

observada em precipitação efetiva. dos escaramentos; e por fim, na seção 4.6 descreve-se a transformação da precipitação mostre a obtengão da precipitação efetiva a partir dos dados de vazão e a lei de separação parcial; a seção 4.4 mostra como obter a função de resposta unitária da bacia; a seção 4.5 ajustados a cada sub-sistema com o auxílio das funções de autocorrelação e autocorrelação de separação do escaramento por meio de filtro; na seção 4.3 os modelos ARX(p) são apresentados para uma visão geral da estrutura do modelo; na seção 4.2 descreve-se o processo destes assuntos dentro deste capítulo está organizada da seguinte forma: na seção 4.1 desto auto-regressivo com uma variável exógena de ordem p , ARX(p). A apresentação é simulada através da modelagem de cada sub-sistema identificado como um módulo onde acessaria à sua aplicação foi desenvolvida no capítulo 3, e um segundo módulo onde a linearizes auto-regressivos (HINO e HASBE, 1981, 1984), cuja a teoria matemática ne-camete por um módulo de identificação de componentes hidrológicas através de filtros modelo proposto pretendendo inicialmente simular vazões de cheias, sendo constituído basicamente de mecanismos de formação de cheias com as técnicas clássicas da hidrografia unitária. O nálide de integrar as metodologias que contemplam os conceitos mais atuais sobre os mecanismos hidrológicos que serão descrito ao longo deste capítulo foi concebido com a finalidade de integrar as metodologias que contemplam os conceitos mais atuais sobre os mecanismos de formação de cheias com as técnicas clássicas da hidrografia unitária. O modelo hidrológico que será descrito ao longo deste capítulo foi concebido com a finalidade de integrar as metodologias que contemplam os conceitos mais atuais sobre os mecanismos de formação de cheias com as técnicas clássicas da hidrografia unitária.

Capítulo 4

Um Modelo Hidrológico baseado em Filtros Lineares Auto-Regressivos

Com os modelos ajustados e os respetivos coeficientes determinados, é possível entao ser representado por um modelo $MA(\infty)$, que nada mais é do que a representação discreta unitária. Em caso de dividir neste ponto deve-se lembrar que um modelo $ARX(p)$ pode ser do modelo $ARX(p)$ e do modelo $MA(\infty)$ equivalente nos leva à função de resposta comhecer a função de resposta unitária de cada sub-sistema. A relação entre os coeficientes

função de autocorrelação e a função de autocorrelação parcial.

cada modelo são identificadas por meio de técnicas de análise de séries temporais como a separação da precipitação efetiva (seção 4.5.2). A ordem p é os respetivos coeficientes de menor linear e a não linearidade do sistema hidrológico como um todo estaria na lei de trabalho exógena, $ARX(p)$, sob a hipótese de que cada sub-sistema teria um comportamento idêntico e ajustado a um modelo auto-regressivo de ordem p com uma

A partir da separação do escoamento através do processo de filtragem, cada sub-

resultado que o filtro $AR(2)$ (veja figura 4.6), foi utilizado para separação do escoamento. Um modelo $AR(1)$, que por ser mais simples e ter apresentado basicamente os mesmos resultados que o filtro $AR(2)$. Neste trabalho, foi utilizada a separação de um filtro baseado de segunda ordem, $AR(2)$. Para tanto, HINO e HASBE (1981, 1984) utilizaram um filtro auto-regressivo rápido. Para tanto, HINO e HASBE (1981, 1984) utilizaram um filtro linear auto-regressivo duas ou três componentes de escoamento lento, escoamento intermediário e escoamento em aplicado aos dados de vazão observados, determinando a separação do escoamento hidrológicas a partir apenas dos dados de vazão. Inicialmente um filtro linear auto-regressivo

A figura 4.1 mostra um esquema do processo de identificação de componentes hi-

onde se processa a simulação da vazão para cada sub-sistema idêntico.

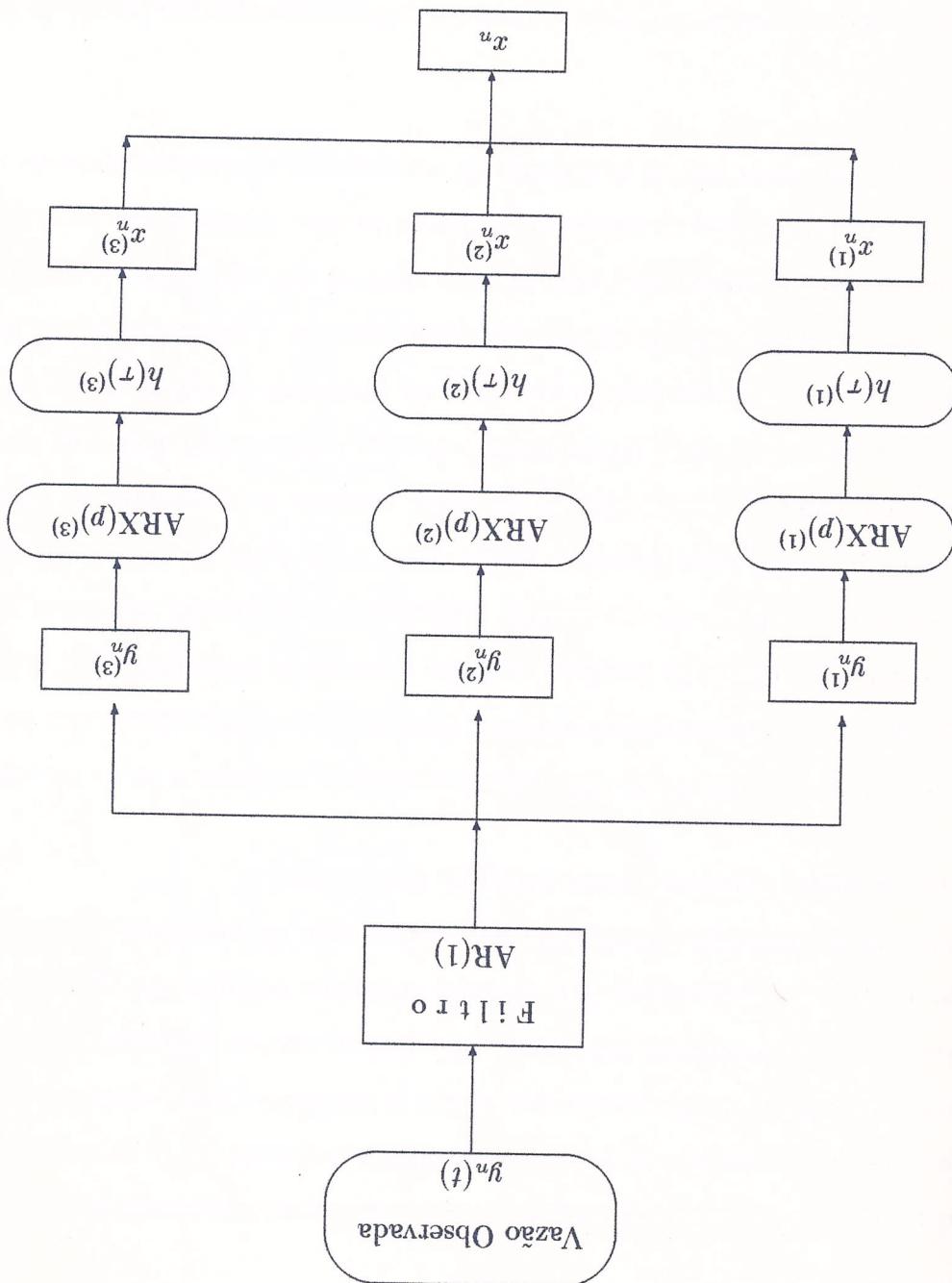
cada sub-sistema idêntico é a lei de separação do escoamento. O segundo módulo é composto pelas técnicas de identificação de componentes hidrológicas (HINO e HASBE, 1981, 1984), que possibilitam separar o escoamento em componentes através de filtros lineares auto-regressivos, obtém a função de resposta unitária e a precipitação efetiva de

O modelo hidrológico desenvolvido está estruturado em dois módulos. O primeiro módulo

4.1 Estrutura do Modelo

hidrológicas.

