

Prova 23/09^{P1}, 25/11^{P2}, 02/12^{PS}

Proposições

Definimos como proposição qualquer sentença declarativa que assume um dos dois valores-Verdades Verdade (V) e Falsidade (F)

Afirmativas

Proposições Simples

Uma proposição é simples se, e somente se, conter uma única afirmação

Proposições Compostas

E composta quando for constituída por uma sequência finita de pelo menos duas proposições simples

Regras Fundamentais

Princípio da Identidade - Toda proposição é idêntica a si

Princípio da Não Contradição - Uma proposição não pode ser verdade e falsa ao mesmo tempo

Princípio do Terceiro Excluído - Toda proposição que é verdadeira ou é falsa, não existindo um terceiro valor que ela possa assumir

Conectivos Lógicos

Conjunção A combinação de duas proposições ligadas pela palavra "E" que será substituída pelo símbolo " \wedge ".

A conjunção também pode ser expressa pelas palavras "mas", "toda vez", "contudo", "No entanto", "Visto que", "Enquanto", "Além disso", "embora".

Disjunção A combinação de duas proposições ligadas pela palavra "ou" que será substituída pelo símbolo " \vee ".

Condicional Duas proposições formam uma condicional se for possível coloca-las na seguinte Estrutura Lógica

Se (proposição 1), Então (proposição 2)

Utilizaremos o Símbolo " \rightarrow " para representar uma condicional

Bicondicional Toda proposição composta, formada por duas proposições que podem ser colocadas na forma

(proposição 1) se, e somente se, (proposição 2)

É chamada de Bicondicional e seu Símbolo é Representado por " \leftrightarrow "

Negação Diferente dos outros conectivos lógicos, a negação não liga duas proposições, ela simplesmente nega a afirmação das proposições que a precede o símbolo utilizado é " \neg " ou " \sim ".

Ordem de Prioridade dos Conectivos Lógicos

1. Parenteses "()"

2. Negação " \neg " ou " \sim "

3. Conjunção " \wedge "

4. Disjunção " \vee "

5. Condicional " \rightarrow "

6. Bicondicional " \leftrightarrow "

WFFs (Well-Formed Formula)

Formula bem formada - Sequência de elementos que seguem as regras de formação para o cálculo proposicional

1) Determine se seguem WFFs

a) $A \rightarrow$ É um WFF proposição Simple

b) $(A \rightarrow B) \wedge C$ É um WFF ordem correta

c) $B \wedge (C \vee D)$ Não é um WFF parenteses a mais

d) $B \wedge C \vee \rightarrow D$ Não é 2 conectivos sequenciais

e) $\neg(A \vee B) \vee C \rightarrow \underline{DC}$ Não é pois não há conectivos

f) $\neg((A \vee B) \wedge C \leftrightarrow (D \vee \neg E))$ É WFF

2)

a) A = Alfredo escreve para Maria } $A \rightarrow (\neg B)$
B = Maria irá para outra cidade

b) A = Alfredo escreve para Maria } $\neg A \rightarrow B$
B = Maria irá para outra cidade

c) A = Alfredo escreve para Maria } $(A \wedge B) \rightarrow \neg C$
B = João vai ao encontro de Maria
C = Maria irá para outra cidade

d) A = Maria encontrar João } $(A \vee \neg B) \rightarrow C$
B = Maria encontrar Alfredo
C = Maria irá para outra cidade

3) A = Carlos é Argentino

B = João é Brasileiro

a) $A \vee B$ - Carlos é Argentino ou João é Brasileiro

b) $\neg A \wedge B$ Carlos não é Argentino e João é Brasileiro

c) $A \rightarrow \neg B$ Se Carlos é Argentino então João não é Brasileiro

d) $\neg A \wedge \neg B$ Carlos não é Argentino e João não é Brasileiro

4)

a) $A = x < 3 \quad B = x > 0 \quad C = x \neq 7 \quad \Rightarrow (A \wedge B) \vee C$

b) $(x < 4) \wedge (x > 2) \rightarrow (x = 3)$

c) $((x > 0) \vee (x < 3)) \wedge (y > 0)$

d) $(x \neq 2) \rightarrow ((y = 9) \wedge (z > 3))$

Tabelas Verdade

O número de linhas de uma tabela verdade é na ordem de 2^n onde n é o número de proposições simples

