TEORIA DOS JOGOS

jogo → situação de interação estratégica

jogo → simultâneo
jogo → sequencial

ação → escolhas das possíveis

estratégia → plano de ações

objetivo → maximizar a recompensa

$$\underbrace{Q}_{\text{RECOMPENSA}} : \underbrace{\overset{\text{Signa}}{\sigma}}_{\text{AÇÃO}} \to \underbrace{\mathbb{R}}_{\text{NÚMERO}}$$

solução do jogo → recompensas recebidas

jogadores racionais e com comportamento estratégico

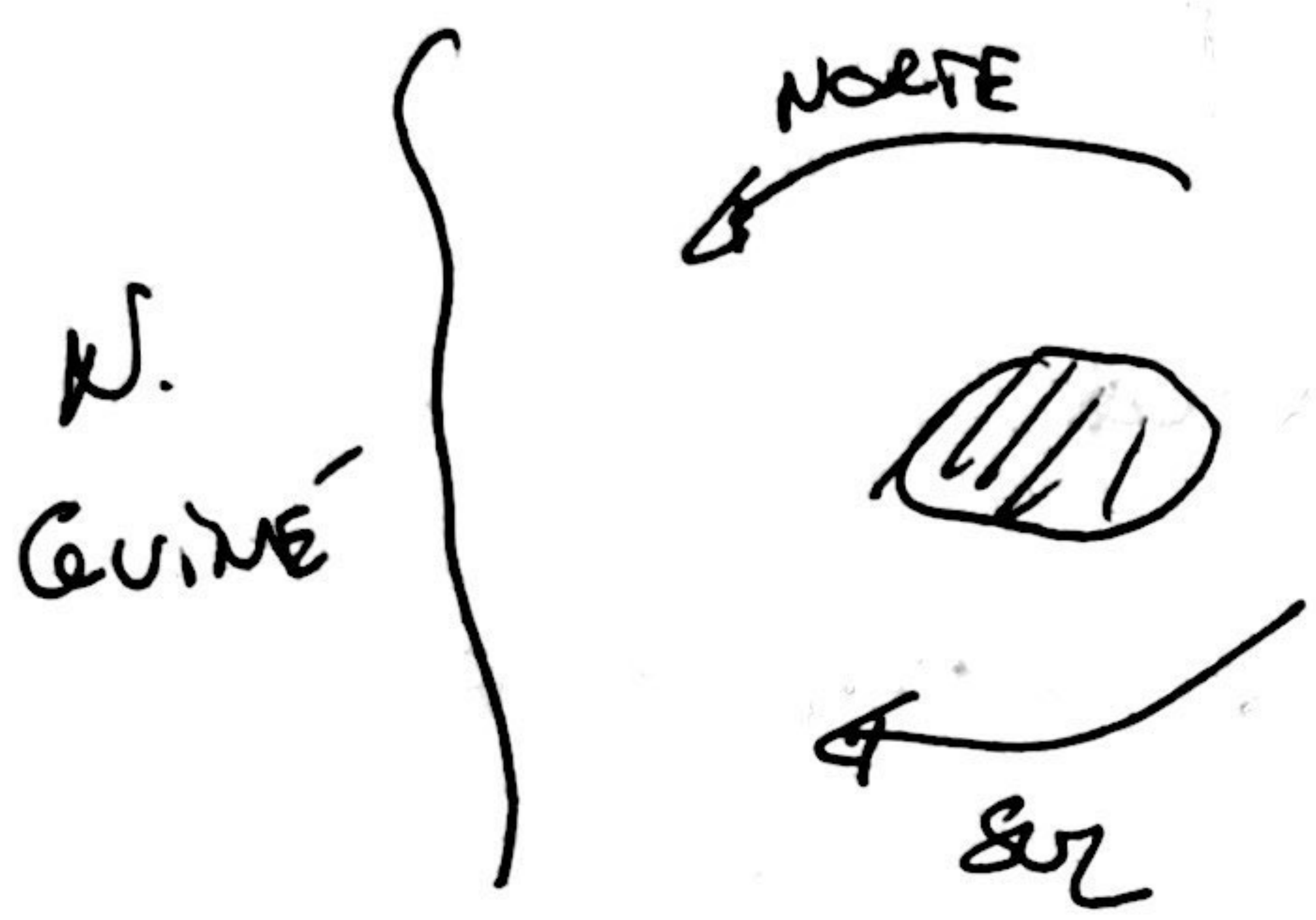
ação ótima σ^* : $Q(\sigma^*) \geq Q(\sigma)$

