03/04/2023

Modelos de Redes Complexas

	N	M	⟨ℓ⟩	⟨C⟩	P(k)
C. Elegans	265	2335	3,2	0,17	Poisson
Computadores	5287	10100	3,8	0,24	$\sim k^{-2,2}$
ATORES DE HOLLYWOOD	225226	6869393	3,6	0,79	$\sim k^{-2,3}$

Efeito "Small world" - $\langle \ell \rangle \ll N$

1929 - Qualquer pessoa está a 6 apertos de mão do presidente (Karinthy)

Anos 60 - Medidas de distâncias em redes sociais (Pool e Kochen)

1967: MILGRAM → cartas p/ 100 pessoas (NE)
196 pessoas (BO)

64 cartas chegaram com um número de intermediários variando entre 1 e 10
média $N = 5,2$

Scanned with CamScanner

1994 - Kevin Bacon

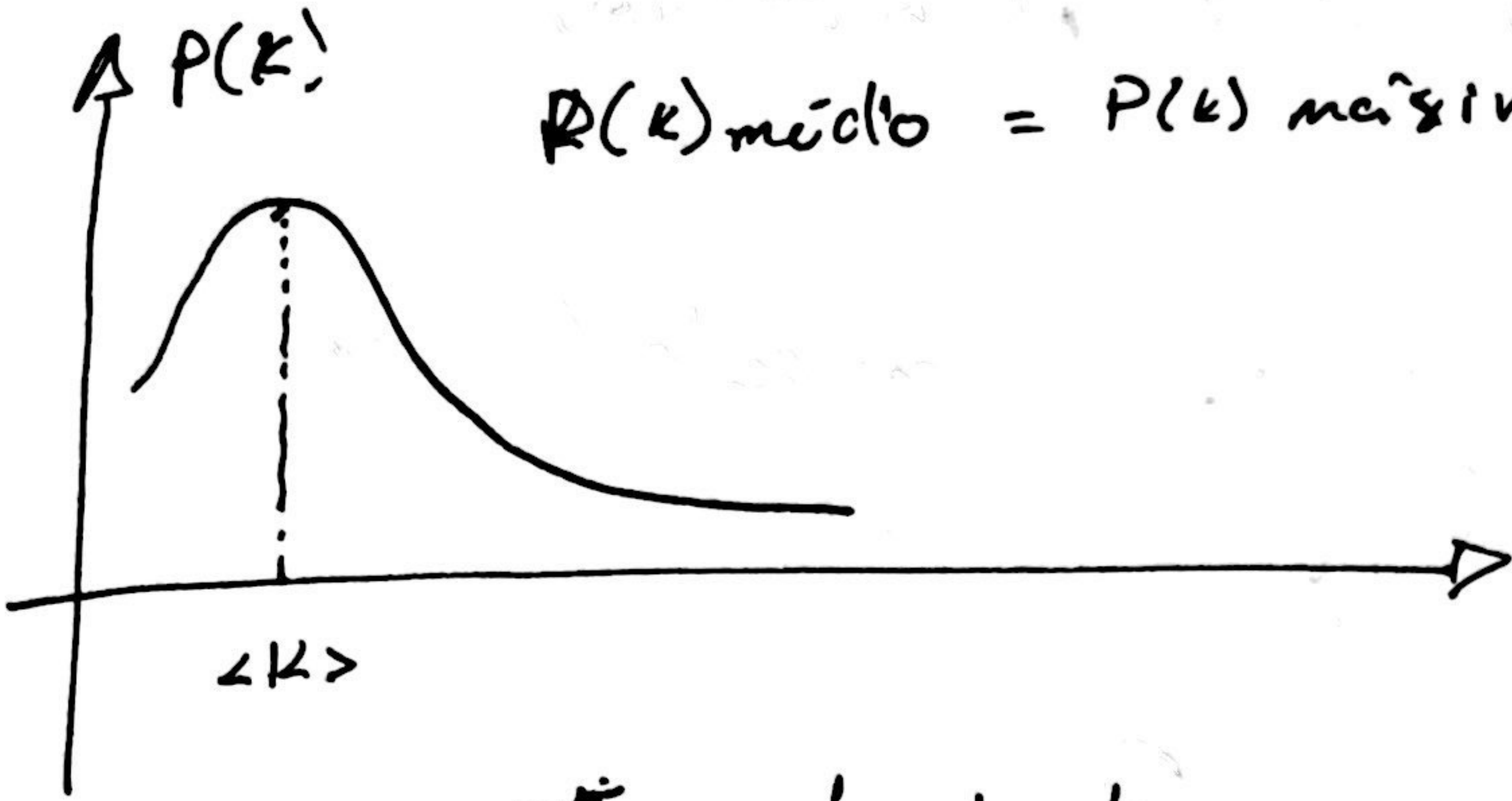
site do Kevin Bacon que mede a distância entre atores (ORACLE OF BACON)

