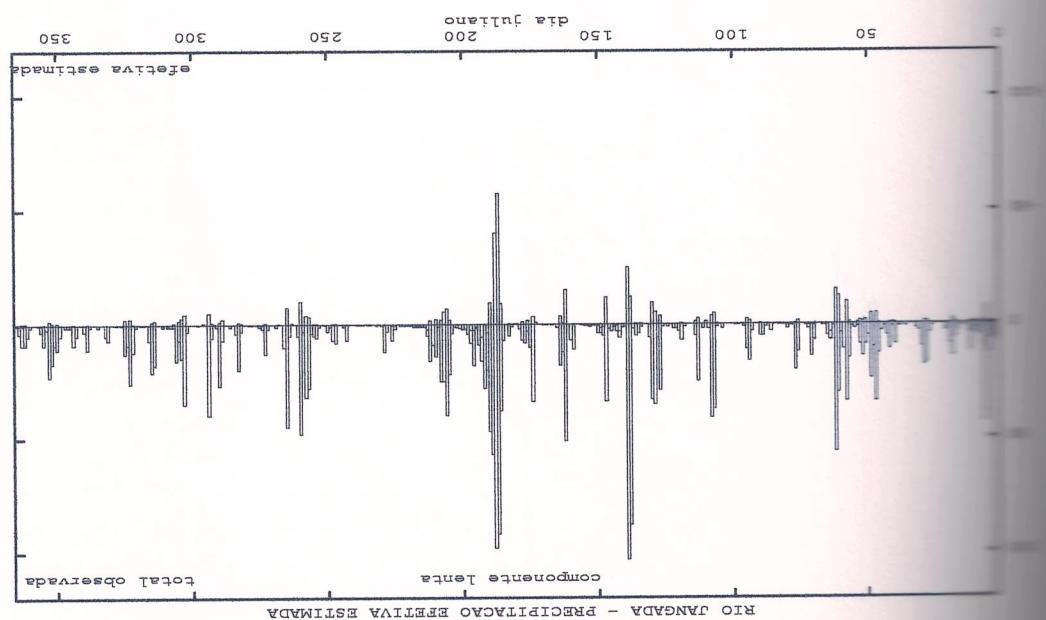
para o ano de 1971 e vazão observada no ano de 1983 - componente Lenha.

Figura 4.14: Reconstituição da vazão a partir dos coeficientes do modelo ARX(p) obtidos



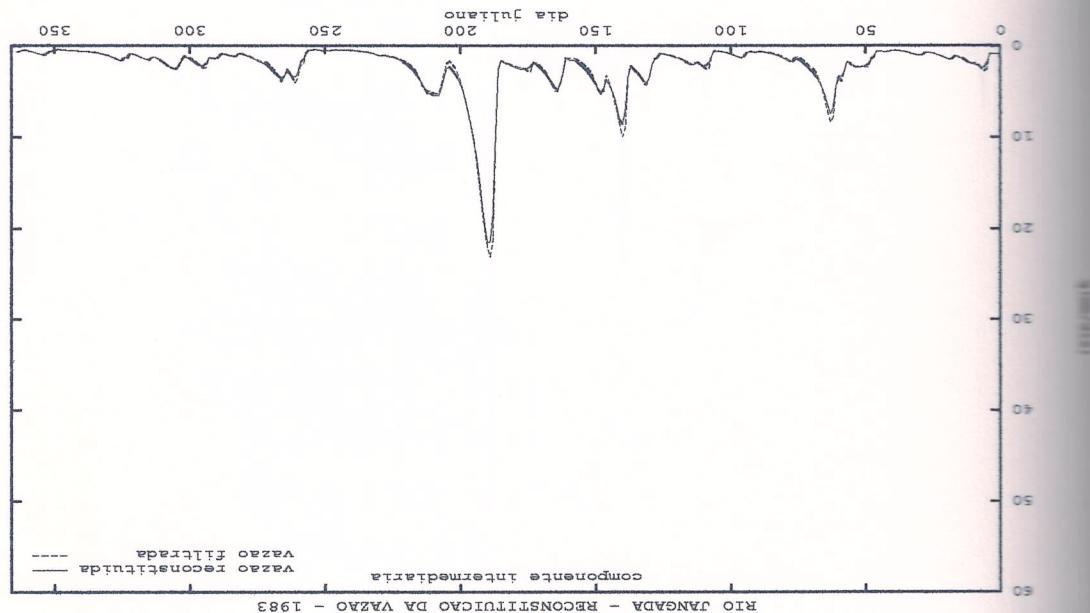
modo ARX(p); precipitação total observada.