σ : qualquer uma das demais ações

PROBLEMA DO PIRATA

3 PIRATAS
99 MOEDAS $\rangle$ 98 - 0 - 1

BATALHA DO MAR DE BISMARK



		JAPÃO	
		SUL	NORTE
ALIADOS	BUSCA SUL	3	1
	BUSCA NORTE	2	2

DIAS DE BOMBARDEIO

DILEMA DO PRISIONEIRO (1950)

		J2	
		CONFESSA	NÃO CONFESSA
J1	CONFESSA	−7, −7	0, −10
	NÃO CONFESSA	−10, 0	−1, −1

Nº ANOS NÃO LIVRE (PRESO)

X, Y

R. → Recompensa

J1 J2

Solução: Confessa e Confessa.

↑

ESTRITAMENTE DOMINANTE.

A ESTRATÉGIA σ_1, para J1, é <u>estritamente dominada</u> pela estratégia σ_1' se:

↳ sempre pior

$$\sigma_1(\sigma_1', \sigma_2) > (\sigma_1(\sigma_1, \sigma_2)$$

para qualquer σ_2 disponível a J2

---

exemplo: A e B são fabricantes de automóveis

A: tem modelo de carro popular

B: não tem

B \ A	NOVA VERSÃO	MANTER PREÇO	REDUZIR PREÇO
~~NÃO~~ PRODUZIR ~~COMPETIR~~	1,4	4,1	1,3
IMPORTAR	2, 2	2, 1	2,3
~~NÃO COMPETE~~	~~1, 1~~	~~0,6~~	~~1,0~~

B3 → estritamente dominada

NÃO COMPETE PERDE!

		A		
		NOVA VERSÃO	~~MANTER PREÇO~~	REDUZIR PREÇO
B	PRODUZIR	1, 4	~~4, 1~~	1, 3
	IMPORTAR	2, 2	~~2, 1~~	2, 3

$A_2 \to$ estritamente dominada

		A	
		NOVA VERSÃO	RED. PREÇO
B	~~PRODUZIR~~	~~1, 4~~	~~1, 3~~
	IMPORTAR	2, 2	2, 3

B_1 = estritamente dominado

		A	
		~~N. VERSÃO~~	RED. PREÇO
B	IMPORTA	~~2, 2~~	2, 3

$A_1 \to$ eliminado

B = IMPORTAR
A = REDUZ PREÇO

NEM TODOS OS JOGOS PODEM SER RESOLVIDOS POR ANÁLISE DOMINANTE

- JOGO DO GALINHA ("CHICKEN" GAME)

		M2	
		DESVIAR	NÃO DESVIAR
M1	DESVIAR	0, 0	-1, 2
	NÃO DESVIAR	2, -1	-2, -2

NÃO RESOLVE, DAÍ ENTRA O EQUILÍBRIO DE NASH

"HAWK-DOVE GAME"

		J2	
		H	D
J1	H	$\frac{G-C}{2}, \frac{G-C}{2}$	G, 0
	D	0, G	$\frac{G}{2}, \frac{G}{2}$

eq. Nash

G: Ganho da disputa

C: CUSTO DO DANO CAUSADO PELA DISPUTA

$\boxed{C > G}$ $\frac{G - C}{2}$ é negativo

EQUILÍBRIO DE NASH

→ uma combinação de ações é equilíbrio de Nash quando a ação adotada por um jogador é a melhor resposta às ações dos demais jogadores e isso é verdade para todos os jogadores.