Nº ARESTAS ENTRE KB E ATOR	Nº ATORES
0	1
1	2.000
2	210.000
3	640.000
4	240.000
⋮	
10	1

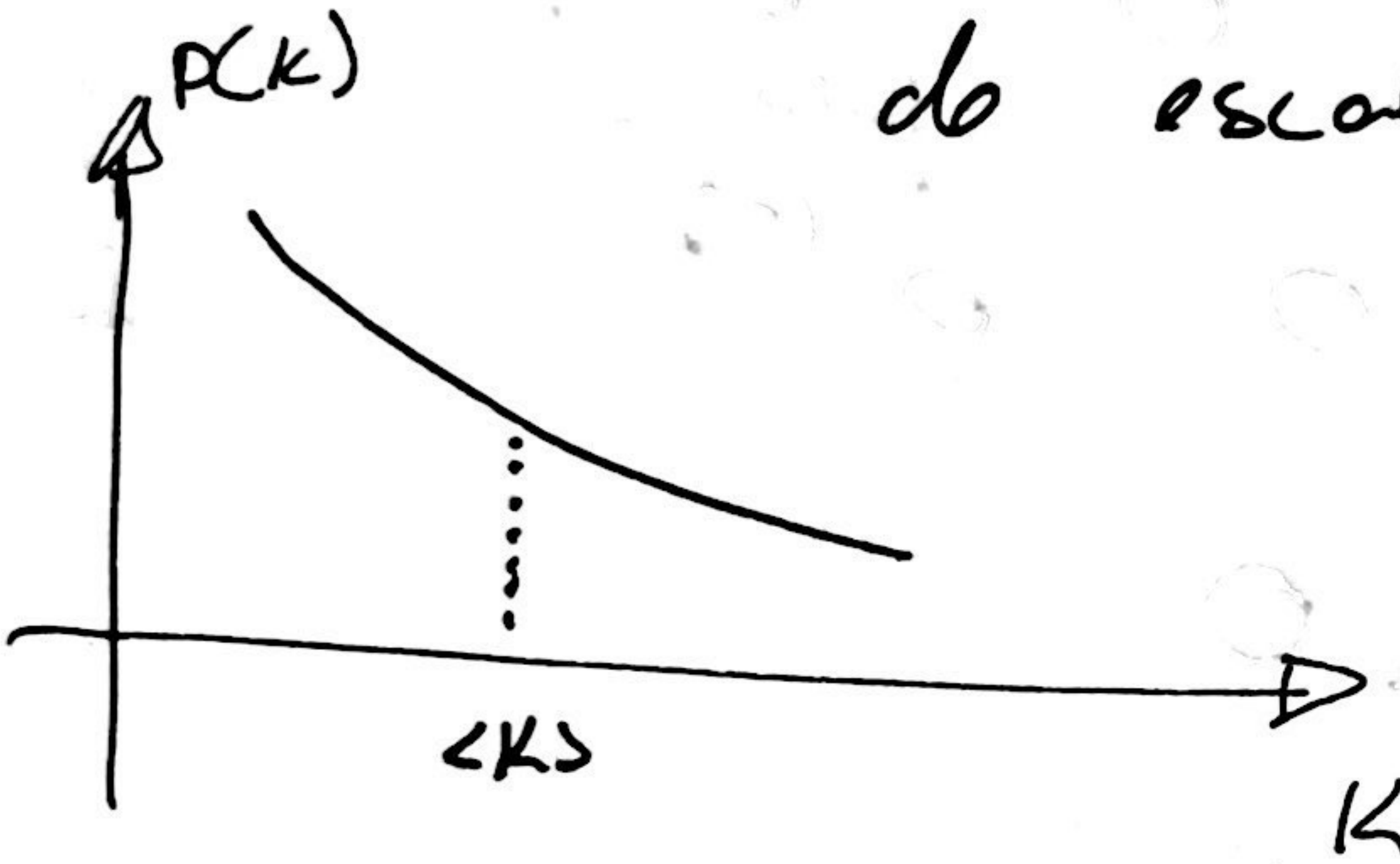
APROXIMADAS

Distribuição do Poisson

$P(k)$ médio $= P(k)$ máximo



$P(k) = A \cdot k^{-\gamma}$: distribuição livre de escala



→ medor o nó

$k \to Bk$

$\downarrow$

Ck

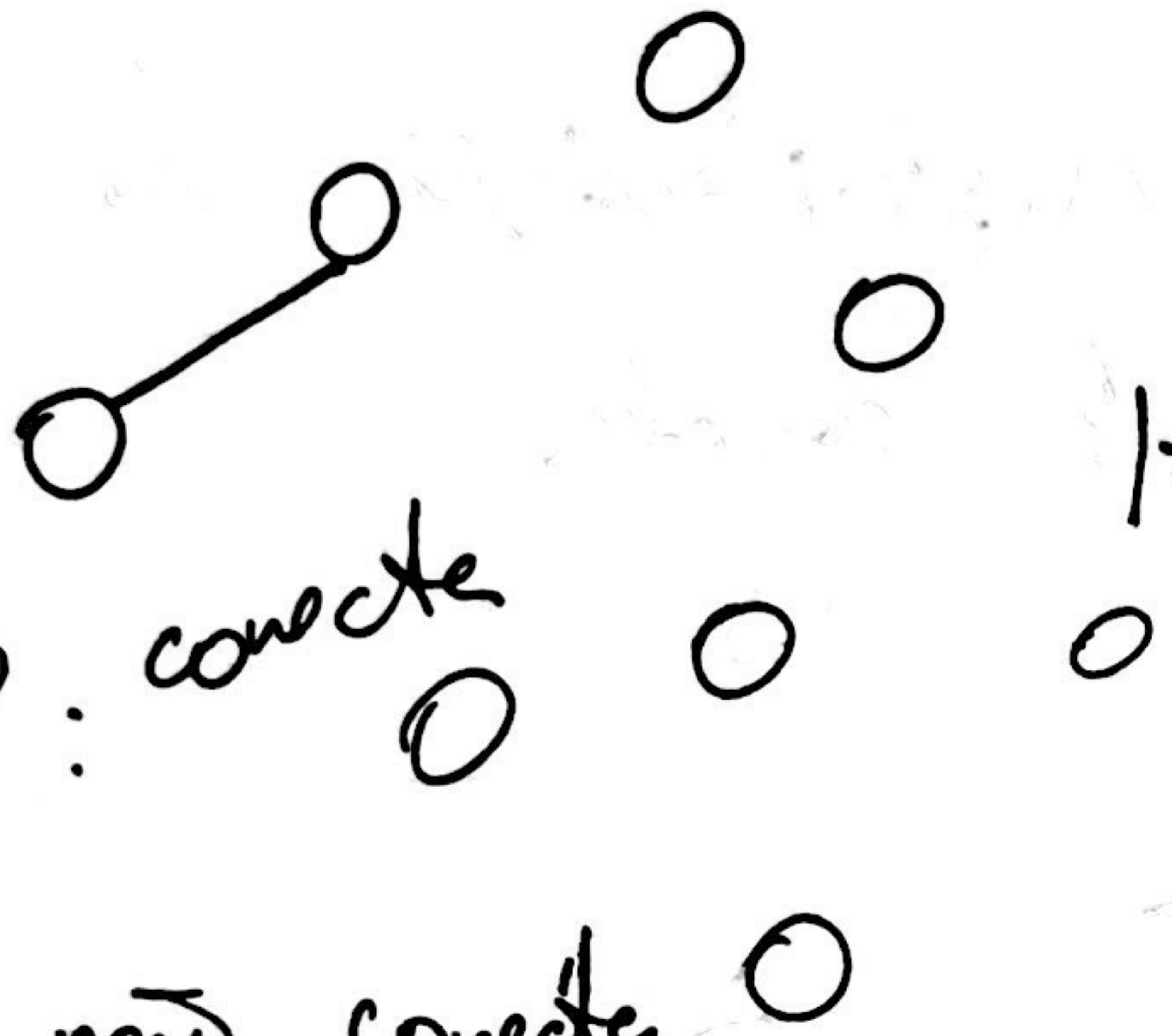