Figura 4.13: Precipitação efetiva $\hat{x}_{(1)}$, da componente Lenha, estimada a partir da equação



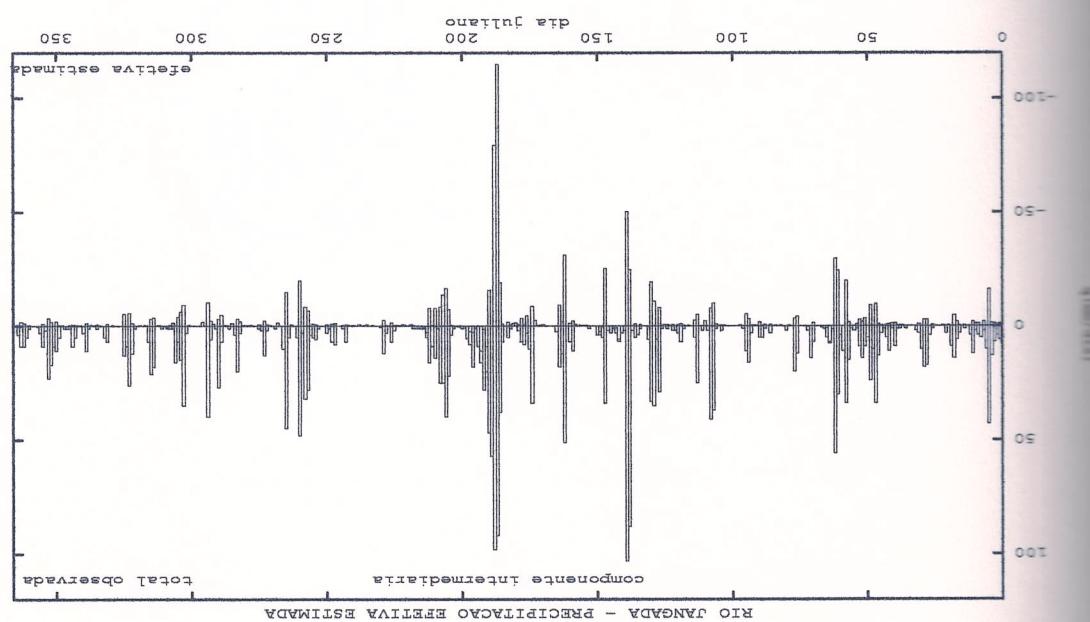
para o ano de 1971 e vazão observada no ano de 1983 - componente intermediária.

Figura 4.16: Reconstruindo a vazão a partir dos coeficientes do modelo ARX(p) obtidos



