МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра САПР

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1
по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»
Тема: «Оцифровка аналогового сигнала»

Студент гр. 2302	________________	Фролов А. Э.
Преподаватель:	________________	Пестерев Д. О.

Санкт-Петербург
2024

АЦП Arduino.

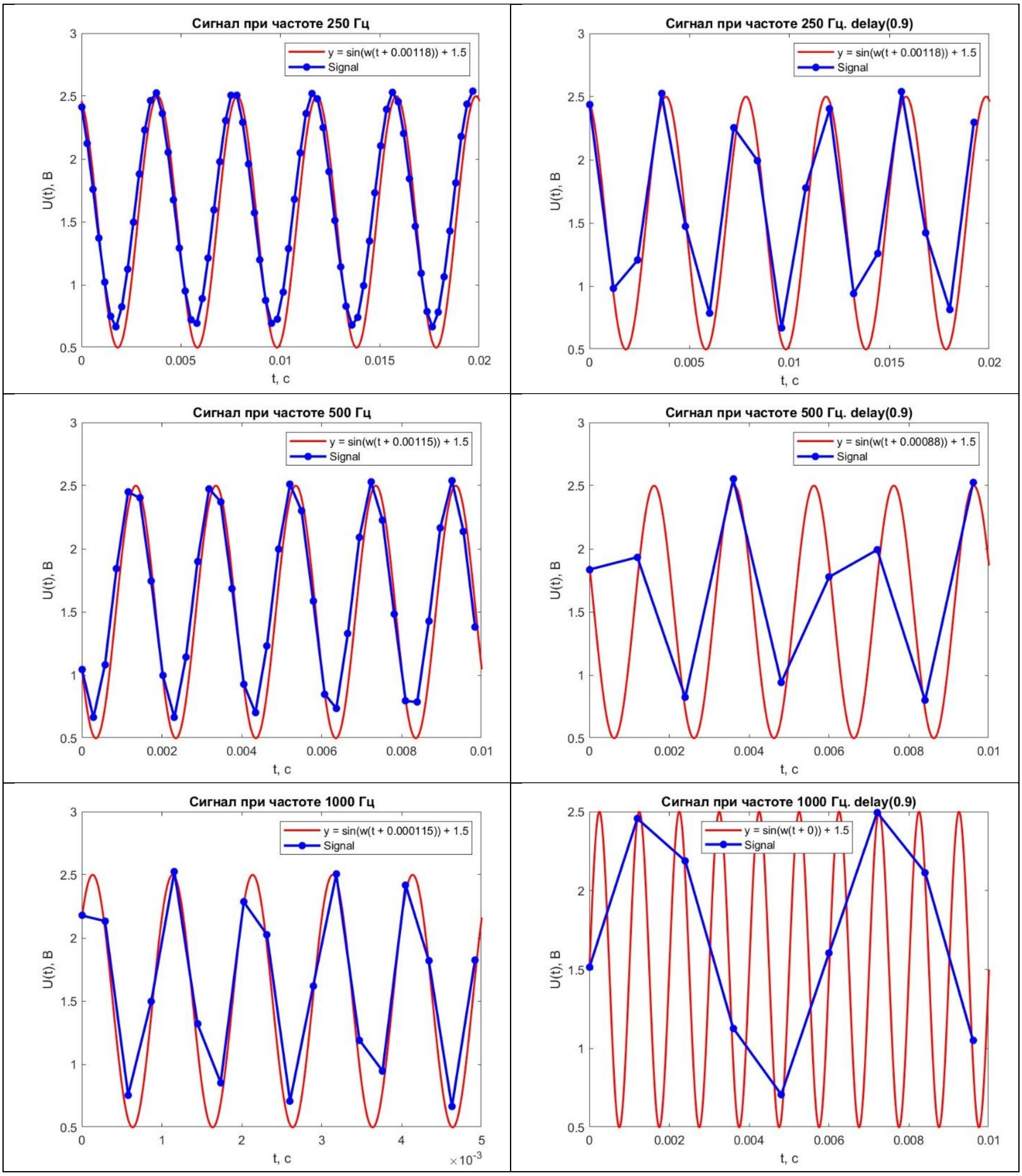
В даташите микроконтроллера ATmega328P на странице 253 сказано следующее: «By default, the successive approximation circuitry requires an input clock frequency between 50 kHz and 200 kHz to get maximum resolution». Максимальное разрешение – 10 бит, т.е. сигнал, принимающий значения от 0 до 5 В, квантуется числами от 0 до 1023.

