

Espaço Elementar de Regras Equivalentes

0(255), 1(127), 2(16,191,247), 3(17,63,119), 4(223), 5(95),
6(20,159,215), 7(21,31,87), 8(64,239,253), 9(65,111,125),
10(80,175,245), 11(47,81,117), 12(68,207,221), 13(69,79,93),
14(84,143,213), 15(85), 18(183), 19(55), 22(151), 23, 24(66,189,231),
25(61,67,103), 26(82,167,181), 27(39,53,83), 28(70,157,199),
29(71), 30(86,135,149), 32(251), 33(123), 34(48,187,243),
35(49,59,115), 36(219), 37(91), 38(52,155,211), 40(96,235,249),
41(97,107,121), 42(112,171,241), 43(113), 44(100,203,217),
45(75,89,101), 46(116,139,209), 50(179), 51, 54(147), 56(98,185,227),
57(99), 58(114,163,177), 60(102,153,195), 72(237), 73(109),
74(88,173,229), 76(205), 77, 78(92,141,197), 90(165), 104(233),
105, 106(120,169,225), 108(201), 128(254), 129(126), 130(144,190,246),
131(62,145,118), 132(222), 133(94), 134(148,158,214), 136(192,238,252),
137(110,124,193), 138(174,208,244), 140(196,206,220), 142(212),
146(182), 150, 152(188,194,230), 154(166,180,210), 156(198),
160(250), 161(122), 162(176,186,242), 164(218), 168(224,234,248),
170(240), 172(202,216,228), 178, 184(226), 200(236), 204, 232

Classificação das Regras: Wolfram

■ Classificação qualitativa do comportamento dos ACs:

Classe 1: relaxam após um período transiente para a mesma configuração fixa (p.ex., todas as células no estado 1).

Classe 2: relaxam após um período transiente para algum ponto fixo ou algum ciclo periódico de configurações, dependendo da configuração inicial.

Classe 3: quase todas configurações iniciais relaxam após um período transiente para um comportamento caótico.

Classe 4: algumas configurações iniciais resultam em estruturas localizadas complexas, algumas vezes bastante duradoras.

Conjectura: todos os ACs que têm computabilidade universal devem se enquadrar na classe 4.

Classificação das Regras: LI-Packard

- **Regras Nulas:** a configuração limite é tudo 0's ou tudo 1's.
- **Regras Ponto Fixo Heterogêneas:** a configuração limite é invariante ao reaplicarmos a regra do AC (com um possível deslocamento).
- **Regras Ciclo Duplo:** a configuração limite é invariante ao reaplicarmos a regra 2 vezes (com um possível deslocamento).
- **Regras Periódicas:** a configuração limite é invariante à aplicação da Regra L vezes, com o tamanho do ciclo L ou independente ou fracamente dependente do tamanho do sistema.
- **Regras à Beira do Caos (ou Complexas):** embora a dinâmica limite possa ser periódica, o intervalo de transição pode ser extremamente longo. Este intervalo cresce mais que linearmente com N.
- **Regras Caóticas:** produzem dinâmicas não periódicas. Estas regras são caracterizadas pela divergência exponencial do comprimento do seu ciclo com N e pela instabilidade com respeito a perturbações.

Propriedades Estatísticas

- Descrição quantitativa dos comportamentos: medidas estatísticas que evidenciam as diferenças entre as classes.
- Função: “Medir” e não “Prever”.
- Medidas mais utilizadas:
 - Taxa de espalhamento de padrões de diferença
 - Entropia
 - Informação Mútua

Caracterização das Classes

- **Nula:** as três medidas são nulas.
- **Ponto Fixo Espacialmente Heterogênea:** taxa de espalhamento de padrões de diferença é nula. A entropia espacial é finita. A entropia em outras direções tende a zero. A informação mútua também tende a zero.
- **Ciclo Duplo e Periódica:** a taxa de espalhamento de padrões de diferença é nula. A entropia e a informação mútua assumam valores não-nulos na direção espaço-tempo da periodicidade.
- **Complexa:** caracterizada por uma ausência de convergência estatística. Quando a computação das estatísticas é alcançada, a taxa de espalhamento é praticamente nula, a entropia é moderada e a informação mútua é grande.
- **Caótica:** a taxa de espalhamento de padrões de diferença é alta, assim como a entropia em todas as direções. A informação mútua é nula.

Parâmetros do Espaço de Regras

- A dinâmica de um AC é determinada pela sua regra de transição.
- Vários parâmetros calculados diretamente da Tabela de Regras têm sido propostos para previsão de comportamento.
- Um dos objetivos é marcar a transição de fase entre ordem e caos.
- O parâmetro λ (de Chris Langton): importante precursor.
- A alta dimensionalidade do espaço de regras dos ACs torna a parametrização do espaço difícil, e muitos estudos apontam para a necessidade de se utilizar mais de um parâmetro para se ter uma melhor caracterização das dinâmicas

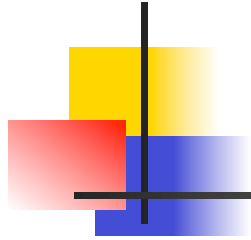
Análise Crítica das Parametrizações

- Diretrizes no estabelecimento de um parâmetro:
 - ❖ O foco na definição de um parâmetro deve ser quantificar a capacidade de uma regra relacionada a algum tipo de “mudança”.
 - ❖ Regras com dinâmicas equivalentes devem possuir o mesmo valor segundo um mesmo critério de parametrização
 - ❖ Nenhuma distinção entre os estados deve ser feita na definição do parâmetro
 - ❖ O parâmetro deve definir regiões de comportamento dinâmico as mais puras quanto possível no espaço de regras
 - ❖ A definição de um parâmetro deve ser extensível para quaisquer dimensões

Análise Crítica das Parametrizações

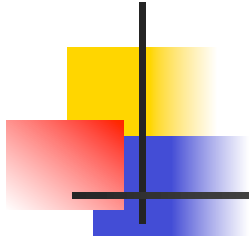
■ Diretrizes (cont.):

- ❖ Um parâmetro deve “esticar” o espaço de regras dentre dois comportamentos dinâmicos distintos.
- ❖ Habilidade satisfatória para prever o comportamento dinâmico das regras
- ❖ O parâmetro deve ser sensível ao tamanho da vizinhança
- ❖ O parâmetro deve possuir boa granularidade



