



*isa*  
CTEEP

# Parâmetros Elétricos de Cabos Subterrâneos

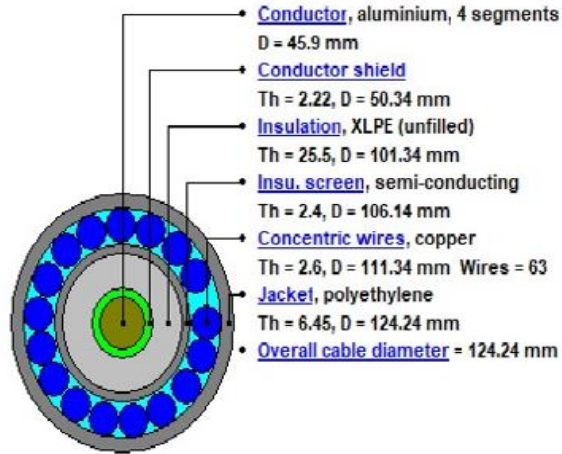
Ferramenta de Cálculo



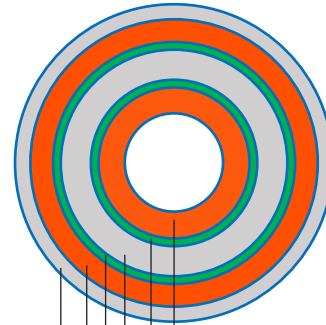
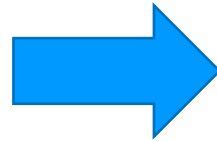
Disponível em  
<https://github.com/mgarciaribeiro/Sisprot>

- Por que calcular parâmetros de cabos subterrâneos?
  - Cable Constants não fornece diretamente estes valores;
  - CYMCAP é um software caro e não possuímos, além disso, necessário módulo específico.

