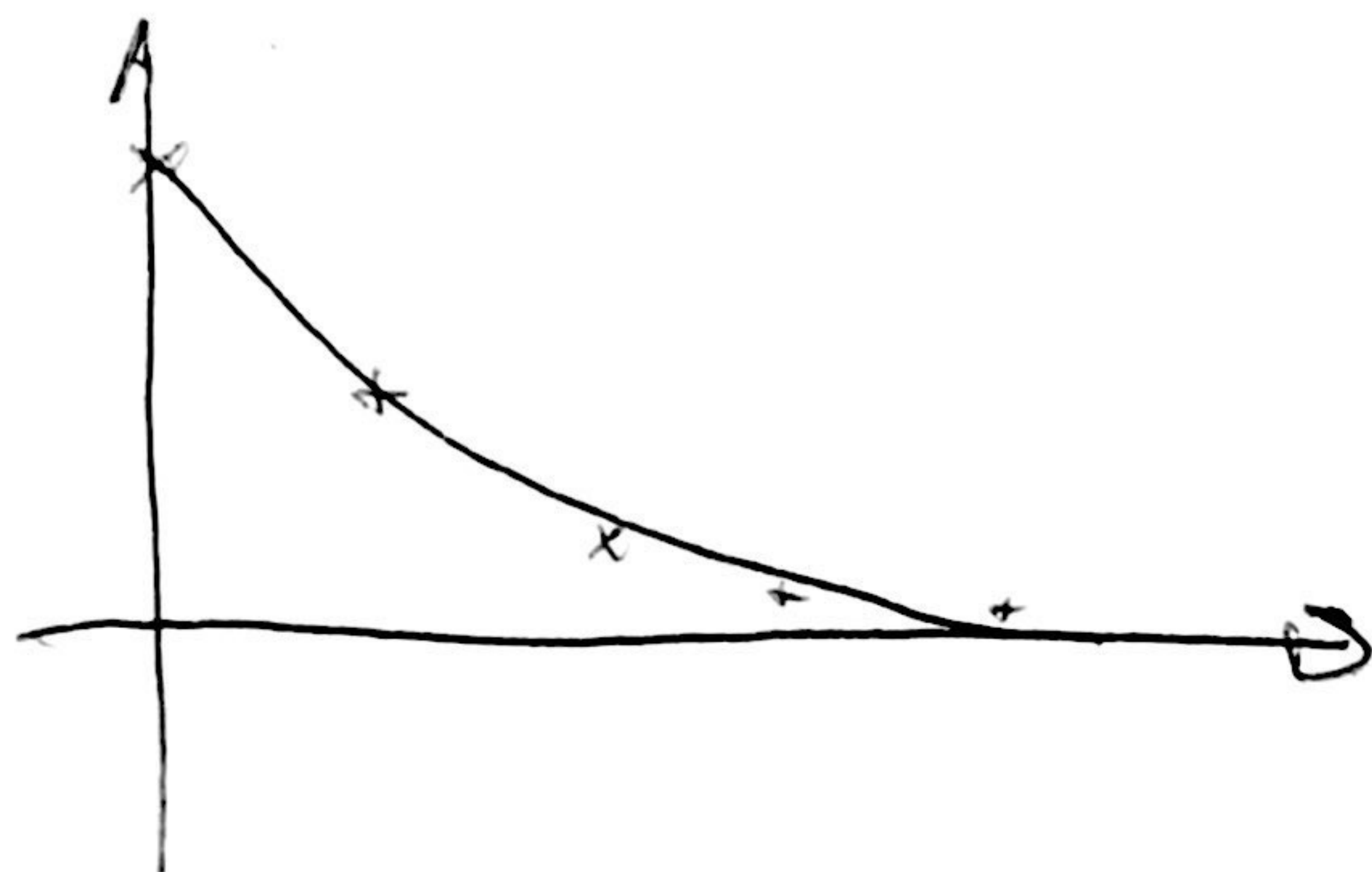
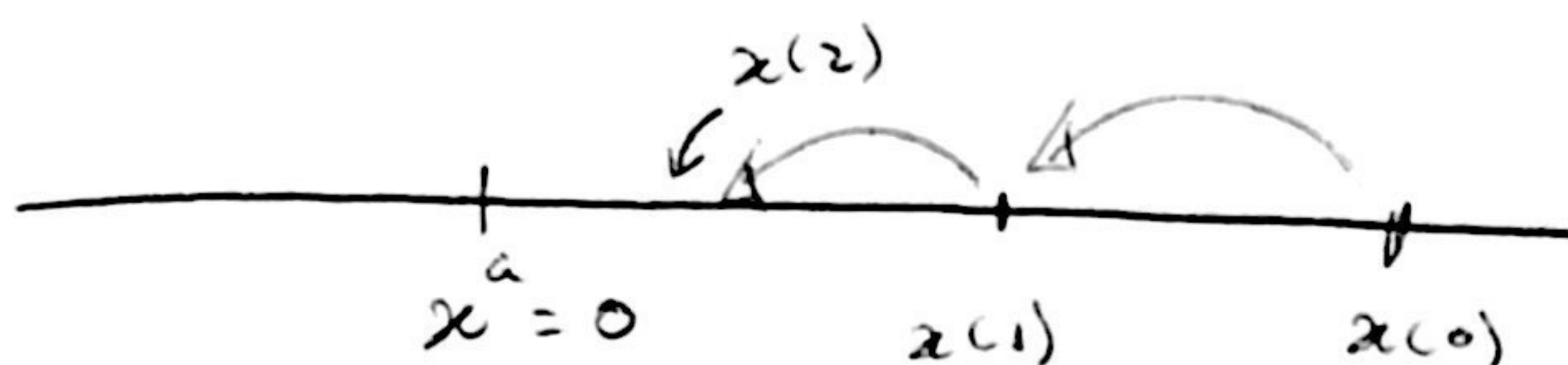