Figura 4.1: Diagrama esquemático do módulo de identificação de componentes hidrológicas.



Módulo de Identificação de Componentes Hidrológicas

Para representar o comportamento do coeficiente de escoramento em função da umidade de balanço entre o volume de água que entra na bacia x (precipitação efetiva) e o que sai da solo, define-se uma função de armazenamento S , que nada mais é do que uma equação que (vezão). Desta forma é possível estabelecer relações $f = F(S)$ que permitem estimar a umidade de solo maior se a umidade de escoramento é consequentemente maior a umidade do solo.

Para entendermos no módulo de simulação é necessário conhecer a lei de transformação de precipitação total em precipitação efetiva. Este é um problema clássico da hidrologia, geralmente definido através de funções de perdas e curvas de infiltração (LINSLEY et al., 1975). Dentro do contexto de um modelo hidrológico simplificado, define-se um coeficiente de escoramento f , como sendo a relação entre a precipitação efetiva estimada, que por construir possui o mesmo volume da vezão escorada, e a precipitação total observada. Na verdade o cálculo de f é feito através de uma média móvel dentro de uma janela de tamanho T_1 , da mesma ordem de grandeza da constante de tempo T do filtro. Isto é feito devendo a grande oscilação apresentada pelo valor de f calculado pontualmente, que dificulta a relação entre de f com alguma variável que seja capaz de explicar o seu comportamento com relação ao estado de umidade do solo. Como se sabe, quanto maior a umidade do solo maior será o coeficiente de escoramento e consequentemente maior a umidade de solo maior se a umidade de escoramento é consequentemente maior a umidade do solo.

Finalmente, a lei de separação da precipitação efetiva em componentes é determinada, plotando-se cada componente da precipitação efetiva estimada ($x_{\text{ef}}^{(l)}$), contra a somatória das componentes ($\sum x_{\text{ef}}^{(l)}$). De acordo com HINO e HASBE (1981) estas funções devem apresentar um comportamento não linear, pois seriam elas as responsáveis pela não linearidade do sistema hidrológico. No entanto, conforme veremos em na seção 4.5 e no capítulo 5, nossos resultados mostraram que a separação da precipitação efetiva para o caso do rio Janegeada, Palmital e Areia se faz de forma linear.

Finalmente, a lei de convolução entre a função de resposta $x(\tau)$ e $h(t - \tau)$ (veja seção 3.3). A integral de convolução entre a função de resposta $x(\tau)$ e $h(t - \tau)$ é $\int h(t - \tau) x(\tau) d\tau$. O super-índice l indica a componente linear ($l = 1$), intermediária ($l = 2$) e sub-sistema. O super-índice l indica a componente linear ($l = 1$), intermediária ($l = 2$) e dos do processo de filtragem nos leva à estimativa da precipitação efetiva, $x_{\text{ef}}^{(l)}$, de cada operação de decconvolução entre a função de resposta unitária e os dados de vezão obtidos do processo de filtragem nos leva à estimativa da precipitação efetiva, $x_{\text{ef}}^{(l)}$, de cada

$$(4.1) \quad \frac{dy_{(1)}}{dt} + \frac{1}{T_{y_{(1)}}} y_{(1)} = f(t)$$

representado pela equação diferencial (veja seção 3.3)

Um filtro numérico que atende as características de um filtro de passa baixa pode ser

passa-baixa, ou seja, que permite a passagem somente das baixas freqüências. Idenfificagão da freqüência de corte característica desse escocamento é aplicar um filtro de simais de baixa freqüência. Desta forma, é possível separar o escocamento lenito através da de freqüências características, como por exemplo, o escocamento lenito que é dominado por simais de vários sub-sistemas cada um dos quais responsável por uma determinada faixa de escocamento baseia-se no fato de que o sinal de saída de um sistema é composto pelos A utilizagão de filtros lineares na separação de um hidrografia de cheias em componentes

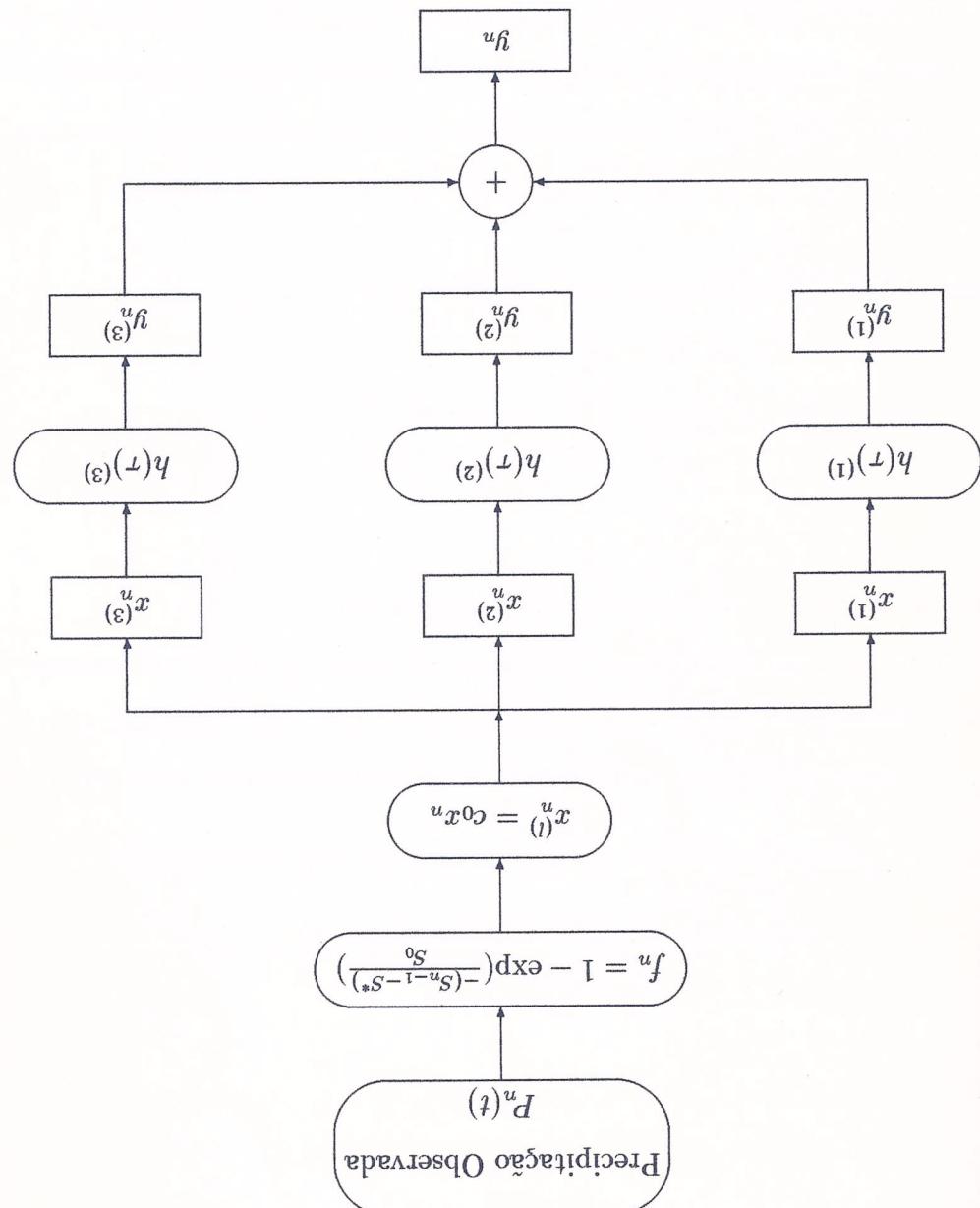
4.2 A Separagão do Escocamento

As seguintes seções apresentam os detalhes da obtenção dos parâmetros, coeficientes e funções integrantes desse modelo hidrológico de simulação de cheias.