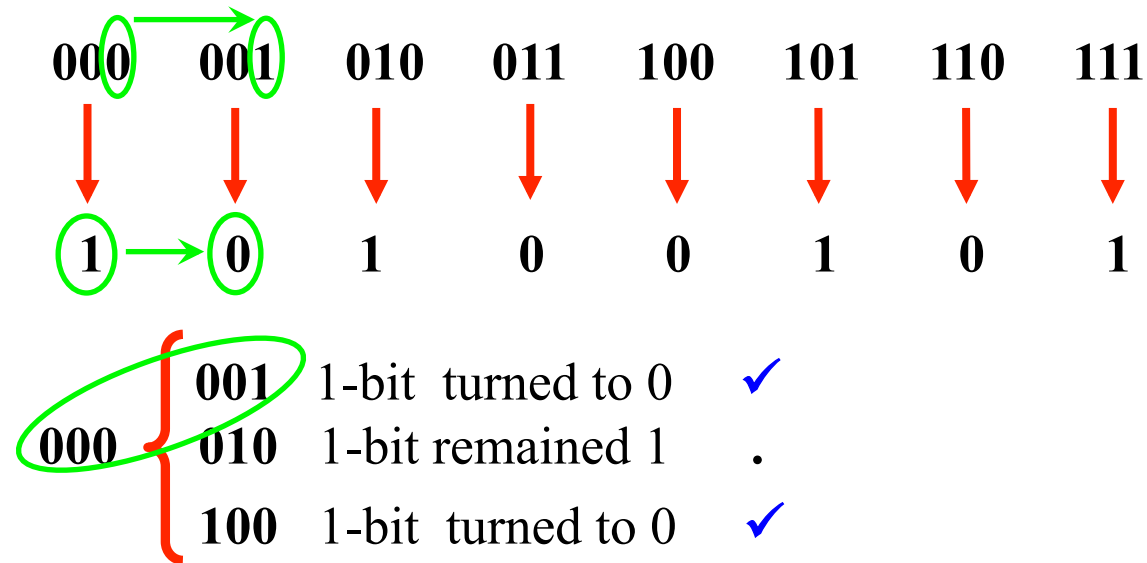
Further Dynamics-Related Parameters

- Perfect automatic forecast of the dynamic behaviour of CAs is not possible.
- But the use of parameters directly calculated from the rule table can help.
- More than one parameter is required.
- Parameters for forecasting the dynamics of CAs help the relative discrimination between the following behaviours:
 - * **Sensitivity:**
null × chaotic
 - * **Neighbourhood Dominance** and **Absolute Activity:**
fixed point × two-cycle
 - * **Activity Propagation:**
'fixed' (null + fixed point) × 'non-fixed'



Sensitivity (S)

Quantifies the number of changes in the outputs of the CA transition rule, caused by changing the state of a cell of the neighbourhood.

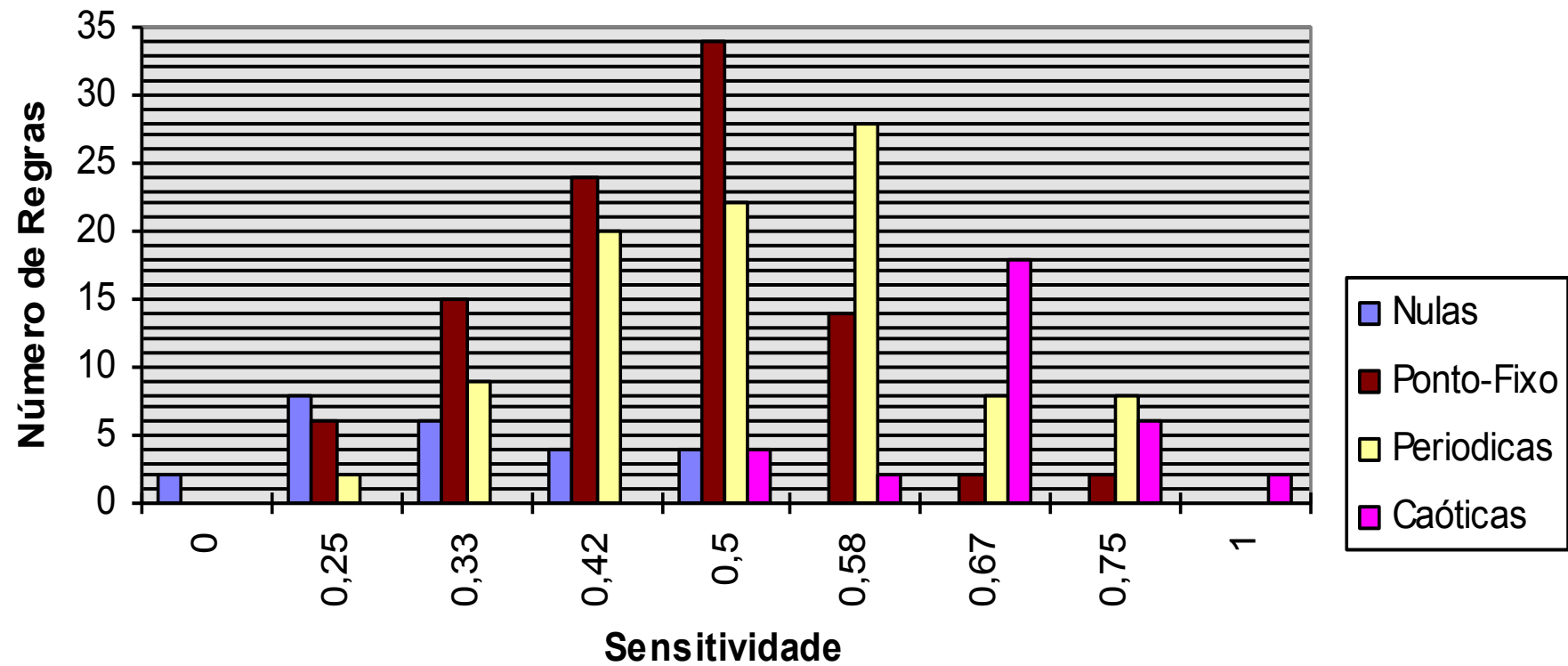


Activity Propagation (P)

Roughly, it is a joint quantification of **neighbourhood dominance** and **sensitivity** of each CA transition rule.