→ Conjunção "E" / "And"

P	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

O valor lógico de uma conjunção é "V"
Se, e somente se, ambas as proposições forem verdadeiras

→ Disjunção "Ou" / "Or"

P	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

O valor lógico de uma disjunção é "F"
Se, e somente se, ambas as proposições forem falsas

→ Condicional "Se" / "if"

→ Só é falso se provado que é falso

P	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Se, e somente se, o valor da 1ª é V ou seja o valor da 2ª.
O valor lógico de um condicional é "F"
Se, e somente se, a primeira proposição for verdadeira e a segunda falsa

→ Bi-conditional

P	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

O valor lógico de um bi-conditional é "V"
Se, e somente se, ambas proposições tiverem o mesmo valor lógico

\neg Negação

P	$\neg P$
V	F
F	V

A negação inverte o valor lógico da proposição

Exemplos

1) $(p \rightarrow q) \vee (R \leftrightarrow \neg q)$

P	q	R	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$R \leftrightarrow \neg q$	$(p \rightarrow q) \vee (R \leftrightarrow \neg q)$
V	V	V	V	F	F	V
V	V	F	V	F	V	N
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	F	F	N
F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	N	V	V	N
F	F	F	V	V	F	V

2) Se for feriado em Sorocaba não haverá aula na Fatec

P: Feriado em Sorocaba

q: Haverá Aula

$$P \rightarrow \neg q$$

P	q	$\neg q$	$P \rightarrow \neg q$
V	N	F	F
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Listas de Exercícios

1) $P \wedge Q = "V"$ $\neg P \vee S = "F"$

$$\begin{array}{c} \text{a)} \neg P \vee \neg Q \quad \text{b)} \neg P \wedge (\neg Q \rightarrow R) \quad \text{c)} \neg R \vee S \rightarrow P \wedge Q \\ \begin{array}{c} \neg V \quad \neg V \\ F \quad \checkmark \end{array} \quad \begin{array}{c} \checkmark \quad \neg F \\ F \quad \checkmark \end{array} \quad \begin{array}{c} \checkmark \quad \neg F \\ \checkmark \quad \neg F \\ F \quad \checkmark \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{d)} (\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow R) \quad \text{e)} ((P \wedge Q) \vee (P \wedge (R \vee S)) \rightarrow S) \leftrightarrow S \\ \begin{array}{c} \checkmark \quad \checkmark \\ \checkmark \quad \neg F \\ \neg F \end{array} \quad \begin{array}{c} \checkmark \quad \neg F \\ \neg F \quad \neg F \\ \neg F \quad \neg F \\ \neg F \quad \checkmark \end{array} \end{array}$$

2) Tabelas Verdade

$(P \vee Q) \rightarrow R$	P	Q	R	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \rightarrow R$
	V	V	V	V	V
	V	V	F	V	F
	V	F	V	V	V
	V	F	F	V	F
	F	V	V	V	V
	F	V	F	V	F
	F	F	V	F	V
	F	F	F	F	V

$$c) (\neg P \rightarrow Q) \vee R$$

P	Q	R	$\neg P$	$\neg P \rightarrow Q$	$(\neg P \rightarrow Q) \vee R$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V
F	F	F	V	F	F

$$e) \neg P \wedge P \rightarrow (R \leftrightarrow Q)$$

P	Q	R	$\neg P$	$R \leftrightarrow Q$	$\neg P \wedge P$	$\neg P \wedge P \rightarrow (R \leftrightarrow Q)$
V	V	V	F	V	F	V
V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V
V	F	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	V	F	V

Classificação das Tabelas-Verdade

Tautologia

Uma proposição composta é classificada como Tautologia ou tautologia se, e somente se, todos os valores lógicos forem Verdade (V) independente dos valores de entrada.

Contradição

Uma proposição composta é chamada de contradição quando todos os valores lógicos forem Falsos (F) independente dos valores de entrada.

Contigência

Chamamos de Contigência um proposição composta que assume os dois valores lógicos verdadeiro e Falso dependendo dos valores lógicos de entrada.