Na figura 4.2 vemos um esquema representativo do módulo de simulação de vazões a vazão simulada de cada sub-sistema, que somadas resultam na vazão total simulada. Sub-sistema. A convolução da função de resposta unitária e a precipitação efetiva produz idenfificagão. Cada componente da precipitação efetiva é entao a entrada do respectivo posteriormente separada em componentes pela lei de separação obtida no módulo de do modelo hidrológico. A partir da estimativa de f a precipitação efetiva é obtida e destes reservatórios hipotéticos para cada sub-sistema.

As equações para o cálculo de f e S e as curvas $f = F(S)$, mostrando o comportamento em funçao do estado de armazenamento de água na bacia. Na seção 4.6 são apresentadas

Figura 4.2: Diagrama esquemático do módulo de simulação.



Módulo de Simulação

onde b e a_l são os coeficientes do modelo AR(1), que podem ser obtidos a partir das

$$y_{(1)}^{(1)} = by_n + a_l y_{n-1} \quad (4.3)$$

discreta equivalente, que nada mais é do que um modelo AR(1), representado por quadro. Dada a simplicidade da equação (4.1) podemos obter diretamente a equação ARX(p) e obtida aplicando-se a transformada Z ou um esquema de discretização adequadamente. Conforme visto na seção 3.3, a relação entre uma equação diferencial e um modelo

cuja representação gráfica pode ser vista na figura 4.3

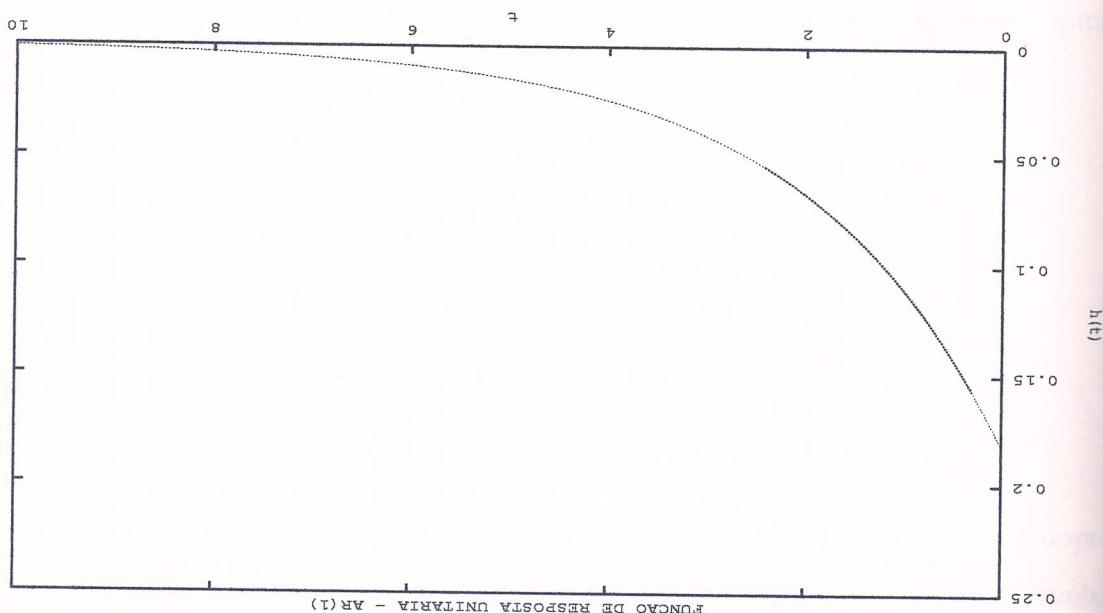
$$h(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau < 0 \\ \frac{1}{T} e^{-\tau/T} & \tau \geq 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

característica do filtro representado por (4.1) é dada por

tanente de tempo do filtro que define a frequência de corte. A função de resposta unitária geralmente atribuída ao escoramento subterrâneo, y_n é o termo forçante e T é a constante de tempo que define a frequência de corte. A função de resposta unitária é dada por

onde $y_{(1)}$ é a saída do sistema e representa a componente lenta do escoramento ($l=1$),

Figura 4.3: Função de resposta do sistema descrito pela equação diferencial 4.1.



HINO e HASBE, 1984).

em outras escala de tempo pode ser necessário a introdução de alguma modificação (veja diária e portanto toda a formulação apresentada está baseada neste fato. Para aplicá-la mais adiante. É importante observar que os dados utilizados neste trabalho estão na escala da série de dados; T é a constante do filtro e a é um fator de ajuste que serve explicado logo onde $y_{(1)}^{(1)}$ é a vazão filtrada; y_n é a vazão total observada; Δt é o intervalo de discretização

$$y_{(1)}^{(1)} = \frac{\Delta t}{\Delta t} \left\{ y_n + a \left(1 - \frac{\Delta t}{\Delta t} \right) y_{(1)-1}^{(1)} \right\}, \quad (4.7)$$

Filtro auto-regressivo de primeira ordem AR(1)

Substituição os valores de a_1 e b na equação (4.3) obtémos então a equação final do

$$a_1 \approx \left(1 - \frac{\Delta t}{T} \right). \quad (4.6)$$

sendo que a_1 pode ser approximado por uma série de Taylor, truncada no primeiro termo:

$$a_1 = e^{-\Delta t/T}, \quad (4.5)$$

$$\frac{\Delta t}{T} = q, \quad (4.4)$$

valores obtidos para q e a_1 através das referidas equações resultam os seguintes equações (3.43), provenientes da relação entre um modelo MA(∞) e um AR(p). Os

A plotagem num gráfico de $q(t)$ contra $q(t + \Delta t)$ deve resultar numa linhareta passando pela origem dos eixos e cuja a inclinação é dada por

$e^{1/T}$ é a constante de esvaziamento do reservatório,
onde q_t é a vazão observada durante os períodos de estação; Δt é o intervalo de tempo,

$$q(t + \Delta t) = e^{-\frac{1}{T}} q(t) \quad (4.9)$$

reproduzido em cada uma das faixas pela lei exponencial,
de esvaziamento da bacia após o término da precipitação e cujo comportamento é bem
imágenes podem ser entendidas como as variações escalas de tempo envolvidas no processo
hidrográficas de cheia nos mostra a existência de diferentes imágenes atingir-se uma
qual ocorre a separação entre os escaramentos. Uma análise da curva de recessão das
A frequência de corte definida em (4.8) deve ser interpretada como a frequência na

HASEBE, 1984).

Uma possibilidade para a determinação da frequência de corte do filtro é a utilização
de ferramentas de análise espectral, como por exemplo, a determinação das funções de
correlação e fase entre a precipitação e a vazão (HINO e HASEBE, 1981). Outra possi-
bilidade é a utilização de técnicas de análise de séries temporais, calculando as funções
de autocorrelação e autocorrelação parcial. Uma forma bastante conhecida e conveniente
mente mais simples é a análise das curvas de recessão das hidrográficas de cheia (HINO e

$$f_c = \frac{T}{1} \quad (4.8)$$

Para a construção de um filtro numérico deve-se primeiramente determinar a sua constante por T , ou melhor, a frequência de corte do filtro, que é dada simplesmente por

4.2.1 Construção do Filtro Numérico

Com a aplicação das técnicas de análise das curvas de recessão aos registros do rio Janeira no posto 6537000 do DNASE, entre os anos de 1946 e 1990, foram obtidos para a frequência de corte os valores de 47 dias para a componente do escoamento lento ($l = 1$) e de 5 dias para a componente do escoamento intermediário ($l = 2$).

