Introdução ao MATLAB para Engenharia
Lista de exercícios

Afrânio Melo

2017

1. Crie um vetor com todos os números pares entre 100 e 200.

2. (a) Crie duas matrizes 2x3, chamadas A e B, com elementos aleatórios entre 0 e 1.

(b) Crie duas matrizes 2x3, chamadas C e D, com elementos aleatórios entre 1 e 2.

(c) Multiplique A e B elemento a elemento, guardando o resultado na matriz E.

(d) Multiplique todos os elementos da primeira coluna de C pelo elemento C_{11}, e substitua a segunda coluna de A pelo resultado.

3. Seja um vetor de dimensão n em que $x_1 = 1$ e $x_n = 10$. O espaçamento entre os elementos é constante e igual a 0,5. Pede-se:

(a) adicionar o terceiro elemento a cada elemento desse vetor;

(b) multiplicar apenas os elementos com índices ímpares por 3;

(c) calcular a raiz quadrada dos elementos de índice par.

4. Encontre a soma dos 100 primeiros elementos da sequência com regra geral $x_n = (-1)^{n+1}/(2n-1)$.

5. (a) Crie uma matriz de dimensão 4x4 em que a soma dos elementos em cada coluna, cada linha e em cada diagonal sejam iguais;

(b) Divida todos os elementos da linha 2 desta matriz por 2;

(c) Adicione todos os elementos da coluna 2 aos da coluna 4 e substitua o resultado na coluna 4.

(d) Substitua todos os elementos da diagonal principal por 5.

6. Considere as matrizes 9x9 abaixo. Transforme a primeira na segunda, trocando as posições das submatrizes 1, 2, 3 e 4.

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccc} & 1 & & & & & & 2 & \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\
10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\
19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 \\
\hline
28 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 & 36 \\
37 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 & 45 \\
46 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 \\
\hline
55 & 56 & 57 & 58 & 59 & 60 & 61 & 62 & 63 \\
64 & 65 & 66 & 67 & 68 & 69 & 70 & 71 & 72 \\
73 & 74 & 75 & 76 & 77 & 78 & 79 & 80 & 81
\end{array}\right] \\
\begin{array}{ccccccccc} & 4 & & & & & & 3 & \end{array}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccc} & 3 & & & & & & 4 & \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
61 & 62 & 63 & 4 & 5 & 6 & 55 & 56 & 57 \\
70 & 71 & 72 & 13 & 14 & 15 & 64 & 65 & 66 \\
79 & 80 & 81 & 22 & 23 & 24 & 73 & 74 & 75 \\
\hline
28 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 & 36 \\
37 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 & 45 \\
46 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 \\
\hline
7 & 8 & 9 & 58 & 59 & 60 & 1 & 2 & 3 \\
16 & 17 & 18 & 67 & 68 & 69 & 10 & 11 & 12 \\
25 & 26 & 27 & 76 & 77 & 78 & 19 & 20 & 21
\end{array}\right] \\
\begin{array}{ccccccccc} & 2 & & & & & & 1 & \end{array}
\end{array}$$

7. Sejam as matrizes:
$A = char(\text{'eu'}, \text{'so'}, \text{'quero'}, \text{'chocolate'})$
$B = char(\text{'eu'}, \text{'so'}, \text{'quero'}, \text{'arroz'})$

(a) Tente prever suas dimensões.

(b) Tente prever quais são os elementos A_{12}, A_{23}, A_{39} e $A_{3,10}$.

(c) Tente prever os resultados dos comandos:

i. *strcmp(A(1,:), B(1,:))*

ii. *strcmp(A(2,:), B(2,:))*

iii. *strcmp(deblank(A(1,:)), deblank(B(1,:)))*

(d) Confirme suas conjecturas testando no MATLAB.

8. (a) Crie uma matriz celular A que contenha todos os tipos de dados que estudamos: escalares, vetores, matrizes, strings e matrizes de strings.

(b) Substitua a célula A_{11} pela própria A.

(c) Crie uma matriz B que contenha, concatenadas, a matriz celular original do *item a* e a matriz celular modificada no *item b*.