# Estabilidade de $x^*$

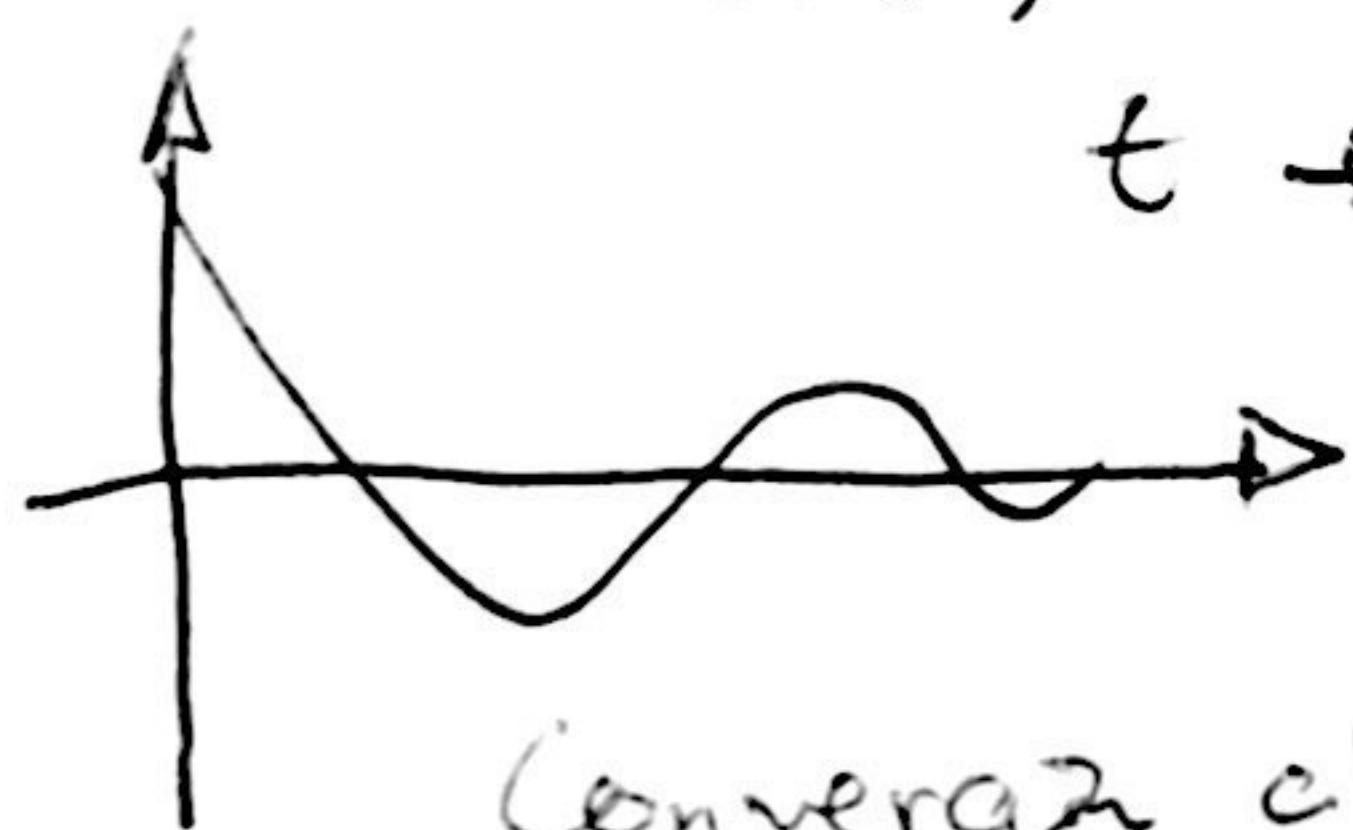


$$x(t) \rightarrow x^a = 0$$

$$t \rightarrow \infty$$

$$x(t) \rightarrow x^a = 0$$

$$t \rightarrow \infty$$



Convergência

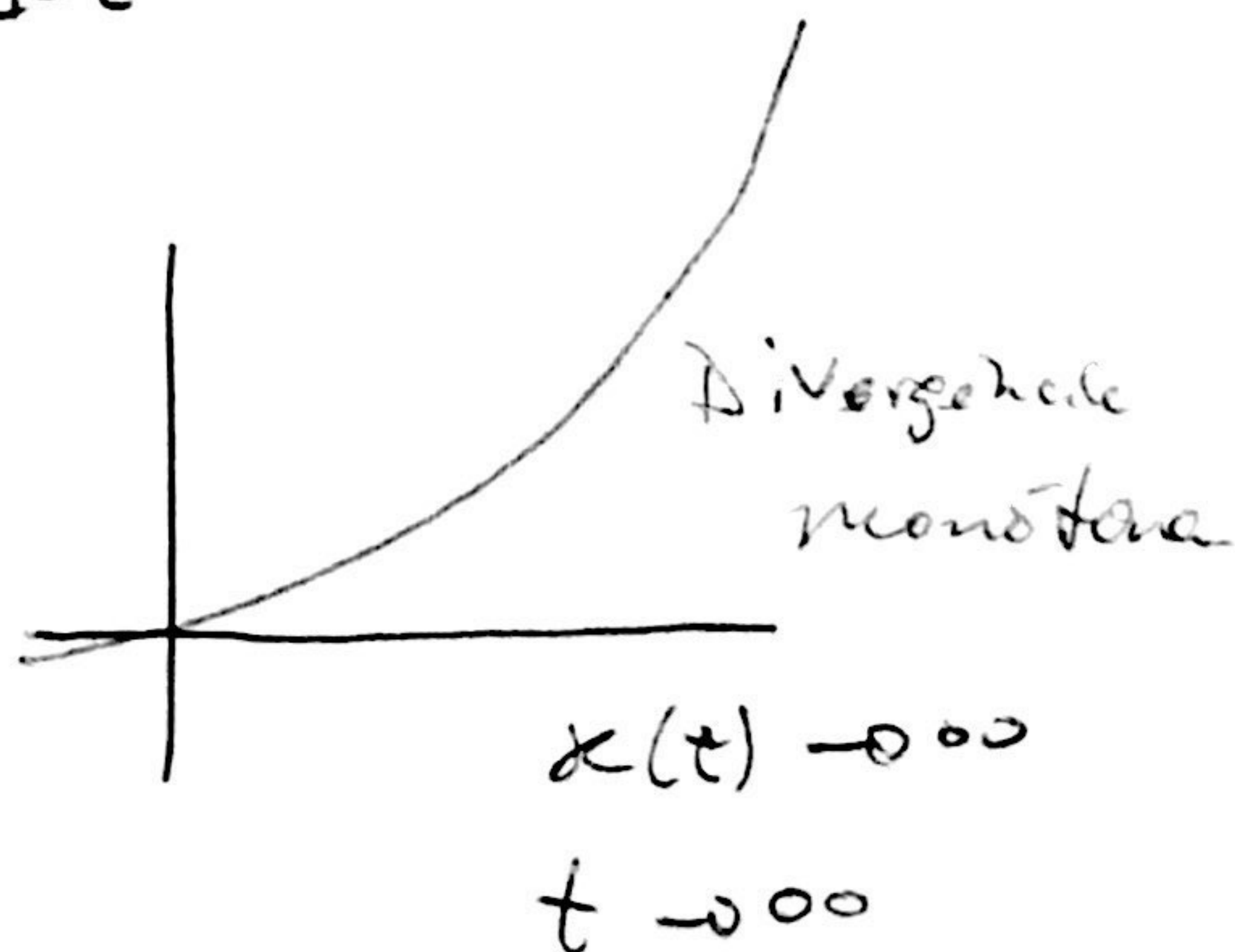
Oscilatória

Para  $K_1 > 1$  ex:  $K_1 = 2$

$$x(1) = 2x(0)$$

$$x(2) = 4x(0)$$

$$x(3) = 8x(0)$$