A figura 4.4 mostra a plotagem das vazões de recessão do rio Janeira entre os anos de 1946 e 1990. O valor da inclinação K poderia ser obtido normalmente por uma regressão linear passando pela origem dos eixos. No caso da figura 4.4 considerou-se que a evolução superior fosse representativa da recessão do rio, uma vez que os pontos inferiores poderiam estar contaminados por outras escalações de tempo que o programa de identificação de recessões não teria conseguido eliminar. Percebe-se também, que para uma vazão superior aproximadamente a $55 \text{ m}^3/\text{s}$ existe uma outra tendência de inclinação da reta de ajuste, indicando que para precipitações cuja intensidade seja capaz de gerar vazões superiores a essa vazão, torna-se necessária a determinação de uma terceira componente do escoamento, ou seja, passa a existir a componente de escoamento rápido na bacia.

$$T = \frac{\ln(K)}{1}. \quad (4.11)$$

onde Δt é o intervalo de discretização dos dados; T é a constante de recessão, ou seja, a constante que regula o esvaziamento de um reservatório subterrâneo, hipoteticamente linear, e que é também a constante do filtro. O valor da constante T fica facilmente determinado pela simples manipulação algébrica de (4.10), resultando em

$$K = e^{-\frac{T}{\Delta t}} = \frac{b(t)}{b(t + \Delta t)}, \quad (4.10)$$

Portanto o ajuste deve ser feito de forma iterativa num processo de tentativa e erro:

$$y_n - y_{(1)} \geq 0, \quad \forall n. \quad (4.13)$$

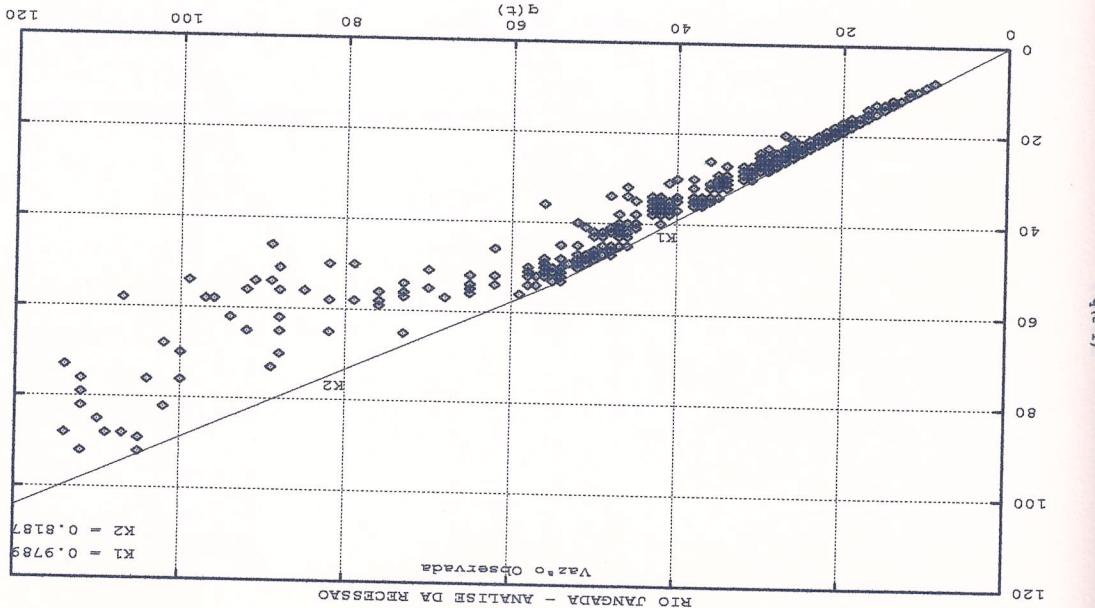
Neste ponto fica evidente a necessidade do fator α . Ele deve ser ajustado de forma a não permitir a existência de componentes negativas, ou seja, deve satisfazer a seguinte expressão:

$$y_n^{(2)} = y_n - y_{(1)}. \quad (4.12)$$

Tendo sido determinada a frequência de corde do filtro, resta apenas aplicar a equação (4.7) para obter a primeira componente do escoamento $y_{(1)}$. A figura 4.5 ilustra o resultado obtida diretamente através da relação de uma operação de filtragem para a componente subterrânea. A segunda componente é de uma operação de filtragem para a componente superfície. A figura 4.6 ilustra o resultado de uma operação de filtragem para a componente atmosférica.

4.2.2 O Processo de Filtragem e o Fator α

Figura 4.4: Vazões de recesso no rio Jangada, posto 6537000 - DNAME, nos anos de 1946 a 1990.



emprégaramos a equação (3.33), sujeita aos coeficientes dados pelas equações (3.30), (3.31) forma, se ao invés de aplicarmos a equação (4.7) para efectuar a separação do escoramento, temo como base as equações de um filtro auto-regressivo de ordem dois, AR(2). Desta No capítulo 3 a teoria matemática dos filtros lineares auto-regressivos foi desenvolvida

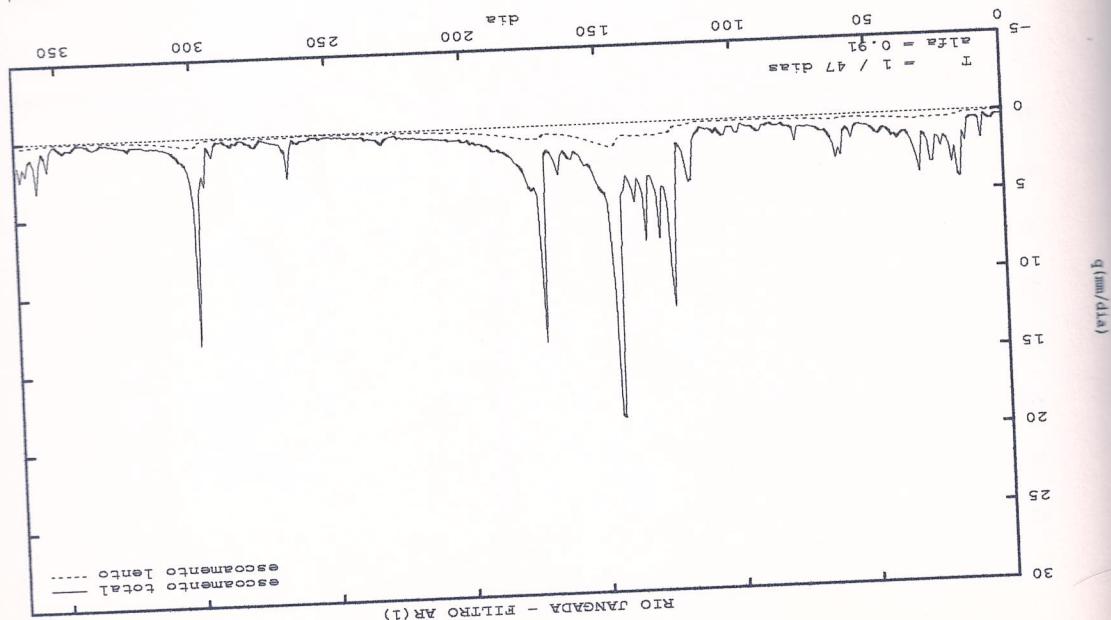
4.2.3 Comparação entre os Filtros AR(1) e AR(2)

anterior de $y_n^{(2)}$ e o novo valor de $y_n^{(2)}$, obtida a partir da constante "K2" na figura 4.4. resultado da nova filtragem é a terceira componente $y_n^{(3)}$ surge da diferença entre o valor com a constante de tempo $T = 5$ dias. Deve-se observar que o novo valor de $y_n^{(2)}$ é o componente. A componente $y_n^{(2)}$ é então submetida a uma nova operação de filtragem inclinada na curva de recessão (veja, figura 4.4), existe a necessidade de uma terceira No caso em que a precipitação atinge intensidades maiores, provocando a seguinte

para a filtragem da primeira componente é 0.85 para a segunda.