9. A modelagem do crescimento da população P dos Estados Unidos em função do tempo t (em anos) resultou na seguinte equação:

$$P(t) = \frac{197273000}{(1 + e^{-0{,}0313(t-1913{,}25)})}$$

Plote-a usando $t = 1970 - 2000$. Qual a população predita para o ano de 2020?

10. A posição $x(t)$ de uma partícula que se move em linha reta é:

$$x(t) = -0{,}1t^4 + 0{,}8t^3 + 10t - 70$$

Use a função *subplot* para plotar três gráficos da posição, velocidade e aceleração em uma mesma janela.

11. Estes exercícios exemplificam técnicas de indexação lógica (usar expressões lógicas, que resultem em 0 ou 1, como índices de vetores). Dados x = 1:10 e y = [3 1 5 6 8 2 9 4 7 0], execute e interprete os resultados dos seguintes comandos:

(a) (x > 3) & (x < 8)

(b) x(x > 5)

(c) y(x <= 4)

(d) x((x < 2) | (x >= 8))

(e) y((x < 2) | (x >= 8))

(f) x(y < 0)

12. *Aerofólios* são objetos que, quando se movem através de um fluido (ou, equivalentemente, quando um fluido se move em torno deles), produzem uma força denominada *força aerodinâmica*. A força aerodinâmica tem duas componentes: o *arraste* (na mesma direção do movimento) e a *sustentação* (perpendicular ao movimento). A força aerodinâmica, em particular a de sustentação, desempenha papel crucial em várias aplicações da engenharia, sendo inclusive o principal fator que possibilita o voo de aviões.

O *aerofólio de Joukowski* é um modelo matemático de aerofólio gerado por meio de uma técnica conhecida como *transformação conformal*. Essa técnica é usada para transformar formas geométricas simples em formas mais complexas, preservando certas características em comum, o que facilita a análise de vários fenônemos físicos de interesse. No caso da transformação de Joukowski, um cilindro é transformado no dito aerofólio.

Seja a projeção de um cilindro no plano complexo ζ ($\zeta = \xi + i\eta$). O cilindro tem raio R e centro no ponto $\zeta_{off} = \xi_{off} + i\eta_{off}$. Se um fluido escoa em torno do cilindro a uma velocidade Q e a um ângulo α do eixo ξ, o *potencial complexo* do escoamento é dado por:

$$F(\zeta) = Qe^{-i\alpha}(\zeta - \zeta_{off}) + \frac{Qe^{i\alpha}R^2}{(\zeta - \zeta_{off})} + \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\left[\frac{(\zeta - \zeta_{off})}{R}\right],$$

sendo Γ a *circulação*, um parâmetro do escoamento que tem a ver com a rotação dos elementos de fluido (formação de vórtices). A utilidade do potencial complexo é que ele se relaciona ao *potencial de velocidades* ϕ e à *função de corrente* ψ por meio da equação:

$$F = \phi + i\psi \ .$$

Ou seja, ϕ é a parte real de F e ψ, a parte imaginária.

A transformação de Joukowski associa cada ponto no plano complexo ζ a um ponto no plano complexo z ($z = x + iy$), segundo a equação:

$$z = \zeta + \frac{\lambda^2}{\zeta} \ ,$$

em que:

$$\lambda = \xi_{off} + \sqrt{R^2 - \eta_{off}^2} \ .$$

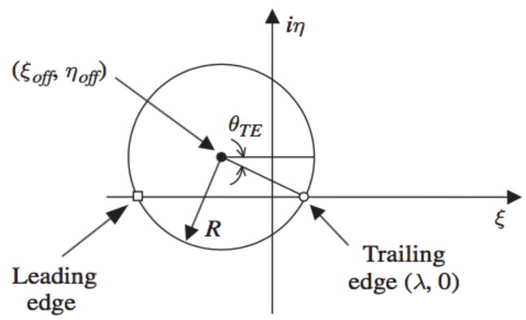
O escoamento em torno do aerofólio, portanto, é obtido no plano complexo z por meio da associação $F(\zeta(z))$, sem nenhum esforço adicional.