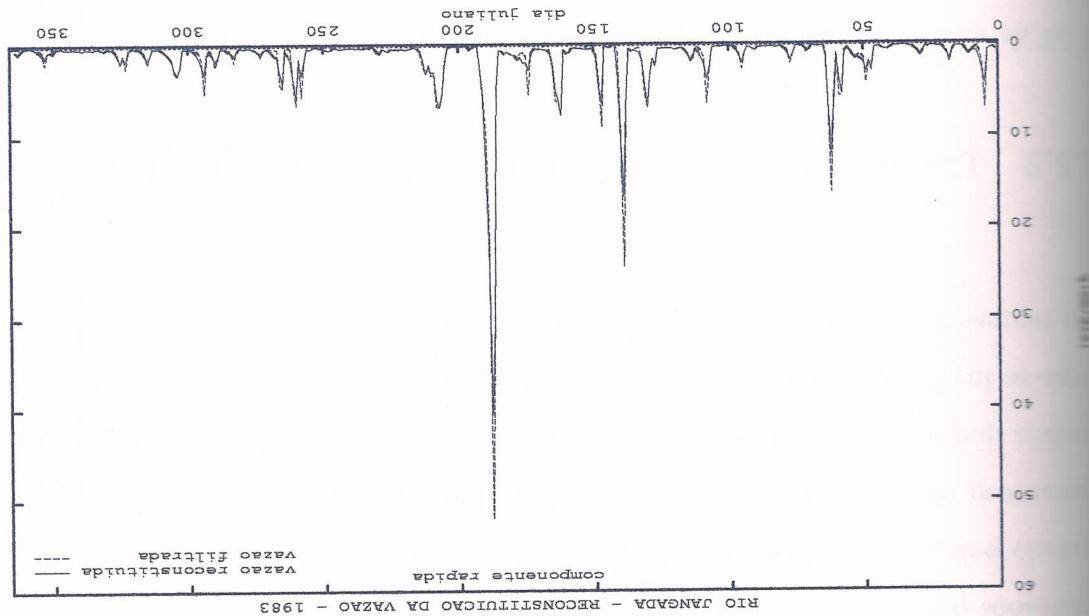
para o modelo ARX(p); precipitação total observada.

Figura 4.15: Precipitação efetiva $\hat{x}^{(2)}$, da componente intermediária, estimada a partir da



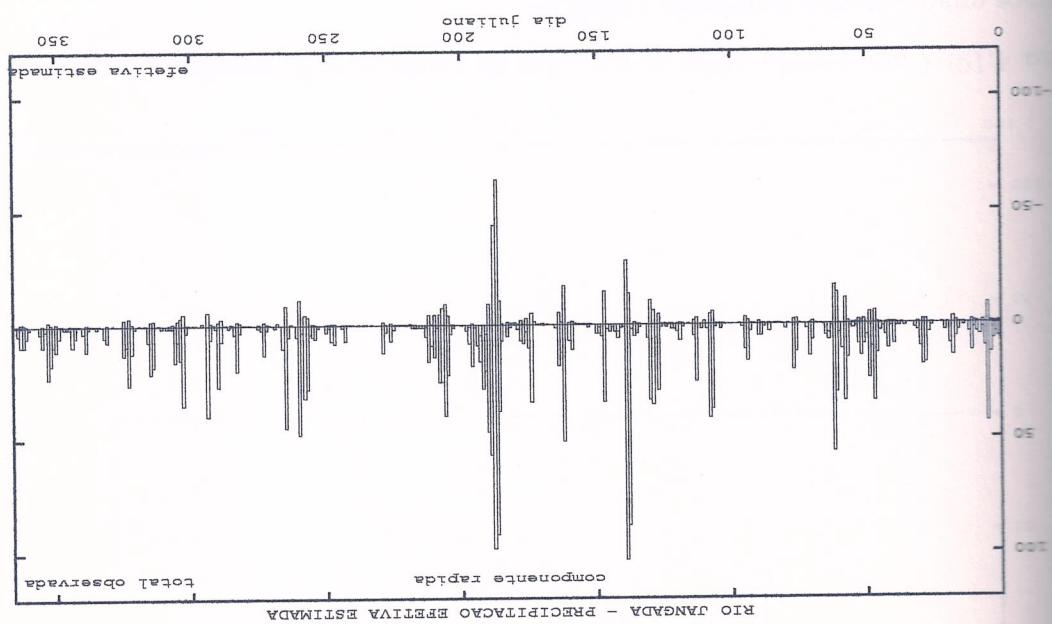
para o ano de 1971 e vazão observada no ano de 1983 - componente rápida.

Figura 4.18: Reconstruindo a vazão a partir dos coeficientes do modelo ARX(p) obtidos



modelo ARX(p); precipitação total observada.