1) a) $P \rightarrow (P \vee R)$

P	R	$P \vee R$	$P \rightarrow (P \vee R)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

∴ Tautologia

b) $P \vee Q \rightarrow P$

P	Q	$P \vee Q$	$P \vee Q \rightarrow P$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	V

∴ Contigência

c) $P \leftrightarrow P \wedge (P \vee Q)$

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge (P \vee Q)$	$P \leftrightarrow P \wedge (P \vee Q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

∴ Tautologia

d) $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$

P	Q	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P$	$\neg Q$	$(\neg P \wedge \neg Q)$	$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

∴ Tautologia

$$e) \neg(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$$

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \wedge \neg Q$	$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V

\therefore Contigência

$$f) P \rightarrow (P \rightarrow Q \vee Q)$$

P	Q	$Q \vee Q$	$P \rightarrow Q \vee Q$	$P \rightarrow (P \rightarrow Q \vee Q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	V

\therefore Contigência

$$g) P \rightarrow (\neg P \rightarrow Q \vee \neg Q)$$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$Q \vee \neg Q$	$\neg P \rightarrow Q \vee \neg Q$	$P \rightarrow (\neg P \rightarrow Q \vee \neg Q)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

\therefore Tautologia

$$h) \neg(P \rightarrow (\neg P \rightarrow (Q \vee \neg Q)))$$

P	Q	$\neg P$	$Q \vee \neg Q$	$\neg P$	$\neg P \rightarrow (Q \vee \neg Q)$	$P \rightarrow \neg P \rightarrow (Q \vee \neg Q)$	$\neg(P \rightarrow \neg P \rightarrow (Q \vee \neg Q))$
V	V	F	V	F	V	V	F
V	F	V	V	F	V	V	F
F	V	V	V	V	V	V	F
F	F	V	V	V	V	V	F

\therefore Contradição

$$\neg(P \rightarrow Q \vee R) \wedge Q \rightarrow (\neg P \wedge \neg R)$$

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \rightarrow Q \vee R$	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q \vee R) \wedge Q$	$(P \rightarrow Q \vee R) \wedge Q \rightarrow (P \rightarrow R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	F
V	F	V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	V
F	F	F	F	V	V	F	V

∴ Contingência

$$\text{d) } P \rightarrow (P \rightarrow Q \wedge \neg Q)$$

P	Q	$\neg Q$	$Q \wedge \neg Q$	$P \rightarrow Q \wedge \neg Q$	$P \rightarrow (P \rightarrow Q \wedge \neg Q)$	
V	V	F	F	F	F	
V	F	V	F	F	F	\therefore Contigencia
F	V	F	F	V	V	
F	F	V	F	V	V	

$$v) (P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \rightarrow P \wedge (Q \wedge R)$$

Data 20/10/2024

Propriedades da Lógica Computacional

Tautológicas - Todos saídos são Verdadeiros

① Princípio da Identidade

$P \leftrightarrow P$ P implica em P

P	P	$P \leftrightarrow P$
V	V	V
F	F	V

② Simétrica

$(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow Q$	$(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	V

② Princípio da Não Contradição

$\neg(P \wedge \neg P)$

P	$\neg P$	$P \wedge \neg P$	$\neg(P \wedge \neg P)$
V	F	F	V
F	V	F	V

③ Transitiva

$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$

$\star (P \leftrightarrow Q) \wedge (Q \leftrightarrow R) \rightarrow (P \leftrightarrow R)$

* $P \mid Q \mid R \mid P \rightarrow Q \mid Q \rightarrow R \mid (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \mid P \leftrightarrow R \mid (P \leftrightarrow Q) \wedge (Q \leftrightarrow R) \mid P \leftrightarrow R$

③ Princípio do 3º Excluder

$P \vee \neg P$

P	$\neg P$	$P \vee \neg P$	V	V	V	V	V
V	F	V	V	F	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
			F	V	F	V	V

④ Reflexividade

$P \rightarrow P$

P	P	$P \rightarrow P$	V	V	V	V	V
V	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V

⑤ Tautologia Indipotência (IND)

$(P \wedge P) \leftrightarrow P$

$(P \vee P) \leftrightarrow P$

$P \mid P \mid P \wedge P \mid (P \wedge P) \leftrightarrow P$

V V V V

F F F V

P	Q	$P \vee Q$	$Q \vee P$	$(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \vee P)$
---	---	------------	------------	---