$$P(Bk) = A(Bk)^{-\gamma} = (AB^{-\gamma}) = A' k^{-\gamma}$$

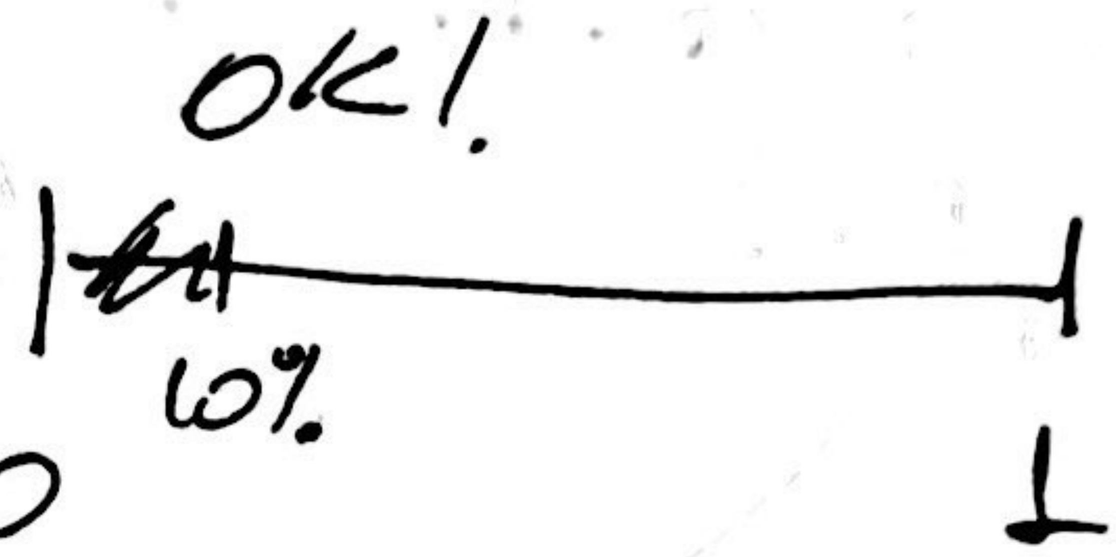
Scanned with CamScanner

1) Modelo de ERDOS – RENYI

(REDE PURAMENTE ALEATORIA)

- N nós
- Cada par de nós é conectado com probabilidade $\underline{p}$





$\# < p$: conecta

$\# \geq$: não $\underline{\text{conecta}}$

#Testa sem um ponto com todas as opções!