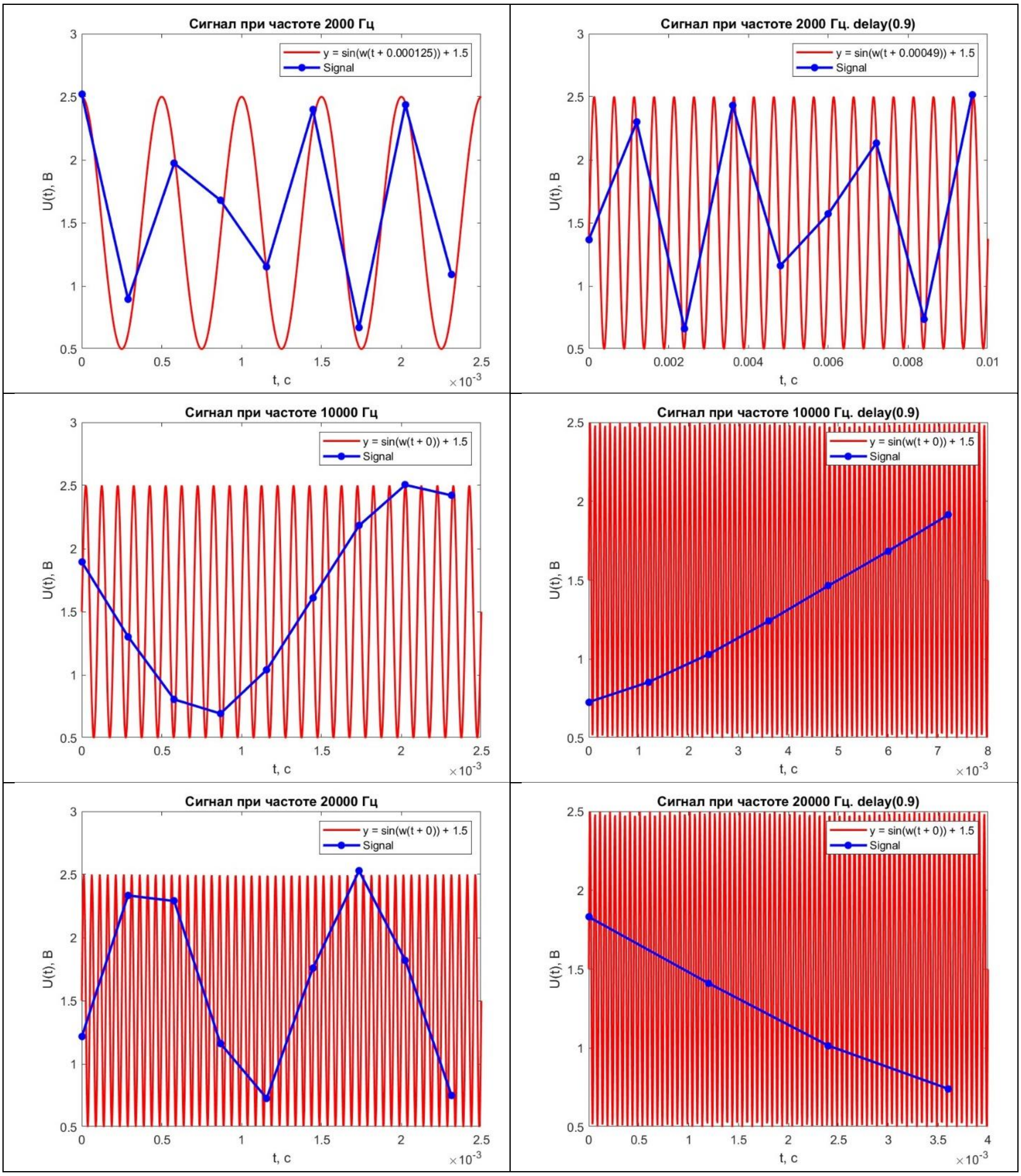
$$ADC = \frac{V_{IN} \cdot 1024}{V_{REF}}$$

Из таблицы 23-1 «ADC Conversion Time» можно узнать, что преобразование тратится 13 циклов. Таким образом, значение частоты дискретизации находится в диапазоне 4 – 15 килосемплов.

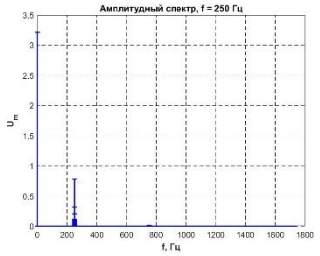
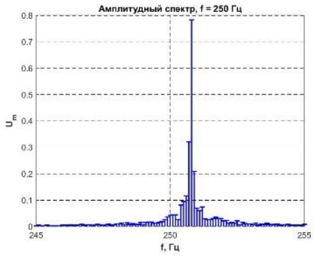
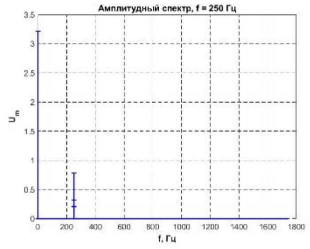
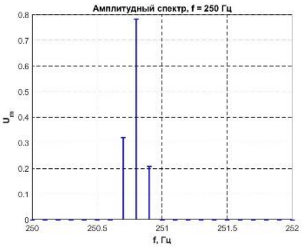
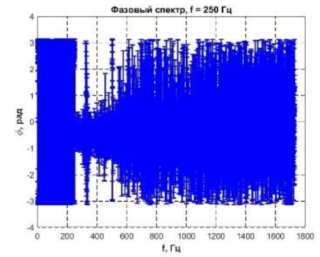
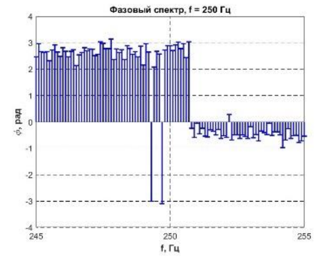
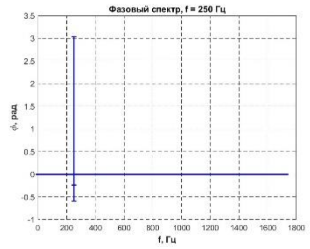
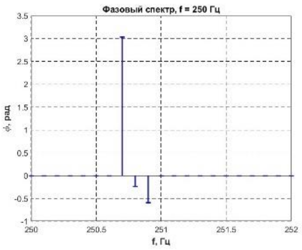
Значение частоты дискретизации можно вычислить самостоятельно, использовав функцию «analogRead». Получим около 8900 семплов за секунду. Однако, при записи оцифрованных значений используется функция «Serial.println», которая снижает частоту дискретизации до 3450 семплов в секунду. В том случае, когда используется функция «delayMicroseconds(900)», частота дискретизации падает до 833 семплов в секунду.