Figura 4.17: Precipitação efetiva $\hat{x}_n^{(3)}$, da componente rápida, estimada a partir da equação



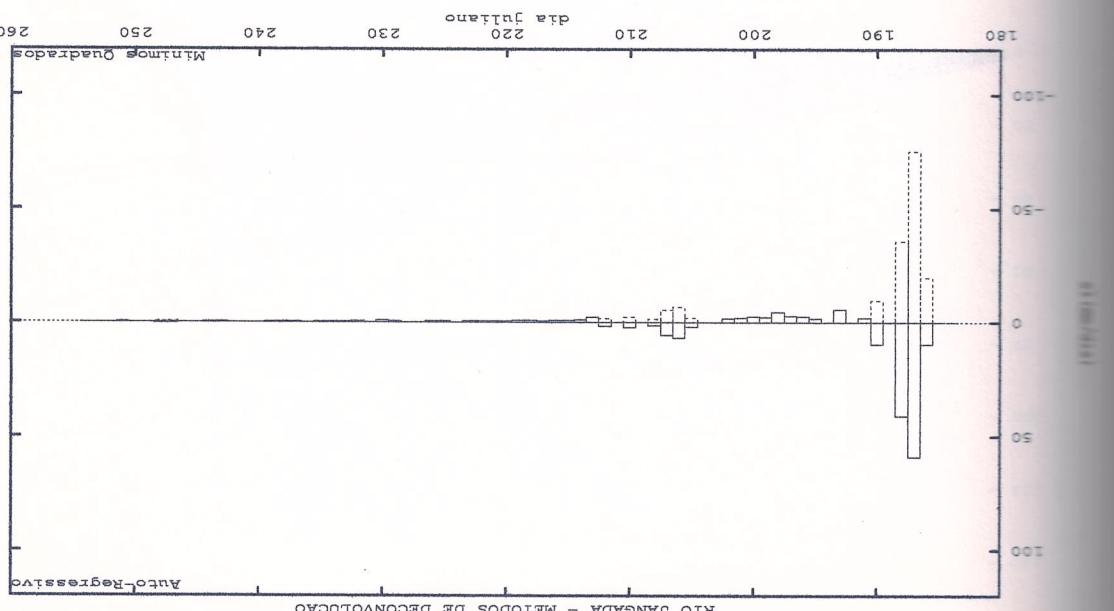
resultante da soma das componentes de precipitação efetiva estimadas figura 4.20. A componente da precipitação efetiva estimada $\hat{x}_{ij}^{(l)}$ contra a precipitação efetiva total, consideradas como as entradas de cada sub-sistema, é obtida a partir da plotagem de $\hat{x}_{ij}^{(l)}$ de separação da série de precipitação efetiva em componentes, que passarão a ser

4.5.2 Lei de Separação da Precipitação Efetiva em Componentes

A figura 4.19 mostra uma breve comparação entre os resultados obtidos através da decomposição simples e da decomposição convolucional (MQS) pelo método de 1983 no posto 6537000 do rio Jangada. Pode-se perceber a semelhança dos resultados obtidos por ambos os métodos, com o destaque para a futuração (ruído) apresentado um comportamento mais estavel (linha pontilhada). Deve ficar claro que na figura 4.19 não se observa a decomposição convolucional simples (em linha cheia), enquanto que (MQS) representa um comportamento mais instável (linha pontilhada).

A figura 4.19 mostra a decomposição convolucional simples e da decomposição convolucional simples e da decomposição convolucional utilizada o (MQS), aplicados a um período de 1983 no posto 6537000 do rio Jangada. Pode-se perceber a semelhança dos resultados obtidos por ambos os métodos, com o destaque para a futuração (ruído) apresentado pelo método da decomposição convolucional simples (em linha cheia), enquanto que (MQS) apresenta um comportamento mais instável (linha pontilhada).

A figura 4.19 mostra uma breve comparação entre os resultados obtidos através da decomposição convolucional simples e da decomposição convolucional suavizada (MQS).



$$x_{(l)} = c_0 x_n, \quad (4.32)$$

Para este caso em particular, de comportamento linear, a determinação da equação que define a lei de separação da precipitação efetiva em componentes é facilmente obtida

O comportamento linear verifica-se de forma linear.