(LINSLEY et al., 1975; BARNES, 1940). Os valores assim ajustados para a forma 0.91 diziú bem os resultados obtidos com as técnicas clássicas de separação de escoramentos erro. De toda forma, a separação através desta técnica de filtragem reproduzirá rapidamente para o ano de 1983 - rio Jangada.

Figura 4.5: Separação do escoramento total em escoramento Lento e escoramento inter-

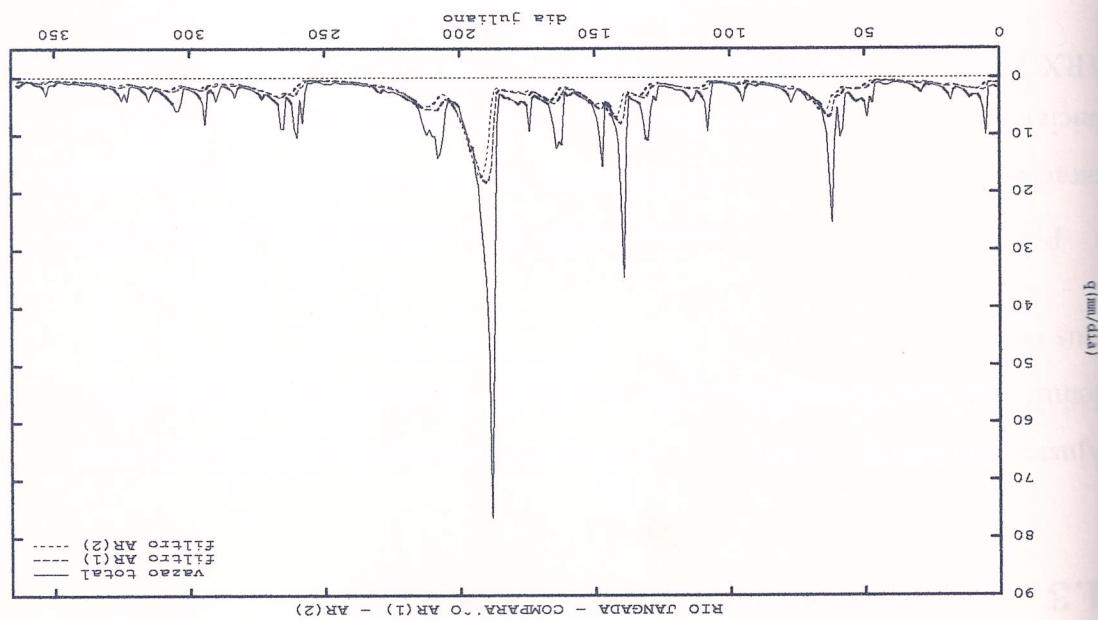


A figura 4.6 mostra o resultado comparativo entre as separações de escoamento feitas pelo filtro AR(1) e um filtro AR(2). As diferenças apresentadas entre as travessas de um filtro AR(1) e um filtro AR(2) são da mesma ordem de grandeza dos erros apresentados entre as duas formas de filtragem. Sendo assim, é possível processá-las com os mesmos métodos clássicos de hidrogramas (ARAÚJO e DIAS, 1995), onde verificou-se que as diferenças percebidas eram compatíveis com os erros envolvidos neste tipo de operação. Neste caso, é possível utilizar com a utilização do filtro AR(1) para separar o escoamento total em componentes de escóamento, para posteriormente determinar a precipitação efetiva de cada sub-sistema identificado.

Figura 4.6: Comparação entre as filtragens por um modelo AR(1) e um modelo AR(2) e (3.32) e à mesma frequência de corte (47 dias para a componente Lenta) obtida para o filtro AR(1), podemos comparar os resultados da filtragem por ambos os métodos.

Para o ano de 1983 - rio Jangada.

Figura 4.6: Comparação entre as filtragens por um modelo AR(1) e um modelo AR(2)



Considerando que não existe correlação entre as variáveis z_{n-k} e bz_n , e que os coeficientes a_p sejam constantes (estacionariedade), podemos retira-los para fora do operador E , resultando para a função de autocovariância a expressão

$$E[z_{n-k}z_n] = E[z_{n-k}(a_1z_{n-1} + a_2z_{n-2} + \dots + a_p z_{n-p} + bz_n)] = E[a_1z_{n-1} + a_2z_{n-2} + \dots + a_p z_{n-p}] = (4.17)$$

como sendo o valor esperado do produto de z_n por z_{n-k} , e portanto

$$z_{n-k} = \underline{y_{n-k}} - \underline{y_n}, \quad (4.16)$$

$$Z_n = \underline{y_n} - \underline{y_{n-k}}, \quad (4.15)$$

e que possua média zero, ou seja,

$$y_n = a_1y_{n-1} + a_2y_{n-2} + \dots + a_py_{n-p} + bz_n, \quad (4.14)$$

Para a identificação dos modelos ARX(p) é necessário conhecermos algumas das suas características principais e suas funções de autocorrelação e autocovariância de um processo auto-regressivo, bem como definir a função de autocovariância de um processo auto-regressivo ARX(p), descrito pela equação

Ajustar um modelo ARX(p) a uma série de dados significa identificar a ordem p , ou seja, definir o número de coeficientes da equação que melhor representará a série de dados e os seus respectivos valores.

4.3 Ajuste dos Modelos ARX(p)

$$a_{11} = r_1, \quad (4.21)$$

Jungão de autocorrelação parcial, que não foi utilizada neste trabalho, dada por Em BOX e JENKINS (1970) encontra-se uma forma alternativa para o cálculo da

de um modelo ARX(p) obtém-se um conjunto de coeficientes a_1, a_2, \dots, a_p . ARX(2), obtém-se outro conjunto de coeficientes a_1 e a_2 e assim sucessivamente até o ajuste ARX(1), obtém-se um coeficiente a_1 , para o ajuste de um modelo ajuste de um modelo ARX(p) ajustado, ou seja, para o que deve ser resolvida para cada ordem p do modelo ARX(p) ajustado, ou seja,

$$p^p = a_1 p^{p-1} + a_2 p^{p-2} + \dots + a_p, \quad (4.20)$$

:

$$p^2 = a_1 p_1 + a_2 + \dots + a_p p^{p-2}$$

$$p^1 = a_1 + a_2 p_1 + \dots + a_p p^{p-1}$$

equações de Yule-Walker (BRAS e ITURBE, 1984), A equação (4.19) pode ser escrita para $k = 1, 2, 3, \dots, p$, o que resulta no sistema de

$$\rho_k = a_1 \rho_{k-1} + a_2 \rho_{k-2} + \dots + a_p \rho_{k-p}. \quad (4.19)$$

onde $\gamma_{k-p} = E[z_{n-k} z_{n-p}]$. Se dividirmos (4.18) pela variância de um processo estacionário γ_0 , vamos obter a *jungão de autocorrelação* representada por

$$\gamma_k = a_1 \gamma_{k-1} + a_2 \gamma_{k-2} + \dots + a_p \gamma_{k-p}. \quad (4.18)$$