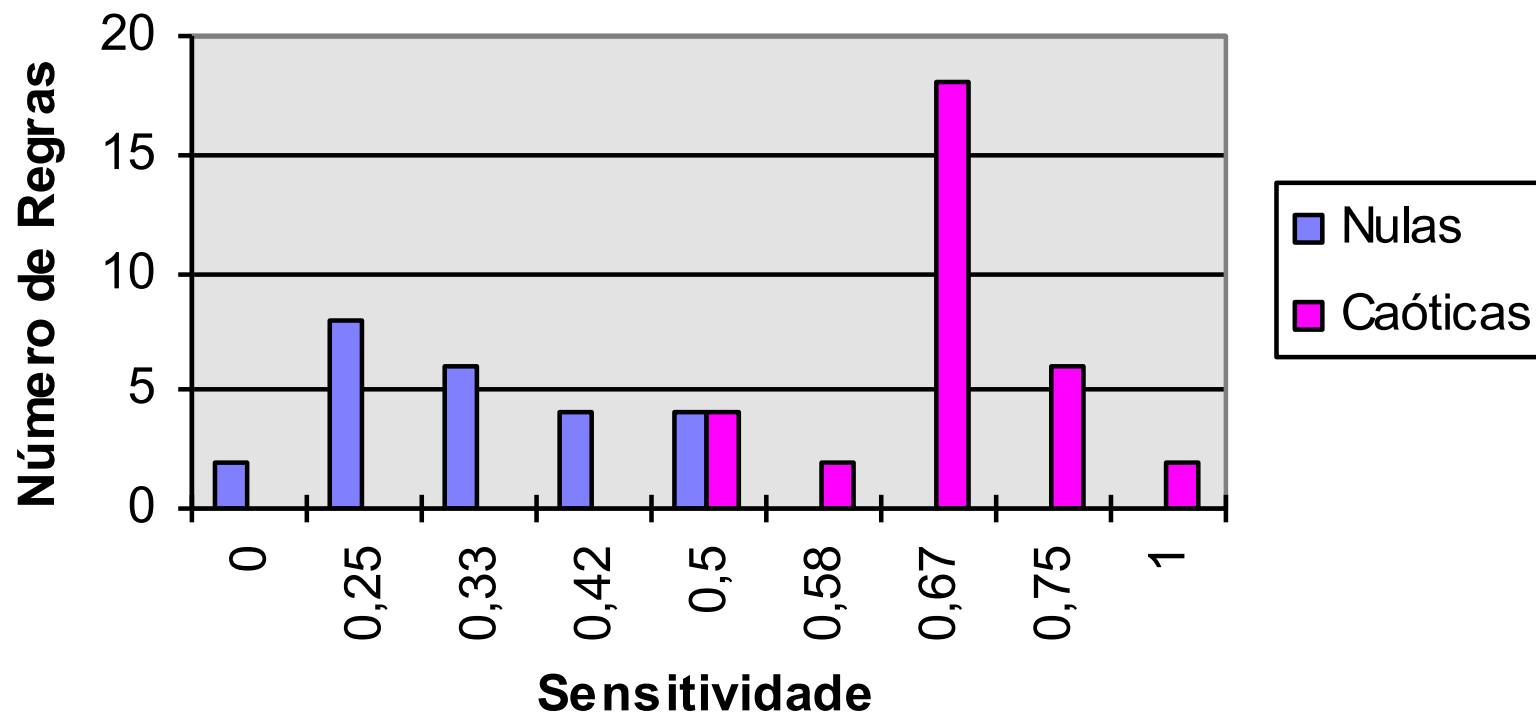
Sensitividade

Sensitividade: nº de regras por classe dinâmica



Sensitividade

Sensitividade: Regras Nulas e Caóticas

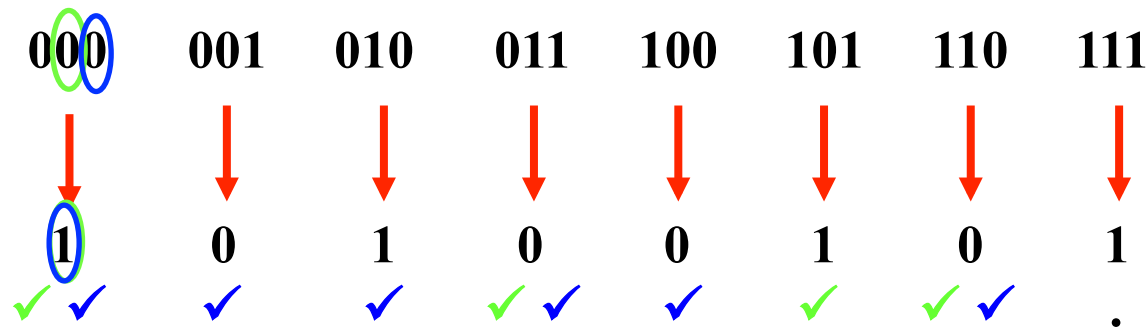




Absolute Activity (A)

Quantifies how much change is entailed by the CA rule transition, in the state of the centre cell, in relation to two aspects:

- 1) The state of the centre cell of the neighbourhood
- 2) The states of the pair of cells which are equally apart from the centre cell.



✓ (in the centre cell)

✓ (in the right and/or left cells)

Atividade Absoluta

nº de transições da regra que provocam uma mudança no estado da célula central da vizinhança