Na resolução do problema a seguir, use as seguintes características específicas do cilindro e do escoamento: $R = 1{,}0$ m, $(\xi_{off}, \eta_{off}) = (-0{,}093R, 0{,}08R)$ e $\alpha = 8°$.

(a) Seja o seguinte valor de Γ:

$$\Gamma = 4\pi QR\sin(\alpha - \theta_{TE}) \ .$$

Ele é usado para ajustar a retaguarda (*"trailing edge"*) do cilindro para o ponto $(\lambda, 0)$, conforme a figura:

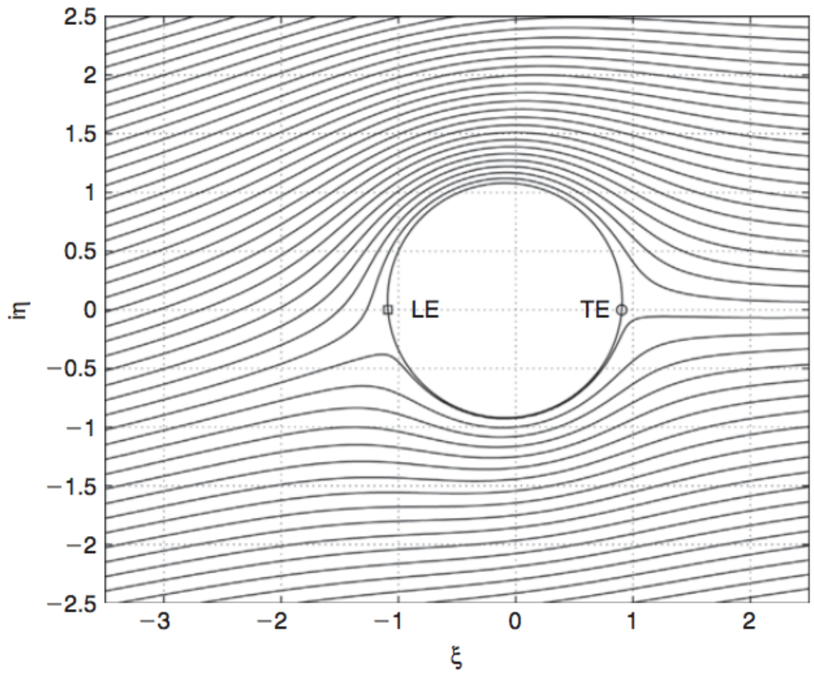


Tendo em vista a figura, calcule θ_{TE}, e, posteriormente, Γ.

(b) Utilize os comandos *linspace* e *meshgrid* para criar uma malha de pontos em ζ, que vai de $-3{,}5R$ até $2{,}5R$ em ξ e η.

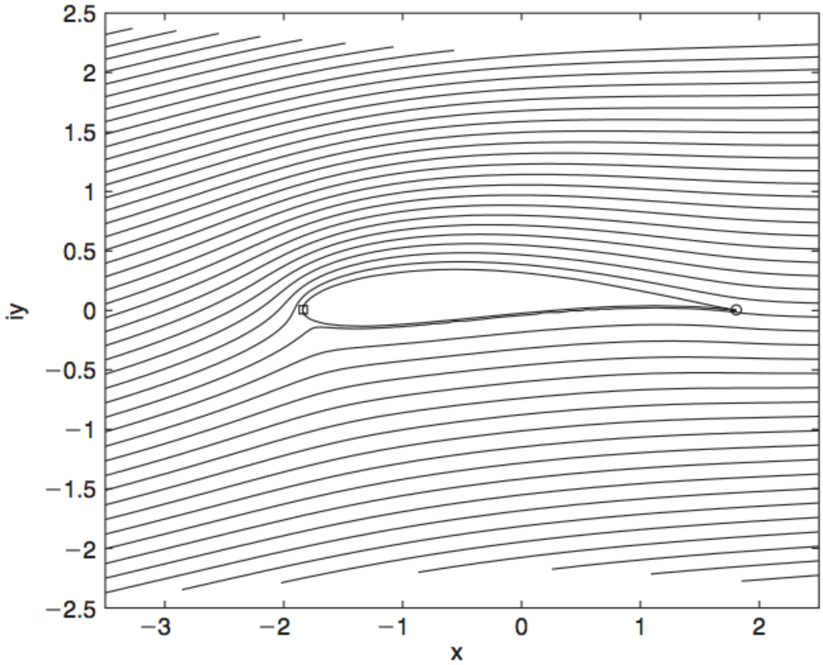
(c) Calcule o potencial F em cada um dos pontos da malha criada no item anterior. A partir de F, obtenha a função de corrente ψ.

