APLICAÇÃO DO SIMPLEX PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE APLICADO A ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS: ESTUDO DE CASO DE UMA DISTRIBUIDORA DE PÃES

Itallo Fontes Dorotea
itallodorotea@hotmail.com
Victor Hugo Resende Lima
torugo010203@gmail.com

A otimização da utilização de recursos é um dos principais desafios do atual mercado brasileiro, principalmente no que tange pequenas e microempresas. Como a área de logística é uma das mais dispendiosas, a roteirização de veículos é uma boa opção para a minimização direta de desperdícios. Sendo assim, neste estudo, foi realizado o roteamento de um veículo responsável pela distribuição dos produtos de uma panificadora situada na grande Aracaju pela aplicação do algoritmo Simplex na resolução do problema do caixeiro viajante que modela o problema real. Os resultados obtidos foram positivos e foi concluído que o uso de roteamento de veículos através de algoritmos é útil para a redução de custos operacionais.

Palavras-chave: Roteirização de veículos, Problema do Caixeiro Viajante (PCV), simplex

1. Introdução

A entrega de produtos, de forma geral ainda é feita por meios físicos, através de vários modais: aquaviário (marítimo e hidroviário), rodoviário, ferroviário, aeroviário e dutoviário. No Brasil, o modal rodoviário é responsável por mais da metade do transporte público, como mostrado em Export (2017). Segundo o Santander Trade (2018), isso segue também para a distribuição de produtos que é feita por esse meio em 58% da carga total transportada. Tratando dos custos com transporte diversos, foram gastos R$ 401 bilhões, que equivale a 6,8% do PIB nacional, no ano de 2015 (CNT, 2016).

Dessa forma, qualquer tentativa de otimização de recursos, é válida, visto o atual dispêndio de recursos nesse setor. Dentre as alternativas de redução de custos operacionais logísticos, o roteamento de veículos é uma ferramenta que pode ser utilizada para minimizar a distância percorrida, aumentar ganhos possíveis e reduzir desperdícios. Entretanto como mostrado por Corberán *et al.* (2018) no problema de dependência de cargas, nem sempre a melhor distância equivale ao caminho com menor desperdício. Ainda assim, os caminhos gerados por redução de distâncias são melhores ou iguais em questão de desperdícios do que os gerados aleatoriamente ou qualitativamente. Vale lembrar que para a situação de cargas com pesos consideráveis, o consumo de combustível é baseado na força em que o motor faz para deslocar o veículo. Se a carga tiver um peso irrelevante comparado ao peso do veículo, pode-se geralmente encontrar a melhor rota através da menor distância.

As melhorias causadas pelo roteamento eficiente de veículos são: redução do tempo viajado (redução de custos com operadores do veículo), redução da necessidade de manutenção (uso dos pneus, trocas de óleo, uso de correias e valor residual do veículo), consumo do combustível, entre outros. Por exemplo, no estudo de Kramer *et al*. (2016), foi mostrado, com as instâncias geradas que algumas apontavam o requerimento de menos veículos na frota, trazendo uma diminuição de custos fixos para a empresa.

A maioria dos problemas de roteamento podem ser tratados de duas maneiras: a partir de abordagens exatas ou aproximadas. Como mostrado por Laporte (1992) em um dos casos que são modelados como problemas de roteamento, estes podem ser tratados a partir de algoritmos exatos, os quais ao final da sua execução garantem a obtenção da solução ótima, ou por algoritmos aproximados, frequentemente chamados de heurísticas, os quais não garantem a resolução do problema de forma ótima, porém apresentam resultados interessantes em quantidades de tempo menores que os exatos. Além disso, ainda dentro das abordagens aproximadas, nos últimos anos as metaheurísticas, que podem ser considerados como procedimentos de busca baseados em processos da natureza e em procedimentos estocásticos, tais como os algoritmos genéticos (POTVIN, 1996), colônia de formigas (YANG *et al*.,2008) e recozimento simulado (WANG *et al*., 2009), vem se tornando uma boa alternativa de solução para problemas de grande escala.