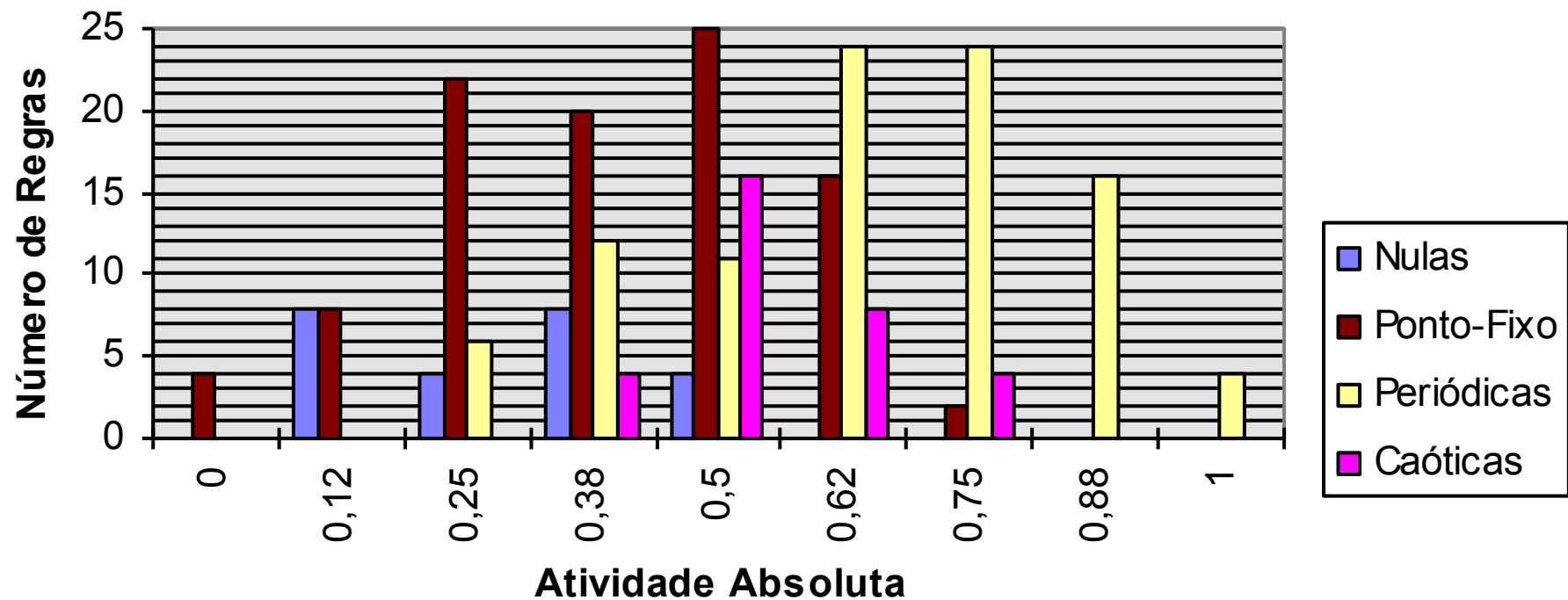
Atividade = +

Absoluta nº de transições da regra que levam o estado da célula central a um estado diferente ou da célula à esquerda ou da célula à direita da vizinhança - 6

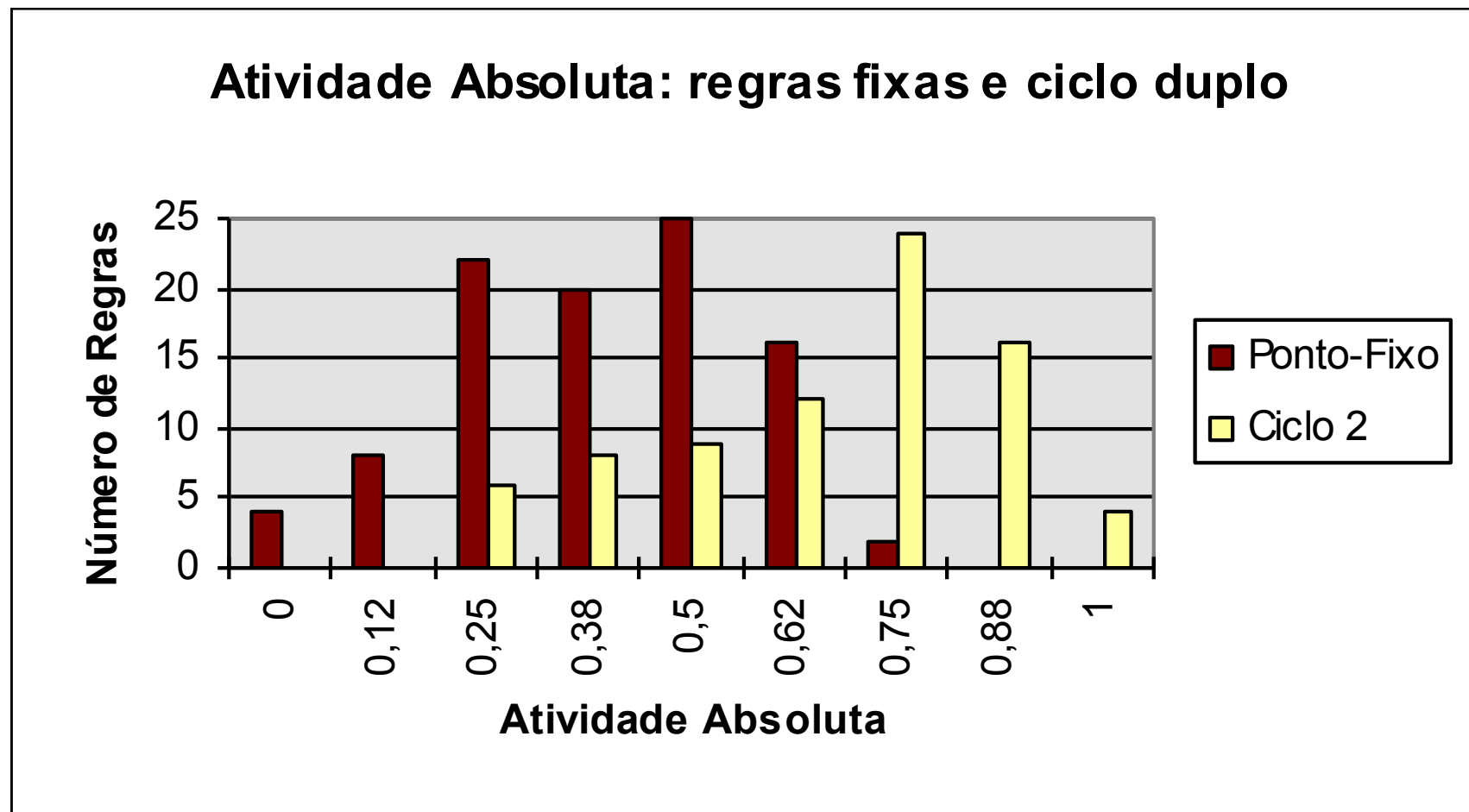
$$A = \sum_n \left(1 \left[\text{se } f(s_1, s_2, \dots, s_d \dots, s_m) \neq s_d \right] + \sum_{i=1}^{d-1} 1 \left[\text{se } f(s_1, \dots, s_i \dots, s_m) \neq s_i \parallel \text{se } f(s_1, \dots, s_{m-i+1} \dots, s_m) \neq s_{m-i+1} \right] \right)$$

Atividade Absoluta

Atividade Absoluta: no de regras por classe dinâmica



Atividade Absoluta





Neighbourhood Dominance (N)

Quantifies how much change is entailed by the CA rule transition, in the state of the centre cell, in respect to the state that predominates in the neighbourhood as a whole.