$$x(t) \rightarrow \infty$$

$$t \rightarrow \infty$$

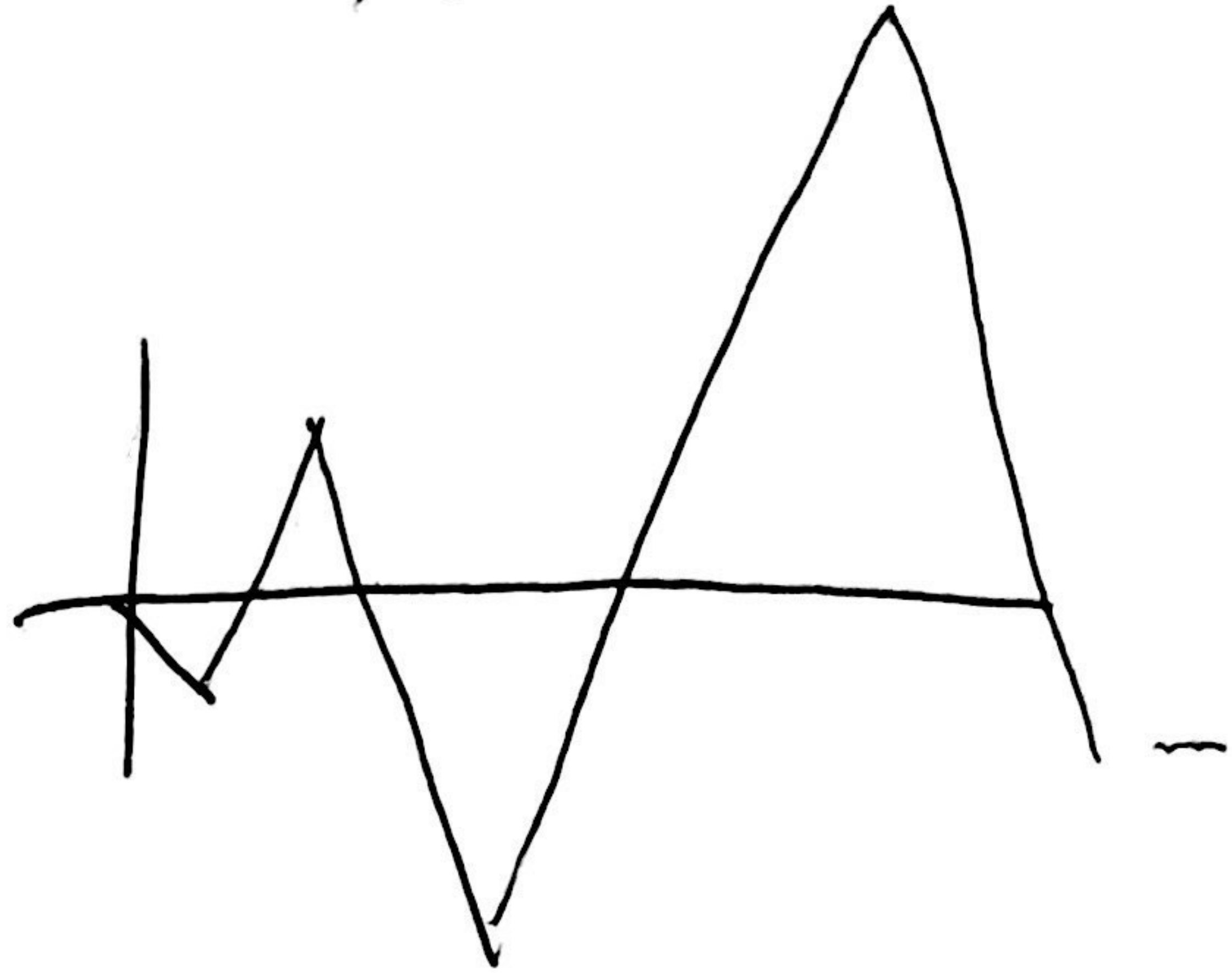
Para  $\mu: < -1$

ex:  $\mu = -2$

$$x(1) = -2x(0)$$

$$x(2) = 4x(0)$$

$$x(3) = -8x(0)$$



Mapa logístico:

Termo de saturação

$$x(t+1) = \mu x(t) \cdot (1 - x(t))$$

$$x: 0 \leq x \leq 1$$

$$0 \leq \mu \leq 4$$

coincide!