De maneira geral, a escolha da forma de resolução do problema vai depender basicamente da complexidade computacional requerida pelo método, observando o tamanho do problema. Problemas de pequena complexidade podem ser resolvidos com algoritmos exatos e em pouca quantidade de tempo, já para problemas de grande escala, as heurísticas e metaheurísticas tendem a encontrar melhores resultados. Essa característica reside no fato de que as abordagens exatas requerem um número de passos que crescem de forma não polinomial, fato contrário a esse ocorre com as abordagens aproximadas, onde os passos crescem de forma polinomial.

Esse estudo então trata da resolução de forma analítica de um problema de roteamento de veículos, com um único veículo de entrega em que a diferença entre a carga final e inicial é irrelevante. A empresa estudada, é uma panificadora localizada na cidade de São Cristovão-SE que faz entregas para vários estabelecimentos da grande Aracaju, atendendo um total de três cidades diferentes em um alcance de 30km. A rota mais frequente é composta de onze clientes, espalhados nas três cidades. Essa rota contém os clientes responsáveis pela maior parte da renda gerada pela panificadora.

O artigo então é formatado da seguinte forma: na seção 2 é indicado o Problema Linear Inteiro (PLI) que descreve o problema, além de algumas características mais gerais do problema, na seção 3 são discutidas as formas de tratamento do problema bem como os resultados alcançados e na seção 4 está disposta a conclusão sobre o estudo.

2. Modelagem matemática

A maioria dos problemas de roteirização podem ser modelados em grafos valorados. Um grafo, segundo a Encyclopaedia Britannica (2017), pode ser considerado como uma rede de pontos conectados por linhas. Esses grafos podem ser direcionados (quando o percurso em uma linha ou *link*, só pode ser feito no sentido especificado) ou não direcionados (quando não há restrição acerca do sentido do fluxo). O primeiro grafo orientado para modelagem de um problema de roteamento conhecido, foi realizado por Leonhard Euler em 1735 durante a tentativa de resolução do problema das sete pontes de Konigsberg (ALEXANDERSON, 2006).

Assim, o problema de roteirização de veículos, pode ser tratado em um grafo onde um dos nós é o ponto de saída (geralmente um depósito) e os demais são todos os clientes a serem atendidos pela frota de veículos. A frota de veículos, no entanto, pode ser formada de um único veículo. Além disso, a rota mínima deve ser encontrada atendendo algumas restrições, a mais triviais delas são a obrigatoriedade de visita em todos os clientes e que o fim da rota deve coincidir com o início dela (GOEL & GRUHN, 2008).

Dessa forma, este problema pode ser definido em um grafo valorado com os custos de percurso em cada um dos *link's* do grafo. A minimização da rota, de forma geral, pode ser realizada de duas maneiras, comumente tratadas em duas classes de problemas de roteamento: problemas de roteamento de arcos e problemas de roteamento de nós. Vidal (2016) trata dessas duas classes, mostrando que os problemas de roteamento de arcos são notavelmente diferentes dos roteamentos de nós, pois na primeira classe há uma obrigatoriedade de escolhas nas direções dos percursos feitos em cada *link*.

Dentro dessas duas classes, dois problemas gerais podem ser citados: o problema do carteiro chinês e o problema do caixeiro viajante. Enquanto o primeiro dos problemas se preocupa com a sequência de *link's* a ser realizada, o segundo se preocupa com a sequência de nós a serem percorridas. Ambos problemas são definidos em um grafo, porém com um conjunto de restrições diferentes.

Tratando-se de um problema de atendimento a clientes, faz mais sentido modelar o problema aqui tratado como um problema do caixeiro viajante, já que a obrigatoriedade de percurso reside nos clientes (nós) e não nas ruas (*link's*). Um exemplo de problema que poderia ser melhor modelado a partir de uma variação do problema do carteiro chinês seria a coleta de lixo, como apontado por Eiselt *et al*. (1995).