000	001	010	011	100	101	110	111
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	0	1	0	0	1	0	0
.	✓	.	.	✓	✓	.	.
3	1	1	1	1	1	1	3 (weight)

. (*does not follow* the neighbourhood)

✓ (*follows* the neighbourhood)

The more homogeneous the neighbourhood involved, the higher its **weight**.

Domínio da Vizinhaça

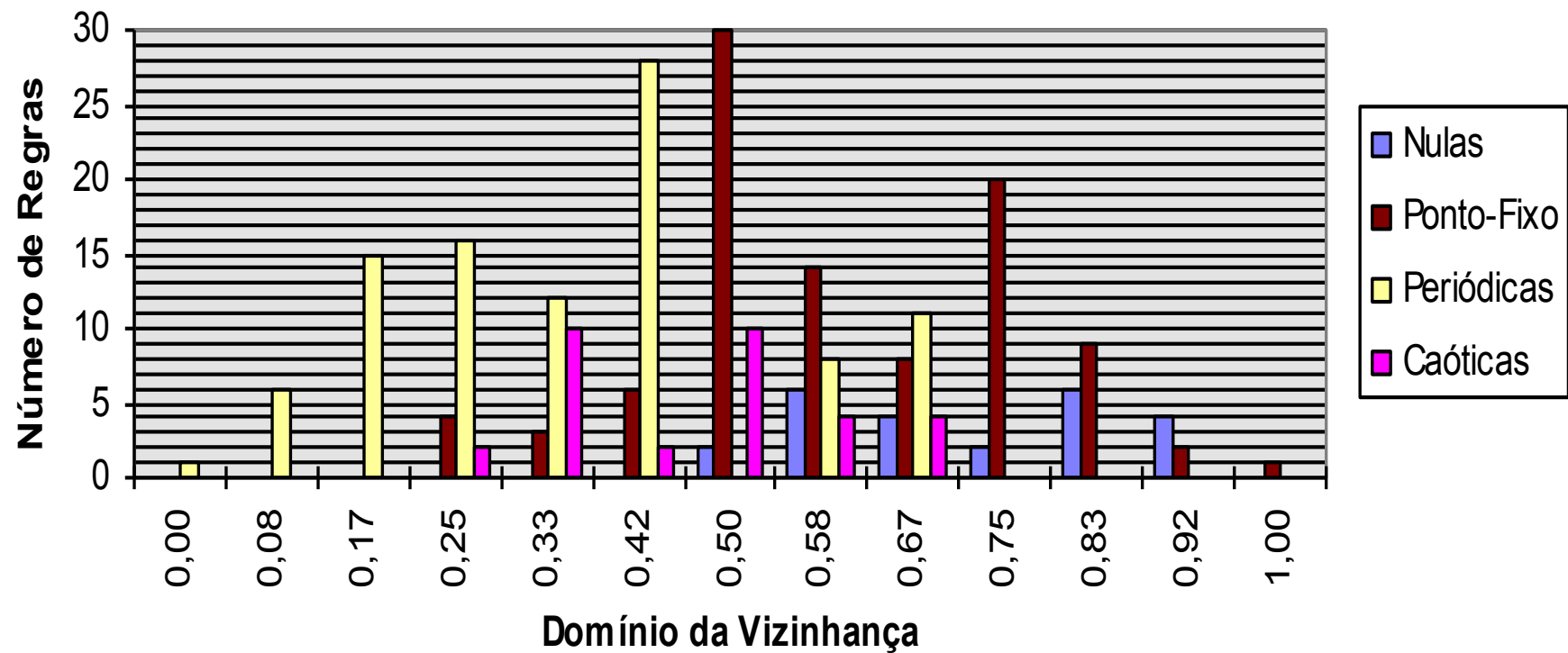
Domínio da Vizinhaça = **3 * (nº de transições homogêneas da regra que estabelecem como novo valor da célula central o estado que mais aparece na vizinhaça da transição)**
+ nº de transições heterogêneas da regra que estabelecem como novo valor da célula central o estado que mais aparece na vizinhaça da transição

$$D = \sum_n \binom{N}{k+j} 1 \left[k < j \text{ e } f(s_1, \dots, s_m) = 0 \right] + \sum_n \binom{N}{k-j} 1 \left[k \geq j \text{ e } f(s_1, \dots, s_m) = 1 \right]$$

