

Задание к лабораторным работам 8,9,10  
по курсу "Методы вычислений"  
ИУ7, 5 курс, 2011 г.

**Часть 3. Безусловная минимизация функций двух переменных. Методы, использующие производные.**

Для квадратичной функции, заданной в таблице 1, написать программы нахождения минимума, реализующие следующие методы:

1. метод сопряженных градиентов;
2. метод Ньютона с конечно-разностной аппроксимацией производных;
3. метод Девидона–Флетчера–Пауэла (ДФП).

Также найти минимум, используя возможности Optimization Toolbox Matlab.

Для квадратичной функции найти точку минимума по теоретической формуле. Вычислить значение функции в этой точке. Результаты привести в отчете.

В качестве стартовой точки для первой функции взять точку  $(x_1^0, x_2^0)$  из таблицы 1.

Для функции, заданной в таблице 2, с помощью созданных программ найти локальный минимум, ближайший к стартовой точке (3, 3).

Поскольку вторая функция может содержать точки разрыва и иметь другие особенности, ее необходимо модифицировать так, чтобы избежать вычислительных проблем в окрестности особенностей и обеспечить поиск именно требуемого локального минимума.

Критерий окончания выбрать так, чтобы координаты вычисленного приближения к точки минимума функции содержали три верные значащие цифры.

К защите по каждому методу представляется отчет, содержащий задание и результаты расчетов.

В программной реализации на Matlab необходимо предусмотреть построение графиков функций в виде семейства линий уровня минимизируемых функций и траекторий движения к минимуму для каждого метода.

По результатам вычислений для рассматриваемых функции составить таблицу, содержащую для каждого разработанного метода и для стандартного метода количество вычислений функции, полученное приближение к точке минимума и значение функции в этой точке. **При программировании следует избегать лишних вызовов функции!** Провести анализ таблицы и сделать выводы об эффективности и трудоемкости алгоритмов.

Полные файлы с текстами программ предъявляются при защите работ.

