
TRAVAUX PRATIQUES
SÉRIE I

Exercice 1. La suite de Fibonacci est une suite de nombres entiers définie par $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ et pour tout $n \geq 2$ par

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}.$$

1. Écrire une fonction `recursive_fibo()` qui prend en argument un entier positif n et calcule de manière récursive F_n .
2. Écrire une fonction `iterative_fibo()` qui prend en argument un entier positif n et calcule de manière itérative F_n .
3. Estimer la complexité des deux fonctions `recursive_fibo()` et `iterative_fibo()`.
4. Vérifier sur des grandes valeurs de n si la fonction `recursive_fibo()` provoque un dépassement de la pile d'exécution (*stackoverflow*) mais la fonction `iterative_fibo()` donne la valeur de F_n .

Exercice 2. Déclarer un tableau d'entiers T de taille 1000. Remplir ensuite ce tableau avec des valeurs aléatoires en utilisant les fonctions `rand()` et `srand()` de la librairie `stdlib`. Afficher le tableau T et calculer enfin son troisième plus grand élément sans utiliser un algorithme de tri.

Exercice 3. Dans cet exercice nous étudions quelques optimisations de l'algorithme naïf qui permet de tester si un entier n est premier.

1. Écrire une fonction `is_prime()` qui prend en argument un entier n et décide si n est un nombre premier. La fonction teste si n est divisible par un entier entre 2 et $|n| - 1$. Si un tel entier est trouvé elle retourne 0, sinon elle retourne 1.
2. Écrire une fonction `get_primes()` qui prend en argument un entier positif n et affiche tous les entiers premiers entre 2 et n .
3. En donnant à n des grandes valeurs, constater la lenteur de l'exécution de la fonction `get_primes()`. Donner une explication théorique à cette lenteur en estimant la complexité de `get_primes()`.

On considère maintenant les deux optimisations suivantes.

- On peut facilement montrer que si un entier n n'est pas premier alors il possède un diviseur p tel que $2 \leq p \leq \sqrt{|n|}$. En conséquence, au lieu de chercher les diviseurs potentiels de n entre 2 et $|n| - 1$ on peut se limiter à ceux entre 2 et $\sqrt{|n|}$.
 - Le seul nombre positif premier pair est 2. Ainsi, lorsqu'on cherche les diviseurs de n entre 2 et $\sqrt{|n|}$ on n'a besoin de tester que ceux qui sont impairs.
4. Remplacer les deux fonctions `is_prime()` et `get_primes()` par les nouvelles fonctions `is_prime_opt()` et `get_primes_opt()` en tenant compte des optimisations ci-dessus.
 5. Estimer la complexité de la fonction `get_primes_opt()`.