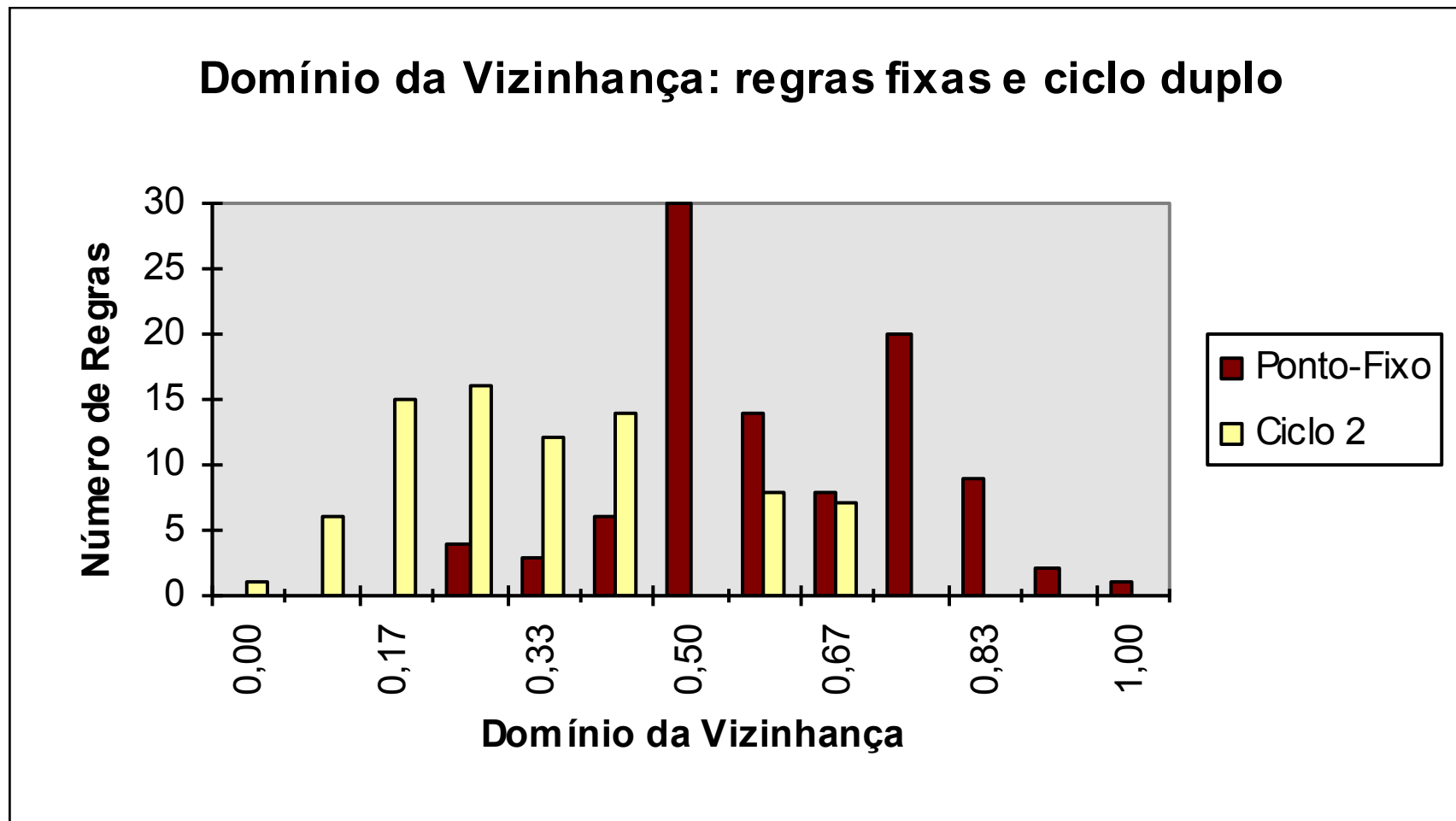
$$\text{onde, } k = \sum_{i=1}^m s_i \text{ e } j = \frac{(m+1)}{2}$$