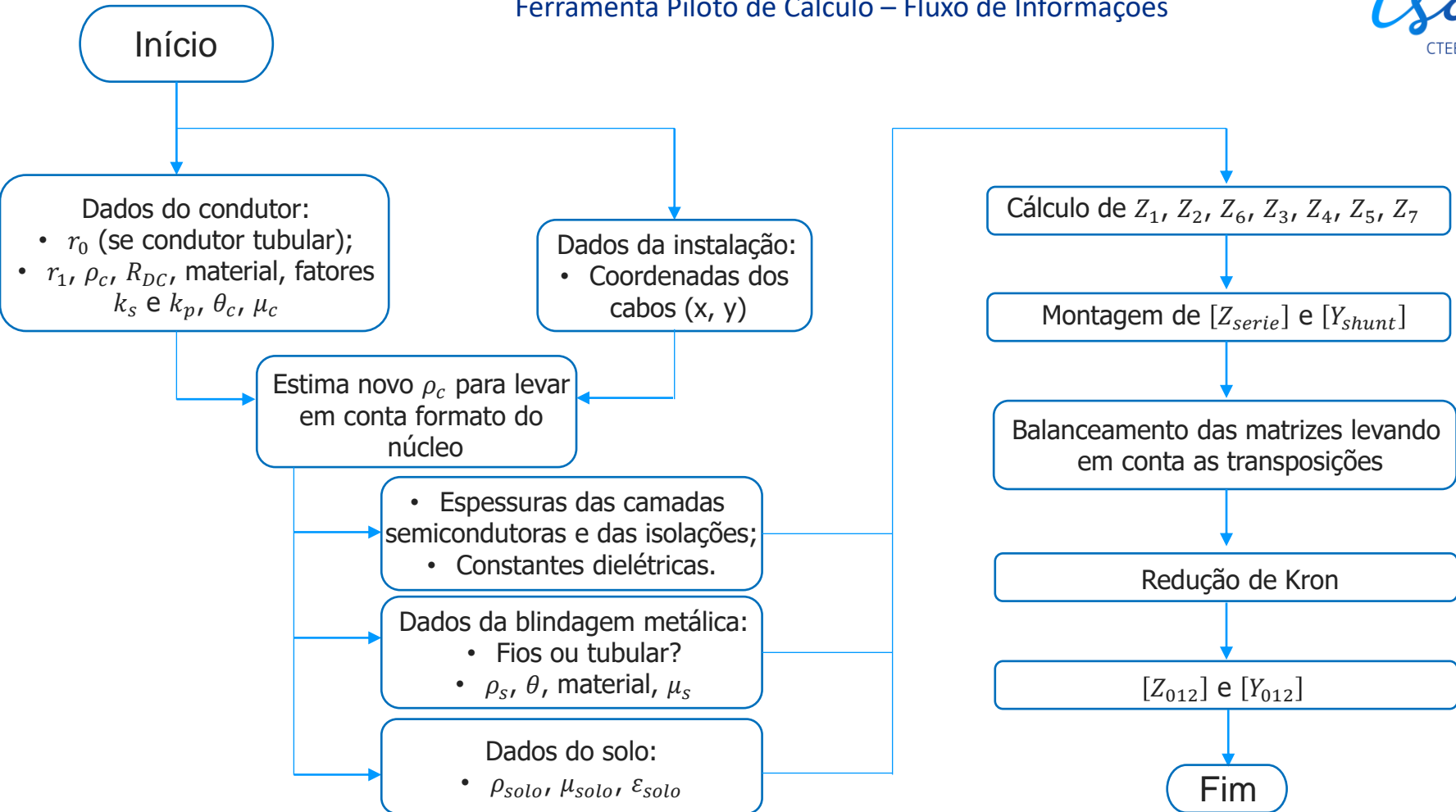
- Princípios da modelagem



Voltage = 345.0 kV Cond. area = 1400.0 mm<sup>2</sup>



→ Condutor  
 → Camada semicondutora  
 → Isolação  
 → Camada semicondutora  
 → Blindagem metálica  
 → Capa externa



- IEC 60287-1-1:2006 [1]

$$R_{ac} = R_{DC}(1 + y_s + y_p)$$

$R_{AC}$ : Resistência em corrente alternada;

$R_{DC}$ : Resistência em corrente contínua na temperatura desejada;

$y_s$ : Fator de correção para levar em conta o efeito pelicular. É função do formato do núcleo;

$y_p$ : Fator de correção para levar em conta o efeito de proximidade. É função do formato do núcleo.

- IEC 60287-1-1:2006

$$R_{DC} = R_{DC@20} (1 + \alpha_{20} (\theta_c - 20))$$

$R_{DC@20}$ : Tensão em corrente contínua para 20°C. IEC 60228 apresenta valores mínimos de referência em função da seção transversal e material do condutor (cobre ou alumínio);

$\alpha_{20}$ : Fator de correção da resistência em função da temperatura em 20°C.

Alumínio: 0,00403 °C<sup>-1</sup>

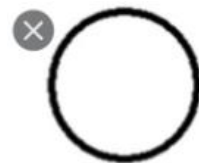
Cobre: 0,00393 °C<sup>-1</sup>

$\theta_c$ : Temperatura desejada para o cálculo em °C.

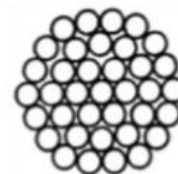
- IEC 60287-1-1:2006 – Correção com efeito pelicular

- Condutor de cobre

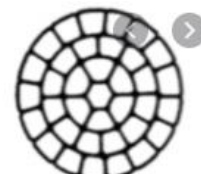
Condutor	ks
Sólido	1
Encordoado	1
Miliken	0,35



Round, solid



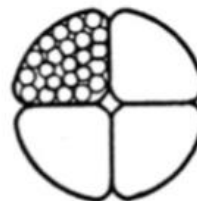
Round, stranded



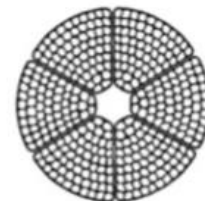
Round stranded compacted

- Condutor de alumínio

Condutor	ks
Sólido	1
Encordoado	1
Miliken	0,25



4, 5 or 6 equal segments (Miliken)