obtida para o rio Jangada (posto 6537000 do DNAAE), entre os anos de 1946 e 1990. Na figura 4.7 vemos um exemplo da função de autocorrelação para a componente Lenta,

assunto pode ser encontrada em YEVJEEVICH (1964). Para os parâmetros de modelos auto-regressivos. Uma discussão mais detalhada desse efeitos é também por não ser objetivo desse trabalho determinar os melhores estimadores poss as séries de dados de que se dispõe são suficientemente longas para minimizar esses erros ou maior tendência ("bias"). Isto não será alvo de preocupaçāo neste trabalho. Existem algumas discussões em torno de outros estimadores de r_k que apresentam me-

$$s^2 = \frac{N-1}{N} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2. \quad (4.25)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^T y_t. \quad (4.24)$$

através das expressões onde N é o número de elementos da série de dados; as estatísticas \bar{y} e s^2 são obtidas

$$r_k = \frac{s^2}{\sum_{t=1}^{N-k} \frac{1}{N} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}, \quad (4.23)$$

da seguinte expressão: de p pélas suas estimativas r_k , calculadas a partir das séries de dados observados através Para uma estimativa dos parâmetros da equação (4.20) deve-se substituir os valores

onde a notação a_{pp} representa o coeficiente a_p , ajustado para um modelo de ordem p .

$$a_{p+1,p+1} = \frac{1 - \sum_{k=1}^p a_{p,k} r_k}{\sum_{k=1}^p a_{p,k} r_{p+1-k}}. \quad (4.22)$$

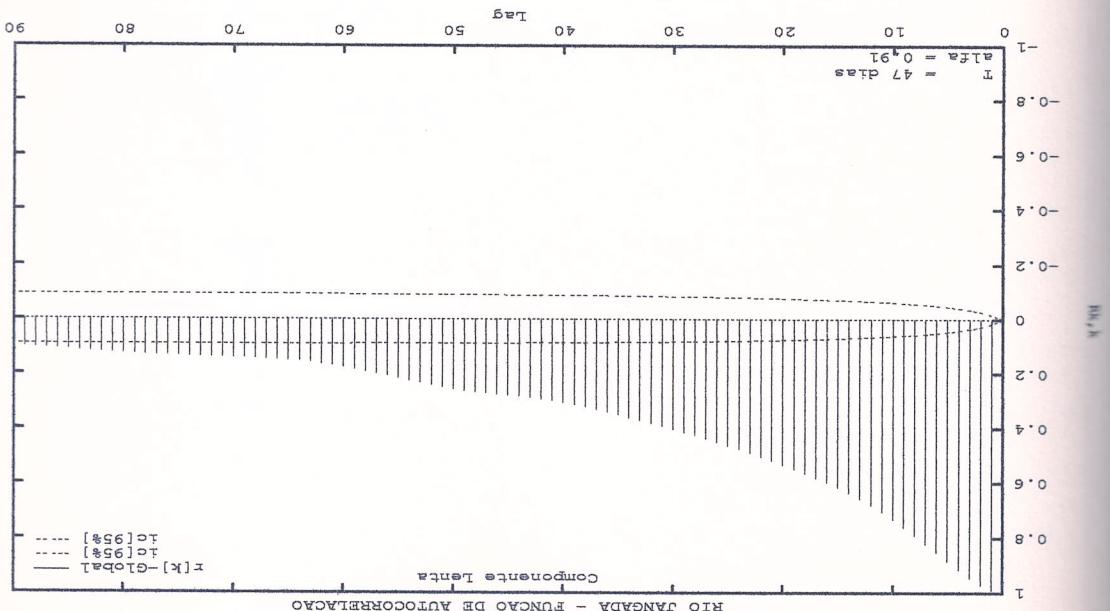
A figura 4.8 mostra um exemplo da função de autocorrelação parcial para a compo- mente lenta, obtida para o mesmo posto do rio Jangada, entre os anos de 1946 e 1990.

A função de autocorrelação parcial exerce a mesma finalidade para os modelos autoregressivos puros, que a função de autocorrelação desempenha na identificação dos modelos móveis puros. Para um modelo para um MA(q) o seu decaimento é exponencial, os media móvel puros. Para um modelo para um ARX(p), a função de autocorrelação parcial caí abruptamente após a ordem p . Desta forma, a importância de se conhecer a forma da função de autocorrelação parcial é para poder determinar a ordem do modelo ARX(p) e os seus respectivos coeficientes.

A função de autocorrelação é muito útil na identificação de modelos média móvel puros, pois o seu comportamento típico de queda brusca após a ordem q do modelo, permite a identificação. No caso da figura 4.7 temos um decaimento exponencial, o que indica a possibilidade de um modelo ARX(p), sendo necessário então a obtenção da função de autocorrelação parcial.

Jangada (6537000-DNAEE) - 1946 a 1990.

Figura 4.7: Função de autocorrelação da componente do escoramento subterrâneo do rio



a variância é apenas uma função do número de observações, ou seja,
tudo branco, ou seja, são independentemente distribuídas e aproximadamente normais,
caso abruptamente após o lag $k > p$, segundo BOX e JENKINS (1970), tendem a um
No caso da função de autocorrelação parcial de um modelo ARX(p), suas estimativas

que aparece plotado como uma linha tracejada na figura 4.7.

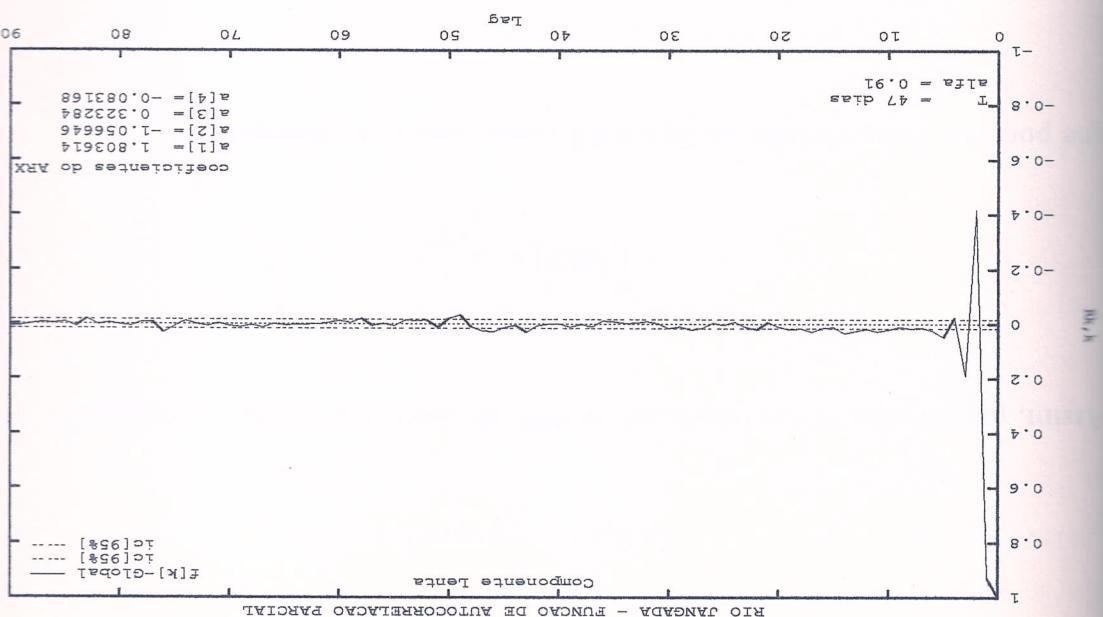
$$\hat{r}_k[95\%] = 2 \left(\text{Var}[r_k] \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.27)$$