Nº ARESTAS ESPERADO

$$\underbrace{\frac{N(N-1)}{2}}_{\text{Pares}} \cdot p$$ – nº arestas (N) esperadas

$$\text{GRAU MÉDIO} = \frac{2 \times \left(\frac{N(N-1)}{2} \cdot p\right)}{N}$$

GRAU MÉDIO: PARA $N >> 1 \sim \boxed{N \cdot p} \to \langle K \rangle$

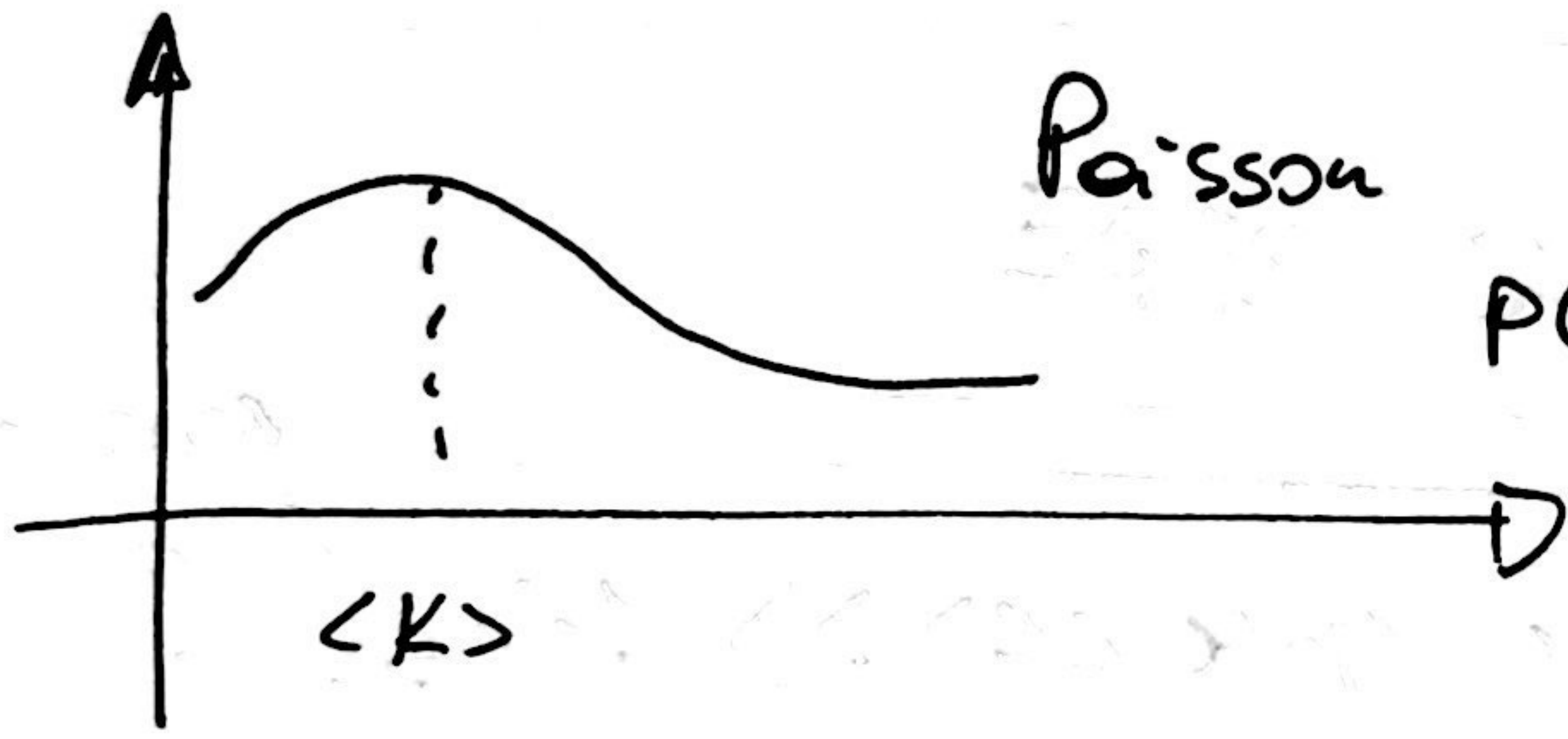
$$\langle l \rangle = \frac{\log N}{\log(\langle K \rangle)}$$