4, 5 or 6 equal segments hollow (Miliken) with or without core



Round, with profiled strands

- Condutor tubular

$$k_s = \frac{r_1 - r_0}{r_1 + r_0} \times \left( \frac{r_1 + 2r_0}{r_1 + r_0} \right)^2$$



- IEC 60287-1-1:2006 – Correção com efeito pelicular

$$x_s = \sqrt{\frac{8\pi f}{R_{DC}} \times 10^{-7} \times k_s}$$

$f$ : Frequência de cálculo em Hz;

$$y_s = \frac{x_s^4}{192 + 0,8x_s^4}, \text{ se } 0 < x_s \leq 2,8$$

$$y_s = -0,136 - 0,0177x_s + 0,0563x_s^2, \text{ se } 2,8 < x_s \leq 3,8$$

$$y_s = 0,354x_s - 0,733, \text{ se } x_s > 3,8$$

- IEC 60287-1-1:2006 – Correção com efeito de proximidade
- Condutor de cobre

Condutor	kp
Sólido	1
Encordoadado	1
Miliken	0,2

- Condutor de alumínio

Condutor	kp
Sólido	1
Encordoadado	1
Miliken	0,15

- IEC 60287-1-1:2006 – Correção com efeito de proximidade

$$x_p = \sqrt{\frac{8\pi f}{R_{DC}} \times 10^{-7} \times k_p}$$

$f$ : Frequência de cálculo em Hz;

$$y_p = \frac{x_p^4}{192 + 0,8 x_p^4} \left( \frac{d_c}{s} \right)^2 \left[ 0,312 \left( \frac{d_c}{s} \right)^2 + \frac{1,18}{\frac{x_p^4}{192 + 0,8 x_p^4} + 0,27} \right]$$

$d_c$ : Diâmetro do condutor;

$s$ : Distância entre dois condutores

- Equações analíticas que constam na literatura técnica não levam em conta o formato do condutor e o efeito de proximidade, porém, consideram efeito pelicular [2]:
- Condutor sólido:

$$Z_c = \frac{\rho_c m_c}{2\pi r_1} \frac{I_0(m_c r_1)}{I_1(m_c r_1)}$$

$\rho_c$ : Resistividade elétrica do condutor ( $\Omega \cdot m$ )

$r_1$ : Raio externo do condutor (m)

$I_0(m_c r_1)$ : Função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem 0;

$I_1(m_c r_1)$ : Função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem 1.

$$m_c = \sqrt{\frac{j\omega\mu_c\mu_0}{\rho_c}}$$

$\omega$ : Frequência angular ( $2\pi f$ ) em rad/s;

$\mu_c$ : Permeabilidade relativa do condutor;

$\mu_0$ : Permeabilidade magnética do ar ( $4\pi 10^{-7} H/m$ )

- Condutor tubular [3]:

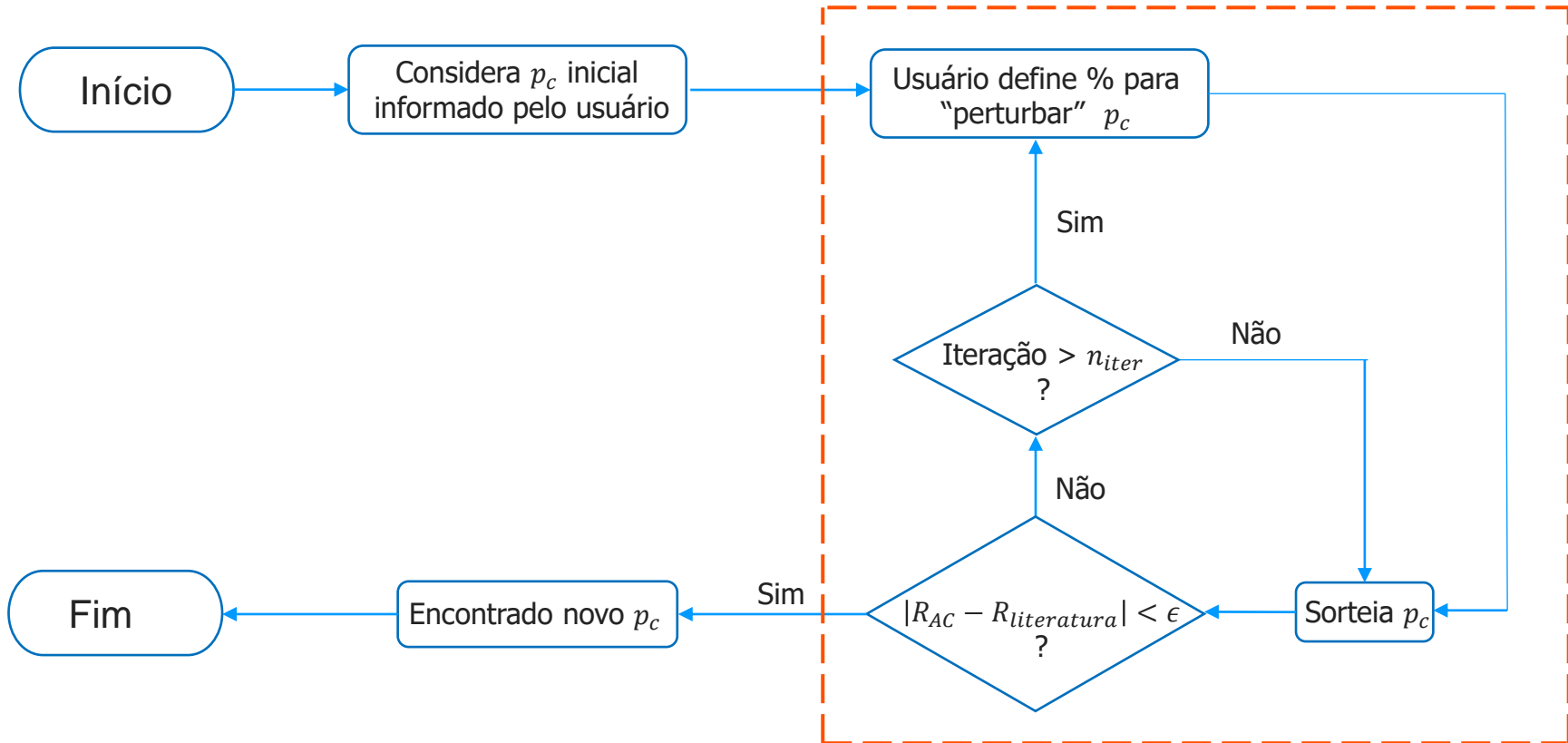
$$Z_c = \frac{\rho_c m_c}{2\pi r_c} \left[ \frac{I_0(m_c r_1) K_1(m_c r_0) + K_0(m_c r_1) I_1(m_c r_0)}{I_1(m_c r_1) k_1(m_c r_0) - I_1(m_c r_0) K_0(m_c r_1)} \right]$$

$r_0$ : Raio interno do condutor.

$K_0$ : Função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem zero;

$K_1$ : Função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem 1;

- Ao final dos cálculos, partindo de  $R_{AC}$  obtido a partir da norma, recalculamos o valor de  $p_c$  para que o valor da resistência conforme equações da literatura técnica seja praticamente igual ao primeiro;
- Para isso,  $p_c$  é alterado de forma aleatória dentro de um intervalo pré-especificado até satisfazer a relação  $R_{AC} = R_{literatura}$ ;
- Repete sorteio de  $p_c$  enquanto número de iterações for inferior a  $n_{iter}$  e  $|R_{AC} - R_{literatura}| > erro$ ;
- Valores default.  $n_{iter} = 100000$  e  $erro = 0,1\%$ .



- Condutor:
  - $r_0$ : Raio interno (se tubular);
  - $r_1$ : Raio externo.
- Isolação:
  - $r_2$ : Raio externo

$$r_2 = r_1 + e_{sc-in} + e_{isol} + e_{sc-ou}$$

- $e_{sc-in}$ : Espessura da primeira camada semi-condutora (blindagem do condutor);
- $e_{isol}$ : Espessura da isolação;
- $e_{sc-ou}$ : Espessura da segunda camada semi-condutora.