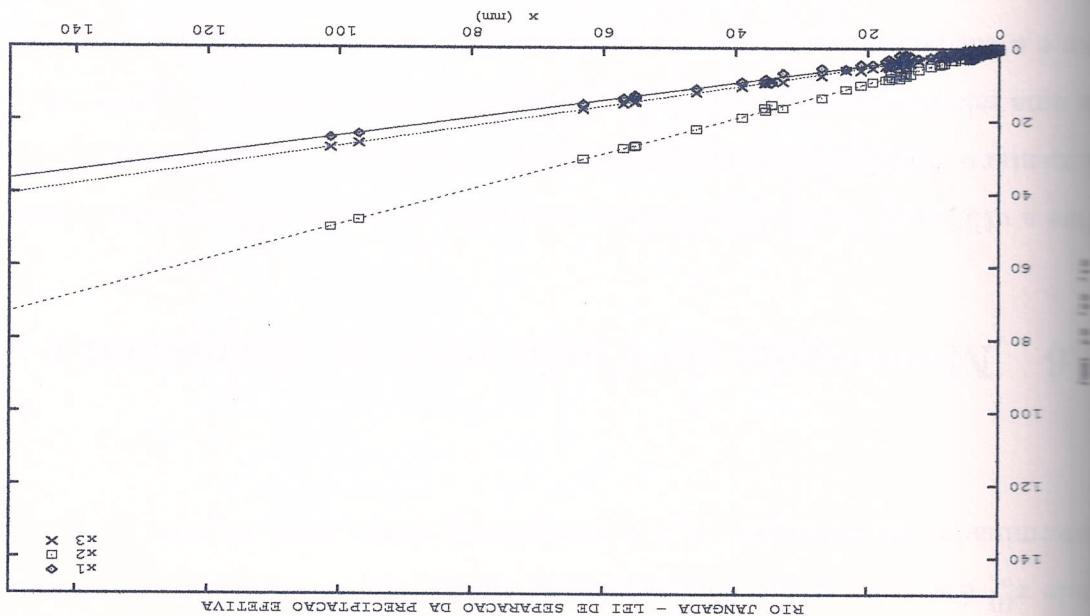
Assim, mas também a distribuição da precipitação efetiva através dos sub-sistemas se define de forma linear.

que define a lei de separação da precipitação efetiva é a soma das contribuições de cada sub-sistema identificado, pois todos os sub-sistemas ajustaram-se bem a modelos de Jangada, pertencente à bacia do Rio Iguaçu, não só temos um comportamento linear não-linear para as bacias dos rios Omono e Kama no Japão. Isto indica que, no caso concorda com os resultados apresentados em HINO e HASBE (1981), que obtiveram o comportamento linear verificado pela lei de separação obtida para o Rio Jangada,

onde x_n é a precipitação efetiva total e $x_{(l)}$ é a componente da precipitação efetiva.

$$x_n = \sum_l x_{(l)}, \quad (4.31)$$

Figura 4.20: Lei de separação da precipitação efetiva em componentes.



T_1 é o tamanho da janela dentro da qual se processa o cálculo da média móvel.

$$(4.34) \quad f_n = \frac{\sum_{t=T_1-n}^{T_1} p_t}{\sum_{t=T_1-n}^{T_1} x_t},$$

é a precipitação calculada por
tempo, calculada por
importamento de f . Para atenuar esta variabilidade, utilizou-se uma média móvel no
tempo bastante difícil ou relacionamento com variáveis que sejam capazes de explicar
tempo do coeficiente de escamamento através de (4.33) revela uma grande variabilidade,
 x_n é a precipitação efetiva total estimada e p_n é a precipitação total observada. O

$$(4.33) \quad f_n = \frac{p_n}{x_n},$$

é a precipitação efetiva em componentes.
é a entrada necessária para o modelo, sendo possível a partir daí a aplicação da Lei
de um relógio que transforme o total precipitado sobre a bacia em precipitação efetiva,
é definido um coeficiente de escamamento, que extraí da precipitação observada
é a utilização do modelo como um simulador da vazão, o único dado disponível para

4.5 Modelagem do Coeficiente de Escamamento f

$x^{(i)}$ é a componente da precipitação efetiva; c_0 é o coeficiente de ajuste da rete,
é a regressão pelo relógio de x_n é a precipitação efetiva total, ou seja, $\sum x^{(i)}$.