(d) Plote as linhas de corrente do escoamento ao redor do cilindro, utilizando os valores de ψ do item anterior e a função *contour*, como na figura:



Obs: linhas de corrente dentro do cilindro não tem significado físico. Para evitá-las, imponha que o valor da função de corrente dentro do cilindro seja o mesmo valor da função de corrente na superfície.

(e) Utilizando a transformação de Joukowski, plote as linhas de corrente no aerofólio, como na figura:



(f) O coeficiente de pressão do escoamento é definido por:

$$C_P \equiv \frac{P - P_\infty}{\rho Q^2/2}$$

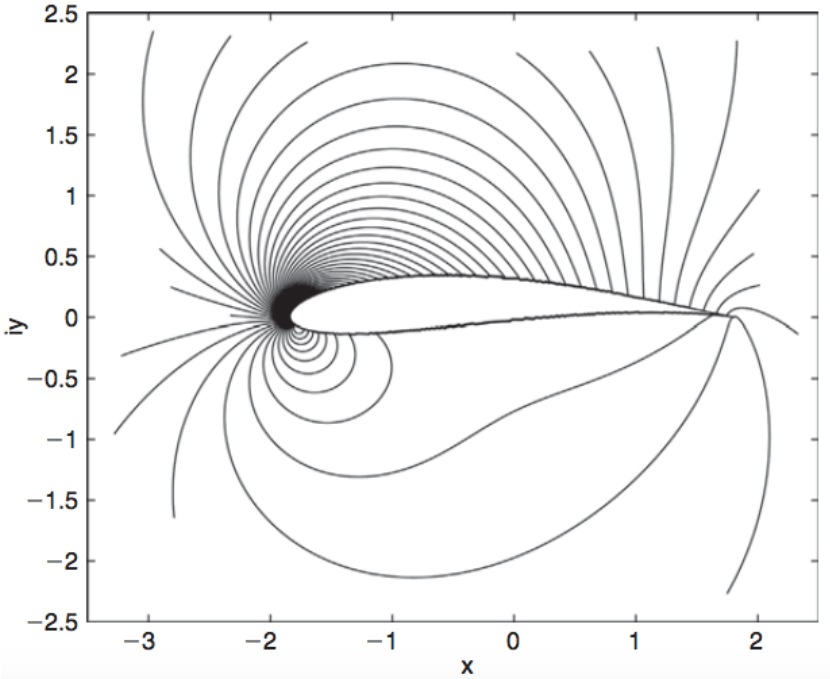
sendo P a pressão local, P_∞ a pressão no infinito e ρ a densidade do fluido. C_P também pode ser calculado pela equação:

$$C_P = 1 - \frac{ww^*}{Q^2}$$

sendo w a velocidade local do escoamento no plano complexo z. O símbolo * denota o complexo conjugado. w pode ser calculada tomando-se a derivada de F em relação a z, sendo o resultado:

$$w = \left[Qe^{-i\alpha} - \frac{Qe^{i\alpha}R^2}{(\zeta - \zeta_{off})} + \frac{i\Gamma}{2\pi(\zeta - \zeta_{off})} \right] \frac{1}{1 - \lambda^2/\zeta^2}$$

Plote as linhas de contorno de C_P em torno do aerofólio, como na figura:



13. Sabe-se que a equação da queda livre é dada por $v = \sqrt{2gh}$, em que $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$. Escreva um script que calcule a velocidade v, em que seja possível que o usuário entre na tela com o valor da altura (cuidado, neste contexto não podemos ter altura negativa) .