→ PAR DE AÇÕES (σ_1^*, σ_2^*) é equilíbrio de Nash (estrito) se
$$\begin{cases} Q_1(\sigma_1^*, \sigma_2^*) > Q_1(\sigma_1, \sigma_2^*) \\ Q_2(\sigma_1^*, \sigma_2^*) > Q_2(\sigma_1^*, \sigma_2) \end{cases}$$
↓
$\geq$

PARA $\boxed{\forall \sigma_n \neq \sigma_n^*}$

estrito é só $>$

E NEM TODO JOGO TEM EQ. DE NASH. PAR OU ÍMPAR

EM TERMOS DE ESTRATÉGIAS PURAS

J_1 pede par

J_2 pede ímpar

		J_2: 0	J_2: 3
J_1	0	1, −1	−1, 1
J_1	3	−1, 1	1, −1

JOGO DE SOMA "0" NÃO TEM EQ. DE NASH EM TERMOS DE ESTRATÉGIAS PURAS?

Mas com estratégias mistas

ESTRATÉGIAS MISTAS

$p/J_1 = (x_1, 1 - x_1)$

PROB. JOGAR 3

PROB. JOGAR ∅

$p/J_2 = (x_2, 1 - x_2)$

Quando J_1 joga ∅, a recompensa esperada é:

$$Q_1(0, \sigma_2) = +1 \cdot x_2 + (-1)(1 - x_2)$$

Cálculo da entropia média

Quando J_1 joga 3, a recompensa é:

$$Q_1(3, \sigma_2) = (-1)x_2 + (1)(1 - x_2)$$

J_1 prefere jogar ϕ? $\to$ $Q_1(0, \sigma_2) > Q_1(3, \sigma_2)$

$$x_2 - 1 + x_2 > -x_2 + 1 - x_2$$

$$4x_2 > 2$$

$$\boxed{x_2 > 0{,}5}$$

J_1 prefere jogar 3? $\to$ $Q_1(3, \sigma_2) > Q_1(0, \sigma_2)$

inverto x_2

$$\boxed{x_2 < 0{,}5}$$

J_1 não tem ação preferida quando

$$Q_1(3, \sigma_2) = Q_1(0, \sigma_2)$$

$$\boxed{x_2 = 0{,}5}$$

J_2 não tem ação preferida quando $\boxed{x_1 = 0{,}5}$

O equilíbrio de Nash em termos de Estratégias Mistas é:

$$\sigma_1^* = (1/2, 1/2)$$

$$\sigma_2^* = (1/2, 1/2)$$

No jogo "Hawk-Dove"

$$\sigma_1 = (x_1, 1-x_1)$$

$$\downarrow \quad \quad \downarrow$$

$$pH \quad \quad pD$$

$$\uparrow \quad \quad \uparrow$$

$$\sigma_2 = (x_2, 1-x_2)$$

Quando J_1 joga H, a recompensa esperada é:

$$Q_1(H; \sigma_2) = \frac{(G-C)}{2} \cdot x_2 + G \cdot (1-x_2)$$

Quando J_1 joga D:

$$Q_1(D, \sigma_2) = 0 \cdot x_2 + \frac{G}{2} \cdot (1-x_2)$$

J_1 não tem ação preferida se:

$$Q_1(H, \sigma_2) = Q_2(D, \sigma_2)$$

$$\frac{G-C}{2} \cdot x_2 + G(1-x_2) = \frac{G}{2}(1-x_2)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_1^* &= \left(\frac{G}{C}, 1-\frac{G}{C}\right) \\ \sigma_2^* &= \left(\frac{G}{C}, 1-\frac{G}{C}\right) \end{aligned}}$$