Para o caso em que o problema do caixeiro viajante pode ser descrito em um grafo completo (onde todo nó tem acesso a qualquer outro), a formulação matemática através de um problema linear inteiro, dada por Dantzig *et al*. (1954), é a seguinte:

Função Objetivo:

$$Min = \sum_{(i,j)A} x_{ij}\, d_{ij} \quad \text{(Eq. 01)}$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_j x_{ij} = 1, \;\; \forall\, i \in N \quad \text{(Eq. 02)}$$

$$\sum_i x_{ij} = 1, \;\; \forall\, j \in N \quad \text{(Eq. 03)}$$

$$\sum_{i,j\,\in\,S} x_{ij} \leq |S| - 1, \;\; \forall\, S \subseteq N; |S| \geq 2 \quad \text{(Eq. 04)}$$

$$x_{ij} = 0 \; ou \; x_{ij} = 1 \; \forall\, (i,j) \in A \quad \text{(Eq. 05)}$$

Sendo que "A" é o conjunto de arcos do problema, N o conjunto de nós do grafo e S um subconjunto de N. Tem-se também como variáveis (i, j) que representam um arco pertencente ao conjunto "A", d_{ij} determinando as distâncias entre os nós "i" e "j" dadas no grafo e x_{ij} que informando se o arco (i, j) pertence a rota ótima ou não.

Dantes de iniciar as discussões sobre as relações das restrições do problema linear, vale a pena citar a estrutura de dados do problema. Os dados de entrada das distâncias são dados em uma matriz quadrada de tamanho *n* (sendo que *n é* o número de clientes mais a empresa de onde é iniciada a roteirização), onde é informado o menor caminho de um ponto para qualquer outro.

A variável de interesse no problema é também dada por uma matriz quadrada a qual indica a existência ou não daquele arco (*link* direcionado do grafo que representa o problema) na rota ótima encontrada, em outras palavras ela vai indicar a sequência ótima de percurso.

Tratando das expressões explícitas do problema linear inteiro (PLI), onde Eq. 01 é a função objetivo que é responsável pela minimização da distância total da rota. Já para as delimitações do problema, tem-se a Eq. 02 que garante que dado um nó "i", sempre haverá um fluxo de saída que é igual a 1. Já a Eq. 03 faz com que para todo nó "j" haja um fluxo de chegada igual a 1. Note que as relações estabelecidas em Eq. 02 e Eq. 03 juntas garantem a continuidade do fluxo, assim como a passagem em todos os nós pelo menos uma vez e por consequência são responsáveis pela condição de caminho fechado já que assim que dá uma entrada em um nó a outra condiciona uma saída e assim consecutivamente. Não menos importante, a relação Eq.04 trata da eliminação de sub circuitos, para que seja evitado pequenos loops dentro do algoritmo e para garantir a binariedade de x_{ij} tem-se a relação Eq. 05.

Uma característica importante a ser ressaltada é que, como a matriz de distâncias indica a menor distância de um nó para qualquer outro, pode acontecer de que ao ir de um nó a outro no grafo, o veículo passe por um nó já antes visitado, caso o percurso dele pertença ao menor caminho entre os dois nós. Esse caso indicado não irá ser previsto na solução a ser encontrada, porém no caso real, pode ser observado esse caso.

Segundo Papadimitriou (1977), a versão euclidiana do problema (a qual o problema atual pode ser considerado como uma pequena variante) é NP-Completo, o que significa que o número de passos necessários para a resolução de forma ótima do problema cresce de forma não polinomial. Entretanto a abordagem escolhida para a resolução desse estudo de caso foi a ótima, pois o problema é de pequeno tamanho e um algoritmo exato deve resolvê-lo de forma satisfatória e sem a perda da solução ótima. Assim, foi escolhido a modelagem do problema no *software* Excel, o qual conta com uma extensão com o algoritmo Simplex implementado.