⑧ Comutação (COM)

$$(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P)$$

$$(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \vee P)$$

$$(P \Rightarrow Q) \leftrightarrow (Q \Rightarrow P)$$

V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

⑨ Associação (ASS)

$$(P \wedge (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \wedge R)$$

$$(P \vee (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \vee R)$$

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \wedge (Q \wedge R)$	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \vee R$	$P \wedge (Q \vee R) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \wedge R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V	V	V
F	F	F	F	F	V	V	V

⑩ Dupla Negação (DN)

$$\neg(\neg P) \leftrightarrow P$$

P	$\neg P$	$\neg(\neg P)$	$\neg(\neg P) \leftrightarrow P$
V	F	V	V
F	V	F	V

⑪ Absurdo (ABS)

$$(P \rightarrow (Q \wedge \neg Q)) \leftrightarrow \neg P$$

P	Q	$Q \wedge \neg Q$	$P \rightarrow (Q \wedge \neg Q)$	$\neg P$	$P \rightarrow (Q \wedge \neg Q) \xrightarrow{\neg P} \neg P$
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V

⑫ Lei de Morgan (MOR)

$$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$$

$$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$$

P	Q	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \wedge \neg Q$	$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

	P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	$P \rightarrow (Q \vee R) \leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$
⑩ Distribuição (DIs)	V	V	V	V	V	V	V	V	V
$(P \wedge (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge R))$	V	V	F	F	V	F	F	F	V
$(P \vee (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$	V	F	V	F	F	V	F	F	V
$\neg(P \rightarrow (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R))$	V	F	F	F	F	F	F	F	V
$(P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R))$	F	V	V	V	V	V	V	V	V
	F	F	F	F	V	V	V	V	V
	F	F	V	F	V	V	V	V	V
	F	F	F	F	V	V	V	V	V

⑪ Equivalências Matemáticas (EM)

$$(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$

$$\neg(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$$

	P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \wedge Q$	$\neg P \wedge \neg Q$	$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$	$(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	$\neg(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$	
V V V V F V	V	V	V	V	V	V	F	F	F
V F F F F F	V	F	F	F	F	F	V	V	V
F V F F F F	F	V	F	F	F	F	V	F	V
F F V F V V	F	F	V	F	V	V	F	V	V

⑫ Negação da Implicação Material (NIM)

$$\neg(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge \neg Q)$$

⑬ Implicação Material (IM)

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

$$P \mid Q \quad P \rightarrow Q \quad \neg P \quad \neg P \vee Q \quad (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

	P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$
V V V V F V	V	V	V	F	F	V
V F F F F F	V	F	F	V	F	V
F V V V V V	F	V	F	V	F	V
F F V V V V	F	F	V	V	V	V

⑭ Transposição

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$$

① Importação/Exportação (I.E) $(P \wedge Q) \rightarrow R \Leftrightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$

P	Q	R	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	$(P \wedge Q) \rightarrow R \Leftrightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	N
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V

Exercícios 1) Provar a lei de Morgan

a) $\neg(P \wedge Q \wedge R) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee \neg R$

b) $\neg(P \vee Q \vee R) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R$

P	Q	R	$P \wedge Q$	$P \wedge Q \wedge R$	$\neg(P \wedge Q \wedge R)$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg R$	$\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$	$\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$	$\neg(P \wedge Q \wedge R) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee \neg R$
V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F	V
V	V	F	V	F	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	F	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V	V	V	F	V	V	V
F	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V

P	Q	R	$P \vee Q \vee R$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg R$	$\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R$	$\neg(P \vee Q \vee R)$
V	V	V	V	F	F	F	F	V
V	V	F	V	F	F	V	F	V
V	F	V	V	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	N
F	V	F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	F	F	V	V	V	V

Data 03/09/24

Implicações Tautológicas

① Adição (A) $P \rightarrow (P \vee Q) = P$

P	Q	$P \vee Q$	$P \rightarrow (P \vee Q)$	$P \vee Q$
V	V	V	V	
V	F	V	V	
F	V	V	V	
F	F	F	V	

(CON)