- Blindagem metálica pode ter diversas formas construtivas:
  - Fios metálicos;
  - Fitas metálicas;
  - Fios + fitas metálicas.
- Usuário indica formação da blindagem;
- Fitas metálicas → Condutor tubular:

$$r_3 = r_2 + e_{fitas}$$

- $e_{fitas}$ : Espessura das fitas

- Fios metálicos → Possibilidades:
  - Altera a resistividade do material em função da espessura:

$$r_3 = r_2 + e_{fios}$$

- $e_{fios}$ : Espessura dos fios metálicos
- Calcula raio para mesma área da blindagem [4]:

$$r_3 = \sqrt{\frac{\pi \cdot n_{fios} \cdot \left(\frac{e_{fios}}{2}\right)^2}{\pi}} + r_2^2$$

- $n_{fios}$ : Número de fios
- Capa externa (2ª isolação):
 
$$r_4 = r_3 + e_{capa}$$
  - $e_{capa}$ : Espessura da capa protetora

- Correção da permissividade elétrica por causa das camadas semicondutoras [4]

$$\varepsilon'_1 = \varepsilon_1 \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

- $\varepsilon_1$ : Permissividade elétrica da isolação

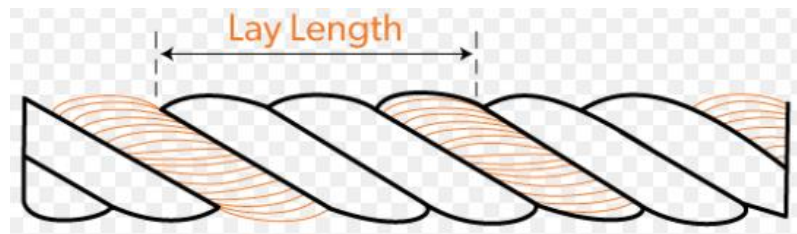
$$\begin{aligned} a &= r_1 + e_{sc-in} \\ b &= a + e_{isol} \end{aligned}$$

- Correção é optativa

- Correção da permeabilidade magnética por causa da blindagem de fios metálicos (efeito solenóide) [5]

$$\mu'_{isol} = \mu_{isol} \cdot \frac{1 + \left( 2 \cdot \left( \frac{1}{l_{lay}} \right)^2 \cdot \pi^2 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \right)}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}$$

- $\mu_{isol}$ : Permeabilidade magnética da camada isolante
- $l_{lay}$ : Comprimento necessário para que a blindagem de uma volta completa em torno da camada isolante



- Correção é optativa

- $Z_1$ : Impedância interna do condutor

- Método aproximado [6]

$$Z_1 = \frac{\rho_c \cdot m_c}{2 \cdot \pi \cdot r_1} \cdot \frac{1}{\tanh(0,777 \cdot m_c \cdot r_1)} + \frac{0,356 \cdot \rho_c}{\pi \cdot r_1^2}$$

- $\tanh$ : Função tangente hiperbólica
- Método completo [3]
  - Equações para condutor tubular ou sólido já apresentadas anteriormente

- $Z_2$ : Impedância devido a variação do campo magnético na isolação principal [6]

$$Z_2 = \frac{j\omega\mu'_{isol}}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

- $Z_6$ : Impedância devido a variação do campo magnético na capa externa [6]

$$Z_6 = \frac{j\omega\mu_{capa}}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)$$

- $Z_3$ : Impedância dada pela queda de tensão na superfície interna da blindagem devido a corrente no condutor
  - Método aproximado [6]

$$Z_3 = \frac{\rho_s \cdot m_s}{2\pi \cdot r_2} \cdot \frac{1}{\tanh(m_s \cdot \Delta) - \frac{\rho_s}{2\pi \cdot r_2 (r_2 + r_3)}}$$

$$m_s = \sqrt{j \frac{\omega \cdot \mu_s}{\rho_s}}$$

$$\Delta = r_3 - r_2$$

- $\rho_s$ : Resistividade da blindagem metálica
- $\mu_s$ : Permeabilidade magnética da blindagem metálica