P. ex: $10^{10} = N$

$\langle K \rangle = 10^{3}$

$$\langle l \rangle = \frac{\log 10^{10}}{\log 10^{3}} = \frac{10}{3} \sim 3,3$$

$\langle C \rangle \; p \to$ Poisson



Poisson

$$p(k) = \frac{\langle K \rangle^{K} e^{\langle K \rangle}}{K!}$$

$\to$ P. C. Elegans se a rede fosse aleatória

$$p = \frac{\langle K \rangle}{N} = \frac{18}{265} = 0,067$$

$$\langle K \rangle = \frac{2M}{N} = 18$$

$$\langle l \rangle = \frac{\log N}{\log \langle K \rangle} \to \frac{\log 265}{\log 18} = 1,9$$

Scanned with CamScanner

P/ Redes de ~~[illegible]~~ atores, se fosse aleatória

$$\langle k \rangle = \frac{2 \cdot M}{N} = \frac{2 \cdot 10100}{5287} \approx 3,8$$

$$p = \frac{\langle k \rangle}{N} = \frac{3,8}{5287} = 0,00072 \ (\langle c \rangle)$$

$$\langle l \rangle = \frac{\log N}{\log \langle k \rangle} = \frac{\log 5287}{\log 3,8} = 6,4$$

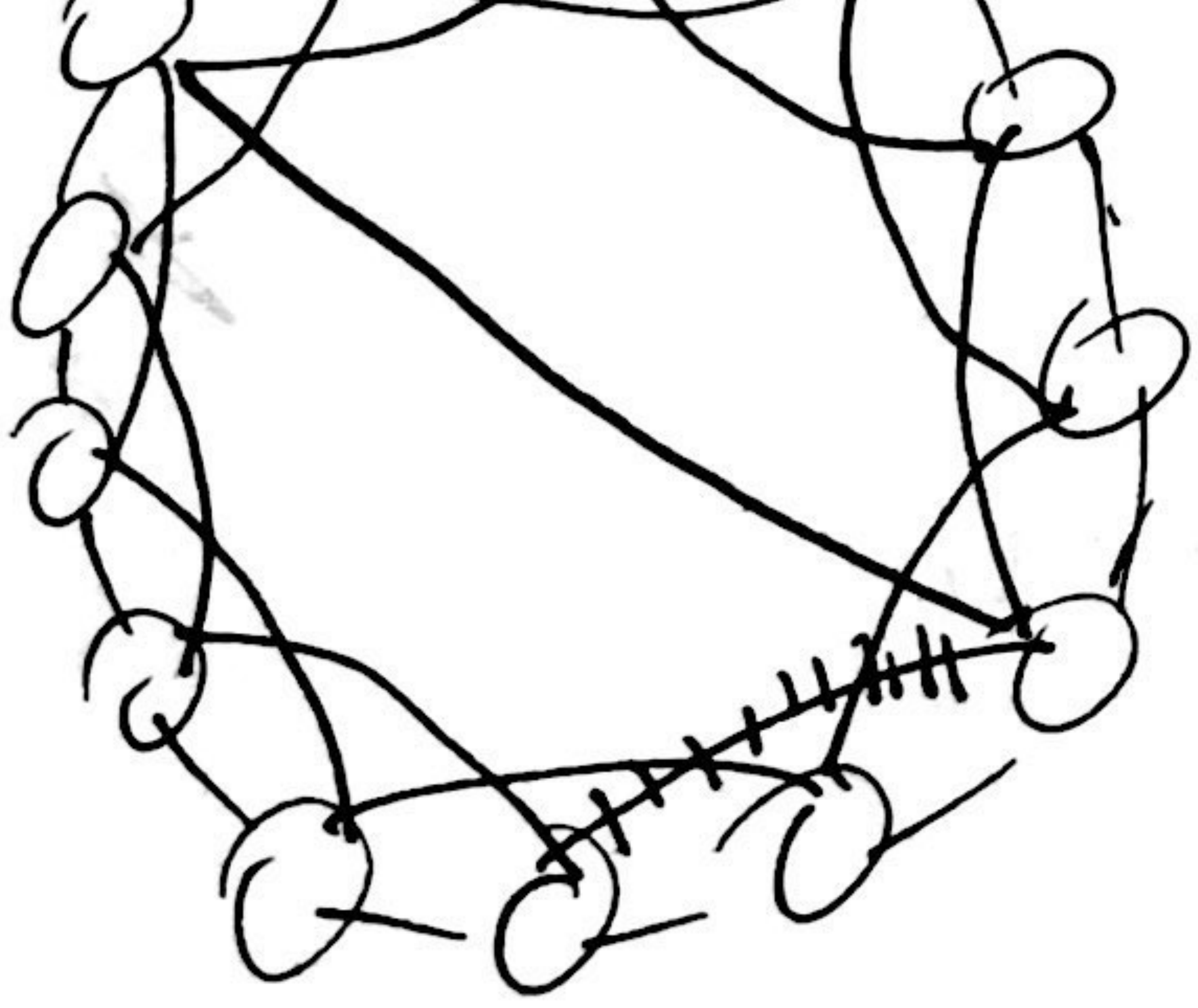
2º MODELO DE REDE

Como explicar que $\langle c \rangle \gg \langle c \rangle_{ER}$? ERDOS-RENYI

2 MODELO DE REDE MUNDO PEQUENO : WATTS STROGATZ (WS)

- $\langle c \rangle$ "grande"
- $\langle l \rangle$ "pequeno"

