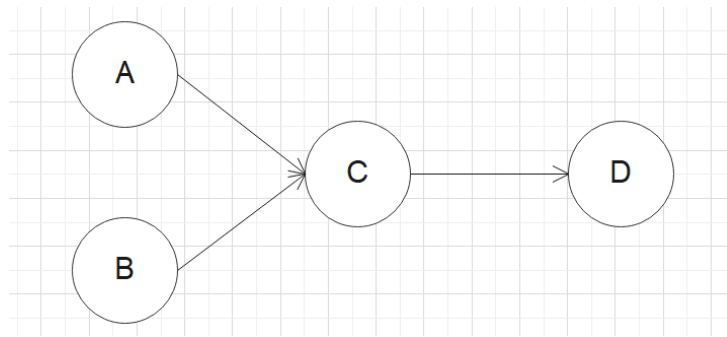


افروز شیخ الاسلامی 9729393

به نام خدا

سوال اول)

می توانیم شبکه را به شکلی دیگر بازآفرینی کنیم. به صورتی که ترتیب متغیرها A, C, B, D باشد و شبکه به شکل زیر می شود:



داریم:

$$P(A|B=t) = \sum_C \sum_D P(A)P(D|C)P(C|B=t, A)$$

$$\begin{matrix} P(A) & P(D|C) & P(C|B, A) \\ f_1(A) & f_2(C, D) & f_3(A, B, C) \end{matrix}$$

① Restrict  $B=t \Rightarrow f_4(A, C)$ :

$ac$	0.4	$\bar{a}c$	0.1
$a\bar{c}$	0.6	$\bar{a}\bar{c}$	0.9

② Eliminate hidden variables (C, D)

$$f_1(A), f_2(C, D), f_4(A, C)$$

Eliminate D: (sum out)  $\Rightarrow f_5(C)$

$c$	0.6
$\bar{c}$	1.4

Eliminate C:  $f_1(A), f_5(C), f_4(A, C)$

$$P(A|B=t) = \alpha f_1(A) \sum_C f_4(A, C) f_5(C)$$

$$f_6(A, C) =$$

$ac$	0.24	$\bar{a}c$	0.06
$a\bar{c}$	0.36	$\bar{a}\bar{c}$	1.26

$$f_7(A) =$$

$a$	1.08
$\bar{a}$	1.2

$$p_b : p(A|B=+) = \alpha p_1(A) p_7(A) = \alpha p_8(A)$$

a	$(0.8)(1.08) = 0.864$
$\bar{a}$	$(0.2)(1.32) = 0.264$

normalize  $\Rightarrow$

a	0.766
$\bar{a}$	0.234

CS Scanned with CamScanner

سوال دوم

الف) به 5 احتمال      ب) به 16 احتمال      ج) به 11 احتمال

د)

ON  $\rightarrow a$

off  $\rightarrow \bar{a}$

$$p(a, b, c, d, e) = p(a) p(b|a) p(c|a) p(d|a, b) p(e|d) = 0.6 \times 0.95 \times 0.5 \times 0.95 \times 0.1 = 0.02$$

$$p(E|A) = \frac{p(E, A)}{p(A)}$$

$$p(E, A) = \sum_{b, c, d} p(A) p(B|A) p(C|A) p(D|A, B) p(E|D) \quad (1)$$

$$= p(A) \sum_c p(C|A) \sum_D p(E|D) \sum_B p(B|A) p(D|A, B) \quad (2)$$

(3)

$$\begin{aligned} ① &= p(b|a)p(D|a,b) + p(\neg b|a)p(D|a,\neg b) \\ &= 0.95 \langle 0.95, 0.05 \rangle + 0.05 \langle 0.9, 0.1 \rangle \\ &= \langle 0.947, 0.052 \rangle \end{aligned}$$

$$② \sum_D p(E|D) * \langle 0.947, 0.052 \rangle = 0.1 * 0.947 + 0.8 * 0.052$$

$$③ \sum_C p(C|A) * 0.136 = 0.5 * 0.136 + 0.5 * 0.136 = 0.136$$

$$\Rightarrow p(E|A) = \frac{p(A) * 0.136}{p(A)} = \boxed{0.136}$$

## سوال سوم

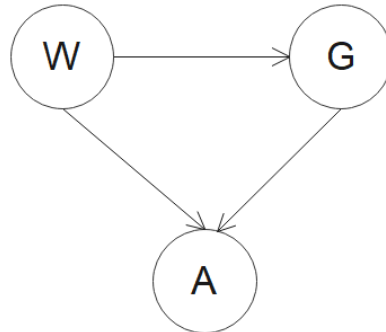
1. نود W را به شبکه اضافه می کنیم و با توجه به اینکه هیچ نودی قبل از آن وارد نشده، هیچ parent ای ندارد.
2. نود G را اضافه می کنیم. با توجه به اینکه G و W از طریق A به هم وابسته اند، پس W باید parent نود G باشد.