- $Z_3$ : Impedância dada pela queda de tensão na superfície interna da blindagem devido a corrente no condutor
  - Método completo [3]

$$Z_3 = \frac{\rho_s \cdot m_s}{2\pi \cdot r_2} \cdot \frac{I_0(m_s \cdot r_2)K_1(m_s \cdot r_3) + K_0(m_s \cdot r_2)I_1(m_s \cdot r_3)}{I_1(m_s \cdot r_3)K_1(m_s \cdot r_2) - I_1(m_s \cdot r_2)K_1(m_s \cdot r_3)}$$



- $Z_4$ 
  - Método aproximado [6]

$$Z_4 = \frac{\rho_s \cdot m_s}{2\pi \cdot (r_2 + r_3)} \cdot \frac{1}{\sinh(m_s \cdot \Delta)}$$

- Método completo [3]

$$Z_4 = \frac{\rho_s}{2\pi \cdot r_2 \cdot r_3} \cdot \frac{1}{I_1(m_s \cdot r_3) \cdot K_1(m_s \cdot r_2) - I_1(m_s \cdot r_2) \cdot K_1(m_s \cdot r_3)}$$

- $Z_5$ : Impedância dada pela queda de tensão na superfície externa da blindagem devido a corrente pelo solo
  - Método aproximado [6]

$$Z_5 = \frac{\rho_s \cdot m_s}{2\pi \cdot r_3} \cdot \frac{1}{\tanh(m_s \cdot \Delta)} + \frac{\rho_s}{2\pi \cdot r_3 \cdot (r_2 + r_3)}$$

- Método completo [3]

$$Z_5 = \frac{\rho_s \cdot m_s}{2\pi \cdot r_3} \cdot \frac{I_0(m_s \cdot r_3) \cdot K_1(m_s \cdot r_2) + K_0(m_s \cdot r_3) \cdot I_1(m_s \cdot r_2)}{I_1(m_s \cdot r_3) \cdot K_1(m_s \cdot r_2) - I_1(m_s \cdot r_2) \cdot K_1(m_s \cdot r_3)}$$

- Matriz de impedâncias “internas” do cabo. Para sistema com  $m$  cabos:

$$\begin{array}{c}
 [Z_{int}]_{m \times m} \quad \begin{array}{c} Z_{\text{núcleo-núcleo}} \\ \begin{bmatrix} Z_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{mm} \end{bmatrix} \end{array} \\
 \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Z_{1(m+1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{2(m+2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{m(m+m)} \end{bmatrix} \\ Z_{\text{blindagem-núcleo}} \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{c} Z_{\text{núcleo-blindagem}} \\ \begin{bmatrix} Z_{1(m+1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{2(m+2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{m(m+m)} \end{bmatrix} \end{array} \\
 \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Z_{(m+1)(m+1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{(m+1)(m+1)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{(m+m)(m+m)} \end{bmatrix} \\ Z_{\text{blindagem-blindagem}} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{núcleo-núcleo}} &= Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_5 + Z_6 = 2Z_4 \\
 Z_{\text{núcleo-blindagem}} &= Z_5 + Z_6 - Z_4 = Z_{\text{blindagem-núcleo}} \\
 Z_{\text{blindagem-blindagem}} &= Z_5 + Z_6
 \end{aligned}$$

- Matriz de impedâncias de retorno pelo solo. Ordem da matriz análogo ao caso da impedância interna:
  - Método aproximado [6]:

$$Z_{ii}^{solo} = \frac{j\omega\mu_{solo}}{2\pi} \left( -\ln\left(\frac{\gamma \cdot m_{solo} \cdot r_4}{2}\right) + \frac{1}{2} - \frac{4}{3}m_{solo}Y_i \right)$$

- $Z_{ii}^{solo}$ : Impedância própria de retorno pelo solo do cabo i, da blindagem do cabo i e entre núcleo e blindagem do mesmo cabo;

$$m_{solo} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_{solo}}{\rho_{solo}}}$$

- $\gamma$ : 0,5772156649 (Constante de Euler);
- $Y_i$ : Profundidade do cabo i em relação a superfície do solo;
- $r_4$ : Raio externo do cabo.