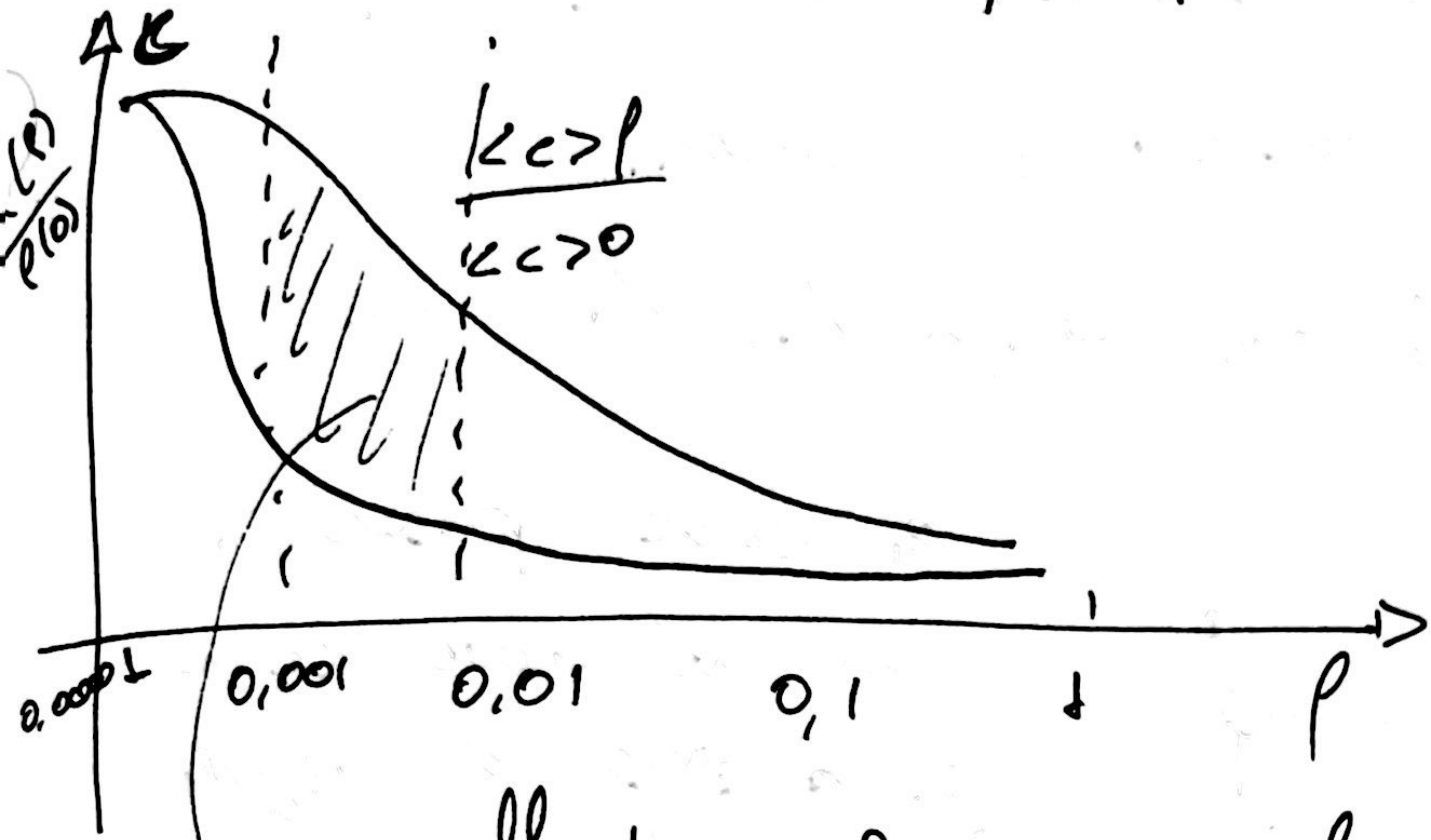
$M = 2$ (2 esquerda
2 direita)