Таблица 1

N вар.	$f(x_1, x_2)$	$x^0 = [x_1^0, x_2^0]$
1.	$11x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_1x_2 - 2\sqrt{10}x_1 + 6\sqrt{10}x_2 - 22$	$[\sqrt{10}; 0]$
2.	$10x_1^2 + 7x_2^2 - 4x_1x_2 - 20\sqrt{5}x_1 + 4\sqrt{5}x_2 - 16$	$[0; -\sqrt{5}]$
3.	$5x_1^2 + 8x_2^2 - 4x_1x_2 + 16\sqrt{5}x_1 + 8\sqrt{5}x_2 - 44$	$[0; -\sqrt{5}]$
4.	$8x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 8\sqrt{5}x_1 + 16\sqrt{5}x_2 - 64$	$[-\sqrt{5}; 0]$
5.	$7x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_1x_2 + 6\sqrt{5}x_1 - 12\sqrt{5}x_2 + 51$	$[0; -\sqrt{5}]$
6.	$3x_1^2 + 6x_2^2 - 4x_1x_2 + 8\sqrt{5}x_1 + 4\sqrt{5}x_2 + 36$	$[-\sqrt{5}; 0]$
7.	$6x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2 + 4\sqrt{5}x_1 + 8\sqrt{5}x_2 + 22$	$[-2; 1]$
8.	$4x_1x_2 - 2x_1^2 - 5x_2^2 + 4\sqrt{5}x_1 - 4\sqrt{5}x_2 - 4$	$[1; 1]$
9.	$5x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1x_2 + 4\sqrt{5}x_1 + 4\sqrt{5}x_2 - 14$	$[1; -1]$
10.	$6x_1x_2 + 11x_1^2 + 3x_2^2 - 2\sqrt{10}x_1 + 6\sqrt{10}x_2 - 22$	$[\sqrt{10}; 0]$
11.	$-4x_1x_2 + 10x_1^2 + 7x_2^2 - 20\sqrt{5}x_1 + 4\sqrt{5}x_2 - 16$	$[0; \sqrt{5}]$
12.	$-4x_1x_2 + 5x_1^2 + 8x_2^2 + 16\sqrt{5}x_1 + 8\sqrt{5}x_2 - 44$	$[0; -\sqrt{5}]$
13.	$-4x_1x_2 + 8x_1^2 + 5x_2^2 + 8\sqrt{5}x_1 + 16\sqrt{5}x_2 + 64$	$[-\sqrt{5}; 0]$
14.	$4x_1x_2 + 7x_1^2 + 4x_2^2 + 6\sqrt{5}x_1 - 12\sqrt{5}x_2 + 51$	$[0; \sqrt{5}]$
15.	$-4x_1x_2 + 3x_1^2 + 6x_2^2 + 8\sqrt{5}x_1 + 4\sqrt{5}x_2 + 36$	$[-\sqrt{5}; 0]$
16.	$-4x_1x_2 + 6x_1^2 + 3x_2^2 + 4\sqrt{5}x_1 + 8\sqrt{5}x_2 + 22$	$[-2; 1]$
17.	$-2x_1^2 - 5x_2^2 + 4x_1x_2 + 4\sqrt{5}(x_1 - x_2) - 4$	$[1; 1]$
18.	$4x_1x_2 + 5x_1^2 + 2x_2^2 + 4\sqrt{5}(x_1 + x_2) - 14$	$[1; 1]$
19.	$11x_1^2 + 3x_2^2 + 6x_1x_2 - 2\sqrt{10}(x_1 - 3x_2) - 22$	$[1; -1]$
20.	$10x_1^2 - 7x_2^2 - 4x_1x_2 - 4\sqrt{5}(5x_1 - x_2) - 16$	$[\sqrt{10}; 0]$
21.	$5x_1^2 + 8x_2^2 - 4x_1x_2 + 8\sqrt{5}(2x_1 - x_2) - 44$	$[0; -\sqrt{5}]$
22.	$8x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 8\sqrt{5}(x_1 + 2x_2) + 64$	$[0; -\sqrt{5}]$
23.	$11x_2^2 + 3x_1^2 + 2x_2x_1 - 2\sqrt{10}x_2 + 6\sqrt{10}x_1 - 22$	$[0; \sqrt{10}]$
24.	$10x_2^2 + 7x_1^2 - 4x_2x_1 - 20\sqrt{5}x_2 + 4\sqrt{5}x_1 - 16$	$[-\sqrt{5}; 0]$
25.	$5x_2^2 + 8x_1^2 - 4x_2x_1 + 16\sqrt{5}x_2 + 8\sqrt{5}x_1 - 44$	$[-\sqrt{5}; 0]$
26.	$8x_2^2 + 5x_1^2 - 4x_2x_1 + 8\sqrt{5}x_2 + 16\sqrt{5}x_1 - 64$	$[0; -\sqrt{5}]$
27.	$7x_2^2 + 4x_1^2 + 4x_2x_1 + 6\sqrt{5}x_2 - 12\sqrt{5}x_1 + 51$	$[-\sqrt{5}, 0]$
28.	$3x_2^2 + 6x_1^2 - 4x_2x_1 + 8\sqrt{5}x_2 + 4\sqrt{5}x_1 + 36$	$[-\sqrt{5}; 0]$
29.	$6x_2^2 + 3x_1^2 - 4x_2x_1 + 4\sqrt{5}x_2 + 8\sqrt{5}x_1 + 22$	$[1; -2]$
30.	$4x_2x_1 - 2x_2^2 - 5x_1^2 + 4\sqrt{5}x_2 - 4\sqrt{5}x_1 - 4$	$[1; 1]$