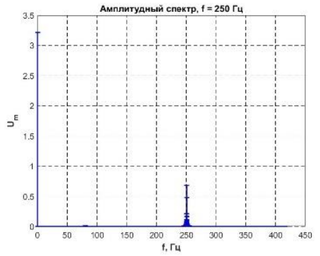
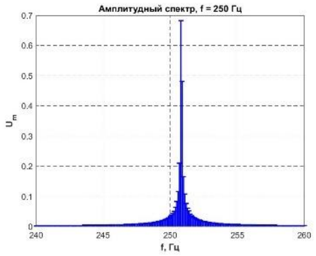
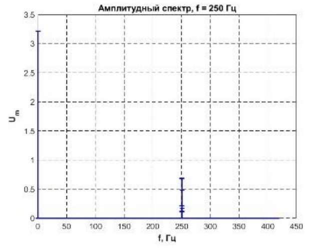
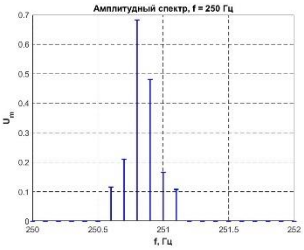
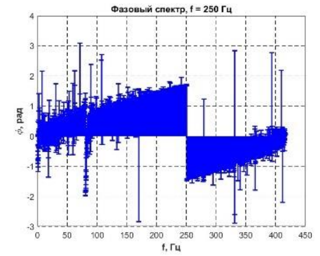
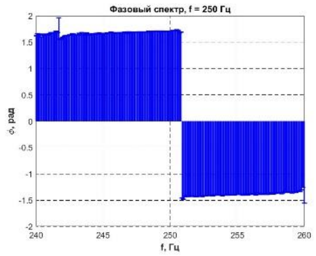
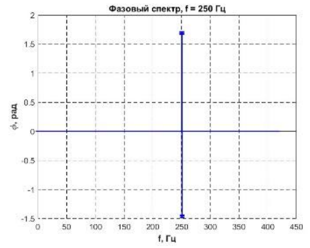
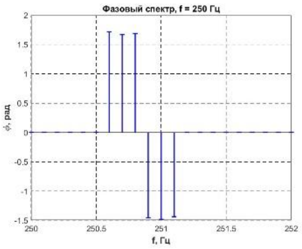
Графики полученных сигналов.

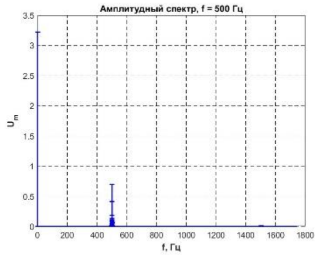
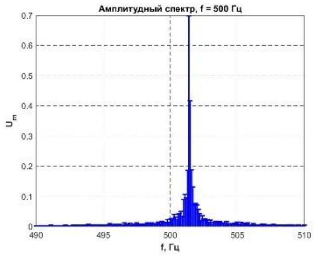
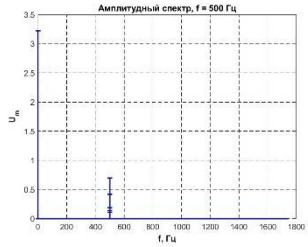
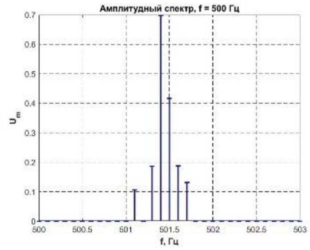
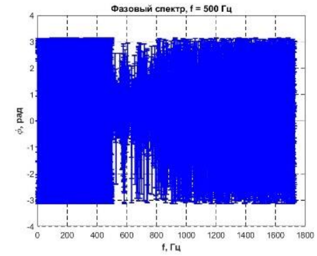
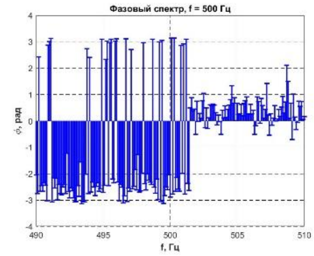
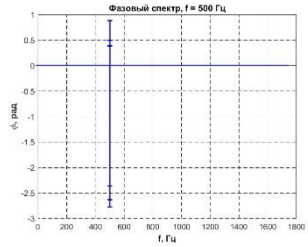
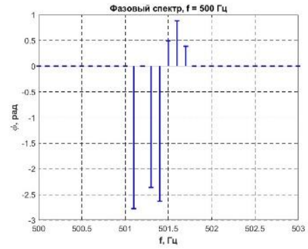