é o intervalo de confiança para uma certeza de 95% de dado por

$$\text{Var}[r_k] \approx \frac{1}{N} \left(1 + 2 \sum_{q=1}^1 r_q^2 \right), \quad k > q, \quad (4.26)$$

através da equação
um lag $k > q$, pode-se calcular a variância das estimativas da função de autocorrelação
Considerando o fato de que a função de autocorrelação de um modelo MA(q) cai após

do Rio Janeiro (6537000-DNAE) - 1946 a 1990.
Figura 4.8: Função de autocorrelação parcial da componente do escoramento subterrâneo



a ano, e comparadas inclusive com a função de resposta global (1946 a 1990), nos permite uma análise das funções de resposta unitária de cada sub-sistema, calculadas agora em

1,5 dias de duração do evento, indo para zero em aproximadamente 10 dias. A figura 4.9 nos mostra as funções de resposta unitária das três componentes identificadas, a partir da série de dados de 1946 a 1990 do rio Jangada, no posto 65370000 do DNNE. Pode-se perceber que a componente mais lenta do escoamento, geralmente atribuída ao escoamento subterrâneo, apresenta um pico bastante indefinido entre 5 e 10 dias, prolongando-se até quase 50 dias. A componente intermediária apresenta um pico em 4 dias, terminando o escoamento em 35 dias. O pico da componente rápida ocorre com 4 dias, prolongando-se até 10 dias. A figura 4.9 nos mostra as funções de resposta unitária das três componentes identificadas, a partir da série de dados de 1946 a 1990 do rio Jangada, no posto 65370000 do DNNE. Pode-se perceber que a componente mais lenta do escoamento, geralmente

(veja também, HINO e HASBE, 1981).

A título de observação para o leitor interessado neste ponto, ressaltamos que a função de resposta pode ser obtida alternativamente por uma transformada z da equação (4.2),

obtida a partir das relações em (3.43). Tendo ajustado os modelos ARX(p) a cada sub-sistema identificado pelo processo de filtragem, e determinado os seus respectivos coeficientes, a função de resposta unitária é obtida a partir de

4.4 A função de resposta

que pode ser vista plotada na figura 4.8 como uma linha tracejada.

$$\text{E}[95\%] = 2 \left(\frac{N}{l} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.29)$$

Assim, para o cálculo dos intervalos de 95% de confiança usamos a expressão

$$\text{VAR}[a_l] = \frac{1}{N} \text{ para } l > p. \quad (4.28)$$

(4.14), rescrita na forma

Série de precipitação efetiva são estimados aplicando-se a equação do modelo ARX(p) para os coeeficientes dos sub-sistemas, os valores da

4.5 Deconvolução da Precipitação Efetiva

do ano de 1971.

Verifique isto nas figuras 4.16 e 4.18, que mostram a reconstrução da vazão para o ano de 1983 a partir da precipitação efetiva estimada com os coeeficientes da função de resposta vazão tende a suavizar naturalmente as diferenças obtidas entre as funções de resposta. ARX(p) como sendo invariantes, pois a operação de convolução para reconstruir a vazão, deve ser possível ainda considerar os coeeficientes dos respectivos modelo

também acontece no caso da componente rápida do escoamento figura 4.12.

No entanto uma maior sensibilidade à intensidade da precipitação (figura 4.11), o que traz um comportamento semelhante aos obtidos para a componente lenta, apresentando-as funções de resposta unitária para a componente intermediária do escoamento mos-

odelo ARX(p) obtidos para o ano de 1971.

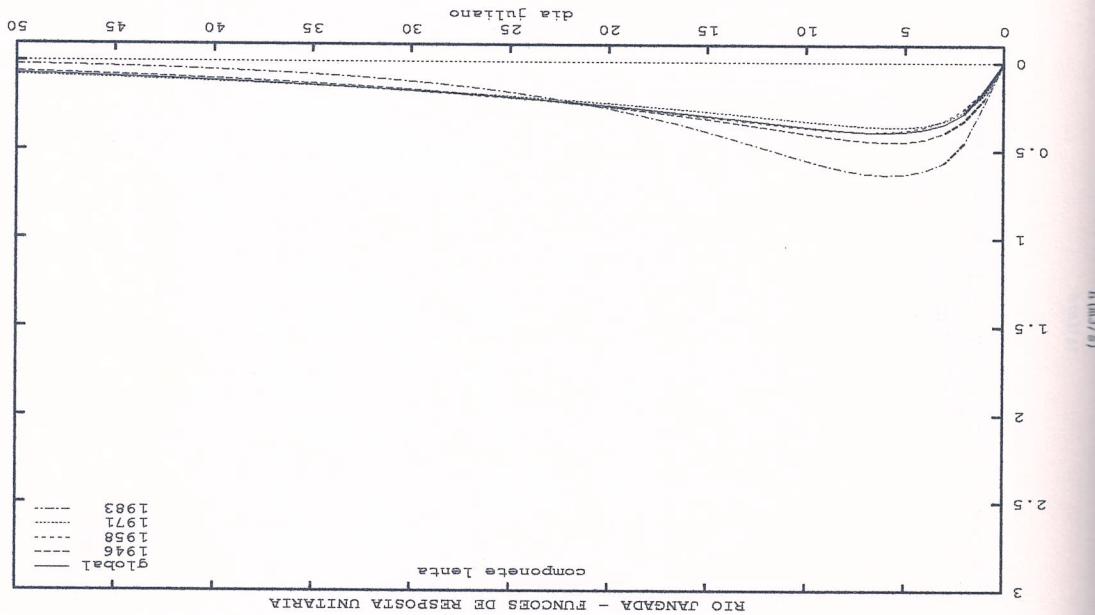
Para o ano de 1983, feita a partir da precipitação efetiva estimada com os coeeficientes do modelo ARX(p) representante da componente lenta, elas são consideradas invariantes, podendo ser utilizadas para qualquer outro evento de chuva. Isto pode ser verificado também na figura 4.14, apresentada mais adiante, a qual mostra a reconstrução da vazão do modelo ARX(p) representante da componente lenta, que determinados os coeeficientes

possuir precipitações com intensidades bem maiores do que a média do período.

Podemos constatar a invariabilidade da resposta do sub-sistema da componente lenta, se possuir uma ideia da variabilidade destas funções. A figura 4.10 mostra as funções de resposta unidimensional para os anos de 1946, 1958, 1971 e 1983, escondidas aleatoriamente, onde

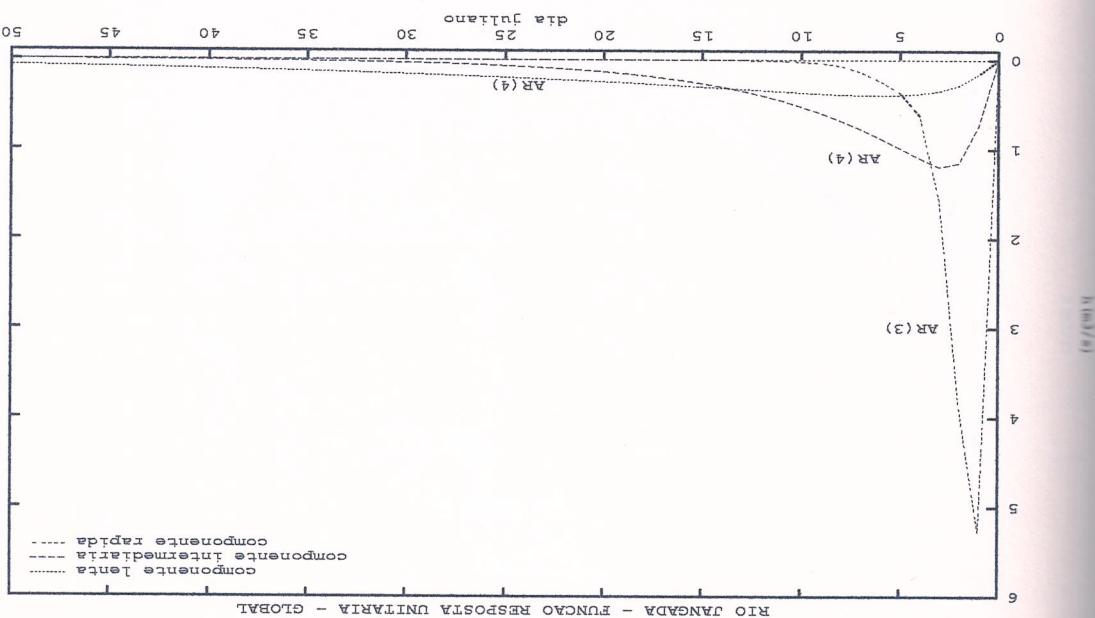
Jangada.