14. Descubra o número de termos na soma $1 + 2 + 3 + ...$ necessários para se atingir um milhão.

15. Escreva um script para calcular $y(t)$ vinda da equação abaixo para valores de t entre -9 a 9 em passos de 3.

$$y(t) = \begin{cases} -3t^2 + 5, & t \geq 0 \\ 3t^2 + 5, & t < 0 \end{cases}$$

Faça um gráfico para visualizar o comportamento da equação (neste último caso, crie intervalos de 0,1 entre -9 e 9).

16. Use um laço *for* acoplado para calcular a soma:

$$\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=3}^{9} sen(i + j)$$

17. Escreva um script que calcule o seguinte somatório, para valores de n de 1 até 10, e armazene os resultados em um vetor.

$$\sum_{i=1}^{n} 3^{i+1}$$

18. Seja a seguinte série convergente:

$$S_{num} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{i^2}$$

que tem como valor analítico:

$$S_{ana} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

(a) Compare o valor analítico com o numérico, em um programa no qual o usuário entra com o número N de termos no somatório.

(b) Avalie o número N de termos necessários para atingir um erro absoluto de 10^{-7}.

19. Implemente em uma função o esquema iterativo de Newton-Rhapson para resolução de equações não lineares unidimensionais:

$$x_{it+1} = x_{it} - f(x_{it})/f'(x_{it})$$

O método deve fazer uso de duas funções adicionais, que definem a expressão $f(x)$ a ser zerada e sua derivada. Lembre-se de que é necessário fornecer ao método uma estimativa inicial de x e tolerância no valor da função. Também é boa prática interromper o loop quando atinge-se determinado número de iterações, de modo a impedir que a divergência leve este número ao infinito.

20. A resposta adimensional $x(\tau)$ no deslocamento de um sistema de 1 grau de liberdade sujeito a um pulso periódico de período T e duração t_d é dada por:

$$x(\tau) = \alpha \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} H(\Omega_k) \left| \frac{\sin(k\pi\alpha)}{k\pi\alpha} \right| \sin(\Omega_k \tau - \theta(\Omega_k) + \psi_k) \right)$$

sendo $\alpha = t_d/T < 1$, $\Omega_k = k\Omega_0$, $\Omega_0 = \omega_0/\omega_n$, $\omega_0 = 2\pi/T$,

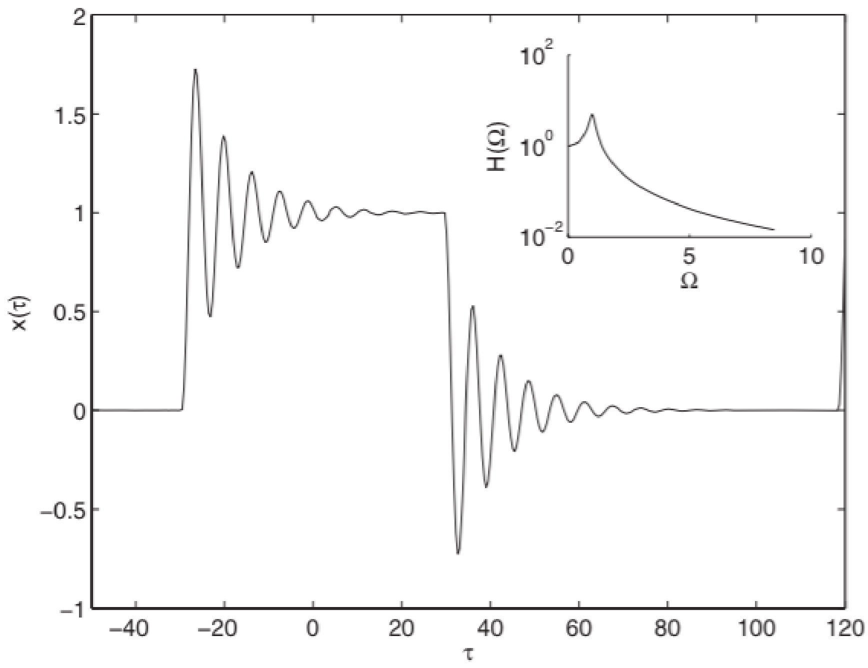
$$\theta(\Omega_k) = \tan^{-1} \frac{2\zeta\Omega_k}{1 - \Omega_k^2}$$

