Chapter 1 : Eerstegraadsvergelikingen

Afraz Salim

October 21, 2017

1 Bepaal of de uitspraken waar of vals zijn en verklaar je antwoorden

- Als A en B matrixs zijn zodat $AB = O$ dan is $A = 0$ of $B = 0$.
  Antwoord: vals.
  Tegenvoorbeeld: $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ Nu $A * B = 0$ maar $A \neq 0$ nog $B = 0$.
- Als $A^2 = \mathbb{1}$ en $B^2 = \mathbb{1}$ dan $(AB)^-1 = BA$.
  Antwoord: waar.
  Wij vermenigvuldigen beide zijden met AB zodat $AB(AB)^-1 = AB^2A$
  $AB(AB)^-1 = \mathbb{1}$ en $A(B^2 = \mathbb{1}$ Dit is al gegeven $)A$
  $\mathbb{1} = A * \mathbb{1} * A$
  $\mathbb{1} = A^2$
  $\mathbb{1} = \mathbb{1}$
- Als A en B inverteerbaar matrices zijn dan is $A + B$ ook inverteerbaar.
  Antwoord: vals
  Tegenvoorbeeld: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ A en B zijn inverteerbaar maar niet $A + B = 0$.
- If A en B en AB symmetrisch zijn dan is $AB = BA$.
  Antwoord waar.
  Proof: $AB = (AB)^T$ omdat AB Symmetrisch is dan $AB = B^T * A^T = BA$.
- Als A en B zijn symmetrisch dan is AB ook symmetrisch.
  Antwoord: waar
  Proof: Omdat A en B symmetrisch zijn ,$a_{ij} = a_{ji}$ en $b_{ij} = b_{ji}$.
  Let $c_{ij} = a_{ij} * b_{ij}$ en $c_{ji} = a_{ji} * b_{ji}$ dan $c_{ij} = c_{ji}$ Symmetrisch.
- Als A is niet inverteerbaar dan is ook AB niet inverteerbaar.
  Antwoord waar:

$f(A.B) = f(A).f(B)$ en indien $f(A) = 0$ dan voor elke B is $AB = 0$.

- Als E_1 en E_2 twee elementaire matrices zijn dan is $E_1 * E_2 = E_2 * E_1$.
  Antwoord: Niet waar. Tegenvoorbeeld: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$
  $A * B \neq B * A$.

- Exercise 21:
  $A * A^T$ en $A + A^T$ zijn symmetrisch.
  Antwoord:waar
  $C = A * A^T$ dan $c_{ij} = a_{ij} * (a_{ji})^T ==> c_{ij} = a_{ij} * a_{ij}$.
  Dus c_{ij} is symmetrisch want elk element wordt met zichzelf vermigvuldigd.

- $A - A^T$ is scheefsymmetrisch. Antwoord:Waar
  Een matric is scheefsymmetrisch indien $A^T = -A$.
  $(A - A^T)^T = -(A - A^T)$
  $A^T - A = -A + A^T$
  $A^T - A = -A + A^T$
  Proved.
  Nilpoten: Een matrix is niet-nilpoten indien voor elke k $A^k \neq 0$.

- Toon aan dat een inverteerbare matrix nipotent is.
  Stel dat een matrix niet-nilpoten is dan is die matrix inverteerbaar en voor elke k A^k is hetzelfda als een A matrix k keer met zichzelf vermenigvuldigen.
  TODO :(

- Bepaal Lu-decompositie van een matrix:
  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mid \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1+r_2}$
  $\xrightarrow{R2->R2+R1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mid \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$
  $\xrightarrow{R3->R3+R2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mid \begin{bmatrix} E_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
  $A = LU$ dus $A = {E_1}^{-1} * {E_2}^{-1} * U$
  $E_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$$E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_2^{-1} * E_1 - 1 = L$$