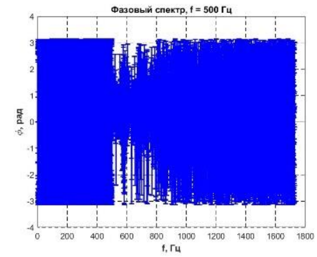
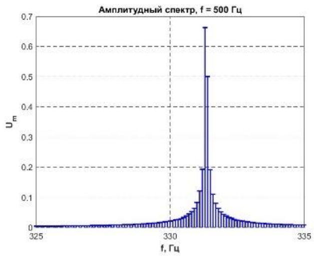
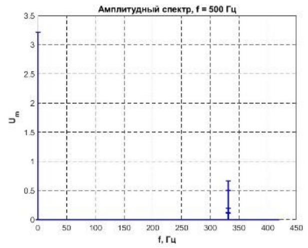
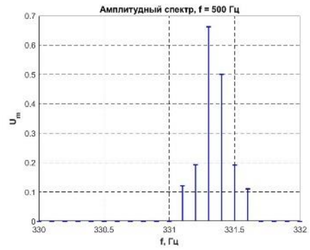
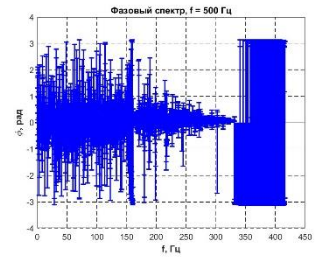
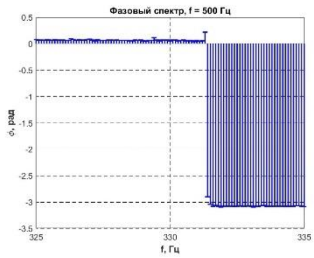
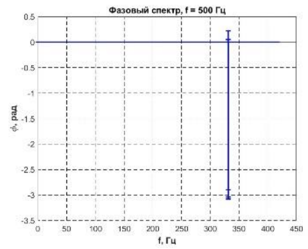
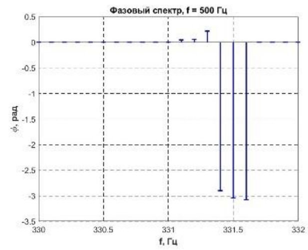

Сигнал при частоте 2000 Гц
y = sin(w(t + 0.000125)) + 1.5
Signal
U(t), B
t, c
×10^-3
Сигнал при частоте 2000 Гц. delay(0.9)
y = sin(w(t + 0.00049)) + 1.5
Signal
U(t), B
t, c
Сигнал при частоте 10000 Гц
y = sin(w(t + 0)) + 1.5
Signal
U(t), B
t, c
×10^-3
Сигнал при частоте 10000 Гц. delay(0.9)
y = sin(w(t + 0)) + 1.5
Signal
U(t), B
t, c
×10^-3
Сигнал при частоте 20000 Гц
y = sin(w(t + 0)) + 1.5
Signal
U(t), B
t, c
×10^-3
Сигнал при частоте 20000 Гц. delay(0.9)
y = sin(w(t + 0)) + 1.5
Signal
U(t), B
t, c
×10^-3

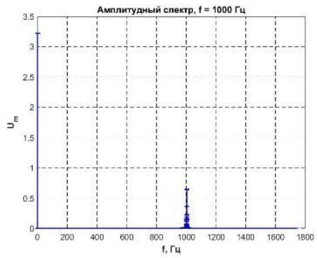
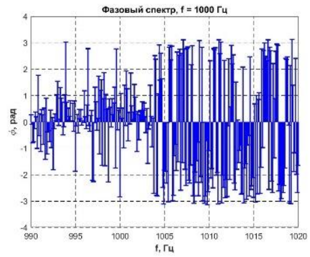
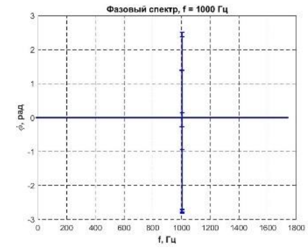
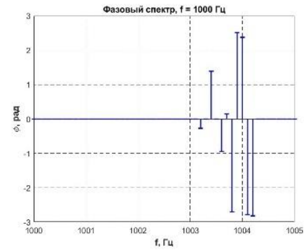
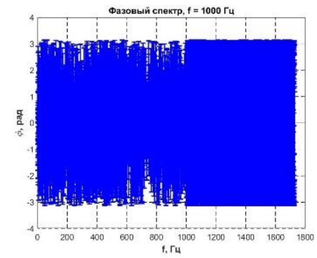
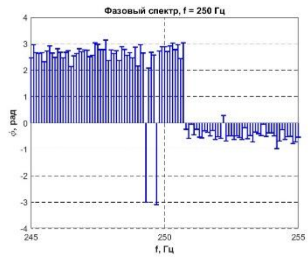
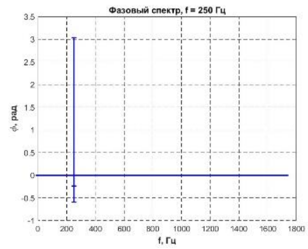
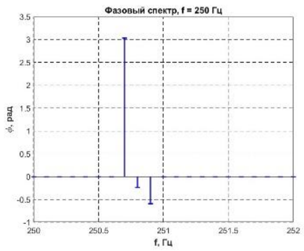
Амплитудный и фазовый спектры.

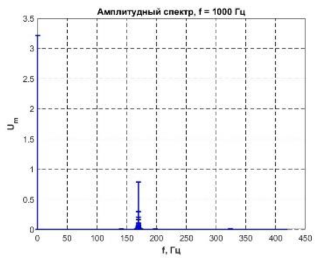
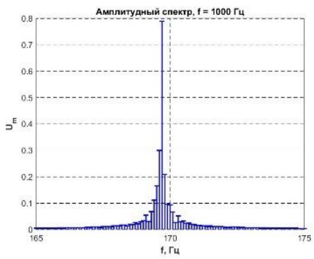
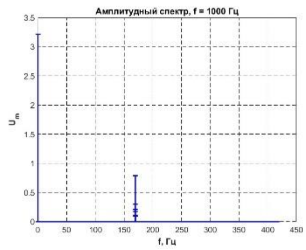
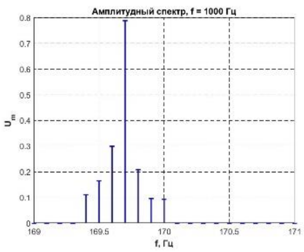
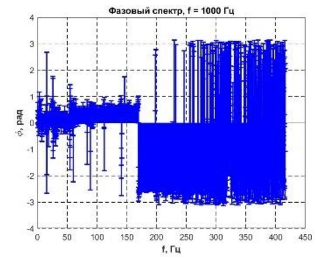
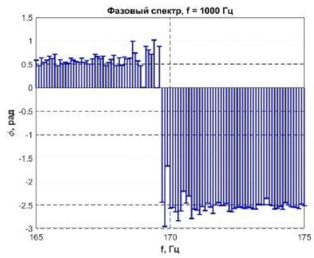
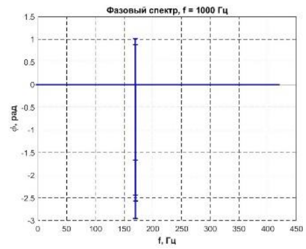
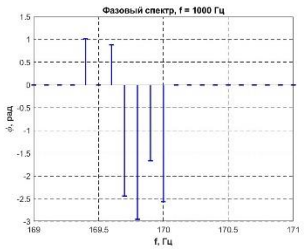
<table>
<tr><th colspan="4">f = 250 Гц</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