$$\psi_k = \tan^{-1} \frac{\sin(k\pi\alpha)/k\pi\alpha}{0}$$

com a chamada amplitude da resposta de frequência $H(\Omega_k)$ dada por

$$H(\Omega_k) = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega_k^2)^2 + (2\zeta\Omega_k)^2}}$$

e $\zeta < 1$ sendo o fator de amortecimento. Utilizando 200 termos na série e assumindo $\zeta = 0,1$, $\Omega_0 = 0,03\sqrt{2}$, $-50 \leq \tau \leq 120$ e $\alpha = 0,4$, reproduza o seguinte gráfico:



21. Construa o diagrama de fases P-xy para o sistema ciclohexano (1) e benzeno (2) a 40°C. Use a equação de equilíbrio $y_i P = x_i \gamma_i P_i^{sat}$, juntamente com as expressões para os coeficientes de atividade na fase líquida: $\ln \gamma_1 = 0{,}458 x_2^2$, $\ln \gamma_2 = 0{,}458 x_1^2$. A 40°C, $P_1^{sat} = 0{,}243$ atm e $P_2^{sat} = 0{,}241$ atm. Lembre-se de que a equação de equilíbrio pode ser somada para todos os y_i de modo a ser preparada para cálculos de pontos de bolha.

22. Este exercício tem como objetivo guiá-la(o) no uso de ferramentas de cálculo simbólico para o estudo do comportamento de funções matemáticas.

(a) Defina a expressão simbólica:

$$f = \frac{3x^3 + 17x^2 + 6x + 1}{2x^3 - x + 3}$$

(b) Plote-a usando a função *ezplot*. Note suas assíntotas horizontais e verticais, bem como um mínimo local entre -1 e 0 e um máximo local entre 1 e 2.

(c) Para achar a assíntota horizontal, calcule o limite de f para x tendendo a mais e a menos infinito.

(d) Para achar a assíntota vertical, calcule as raízes do denominador de f. Você pode utilizar a função *double* para converter o valor simbólico para numérico (em caso de dúvida, não hesite em digitar *help double*).

(e) Para achar os extremos, derive a expressão e iguale a zero (você precisará das funções *diff*, *solve* e, novamente, *double*).

(f) Para achar os pontos de inflexão, você precisa encontrar a segunda derivada e igualá-la a zero, de maneira análoga à anterior.

23. Resolva o sistema:

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 - e^{-x_1} &= 0 \\ -x_1 + 2x_2 - e^{-x_2} &= 0 \end{aligned}$$

24. Encontre uma matriz que satisfaça a equação:

$$X * X * X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

25. No estudo do escoamento completamente desenvolvido em um tubo circular, o fator de atrito, f, para a região turbulenta do diagrama de Moody, pode ser obtido através da correlação não linear empírica de Colebrook:

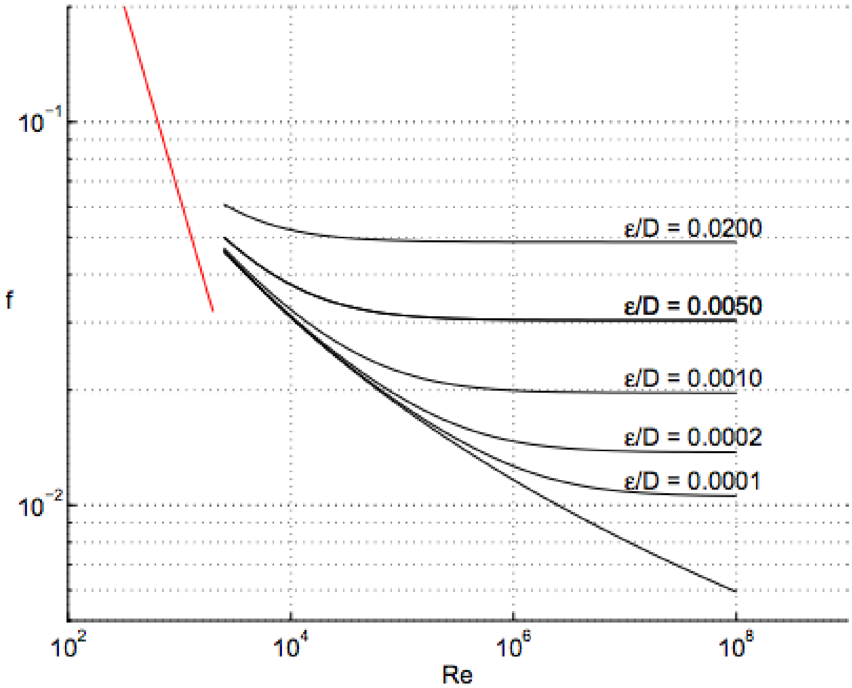
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log_{10}\left(\frac{\epsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