Figura 4.10: Invariância da fungão de resposta da componente lenta do escoamento - rio



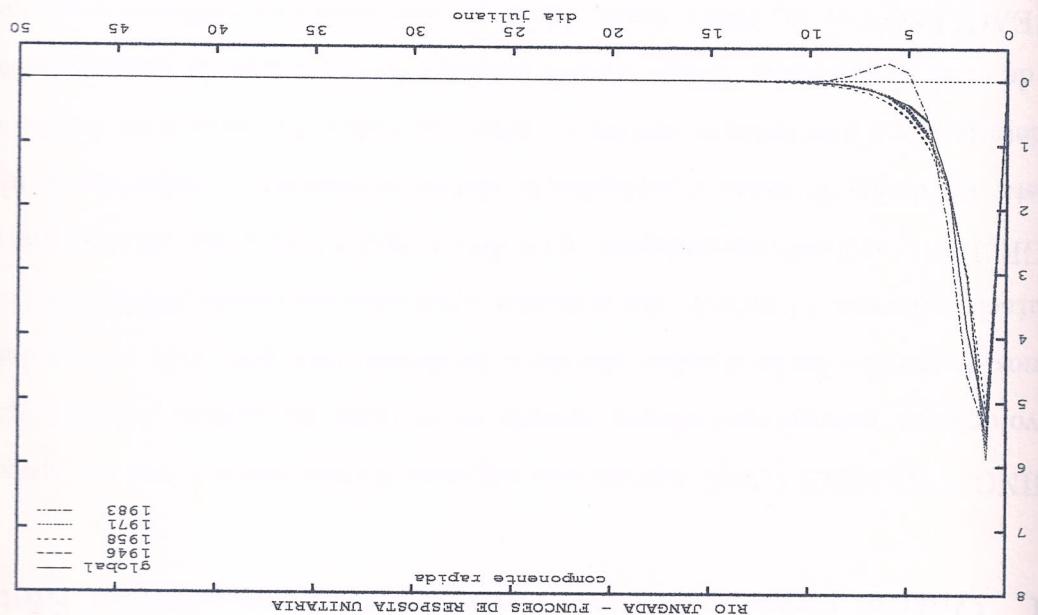
rente intermediária ($l=2$) AR(4) e componente rápida ($l=3$) AR(3).

Figura 4.9: Fungão de resposta do rio Jangada; componente lenta ($l=1$) AR(4); compo-



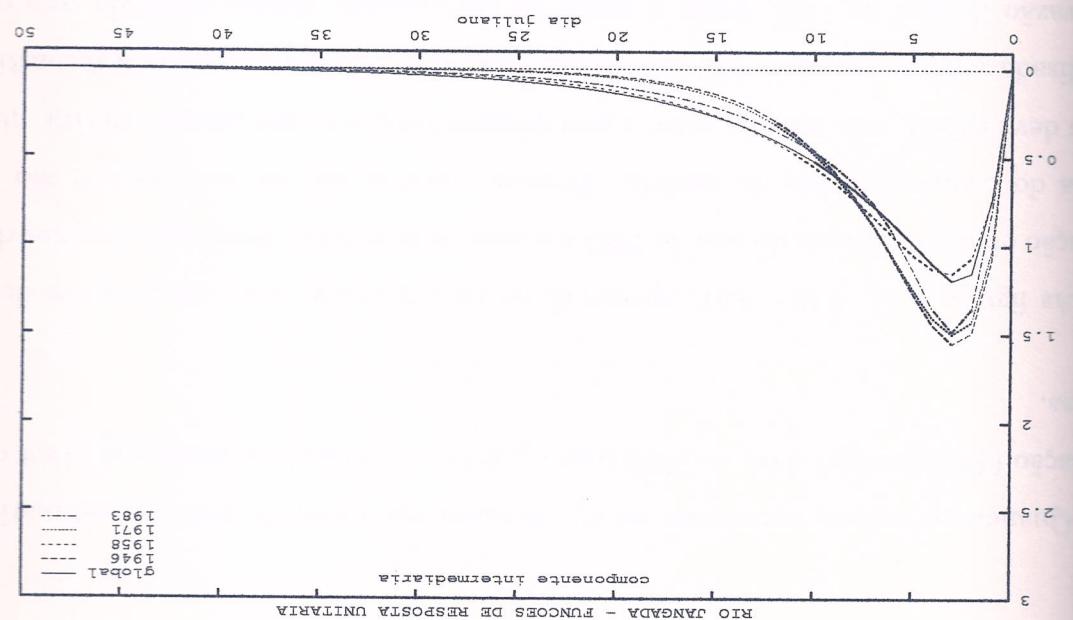
längada.

Figura 4.12: Invariância da função de resposta da componente rápida do escoamento - rio



mento - rio Jangada.

Figura 4.11: Invariância da função de resposta da componente intermediária do escoa-



utilizag o da t cnica de deconvolu o simples. Trabalho em avaliar as t cnicas de utilizag o dos modelos auto-regressivos, optou-se pela relag o a qualidade do ajuste. Apesar disto, tendo em vista os objetivos do presente (PL) (EAGLESON et al., 1966), tendo sido o que apresentou os melhores resultados com posta de cada sub-sistema. Outra t cnica avaliada foi o m todo da programag o linear para determinar a precipita o efetiva a partir dos dados de vaz o e da fun o de res- se ajusta aos dados de vaz o e precipita o efetiva previamente conhecidos,  utilizado DOOGE, 1984), utilizado normalmente para determinar a hidrografia unitaria que melhor computacionalmente. O m todo dos m nimos quadrados suavizados (MMS) (BRUEN e maresos de deconvolu o simples, devido a facilidade com que pode ser implementado deconvolu o da precipita o efetiva atrav s da equag o do modelo ARX(p), que cha- Em HINO e HASBE (1986) encontra-se algumas formas alternativas ao processo de

4.5.1 Outras formas de deconvolu o da Precipita o Efetiva

As figuras 4.13, 4.15 e 4.17, apresentadas na seq u ncia, mostram as s ries de preci- mas deve existir uma relag o entre a precipita o total e a precipita o efetiva, que ser a analisada adiante na seg o 4.6. As figuras 4.14, 4.16 e 4.18 apresentam a reconstitui o da vaz o do ano de 1983, feitas a partir da precipita o efetiva estimada com os coe- ficientes dos modelos ARX(p) obtidos para o ano de 1971, o que nos d a uma id ia da variabilidade das fun es de resposta (veja seg o 4.4).

Quando os valores estimados de $\hat{x}_{(l)}^n$ futuram em torno de zero, as estimativas da equag o (4.30) passam a ser consideradas como erros (ruidos), podendo ent o ser despre- zadas.

$$\hat{x}_{(l)}^n = y_{(l)}^n - a_{(l)}^1 y_{(l)}^{n-1} - a_{(l)}^2 y_{(l)}^{n-2} - \cdots - a_{(l)}^d y_{(l)}^{n-d} \quad (4.30)$$