O comportamento da função de armazenamento calculada para cada sub-sistema é representado na figura 4.22. Pode-se perceber que a contribuição para o efeito de armazenmento da componente rápida é pequeno devido a maior velocidade e intermiténcia com

$$(4.37) \quad S_{(l)}^n = S_{(l)}^{n-1} + x_{(l)}^n - y_{(l)}^n$$

o armazenamento no instante n ; $S_{(l)}^{n-1}$ é o armazenamento no instante anterior da precipitação (4.36) ou mede a precipitação efectiva em y_n a vazão observada. Se adicionarmos aos termos da

$$(4.36) \quad S_{(l)}^n = S_{(l)}^{n-1} + x_{(l)}^n - y_{(l)}^n,$$

definida como processo de evapotranspiração, foi analisada uma função de armazenamento de água na Buscando incorporar ao modelo informações sobre o estado de umidade do solo e o

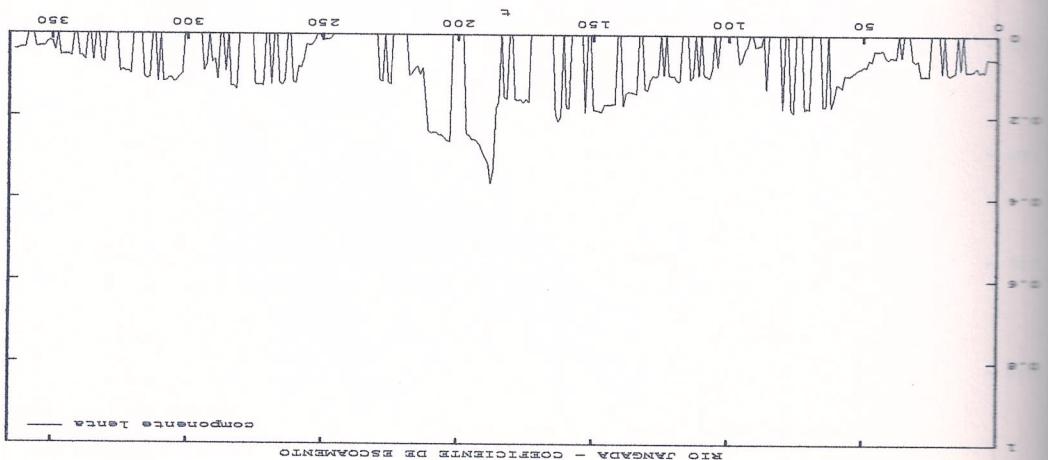
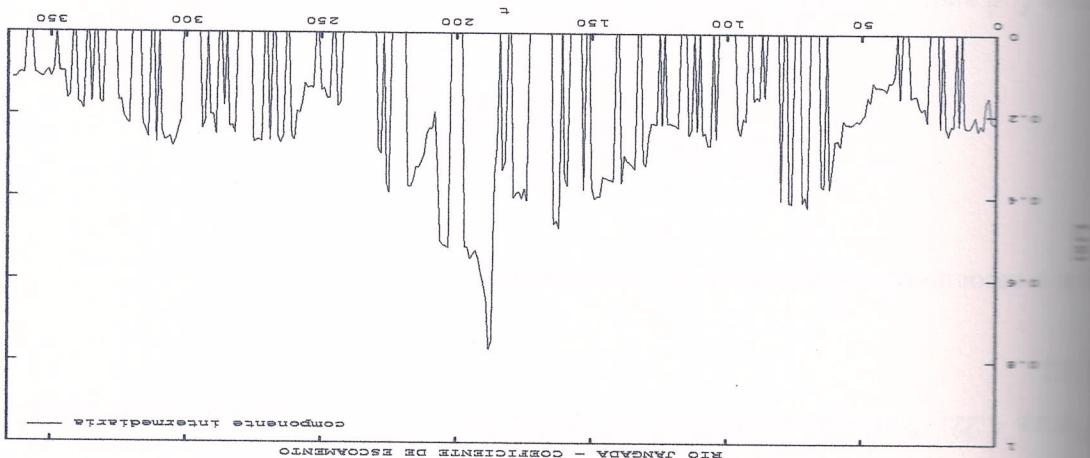
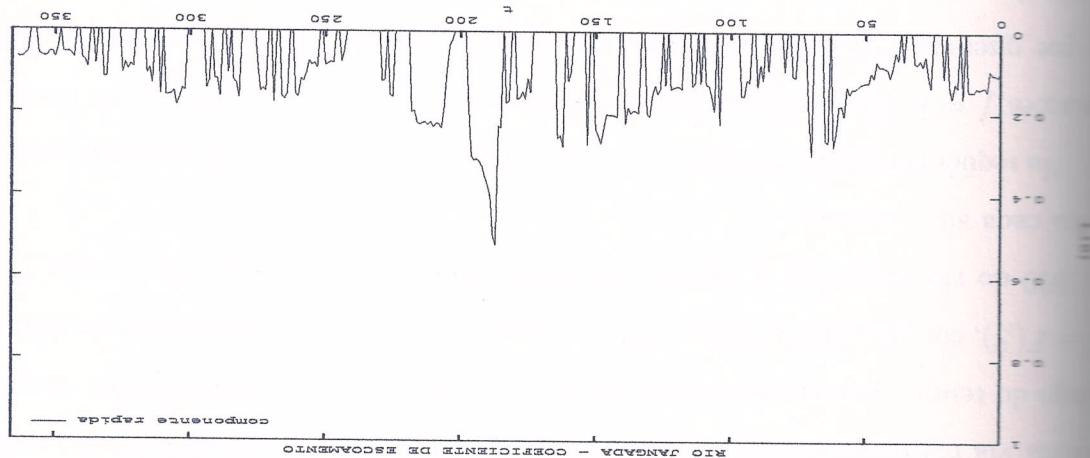
eficiente de escoamento é por definição nulo quando não há precipitação, ou seja, calculado a partir de (4.35), revelando o comportamento de f para cada sub-sistema. efectiva componente que se deseja obter. A figura 4.21 mostra o comportamento de f resultante a partir de (4.34), apenas considerando no lugar da precipitação efectiva total a res-

