

## Aula 3 - Instabilidade e Efeitos de Segunda Ordem

### Objetivos da aula

- Entender os fenômenos de instabilidade (flambagem) e quando considerar efeitos de 2ª ordem (P- $\Delta$ /P- $\delta$ ) em pilares.
- Aplicar critérios práticos: esbeltez, comprimento equivalente, amplificação de esforços e análise de 2ª ordem.
- Discutir boas práticas de projeto/detalhamento para mitigar instabilidade e sensibilidade a imperfeições.

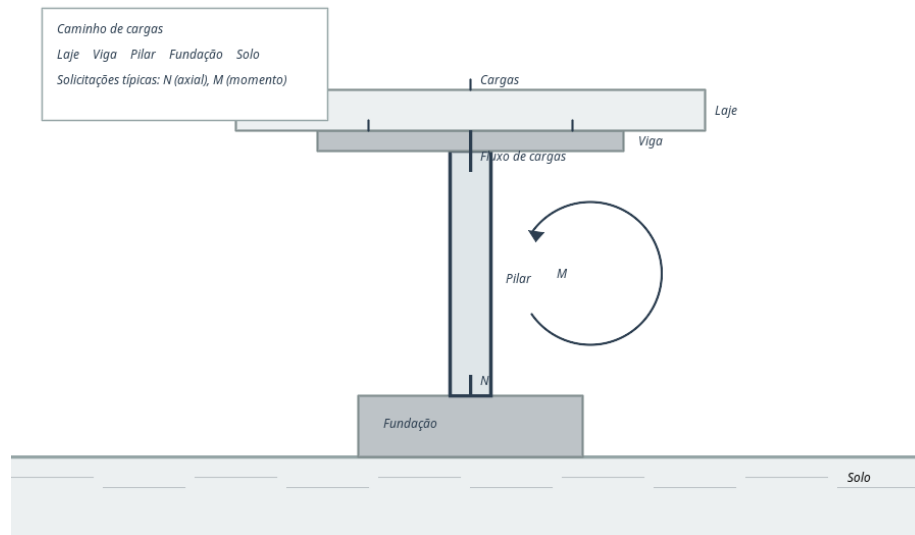


Figure 1: Esquema de pilar e caminho de cargas (local)

### Conteúdo da aula (texto base) 1) Instabilidade: conceitos fundamentais

- Sob compressão, membros esbeltos podem perder estabilidade lateral antes da resistência à compressão do material.
- O parâmetro "gatilho" é a esbeltez  $\lambda$ .
- Principais causas:
  - Imperfeições geométricas ou de aplicação de carga
  - Excentricidades
  - Rigidez insuficiente de nós/apoios
  - Manqueira/torção

### 2) Carga crítica elástica (referência de Euler)

- Para uma barra ideal reta, elástica e com extremos conhecidos,

a carga crítica elástica é:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2}$$
$$\lambda = \frac{l_e}{i}, \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

- Quanto maior  $\lambda$ , menor  $P_{cr}$  e maior a sensibilidade a imperfeições.
- Em concreto armado, a ruptura geralmente ocorre por flexo-compressão antes de atingir o  $P_{cr}$  ideal.

### 3) Comprimento equivalente e condição do pórtico

- O comprimento equivalente  $l_e$  depende de:
  - Condição de engastamento/apoio
  - Travamento de deslocamentos/rotações no nó
- Pórticos contraventados (não-sway):  $l_e$  menor
- Pórticos sem contraventamento (sway):  $l_e$  maior e maiores exigências de 2ª ordem
- Em projeto, define-se o fator de comprimento  $k_l$ :
  - $l_e = k_l \cdot l$
  - $k_l$  é estimado por modelos/norma a partir da rigidez relativa de barras e nós

### 4) Efeitos de 2ª ordem: $P - \Delta$ e $P - \delta$

- $P - \Delta$  (global):
  - Amplificação de momentos devido a deslocamentos laterais globais do nó
  - Principal em pórticos sway
- $P - \delta$  (local):
  - Curvaturas locais do elemento aumentam o momento fletor sob força axial
- Critério prático:
  - Quando  $\lambda$  excede limites normativos
  - Ou quando o índice de instabilidade global ultrapassa limiar
  - Deve-se considerar 2ª ordem por análise ou amplificação

### 5) Métodos de consideração - amplificação ou análise de 2ª ordem

- **Amplificação normativa:**
  - Multiplicar momentos de 1ª ordem por um fator  $\gamma_z$  que capta a instabilidade global e rigidez do pórtico
  - Exemplo:  $M_d = \gamma_z M_{d,1}$



Figure 2: Ensaio de compressão em concreto - referência ao comportamento sob compressão (pilares)

- Consultar expressão da norma vigente
- **Análise de 2ª ordem (geométrica não linear):**
  - Iterativa ( $P-\Delta/P-\delta$ ) com rigidezes atualizadas
  - Necessária quando:
    - \* Elevada esbeltez
    - \* Pórticos sway relevantes
    - \* Grandes deslocamentos
    - \* Irregularidades

## 6) Boas práticas de mitigação

- Aumentar rigidez:
  - Seção dos pilares
  - Travamentos (contraventamentos/parede de rigidez)
  - Melhorar engastes e nós
- Reduzir imperfeições/excentricidades:
  - Alinhamento
  - Tolerâncias
  - Detalhamento de nós e ligações pilar-viga/fundação
  - Considerar  $e_{\min}$  e efeitos de retração/fluência
- Confinamento e detalhamento:
  - Estribos adequados para prevenir instabilidade local das barras
  - Cobrimentos compatíveis

## 7) Exemplo numérico - amplificação simplificada

- Pilar:  $30 \times 50$  cm
- Momento de inércia  $I$  em torno do eixo mais crítico (estimado)
- $l = 4,0$  m
- Pórtico sem contraventamento (sway):  $l_e \approx l$
- Esforços de 1ª ordem:
  - $N_d = 1200$  kN
  - $M_{d,1} = 60$  kN·m
- Índice global indica necessidade de 2ª ordem
- Norma fornece  $\gamma_z = 1,25$
- Cálculo:
  - $M_d = 1,25 \times 60 = 75$  kN·m
- Dimensionar a seção/armadura para  $(N_d, M_d)$
- Verificar deslocamentos/estados limites

## Atividade prática

- Para um pilar  $25 \times 40$  cm com  $l = 3,6$  m:
  1. Estime  $l_e$  para pórtico não-sway e sway; calcule  $\lambda$  e discuta o enquadramento.
  2. Supondo  $N_d$  e  $M_{d,1}$  fornecidos, adote  $\gamma_z$  normativo e

obtenha  $M_d$ ; discuta impacto da presença/ausência de contraventamento.

3. Liste medidas de projeto para reduzir a sensibilidade de 2ª ordem.

### **Links suplementares da Aula 3**

- Buckling (Wikipedia): <https://en.wikipedia.org/wiki/Buckling>
- Column (Wikipedia): <https://en.wikipedia.org/wiki/Column>
- Second-order effects (engenharia estrutural - leitura complementar): [https://en.wikipedia.org/wiki/Second\\_moment\\_of\\_area](https://en.wikipedia.org/wiki/Second_moment_of_area)