Em que Re é o número de Reynolds e ϵ/D a rugosidade relativa do material. A equação é válida apenas para $\epsilon/D < 0{,}05$.

(a) Escreva uma função que aceite como *input* os parâmetros Re e ϵ/D e retorne como *output* o fator de atrito f. Considere que se $Re < 2000$, o escoamento seja laminar e portanto $f = 64/Re$. Uma boa estimativa inicial para a resolução da equação foi proposta por White:

$$f_0 = \left[1{,}8 \log_{10}\left(\frac{6{,}9}{Re} + \left(\frac{\epsilon/D}{3{,}7}\right)^{1{,}11}\right)\right]^{-2}$$

(b) Utilizando a função implementada no item anterior, reproduza o diagrama de Moody simplificado a seguir:



26. Resolva o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias, resultante da modelagem do movimento de um corpo rígido isolado de forças externas, no intervalo de tempo [0-12]:

$$y_1' = y_2 y_3 \qquad y_1(0) = 0$$

$$y_2' = -y_1 y_3 \qquad y_2(0) = 1$$

$$y_3' = -0{,}51 y_1 y_2 \qquad y_3(0) = 1$$

27. Seja a destilação em batelada do benzeno (1) + tolueno (2), a uma pressão de 1,2 atm. Inicialmente há 100 mols de líquido de composição $x_1 = 0{,}6$ e $x_2 = 0{,}4$. Se a equação que relaciona a quantidade, em mols, de líquido remanescente L com a fração molar x_2 de tolueno é:

$$\frac{dL}{dx_2} = \frac{L}{x_2(K_2 - 1)}$$

determine a quantidade de líquido remanescente quando a composição de tolueno chega a $x_2 = 0{,}8$. K_i é o fator de equilíbrio do componente i, e deve ser considerado como sendo igual a P_i^{sat}/P (sistema ideal). As pressões de saturação estão correlacionadas pela equação de Antoine:

$$log_{10} P_i^{sat} = A - \frac{B}{T + C}$$

com parâmetros $A_1 = 6{,}90565$; $B_1 = 1211{,}033$; $C_1 = 220{,}79$; $A_2 = 6{,}95464$; $B_2 = 1344{,}8$ e $C_2 = 219{,}482$. A condição de equilíbrio de fases impõe que seja sempre satisfeita a equação (algébrica) do *ponto de bolha*:

$$\sum_i K_i x_i = 1$$

28. Certo problema de eletrodinâmica resulta no seguinte sistema de equações:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = 0{,}024\,\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - F(u_1 - u_2)$$
$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = 0{,}170\,\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + F(u_1 - u_2)$$

Sendo $F(y) = exp(5{,}73y) - exp(-11{,}46y)$. A equação é válida no intervalo $0 \leq x \leq 1$ e para tempos $t \geq 0$. As condições iniciais são:

$$u_1(x{,}0) = 1$$
$$u_2(x{,}0) = 0$$

E as de contorno:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x}(0, t) = 0$$
$$u_2(0{,}t) = 0$$
$$u_1(1{,}t) = 1$$
$$\frac{\partial u_2}{\partial x}(1{,}t) = 0$$

Resolva-o, obtendo graficamente os comportamentos de u_1 e u_2 em função de x e t. Atente para o fato de que a solução muda rapidamente para pequenos valores de t.