- Matriz de impedâncias de retorno pelo solo. Ordem da matriz análogo ao caso da impedância interna:
  - Método aproximado [6]:

$$Z_{ij}^{solo} = \frac{j\omega\mu_{solo}}{2\pi} \left( -\ln \left( \frac{\gamma \cdot m_{solo} \cdot D_{ij}}{2} \right) + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} m_{solo} (Y_i + Y_j) \right)$$

- $Z_{ij}^{solo}$ : Impedância mútua de retorno pelo solo entre condutor (núcleo ou blindagem) do cabo i e entre condutor (núcleo ou blindagem) do cabo j;
- $D_{ij}$ : Distância entre condutor do cabo i e condutor do cabo j (distância entre cabos).

- Matriz de impedâncias de retorno pelo solo. Ordem da matriz análogo ao caso da impedância interna:
  - Método quase-completo [7]:

$$Z_{ii}^{solo} = \frac{\rho_{solo} m_{solo}^2}{2\pi} \left( K_0(m_{solo} \cdot r_4) + \frac{2}{4 + m_{solo}^2 r_4^2} e^{-2Y_i m_{solo}} \right)$$

$$Z_{ij}^{solo} = \frac{\rho_{solo} m_{solo}^2}{2\pi} \left( K_0(m_{solo} \cdot D_{ij}) + \frac{2}{4 + m_{solo}^2 x_{ij}^2} e^{-y_{ij} m_{solo}} \right)$$

- $x_{ij}$ : Distância entre as abscissas dos condutores i e j;
- $y_{ij}$ : Soma das ordenadas dos condutores i e j.

- Matriz de impedâncias série:

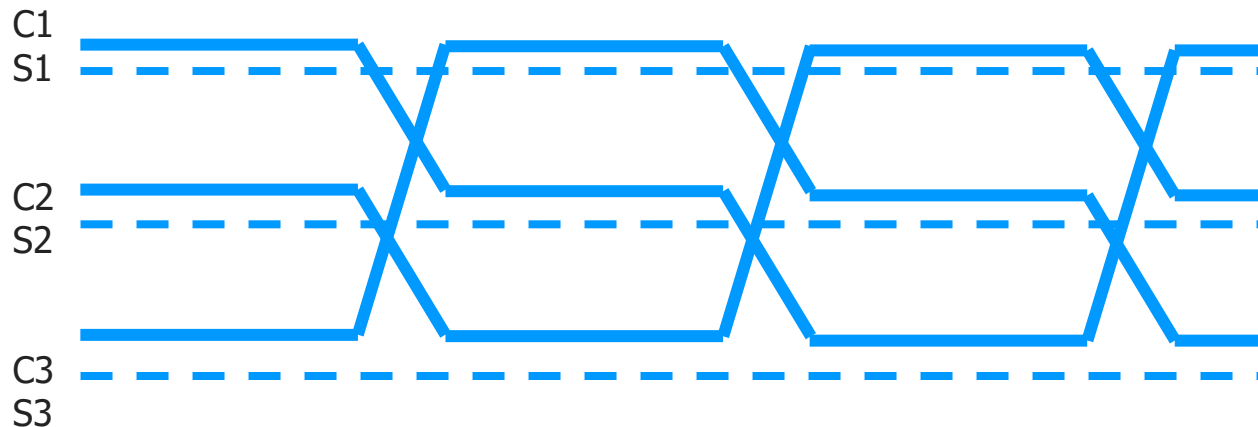
$$Z_{serie} = Z_{int} + Z_{solo}$$

- As capacitâncias existentes em um sistema contendo cabos isolados são dadas apenas pelas:
  - Capacitância núcleo-blindagem;
  - Capacitância blindagem-terra.
  