Таблица 2

№ вар.	$f(x_1, x_2)$
1.	$x_1^4 + x_2^4 - (x_1 + x_2)^2 + x_2 + \frac{1}{x_1} + \frac{4}{x_2}$
2.	$x_1^2 - x_1x_2 + 2x_2^2 + \frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2^2}$
3.	$\frac{2}{x_1^3} - x_2 + \frac{1}{x_2} + x_2^2 + 3x_1x_2$
4.	$\operatorname{tg}^2\left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{100}\right) - 3x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$
5.	$\log_{10}^2(x_1x_2) - x_1x_2 + x_1^2 + x_2^4$
6.	$\frac{1}{\sin((x_1 + x_2)/10)} + x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2^2$
7.	$x_1^2 + x_2 + \frac{2}{x_1x_2} - 3\operatorname{arctg}(2x_1) + 3x_2$
8.	$\frac{10}{\cos\left(\frac{x_1x_2}{10}\right)} + 3x_1^2 + x_2^2 + x_1 + 2x_1x_2$
9.	$\operatorname{ctg}^2(0.1x_1x_2) + x_1^3 + x_2^2 - x_1 + 2x_2$
10.	$\log_{10}^2(-1.0 + x_2) + \frac{1}{x_1} + x_2x_1^2 + 2x_2^3 + 4x_1$
11.	$\operatorname{tg}^2\left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{100}\right) + 2x_1 - 3x_2 + x_1x_2$
12.	$\sqrt{x_1} + \frac{1}{x_2} + x_1x_2 + x_2^3 + x_2\log_{10}^2(x_1)$
13.	$\frac{1}{x_1x_2} + \log_{10}^2(x_1^2 + 10x_2^2) + x_1$
14.	$x_2^3 + 2x_2x_1 + \frac{1}{\sqrt{x_1x_2}}$
15.	$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{5}\sqrt{x_1 + x_2}\right) + \frac{1}{x_1^2 + x_2^2 - 1} + x_1^4 + x_2^2 + \ln^2(x_1)$
16.	$\sqrt{x_1} + \frac{1}{x_2} + \log_{10}(1 + x_1x_2) + x_2 + 4x_1 + \log_{10}^2(x_1)$
17.	$\frac{1}{x_1} + \sqrt{x_2} + x_1\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x_2}\right)$
18.	$\sqrt{x_1 + 1} + (x_1 + 2)x_2^2 + \frac{1}{x_2}$
19.	$\ln(1 + x_1x_2) + \frac{1}{x} + \frac{4}{x_2^2} + x_1$
20.	$\operatorname{tg}^2(0.01x_1^2 + 0.02x_2^2) + \frac{1}{x_1} + (x_1 - 1)^2 - \sqrt{x_2}$
21.	$(x_1 + x_2 - 1)\ln(x_1 + x_2) + 10x_1 + x_1^2x_2^2$
22.	$\frac{1}{\sqrt{49 - x_1^2 - x_2^2}} + x_1 - x_2$
23.	$\ln^2(31 - x_1^2 - x_2^2) + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$
24.	$\operatorname{tg}^2(1 + 0.01x_1x_2) + \frac{1}{\sqrt{x_1x_2}} + 2x_2 + x_1$
25.	$\ln(2 + x_1 + x_2^2) + \sqrt{x_1} + \frac{2}{1 + x_1 + 0.1x_2^2}$
26.	$\frac{2}{x_1} + \frac{1}{x_2^2} + 3x_1 + x_2^4\ln(1 + x)$
27.	$\frac{2}{x_2^3} + \frac{x_2}{x_1} + x_1^2$
28.	$\operatorname{ctg}^2(0.1(x_1^2 + x_2)) + \frac{(x - 1)^2}{x_2} + x_2^2$
29.	$\sqrt{70 - x_1^2 - 2x_2^2} + 4x_1^2 + x_2^4 + x_1$
30.	$\frac{1}{2 + 2x_1^2 + x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2} + 4\frac{x_1}{x_2} + x_1x_2$