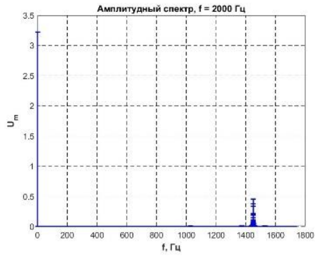
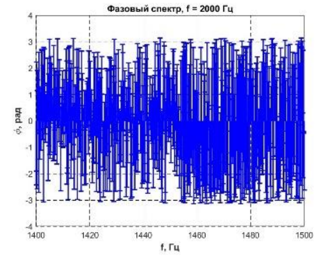
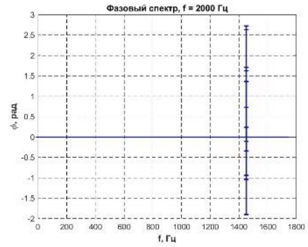
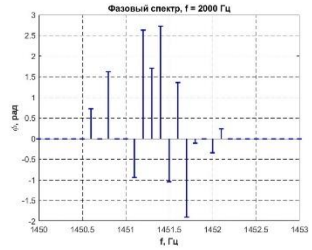
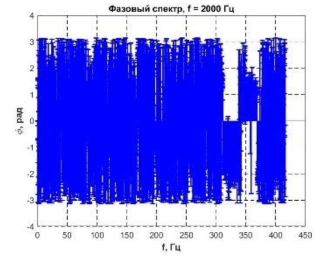
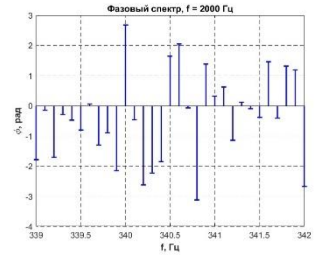
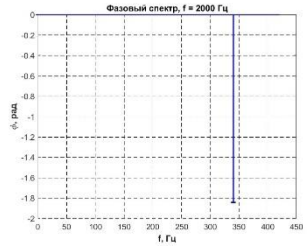
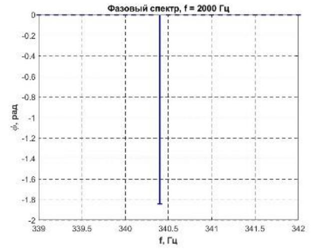
<table>
<tr><th colspan="4">f = 250 Гц. Delay(0.9)</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

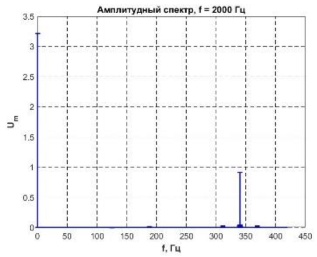
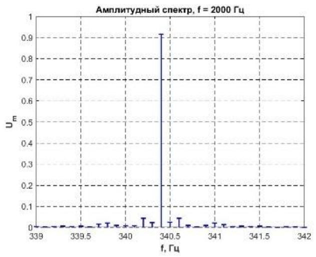
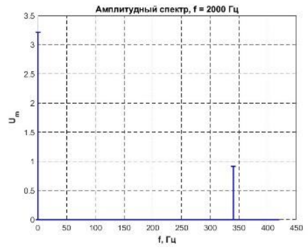
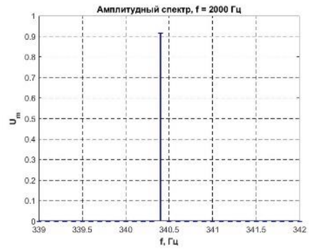
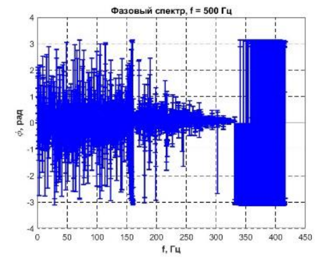
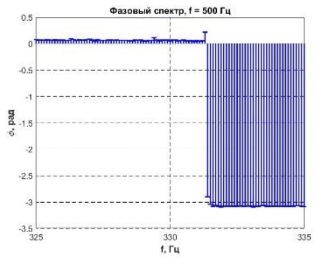
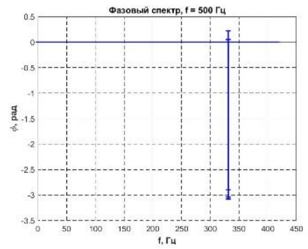
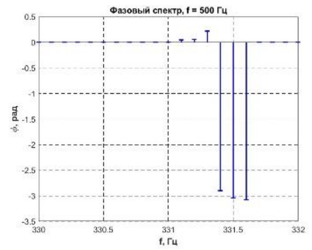
<table>
<tr><th colspan="4">f = 500 Гц</th></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