3. Resultados e discussões

Foram listados 11 clientes a serem atendidos o que contabiliza um grafo com 12 nós (11 clientes mais o local inicial da panificadora). Todos os 12 pontos tiveram suas distâncias expressadas através do *app* Google Maps. Dada a característica do *app* a distância de um ponto a todos os outros foi o mínimo caminho entre esses pontos, por exemplo, em um caso ideal as distâncias seriam dadas por uma linha reta entre os dois pontos (sendo uma linha reta o menor caminho entre dois pontos).

As distâncias indicadas pelo *app* e uma indicação nominal de cada ponto podem ser visualizados na Figura 1.

Figura 1 – Matriz de distâncias mínimas entre todos os clientes e a panificadora

		Destino											
		O	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**
Origem	**O**	0	3.1	5.3	6.2	8.4	8.6	8.5	9.3	11.9	8.1	14.3	9.8
	A	1.8	0	7.4	8.3	10.4	10.7	10.5	11.3	13.9	10.1	16.3	11.8
	B	5.1	7.8	0	1.3	3.1	3.3	3.4	4.2	5.0	3.2	9.2	4.9
	C	5.6	8.2	1.6	0	3.0	3.2	3.3	4.0	6.3	4.2	9.0	5.1
	D	6.2	9.9	2.6	2.4	0	0.21	1.1	2.2	6.1	4.3	7.1	5.9
	E	1.8	9.7	2.4	2.1	0.55	0	0.9	2.0	5.9	4.0	6.9	5.7
	F	7.8	10.5	2.9	2.9	0.55	0.8	0	1.1	5.2	4.6	6.2	5.4
	G	8.5	11.2	3.6	3.6	1.2	1.4	0.7	0	4.7	5.0	5.8	5.7
	H	9.2	11.9	4.5	5.8	6.2	6.4	5.6	5.9	0	3.8	9.7	1.2
	I	8.5	11.2	7.8	5.1	5.9	6.1	5.8	6.7	3.3	0	11.1	2.6
	J	14.1	16.8	9.3	9.3	6.9	7.1	6.4	5.9	9.3	10.6	0	10.3
	K	12.8	15.5	5.2	6.1	7.3	7.5	6.7	6.9	1.2	3.9	10.8	0

Fonte: Autoria própria

Todas as distâncias acima indicadas são dadas em km. Os pontos indicados de "A" até "K" representam todos os clientes identificados e o ponto "O" é a Panificação.

Com a matriz de distâncias mínimas obtidas (disponível na Figura 1), então todos os dados para a resolução do problema já estão prontos para a execução do algoritmo. Depois da implementação do

PLI no ambiente Excel e com a execução do algoritmo Simplex, foi obtido o valor ótimo de rota de 38,66km.

A rota atual feita pelo veículo distribuidor da empresa tem uma distância total de 45,71km, saindo do ponto inicial (panificação) e percorrendo os clientes: A, B, C, D, E, F, G, J, H, K, I e retornando para o ponto inicial. Vale lembrar que somente um veículo é responsável pela distribuição dos produtos.

O percurso ótimo é o seguinte, saindo da panificação (Ponto O) o veículo deve percorrer, em sequência, os clientes: A, B, C, I, K, H, J, G, F, D, E e retornar à panificação. Uma característica importante a ser notada é que uma alternativa de solução para esse caso, seria a escolha do próximo nó em uma forma gulosa. Por exemplo, assumindo que o veículo fizesse todos os percursos através de algum *app* de caminho mais curto, ou simplesmente pelo conhecimento espacial da cidade. Nesse caso, a rota seria dada pela saída da panificação e percurso dos clientes: A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, J e o retorno a panificação. Esse percurso feito de forma gulosa tem uma distância total de 52.01km, o que representa um aumento de 34,53% da distância percorrida. Dessa forma, percebe-se que soluções dessa forma, apesar de serem factíveis e apresentaram distâncias até interessantes no começo, tendem a apresentar valores muito maiores que a solução ótima.