Domínio  $\equiv$  Imagem

Obs = o modelo de Euler só funciona

4 opções

1. converge a 0

2. explode a 0

3. converge a  $\infty$

4. explode a  $\infty$



## Cont. Mapa Logístico

Solução Estacionária:  $x(t+1) = x(t) = x^a$

$$x^a = M_i x^a \cdot (1 + x^a) \quad \boxed{x^a = 0}$$

$$1 = M_i (1 + x^a)$$

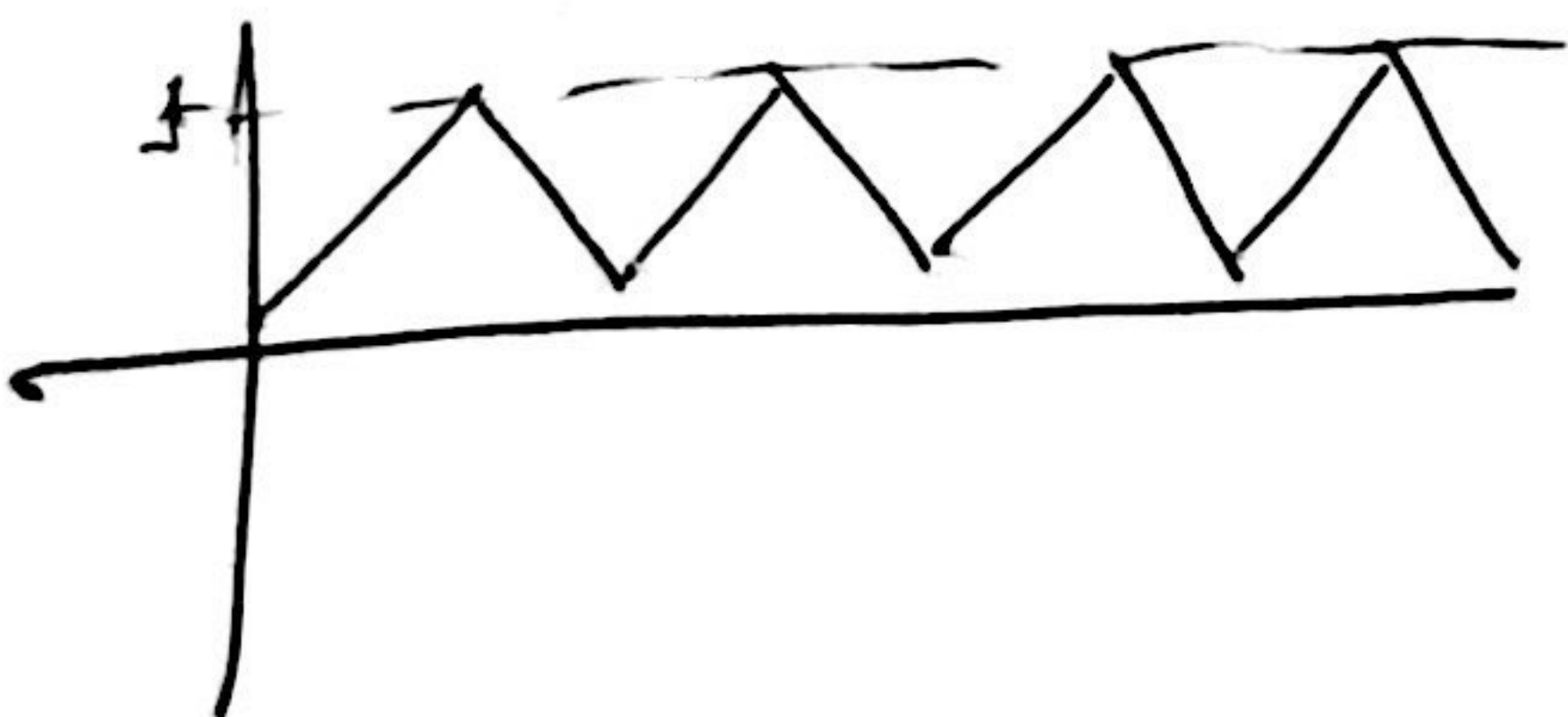
$$1 = M - M x^a \rightarrow M_i x^a = M_i - 1$$

$$\boxed{x^a = \frac{M - 1}{M}}$$

## ÓRBITA PERIÓDICA

exemplo:  $x(t+1) = 1 - x(t)^2$

$$x(0) = 0 \rightarrow x(1) = 1 \rightarrow x(2) = 0 \rightarrow x(3) = 1$$



# ÓRBITA DE PERÍODO 2

## # OCTAVE

→ Pegar o código fonte do octave.