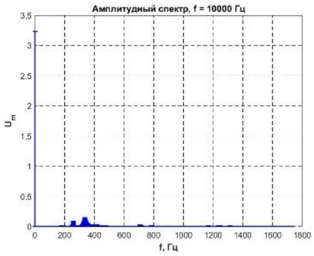
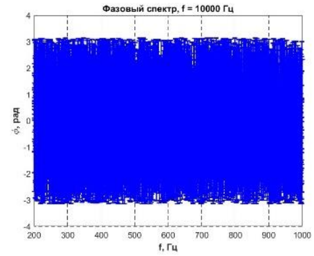
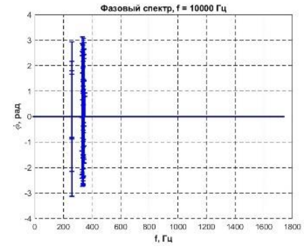
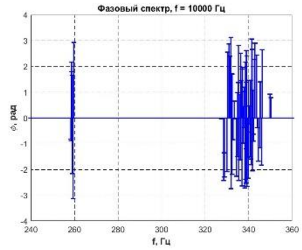
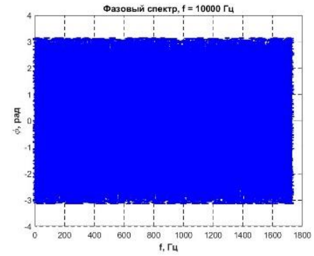
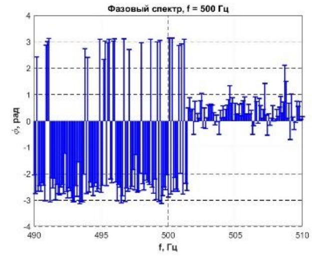
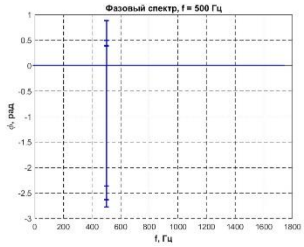
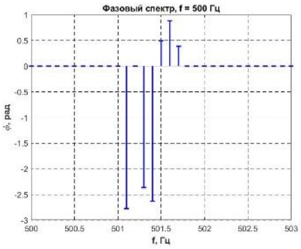
<table>
<tr><th colspan="4">f = 500 Гц. Delay(0.9)</th></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

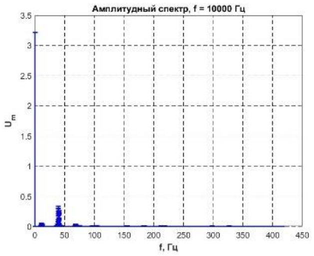
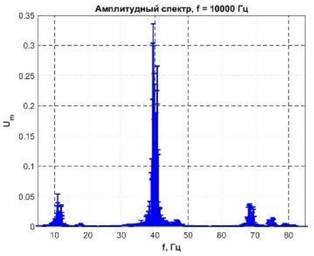
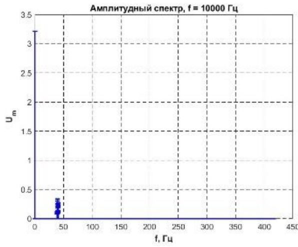
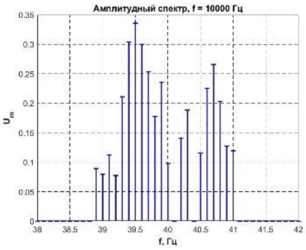
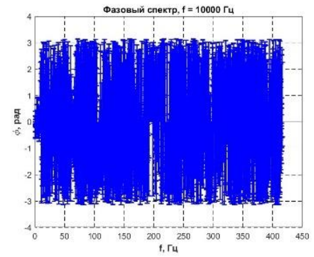
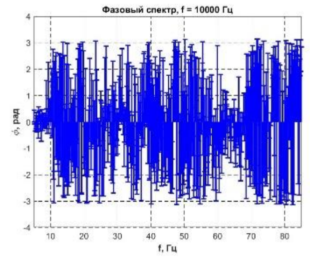
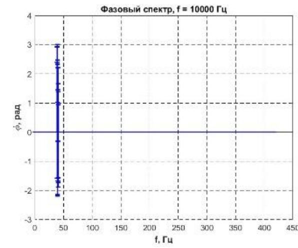
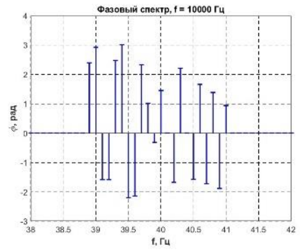
<table>
<tr><th colspan="4">f = 1000 Гц</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