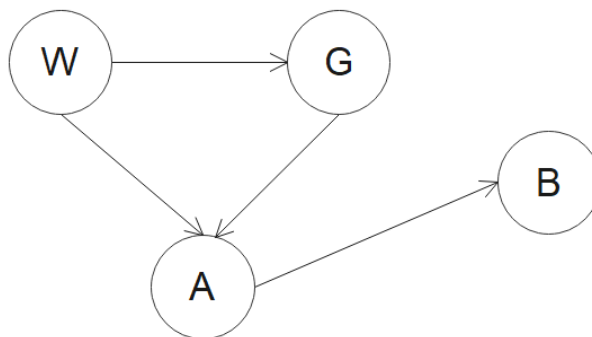
3. نود A را اضافه می کنیم. سه حالت ممکن است پیش بیاید:
  1. A هیچ parent ای ندارد. که این حالت پیش نمی آید زیرا A مستقیماً به W, G متصل است.
  2. تنها W والد A خواهد شد. در این حالت، با داشتن W، نود A و G باید از هم مستقل شوند. که این حالت هم رخ نمی دهد.

3. تنها G والد A خواهد شد. در این حالت ، با داشتن G ، نود A و G باید از هم مستقل شوند. که این حالت هم رخ نمی دهد.

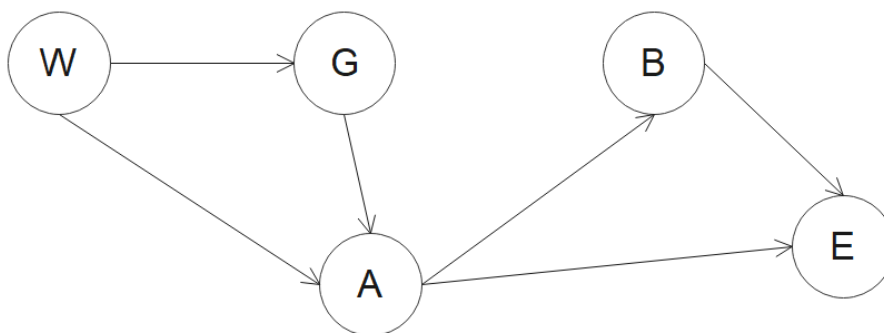
4. پس تنها حالتی که باقی می ماند، این است که W,G هر دو parent نود A باشند.



4. نود B را اضافه می کنیم. با توجه به اینکه با داشتن A ، نود B از W,G مستقل می شود، پس تنها والد نود B ، A است.



5. در نهایت نود E را اضافه می کنیم. با داشتن A ، نود E از W,G مستقل می شود ولی با توجه به قانون سوم، از B مستقل نمی شود. لذا A,B والد E خواهند شد.



محاسبه احتمال خواسته شده:

$$P(A|w) = \frac{P(w|A) P(A)}{P(w|A) P(A) + P(w|\neg A) P(\neg A)}$$

پس باید  $P(A)$  را حساب کنیم، زیرا بقیه اصطلاحات را داریم:

$$P(A) = \sum_{B, E} P(A, B, E) = \sum_{B, E} P(E) P(B) P(A|B, E) =$$

$$(0.0003)(0.0001)(0.96) + (0.0003)(0.9999)(0.2) + (0.9997)(0.0001)(0.95) + (0.9997)(0.9999)(0.01) \approx \boxed{0.01}$$

$$\Rightarrow P(A|w) = \frac{(0.8 \times 0.01)}{(0.8 \times 0.01) + (0.4 \times 0.99)} = \boxed{0.019}$$



Scanned with CamScanner

#### سوال چهارم

فرض من در مورد ورودی. برای مثال سطر اول transition model :

$$\text{سطر اول } P(X_1(t) | X_1(t-1)) = 0.7 \quad P(X_2(t) | X_1(t-1)) = 0.3$$

$$\text{سطر دوم } P(X_1(t) | X_2(t-1)) = 0.3 \quad P(X_2(t) | X_2(t-1)) = 0.7$$

همچنین برای sensor model :

$$\text{سطر اول } P(O_1(t) | X_1(t)) = 0.9 \quad P(O_1(t) | X_2(t)) = 0.2$$

$$\text{سطر دوم } P(O_2(t) | X_1(t)) = 0.1 \quad P(O_2(t) | X_2(t)) = 0.8$$