$$(4.35) \quad f_{(l)}^n = \frac{\sum_{t=T_1-n}^{T_1} p_t}{\sum_{t=T_1-n}^{T_1} x_{(l)}^t},$$

eficiente de escoamento pode ser calculado para cada componente do escoamento

(435, para o ano de 1983.) para cada sub-sistema.

Figura 4.21: Variação do coeficiente de escalamento no tempo, calculado pela equação

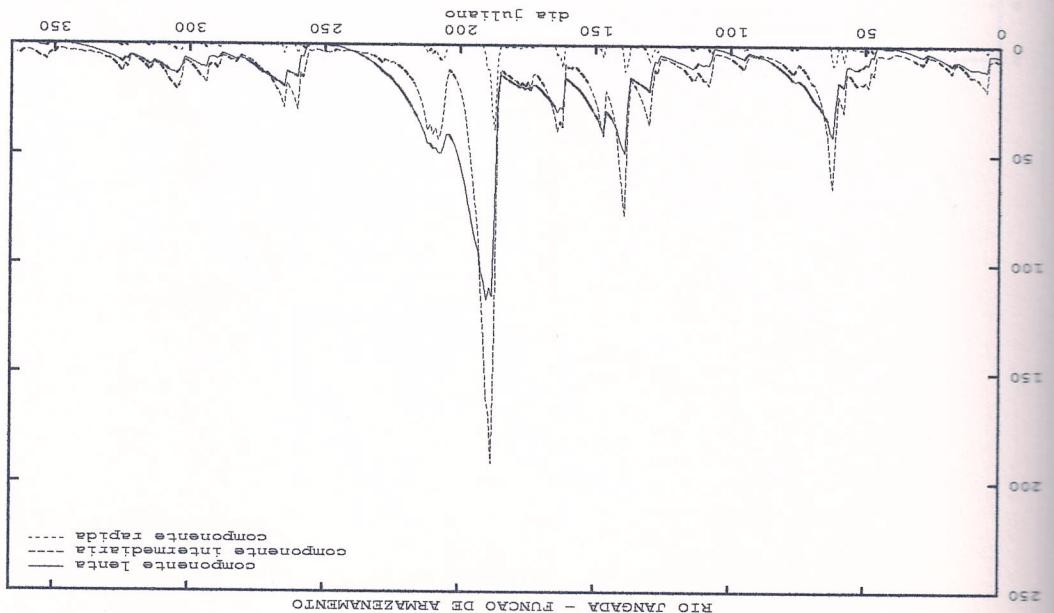


permato avaliar o desempenho do modelo hidrológico proposto. Na sequência desse trabalho, que será apresentada no capítulo 5, vamos procurar obter $f = F(S)$ que sejam representativas para os principais eventos de cheias, que é a que queremos modelar, e a partir daí simular a vazão para esses eventos, buscando $f = F(S)$, como mostra a figura 4.23, que apresenta um ajuste global para os anos de 1946 a 1990 do rio Jangada. A figura 4.24 apresenta o comportamento da função $f = F(S)$ para cada sub-sistema.

Na figura 4.24, que sejam representativas para os principais eventos de cheias, que é a que queremos modelar, e a partir daí simular a vazão para esses eventos, buscando $f = F(S)$, como mostra a figura 4.23, que apresenta um ajuste global para os anos de 1946 a 1990 do rio Jangada. A figura 4.24 apresenta o comportamento da função $f = F(S)$ para cada sub-sistema.

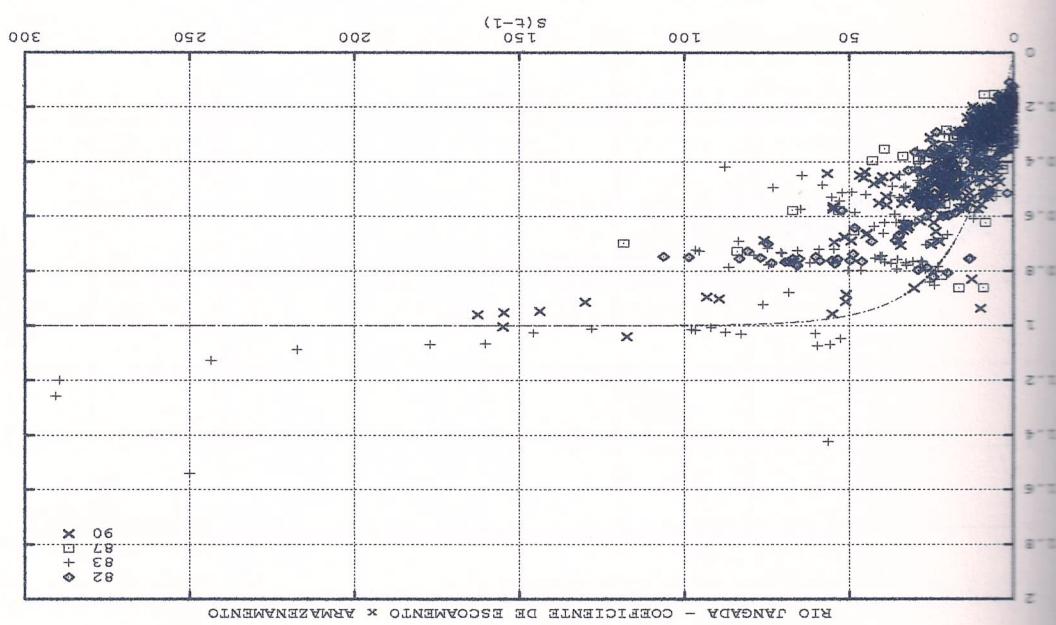
$$f_n = 1 - \exp\left(-\frac{S_0}{(S_{n-1} - S_*)}\right), \quad (4.38)$$

Figura 4.22: Variação da função de armazenamento ao longo do tempo para o ano de escoramento se processa. A função geral



do Jangada de 1946 a 1990.

Figura 4.23: Coeficiente de escoramento - f , contra a função de armazenamento global -



sistema do rio Jangada de 1946 a 1900.

Figura 4.24: Coeficiente de escoramento - f_s , contra a função de armazenamento para cada