## # Como Medir a Complexidade:

### - ENTROPIA INFORMACIONAL

(TEORIA DA INFORMAÇÃO)

→ Hoje dia ± 24h (100%)

Hoje choverá (≥ 100%)

Hoje choverá das 17h35 às

PROBABILIDADE (P)  
↓  
CONTÉUDO DE  
INFORMAÇÃO (h)  
18h00 (menor ainda)

SHANNON em 1948:

$$h = \log \frac{1}{P} \quad \text{ou} \quad \log P^{-1}$$

ou  $-\log P$

Se  $P = 1 \rightarrow h = 0$

Se  $P \rightarrow 0 \Rightarrow h \rightarrow \infty$



$$P = P_1 \cdot P_2$$

$$h = \log_2 \frac{1}{P} = \log_2 \cdot \frac{1}{P_1} \cdot \frac{1}{P_2}$$

$$h = \log_2 \frac{1}{P_1} + \log_2 \frac{1}{P_2}$$

$$h = h_1 + h_2$$

$$h = \log_2 \frac{1}{P} = (\text{---})$$

$$P = 1/2$$

$$h = \log_2 \cdot \frac{1}{1/2} = \log_2 2 = \textcircled{1}$$

$N$  Mensagem / Símbolos

$$i = 1, \dots, N$$

$h_i \rightarrow$  conteúdo de informação de

mensagem  $i$

$p_i \rightarrow$  probabilidade de ocorrência da

mensagem;

$$h_i = \log_2 \frac{1}{p_i}$$

QUANTIDADE DE INFORMAÇÃO POR  
MENSAGEM RECEBIDA (ENTROPIA DE SHANNON)

$$H = \sum_{i=1}^N \cdot P_i h_i = \sum_{i=1}^N P_i \log_2 \cdot \frac{1}{P_i}$$

↑  
ENTRADA DE INFORMAÇÃO

Se  $P_i = \frac{1}{N}$  (mensagens equiprováveis)

↓

$$H = H_{\max} = N \cdot \frac{1}{N} \cdot \log_2 \cdot \frac{1}{1/N} = \log_2 N$$

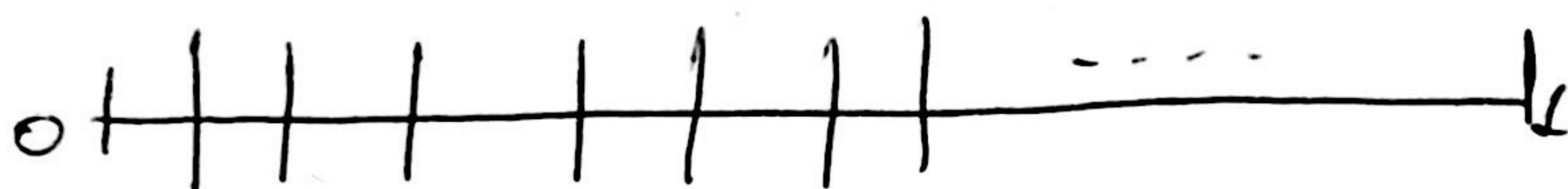
- Como o código morse aprova a probabilidade de acontecer



# ENTROPIA DE SHAMON DO MAPA LOGÍSTICO

$$x(t+1) = \mu x(t) \cdot (1 - x(t))$$

- escolhem-se  $x(0)$  e  $\mu$
- iterar 10.000 vezes
- descartar o transiente de 9.000 pontos
- dividir o intervalo  $0-1$  em  $n$  caixas