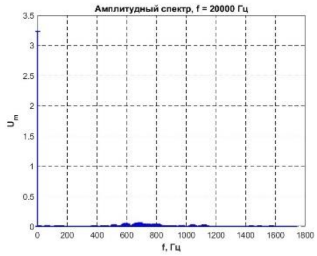
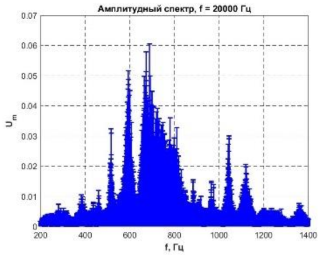
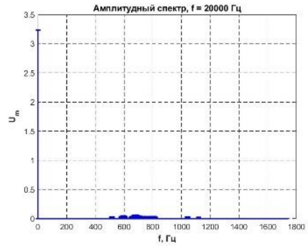
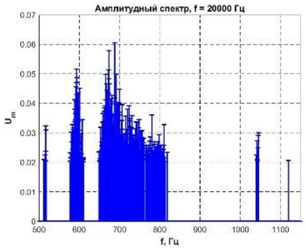
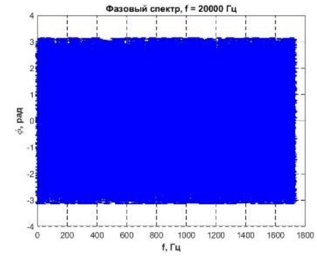
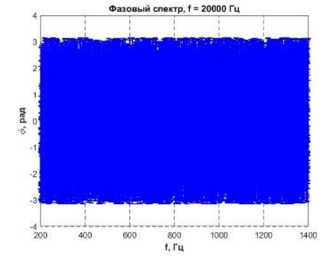
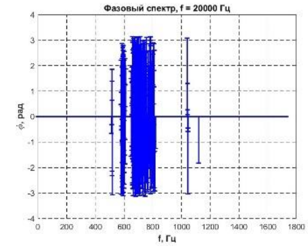
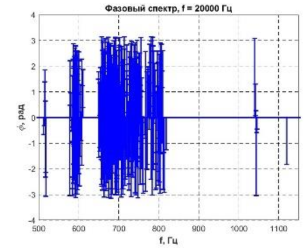
<table>
<tr><th colspan="4">f = 1000 Гц. Delay(0.9)</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

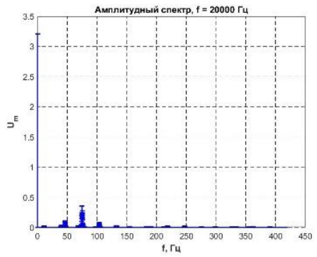
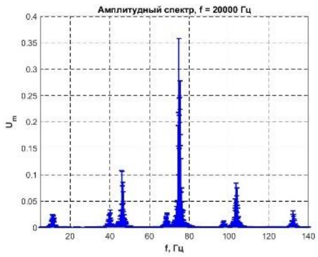
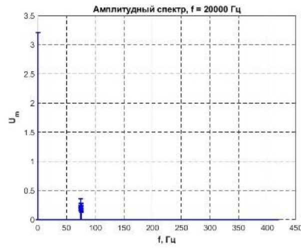
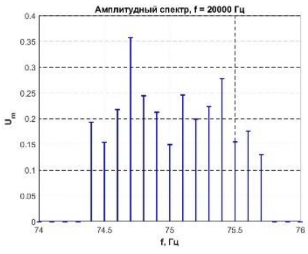
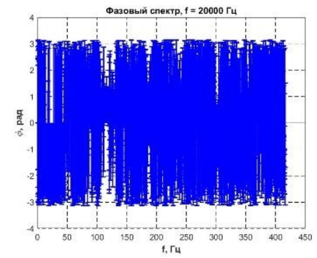
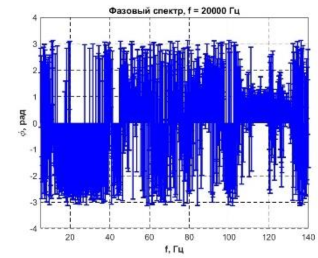
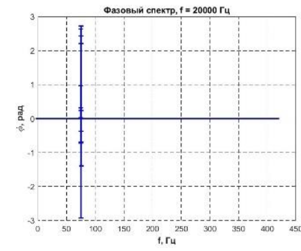
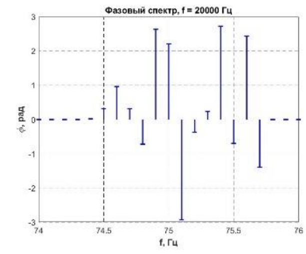
<table>
<tr><th colspan="4">f = 2000 Гц</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="4">f = 2000 Гц. Delay(0.9)</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="4">f = 10000 Гц</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="4">f = 10000 Гц. Delay(0.9)</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="4">f = 20000 Гц</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="4">f = 20000 Гц. Delay(0.9)</th></tr>
<tr><td colspan="4">Амплитудный спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Фазовый спектр</td></tr>
<tr><td>Исходный</td><td>Исходный вблизи</td><td>Очищенный</td><td>Очищенный вблизи</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Выводы по полученным графикам.

Для сигналов, вписывающихся в условия теоремы Котельникова (частота дискретизации в 2 раза больше частоты сигнала), результаты вполне ожидаемы. Речь идет о сигналах со следующими частотами: 250 Гц, 500 Гц, 1000 Гц и 250 Гц с задержкой 0.9 мс.

Сигналы с другими частотами были оцифрованы с существенными отличиями от оригинальных (аналоговых) – это хорошо видно по амплитудным спектрам, где частоты сильно отличаются от исходных. В данном случае происходит эффект алиасинга.

Проверка свойств преобразования Фурье символьными вычислениями.