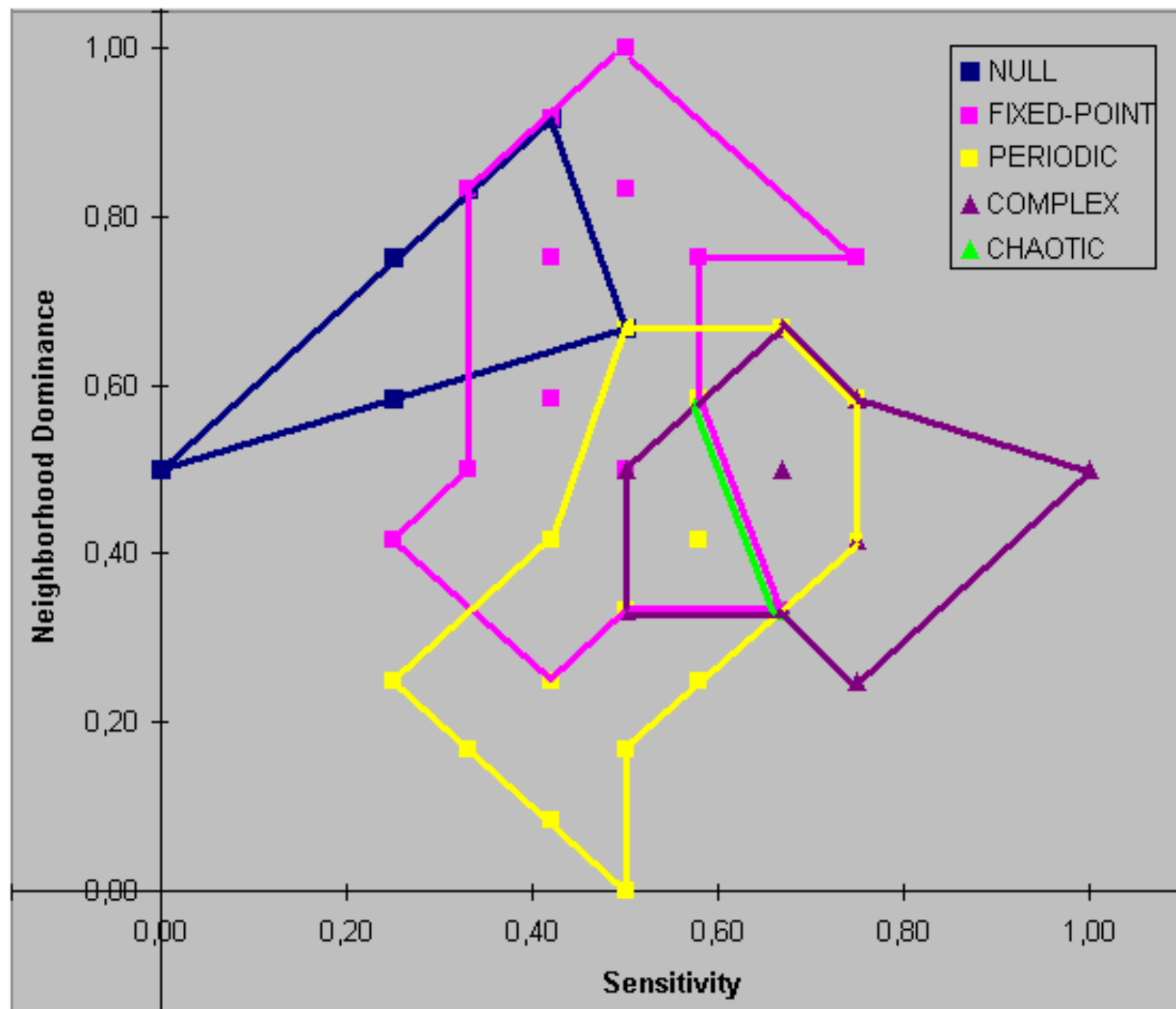
Domínio da Vizinhaça

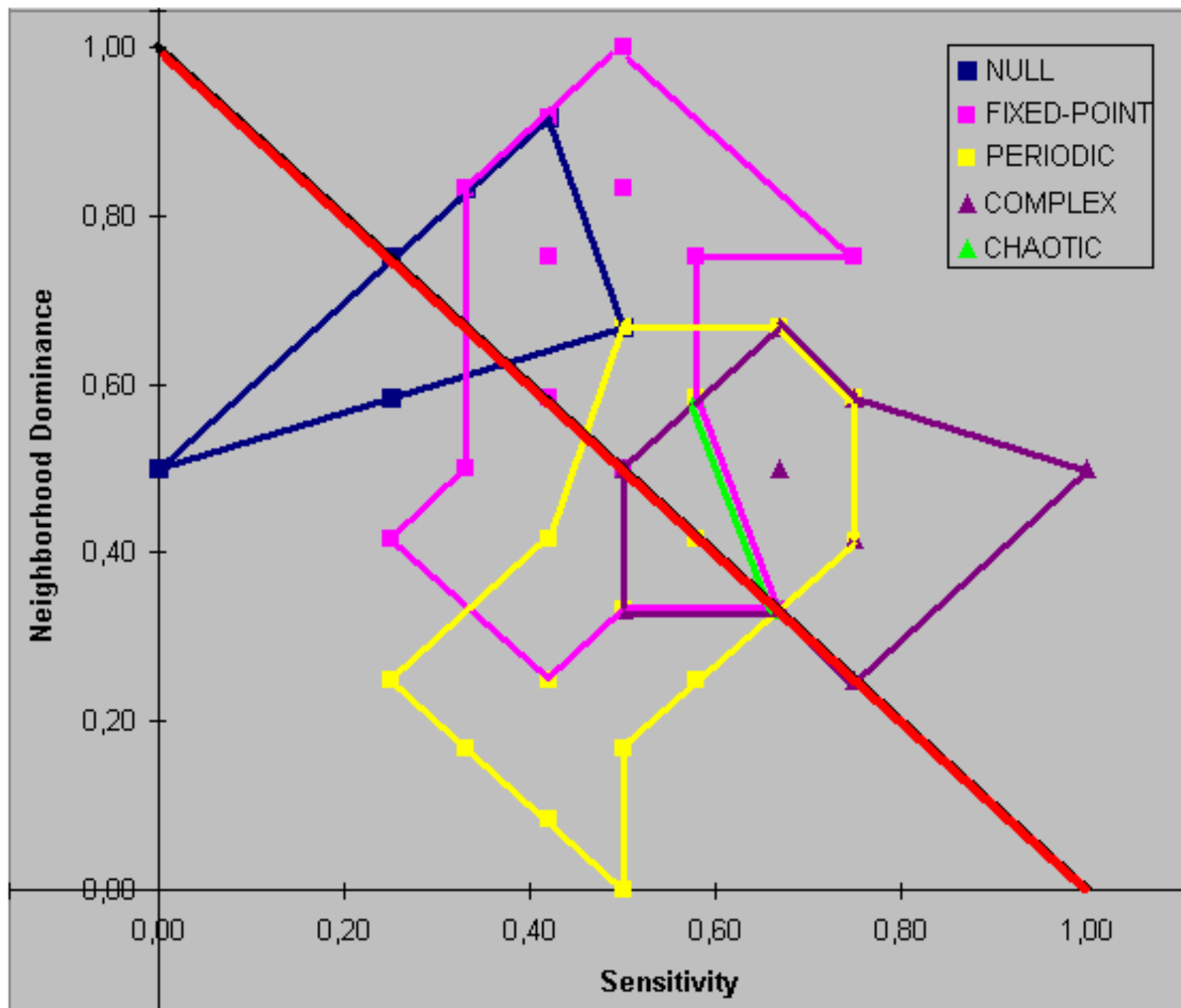
Domínio da Vizinhaça: nº de regras por classe dinâmica