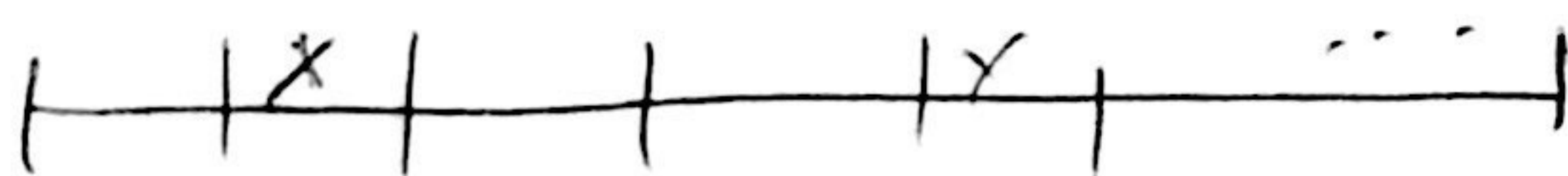
- determinar  $p_i$  e com isso o  $H$

Frequência relativa com  
que a  $n$  caixa é vi-  
sitada

Se  $0 \leq \mu \leq 3 \rightarrow x^a$  estacionária

Se  $\mu = 1, H = 0$

Se  $3 < \mu < \sqrt{6}$



$p = 1/2$

$p = 1/2$

Se  $p = 1/2, H = 1/2 \log_2 2 + 1/2 \log_2 2 = 1$

Se ~~P~~ = 4

H=2 -  $P_i = 1/4$   $P/4$  centros

- Se  $n = 4 \rightarrow p_i$  uniforme  $P/n = 50$

$$\log_2 50 \approx 5,64...$$

- corda de 12 nós dos Egípcios
- O que é a entropia de informação do mapa logístico
- O que é um mapa logístico