Parte-se dessa estrutura regular

Scanned with CamScanner

Com probabilidade p religa-se uma aresta com um nó qualquer



Small world! $\langle C \rangle$ Big $\sim \langle C_0 \rangle$ regular

$\langle \ell \rangle$ Small $\sim \langle \ell \rangle_{aleatório}$

3º MODELO DE REDE

REDES DO MUNDO REAL

$\langle \ell \rangle \sim \langle \ell \rangle_{ER}$

$\langle C \rangle \sim \gg \langle C \rangle_{ER}$

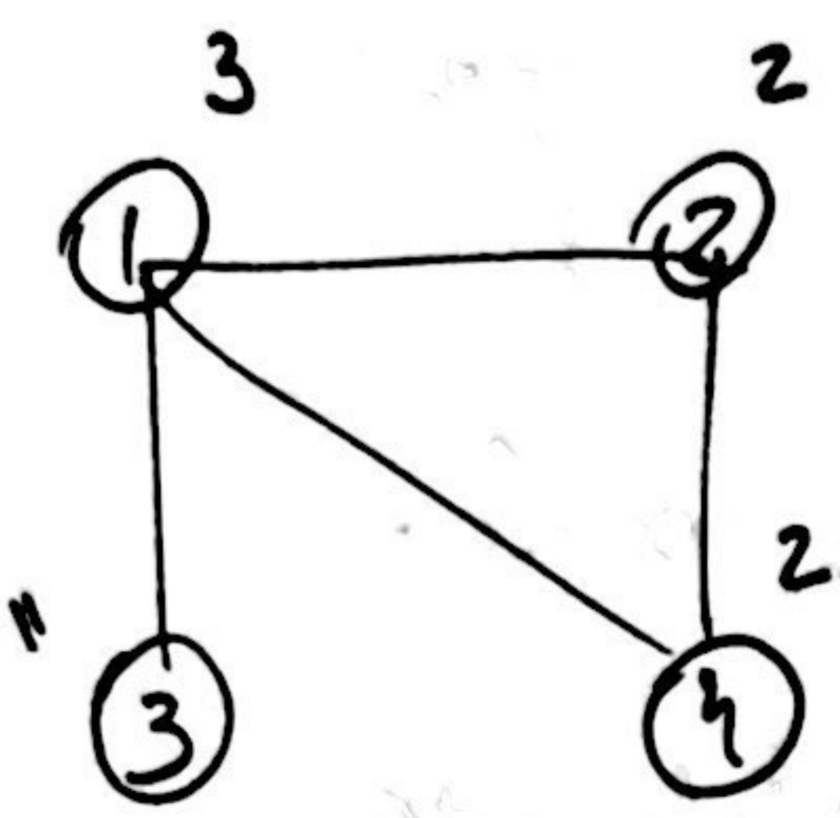
Como explicar $P(k) \sim k^{-\sigma}$ $\sigma \in [2,3]$

MODELO DE REDE LIVRE DE ESCALA (BARABASI e ALBERT) (BA)

Nº nós cresce! rede aberta.

- modelo em tempo discreto em

$t=0$



a cada passo t um nó novo com n arestas é ligado à rede que existe

5

- $\Pi(k_i) \equiv \dfrac{k_i}{\sum_{i=1} k_i}$

↓

Probabilidade que o novo nó se conecte ao novo nó.