Tratando dos custos operacionais variáveis, a empresa realiza a entrega dos produtos com um veículo do tipo Toyota Hillux DLX 2.8 4x2 CD/1997. O consumo médio deste veículo não foi mensurado, mesmo que de forma geral. Assim para ter uma noção aproximada desse valor foi buscado o consumo médio esperado em veículos parecidos com o mesmo. O veículo mais próximo ao utilizado é um veículo da mesma marca com motor 2.7 4x2 e de 2017, que segundo o PBE (2017) tem o consumo médio de 6.9km/L de gasolina. Sabendo que a nova rota tem uma diminuição de 7,05km na rota, então a redução do consumo de gasolina pode ser encontrada. Assim, o consumo reduzido esperado é de 1,02L em cada rota realizada, ou ainda levando em consideração o preço médio atual da gasolina na cidade de Aracaju entre 25/03/2018 e 31/03/2018, segundo a ANP (2018) que é de R$ 4,058/L, apresenta uma redução de R$ 4,15/rota realizada. Como a rota é feita 4 vezes por mês, então mensalmente essa mudança representa uma redução de R$ 16,6/mês. Apesar de ser uma redução pouco significativa, vale lembrar que o retorno dessa mudança é imediato, pois não há nenhum investimento inicial.

Por fim, vale ressaltar novamente que a redução de custos esperada, só faz sentido, pois a carga transportada tem um peso muito ínfimo, não tendo grandes impactos no aumento do peso do veículo mais a carga. Caso a carga tivesse um peso considerável, outras variáveis deveriam ser levadas em conta para a determinação precisa da redução de custos. Como pode ser visto em Demir *et al*. (2011), ao analisar vários modelos que predizem o consumo de combustível em veículos de transporte, outras variáveis deveriam ser levadas em consideração, tais como carga transportada e velocidade desenvolvida nos vários trechos do percurso.

4. Conclusão

Neste estudo de caso foi apresentada a resolução de um problema de roteamento de um único veículo, responsável pela entrega de produtos fabricados em uma panificadora da cidade de São Cristovão-SE. O problema foi modelado matematicamente através do problema do caixeiro viajante e resolvido a partir do algoritmo Simplex disposto no ambiente Excel. Desta forma, a rota sugerida para empresa foi: O (Panificação), A, B, C, I, K, H, J, G, F, D, E e retorno à O. A solução ótima foi menor, em distância, quando comparada com a rota atual feita pela empresa, em 18,24% que impacta diretamente na lucratividade do produto. Ainda foi discutida uma alternativa de solução, baseada em um procedimento guloso, o qual apresenta também uma piora significativa em relação ao valor encontrado na solução ótima, justificando por todas as vias a necessidade de resolução do problema através de algoritmos exatos.

Apesar da pequena redução gerada, a frequência semanal dos pedidos desses clientes faz com que haja uma melhor percepção de valor agregado através desta otimização. Atentando assim a importância desse estudo que com o algoritmo pode ser aplicado de maneira rápida e trazendo melhor eficácia aos investimentos no setor logístico da organização. Caso a rota fosse realizada durante mais vezes ou até mesmo por mais veículos, esse valor representaria um ganho ainda maior. Conclui-se então que a tentativa de resolução dos problemas de roteamento para a diminuição dos desperdícios. Logo, para o futuro, independente do meio utilizado, o roteamento de veículos deve ser um pilar central na redução de custos logísticos operacionais.

5. Referências

Alexanderson, Gerald. **About the cover: Euler and Konigsberg bridges: a historical view**. Bulletin of the American Mathematical Society: Providence. v. 43, n. 4, p. 567-573, 2006.