- Ludwig Boltzmann

$$S = K \cdot \log W$$

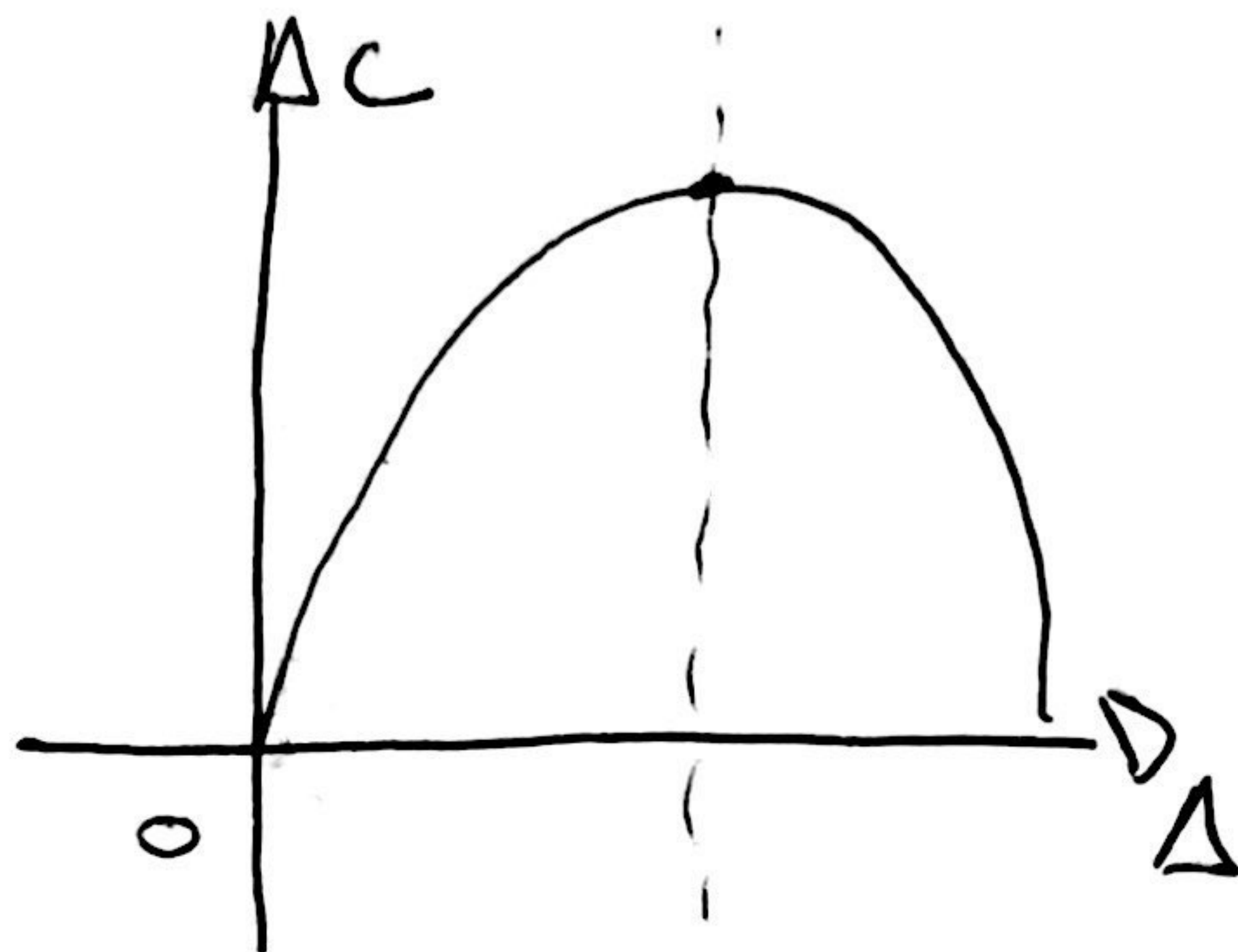
- Teorema de Maxwell



# Como medir complexidade

- Complexidade de Stiner, Davison, LANDSBERG - SDL

$$C_{SDL} = (1 - \Delta)$$

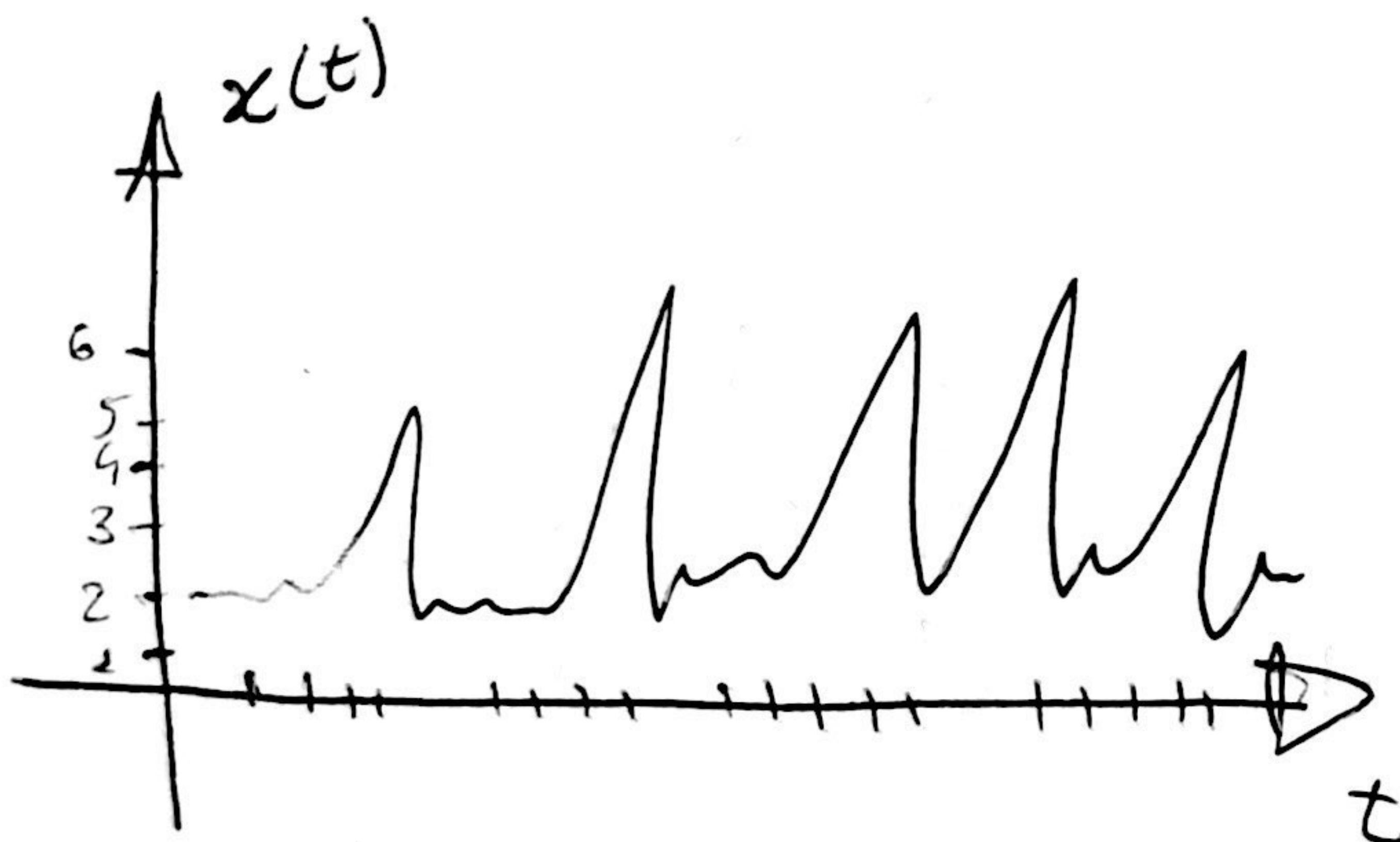


1/2 é o maior

- Complexidade de Lorenz, Mancini, Collet

$$C_{LMC} = \Delta \sum_{i=1}^N \left( p_i - \frac{1}{N} \right)^2 = 0 \quad || \quad \Delta = 0$$

"  $p_i = \frac{1}{N}$



$x = 1-3-4-5-1-4-5-6-6-5-1 \dots$

$p_i \rightarrow H \rightarrow C_{SDL} || C_{LMC}$