Необходимо проверить следующие свойства:

1. $\mathfrak{F}(af(t) + bg(t)) = aF(\omega) + bG(\omega)$
2. $\mathfrak{F}\big(f(t-a)\big) = e^{-i\omega a}F(\omega)$
3. $\mathfrak{F}\big(e^{iat}f(t)\big) = F(\omega - a)$
4. $\mathfrak{F}\big(f(at)\big) = |a|^{-1}F\left(\frac{\omega}{a}\right)$
5. $\mathfrak{F}\left(\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right) = (i\omega)^n F(\omega)$
6. $\mathfrak{F}(t^n f(t)) = i^n \frac{d^n F(\omega)}{d\omega^n}$
7. $\mathfrak{F}((f * g)(t)) = \sqrt{2\pi}F(\omega) \cdot G(\omega)$
8. $\mathfrak{F}(f(t) \cdot g(t)) = \frac{(F*G)(\omega)}{\sqrt{2\pi}}$
9. $\mathfrak{F}(\delta(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
10. $\mathfrak{F}(1) = \sqrt{2\pi}\delta(\omega)$

Проверка:

Свойство	Проверка

1	`syms a b f(t) g(t) t`
	`fourier(a * f(t) + b * g(t))`
	
	`ans =` $a\ \mathrm{fourier}(f(t), t, w) + b\ \mathrm{fourier}(g(t), t, w)$

2	`syms a t f(t)`
	`fourier(f(t - a))`
	ans = $e^{-a\,w\,i}\ \mathrm{fourier}(f(t), t, w)$

3	`syms F(w)`
	`ifourier(F(w - a),t)`
	ans =
	$\frac{e^{a\,t\,i}\ \mathrm{fourier}(F(w), w, -t)}{2\,\pi}$

4	`fourier(f(a*t))` ans = $\frac{\mathrm{fourier}\left(f(t), t, \frac{w}{a}\right)}{\lvert a\rvert}$

5	`fourier(diff(f, t, 3))`
	ans = $-w^3\ \mathrm{fourier}(f(t), t, w)\,i$
	`fourier(diff(f, t, 20))`
	ans = $w^{20}\ \mathrm{fourier}(f(t), t, w)$

6	`syms n f(t) F(w)`
	`F(w) = fourier(f(t))`
	F(w) = $\mathrm{fourier}(f(t), t, w)$
	`ifourier(1i^3 * diff(F(w), w, 3), w, t)`
	ans = $t^3\ f(t)$
	`syms n f(t) F(w)`
	`F(w) = fourier(f(t))`
	F(w) = $\mathrm{fourier}(f(t), t, w)$
	`ifourier(1i^234 * diff(F(w), w, 234), w, t)`
	ans = $t^{234}\ f(t)$

7	``` syms t w f(t) g(t) F(w) G(w) tau F(w) = fourier(f(t), t, w) ``` F(w) = $\mathrm{fourier}(f(t), t, w)$ ``` G(w) = fourier(g(t), t, w) ``` G(w) = $\mathrm{fourier}(g(t), t, w)$ ``` int(g(t - tau) * f(tau), tau, 0, t) ``` ans = $\int_0^t g(t-\tau)\, f(\tau)\, \mathrm{d}\tau$ ``` fourier(int(g(t - tau) * f(tau), tau, -inf, inf), t, w) ``` ans = $\mathrm{fourier}(f(t), t, w)\ \mathrm{fourier}(g(t), t, w)$
8	``` syms t w f(t) g(t) F(w) G(w) tau F(w) = fourier(f(t), t, w) ``` F(w) = $\mathrm{fourier}(f(t), t, w)$ ``` G(w) = fourier(g(t), t, w) ``` G(w) = $\mathrm{fourier}(g(t), t, w)$ ``` ifourier(int(G(w - tau) * F(tau), tau, -inf, inf), w ``` ans = $2\,\pi\ f(t)\, g(t)$
9	``` fourier(dirac(t)) ``` ans = 1
10	``` f(t) = 1 ``` f(t) = 1 ``` fourier(f(t)) ``` ans = $2\,\pi\ \delta(w)$

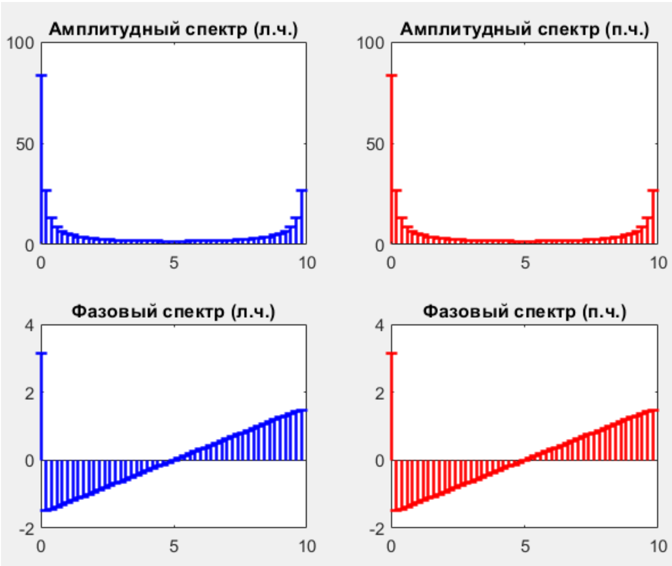
Проверка свойств преобразования Фурье с помощью fft.

Свойство №1.

Код:

```
Fs = 10;
T = 1/Fs;
L = 50;
t = (0 : L - 1)*T;
w = (0 : L - 1) * Fs / L;
function y = f(t)
    y = 2 * sin(2 * pi * t / 180);
end
function y = g(t)
    y = 3 * sin(4 * pi * t / 180);
end
a = 20;
b = -10;
left_FFT = fft(a * f(t) + b * g(t));
right_FFT = a * fft(f(t)) + b * fft(g(t));
```

Результат:



Свойство №2.

Код:

```
T = 1/Fs;
L = 50;
t = (0 : L - 1)*T;
w = (0 : L - 1) * Fs / L;
function y = f(t)
    y = 2 * sin(2 * pi * t / 180);
end
a = 10;
```

```
left_FFT = fft(f(t - a));
right_FFT = exp(-1i * 2 * pi * w * a) .* fft(f(t));
```

Результат:

Свойство №4.

Свойство №7.