29. Seja a função:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

Plote-a e encontre seu mínimo, para $n = 2$.

30. A função a seguir chama-se função de Styblinski–Tang:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i}{2}$$

Plote-a e encontre seu mínimo global na região $-5 \leq x_i \leq 5$, para $n = 2$.

31. Seja um fluido industrial que escoa através de uma tubulação de comprimento L m e diâmetro D mm, a uma vazão de Q L/min. O custo anual de bombeamento desse fluido pode ser estimado pela equação:

$$f(D) = 1{,}476L + 0{,}0063LD^{1{,}5} + 325(hp)^{0{,}5} + 61{,}6(hp)^{0{,}925} + 102$$

sendo:

$$hp = 0{,}0281\frac{LQ^3}{D^5} + 6{,}677X10^{-4}\frac{LQ^{2{,}68}}{D^{4{,}68}}$$

Determine o valor do diâmetro D que minimize o custo anual de bombeamento para uma tubulação de comprimento $L = 300$ m e vazão $Q = 76$ L/min. Restrições de projeto estipulam que o diâmetro deve estar entre 15 e 50 mm.

Obs: como este é um problema de otimização unidimensional com restrições, talvez você se interesse pela função *fminbnd*, da *toolbox Optimization.*

32. Uma refinaria recebe três tipos de óleo cru: C_1, C_2 e C_3. A tabela a seguir apresenta o custo e a disponibilidade de cada um desses tipos de óleo na refinaria:

	Custo (R$/L)	Disponibilidade (L/dia)
C_1	0,40	10000
C_2	0,20	12000
C_3	0,10	15000

A partir desses óleos, a refinaria pode produzir três tipos de gasolina: comum, aditivada e premium. Na tabela a seguir, temos o preço de venda e a máxima demanda do mercado por cada um dos tipos de gasolina:

	Preço (R$/L)	Máxima demanda (L/dia)
Comum	0,70	9000
Aditivada	0,80	8000
Premium	0,90	7000

O refino de cada um dos tipos de óleo leva a produção de proporções diferentes de gasolina. Na tabela a seguir, temos as quantidades, em L, obtidas a partir de 1 L de cada um dos três tipos de óleo.

	C_1	C_2	C_3
Comum	0,2	0,5	0,7
Aditivada	0,3	0,3	0,3
Premium	0,5	0,2	–

Por exemplo, 1 L de óleo C_1 leva a 0,2 L de gasolina comum, 0,3 L de gasolina aditivada e 0,5 L de gasolina premium.

Deseja-se conhecer as quantidades de cada um dos tipos de óleo que devem ser compradas de modo a maximizar o lucro da refinaria. Se x_1, x_2 e x_3 são as quantidades, em L/dia, a serem compradas dos óleos C_1, C_2 e C_3, respectivamente, a função lucro é dada por:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) = {} & 0{,}7(0{,}2x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}7x_3) + 0{,}8(0{,}3x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}3x_3)+ \\ & + 0,9(0{,}5x_1 + 0{,}2x_2) - 0{,}4x_1 - 0{,}2x_2 - 0{,}1x_3 \end{aligned}$$

Ou, simplificando:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 0,43x_1 + 0{,}57x_2 + 0{,}63x_3$$

Esse é um típico problema de otimização com restrições, cuja formulação é:

$$\begin{array}{ll} \underset{\mathbf{x}}{\text{Minimizar}} & -f(x_1, x_2, x_3) \\ \text{sujeito a:} & 0{,}2x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}7x_3 \leq 9000 \\ & 0{,}3x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}3x_3 \leq 8000 \\ & 0{,}5x_1 + 0{,}2x_2 \leq 7000 \\ & x_1 \leq 10000 \\ & x_2 \leq 12000 \\ & x_3 \leq 15000 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Resolva esse problema de otimização e calcule o lucro máximo f da refinaria e as quantidades de óleo cru x_1, x_2 e x_3 necessárias para obtenção desse lucro.

Obs: como todas as equações envolvidas no problema são lineares, talvez você queira conferir a função *linprog*, da *toolbox Optimization*.