ANP. **Sistema de levantamento de preços**. Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis: Brasil, 2018. CNT. **Custo logístico consome 12,7% do PIB do Brasil**. Confederação Nacional do Transporte: Brasília, 2016. Disponível em: <http://www.cnt.org.br/Imprensa/noticia/custo-logistico-consome-12-do-pib-do-brasil> Acesso em: 17 mar. 2018.Disponível em: <http://www.anp.gov.br/preco/prc/Resumo_Por_Estado_Municipio.asp> Acesso em: 03 abr. 2018.

Corberán, Ángel; Erdogan, Gunes; Laporte, Gilbert; Plana, Isaac; Sanchis, José M. **The chinese postman problem with load-dependent costs**. Transportation Science: Baltimore. Articles in Advance, p. 1-26, 2018.

Dantzig, G.; Fulkerson, R.; Johnson, S. **Solution of a large-scale travelling-salesman problem**. Operations Research. v. 2, n. 1, p. 393-410, 1954.

Demir, Emrah; Bektas, Tolga; Laporte, Gilbert. **A comparative analysis of several vehicle emission models for road freight transportation**. Transportation Research Part D. v. 6, n. 1, p. 347-357, 2011.

Eiselt, H.A.; Gendreau, Michel; Laporte, Gilbert. **Arc Routing Problems, Part II: The Rural Postman Problem**. Operations Research. v. 43, n. 3, p. 399-414, 1995.

Encyclopaedia Britannica. **Graph theory**. Encyclopaedia Britannica, 2017. Disponível em: <https://www.britannica.com/topic/graph-theory> Acesso em: 18 mar. 2018.

Export. Brazil – **Transportation Infrastructure**. U.S. Departament of Commerce's International Trade Administration, 2017. Disponível em: <https://www.export.gov/article?id=Brazil-Transportation> Acesso em: 17 mar. 2018.

Goel, Asvin; Gruhn, Volker. **A General Vehicle Routing Problem**. European Journal of Operational Research. v. 191, n. 3, p. 650-660, 2008.

Kramer, Raphael H.F.R.; Subramanian, Anand; Penna, Puca, H.V. **Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: um estudo de caso em uma indústria de bebidas**. Gestão & Produção: São Carlos. v. 23, n. 1, p. 165-176, 2016.

Laporte, Gilbert**. The Travelling Salesman Problem: An overview of exact and approximate algorithms**. European Journal of Operational Research. v. 59, n. 1, p. 231-247, 1992.

Papadimitriou, Christos H**. The Euclidian travelling salesman problem is NP-Complete**. Theoretical Computer Science. v. 4, n. 3, p. 237-244, 1997.

PBE. **Consulta de Veículos Leves**. Programa Brasileiro de Etiquetagem: Brasil, 2017. Disponível em: <http://pbeveicular.petrobras.com.br/TabelaConsumo.aspx> Acesso em: 03 abr. 2018.

Potvin, Jean-Yves**. Genetic algorithms for the travelling salesman problem**. Annals of Operations Research. v. 63, n. 1, p. 339-370, 1996.

Santander Trade. **Organize a transportation of goods to and from Brazil**. Santander Bank, 2018. Disponível em: <https://en.portal.santandertrade.com/international-shipments/brazil/exporting-products#haut> Acesso em: 17 mar. 2018.

Vidal, Thibaut. **Node, Edge and Arc Routing and Turn Penalties: Multiple problems – Onde Neighborhood Extension**. Operations Research. v. 65, n. 4, p. 992-1010, 2016.

Wang, Zicheng; Geng, Xiutang; Shao, Zehui**. An effective Simulated Annealing Algorithm for Solving the Travelling Salesman Problem**. Journal of Computational and Theoretical Nanoscience. v. 6, n.1, p. 1680-1686, 2009.

Yang, Jinhui; Shi, Xiaohu; Marchese, Maurizio; Liang, Yanchun**. An ant colony optimization method for generalized TSP problem**. Progress in Natural Science. v.18, n. 1, p. 1417-1422, 2008.