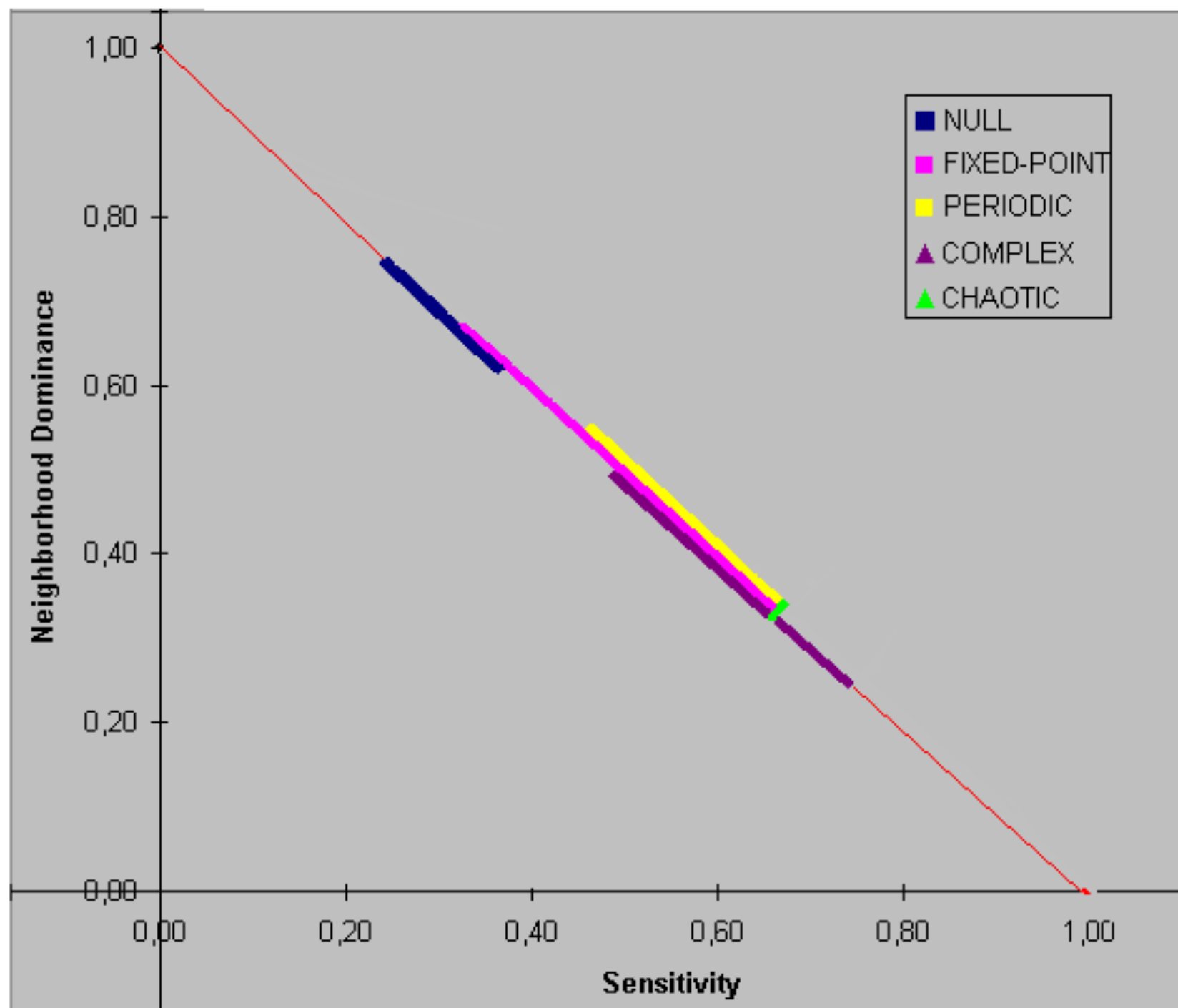


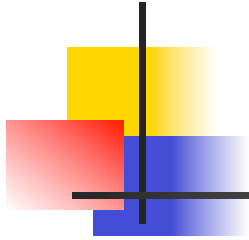
Domínio da Vizinhaça











Activity Propagation (P)

Roughly, it is a joint quantification of
neighbourhood dominance and
sensitivity
of each CA transition rule.

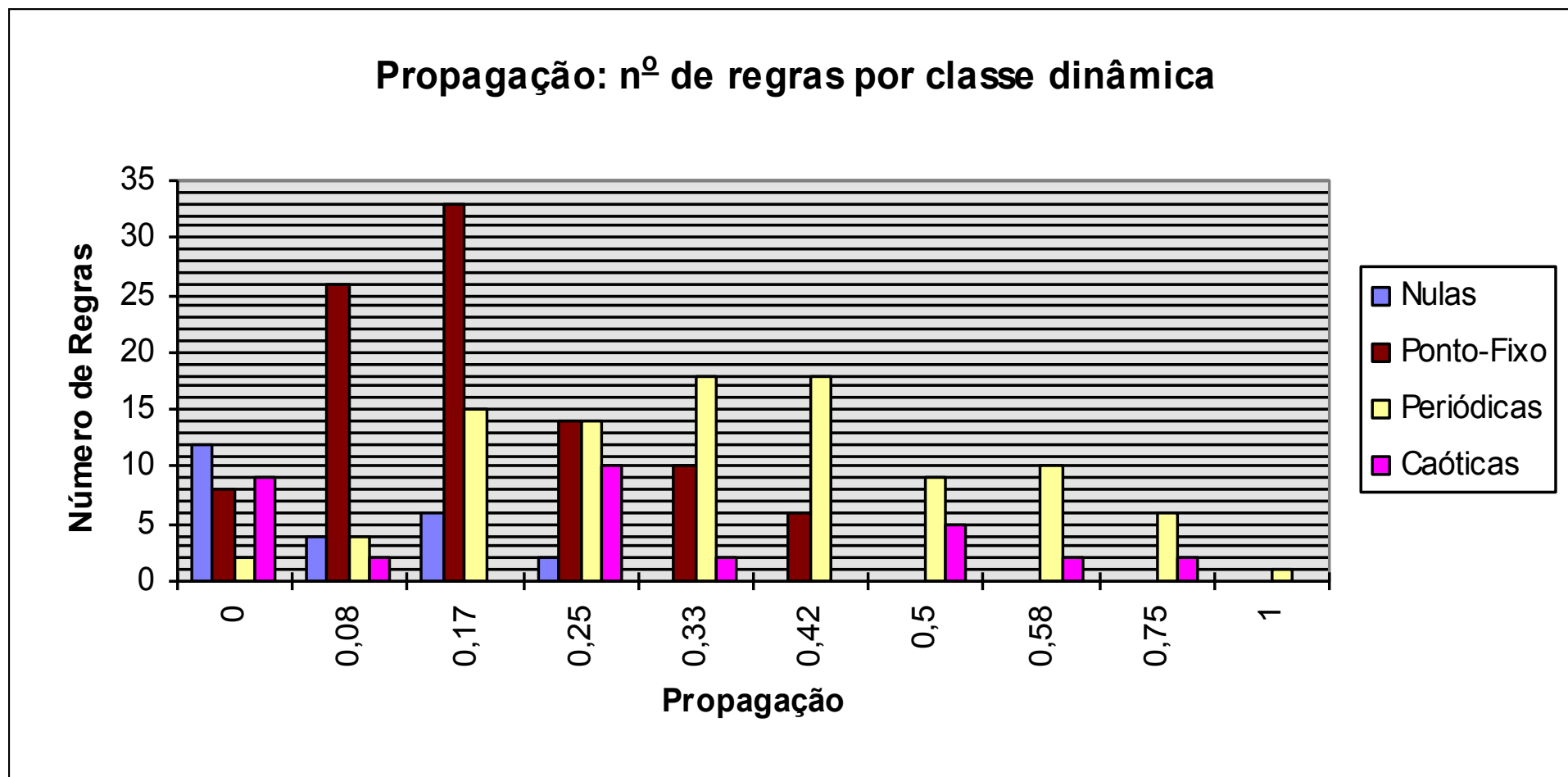
Propagação da Atividade

O parâmetro Propagação da Atividade contabiliza 3 tipos de transições:

- 1. nº de transições onde ocorrem 2 situações ao mesmo tempo:**
 - o novo estado da célula central “não segue” o estado que domina a vizinhança da transição.
 - a transição desta vizinhança “flipada” na célula da esquerda também “não segue” o estado que domina esta vizinhança “flipada”.
- 2. nº de transições onde ocorrem 2 situações ao mesmo tempo:**
 - o novo estado da célula central “não segue” o estado que domina a vizinhança da transição.
 - a transição desta vizinhança “flipada” na célula central também “não segue” o estado que domina esta vizinhança “flipada”.
- 3. nº de transições onde ocorrem 2 situações ao mesmo tempo:**
 - o novo estado da célula central “não segue” o estado que domina a vizinhança da transição.
 - a transição desta vizinhança “flipada” na célula da direita também “não segue” o estado que domina esta vizinhança “flipada”.

O valor do parâmetro é a soma das 3 contabilizações dividido por 2.

Propagação da Atividade



Propagação da Atividade