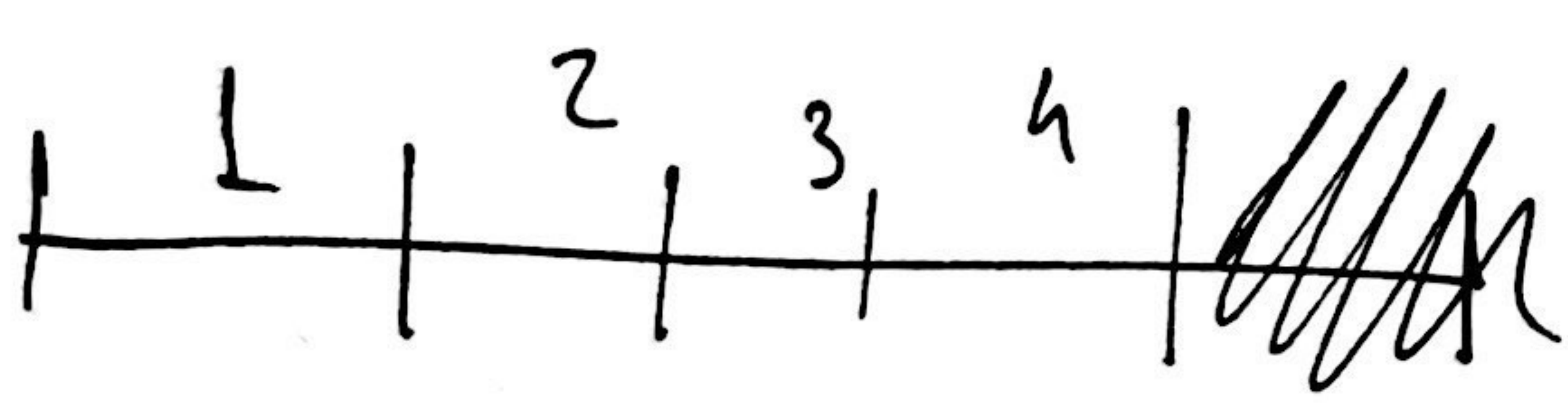
$\pi(k_1) = \dfrac{3}{8} =$

$\pi(k_2) = \dfrac{2}{8}$

$\pi(k_3) = 1/8$

$\pi(k_4) = 2/8$

Calcula P_s e sorteio um número aleatório



APÓS A INTEGRAÇÃO, RECALCULAR

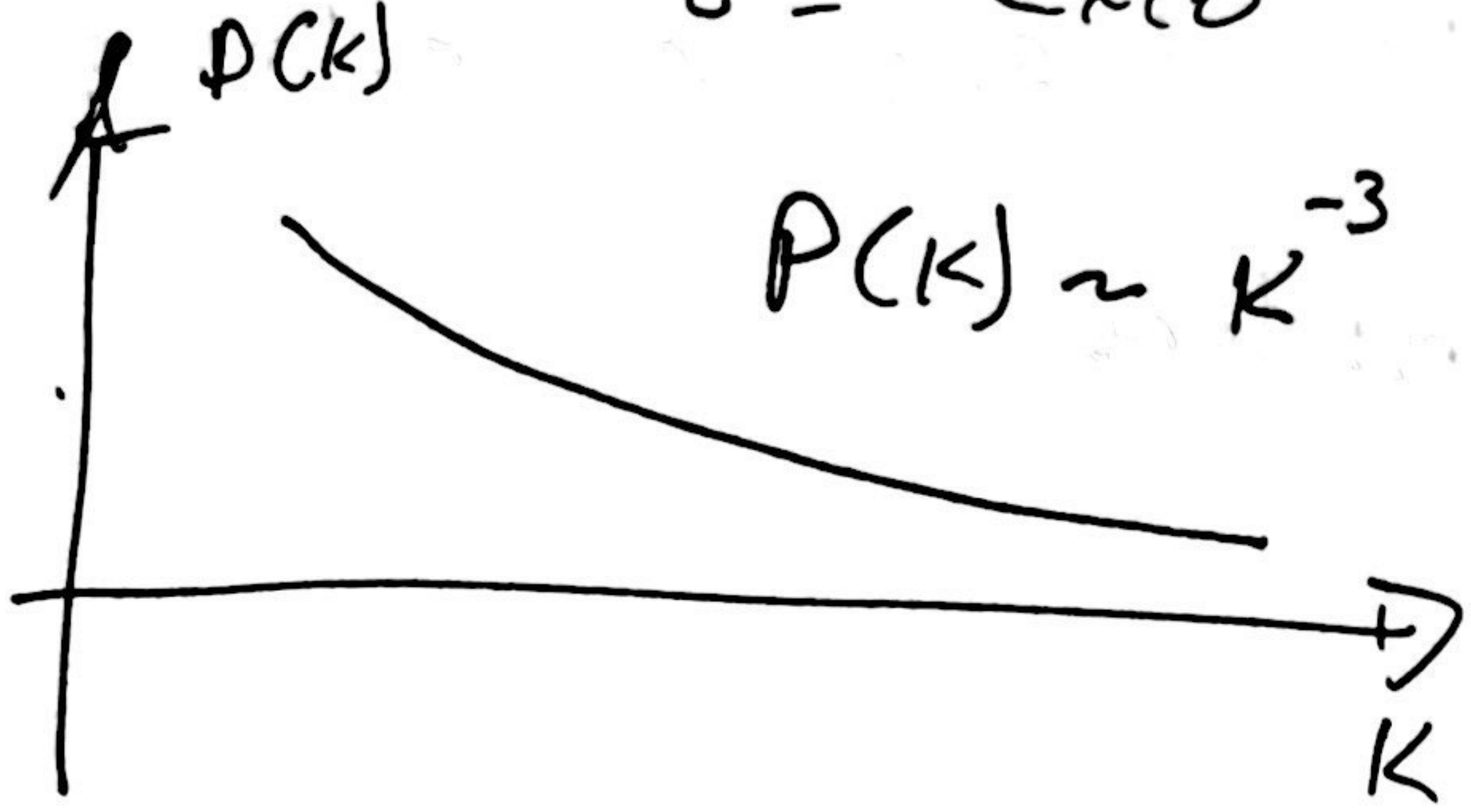
Scanned with CamScanner

~~REDES DO MUNDO REAL~~

~~ACHAR NÚMERO ERDOS~~

Experimento $m = 1, 3, 5, 7$

$t = 2\times10^{5}$



Problemas: $\langle c \rangle_{BA}$ é pequeno $\sim N^{-3/4}$

O grande furo é que o nó que chega deve saber o grau de todos

+ variação

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i + \alpha_i}{\sum_j (k_i + \alpha_i)}$$

REDE MPB (2004)

Nós = compositores

2 nós se conectam se algum cantor gravou música desses compositores

$N = 5.834$ compositores

$P(k) \sim k^{-2,6}$

$\langle C \rangle \simeq 0,84$

$\langle l \rangle = 2,3$

Pesquisar relação entre $\langle C \rangle$ e $\langle l \rangle$ em redes reais.

Scanned with CamScanner