~~Definição de implicação~~

② Simplificação (S) $(P \wedge Q) \rightarrow P = P \wedge Q$

P	Q	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow P$	P
V	V	V	V	
V	F	F	V	
F	V	F	V	
F	F	F	V	

(ABS)

$P \rightarrow Q$

③ Conjunção $(P \wedge Q) \rightarrow (P \wedge Q) = P$

P	Q	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow (P \wedge Q)$	$P \wedge Q$
V	V	V	V	
V	F	F	V	
F	V	F	V	
F	F	F	V	

④ Absorção $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (P \wedge Q)) = P \rightarrow (P \wedge Q)$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow (P \wedge Q)$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (P \wedge Q))$	$P \rightarrow (P \wedge Q)$
V	V	V	V	V	V	
V	F	F	F	F	V	
F	V	V	F	V	V	
F	F	F	F	V	V	

$P \rightarrow Q$

P

$\neg Q$

$\neg P$

⑤ Modus Ponens (MP) $((P \rightarrow Q) \wedge P) \rightarrow Q$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$((P \rightarrow Q) \wedge P) \rightarrow Q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	F	F	V

⑥ Modus Tollens (MT) $((P \rightarrow Q) \wedge \neg Q) \rightarrow \neg P$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg Q$	$((P \rightarrow Q) \wedge \neg Q) \rightarrow \neg P$	$((P \rightarrow Q) \wedge \neg Q) \rightarrow \neg P$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V

II II II II II II

⑦ Dilema Construtivo (DC)

$P \rightarrow Q$

$R \rightarrow S$

$P \vee R$

$Q \vee S$

ou

$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \wedge (P \vee R) \rightarrow (Q \vee S)$

$P \rightarrow Q$

$R \rightarrow S$

$\neg Q \vee \neg S$

$\neg P \vee \neg R$

ou

$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \wedge (\neg Q \vee \neg S) \rightarrow (\neg P \vee \neg R)$

II II II II II II

⑨ Sílogismo Disjuntivo (SD)

P	Q	$P \vee Q$	$\neg P$	$(P \vee Q) \wedge (\neg P)$	$((P \vee Q) \wedge (\neg P)) \rightarrow Q$
V	V	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V

$$P \vee Q \quad ((P \vee Q) \wedge (\neg P)) \rightarrow Q$$

$$\frac{\neg P}{Q}$$

⑩ Sílogismo Hipotético (SH)

$$P \rightarrow Q \quad (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

$$Q \rightarrow R$$

$$P \rightarrow R$$

⑪ Exportações (EXP)

$$(P \wedge Q) \rightarrow R$$

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

$$((P \wedge Q) \rightarrow R) \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow R))$$

⑫ Importações (IMP)

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

$$(P \wedge Q) \rightarrow R$$

$$(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$$

Argumento

Definimos como o conjunto de N proposições onde uma delas depende das demais

$$1. P_1$$

$$2. P_2$$

$$\vdots$$

$$(1 \dots j) P_{N-1}$$

portanto

$$N.: C$$

$$P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_{N-1} \rightarrow C$$

Ex. Se tiver dinheiro vou ao cinema

Se for ao cinema me encontrarei com Julia

Não tenho dinheiro. Portanto não me encontrarei com Julia

$$1 \rightarrow D \rightarrow C$$

$$D \rightarrow \text{Dinheiro}$$

$$2 \rightarrow C \rightarrow J$$

$$C \rightarrow \text{Cinema}$$

$$3 \rightarrow \neg D$$

$$J \rightarrow \text{Julia}$$

$$4 \therefore \neg J$$

Exercícios

1) a) $F \rightarrow$ Força de Cesa

$T \rightarrow$ Atendendo o Telefone.

$S \rightarrow$ Supermercado

$C \rightarrow$ Comprando Docas

1. $F \vee T$

2. $F \rightarrow S$

3. $F \rightarrow C$

4. $S \vee C$

b)

$I \rightarrow$ Impostos Pagos

$S \rightarrow$ Supervizor nas Contas

$T \rightarrow$ Impostos dos Trabalhadores

$\neg I$

1. $I \rightarrow S$

2. $S \rightarrow \neg T$

3. T

4. $\neg I$