- Matriz de admitâncias shunt é montada de forma semelhante à matriz de admitâncias nodais:
  - $Y_{nn}$ : Admitância própria do núcleo, dada pela capacitância entre núcleo e blindagem:  $Y_{nn} = j\omega \frac{\epsilon_1'}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$
  - $Y_{nb}$ : Admitância entre núcleo e blindagem:  $Y_{nb} = -Y_{nn}$
  - $Y_{bb}$ : Admitância própria da blindagem, dada pela soma de  $Y_{nn}$  com a capacitância entre blindagem e terra:  $Y_{bb} = Y_{nn} + j\omega \frac{\epsilon_2}{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}$



## Ferramenta Piloto de Cálculo – Transposições

Condutores de fase trocando de posição e respectivas blindagens mantendo as posições



$$[R] = \begin{matrix} & \begin{matrix} c1 & c2 & c3 & s1 & s2 & s3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} c1 \\ c2 \\ c3 \\ s1 \\ s2 \\ s3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

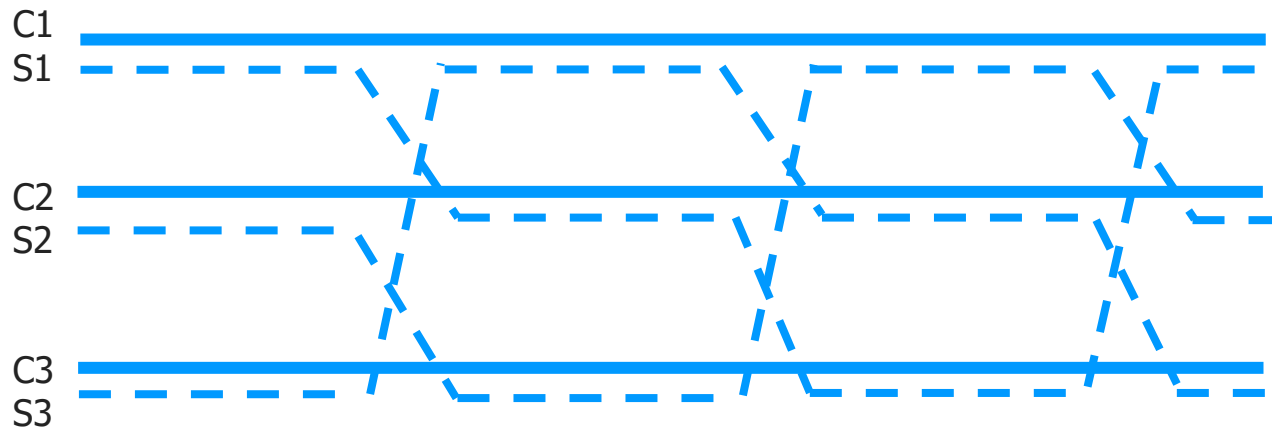
Após um ciclo completo e considerando seções iguais [8]:

$$[Z_{eq}] = \frac{1}{3} ([Z_{serie}] + [R][Z_{serie}][R]^{-1} + [R]^{-1}[Z_{serie}][R])$$

No CYMCAP,  $Z_{eq}$  é a matriz "bonding"

## Ferramenta Piloto de Cálculo – Transposições

Blindagens trocando de posição e respectivos condutores de fase mantendo as posições



$$[R] = \begin{matrix} & \begin{matrix} c1 & c2 & c3 & s1 & s2 & s3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} c1 \\ c2 \\ c3 \\ s1 \\ s2 \\ s3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Após um ciclo completo e considerando seções iguais [8]:

$$[Z_{eq}] = \frac{1}{3} ([Z_{serie}] + [R][Z_{serie}][R]^{-1} + [R]^{-1}[Z_{serie}][R])$$

No CYMCAP,  $Z_{eq}$  é a matriz "bonding"

## Procedimento para cálculos dos parâmetros de sequência

Após um ciclo completo e considerando seções menores iguais:

$$[Z_{eq}] = \frac{1}{3} ([Z] + [R][Z][R]^{-1} + [R]^{-1}[Z][R])$$

No CYMCAP,  $Z_{eq}$  é a matriz "*bonding*"

$$[Z_{eq}] = \begin{bmatrix} [Z_{cc}] & [Z_{cs}] \\ [Z_{sc}] & [Z_{ss}] \end{bmatrix}$$

Redução de Kron:

$$[Z_{red}] = \{ [Z_{cc}] - [Z_{cs}][Z_{ss}]^{-1}[Z_{sc}] \}$$

No CYMCAP,  $[Z_{red}]$  é a matriz "*phase*" ou "*circuit*"

Impedâncias de sequência (mesmo raciocínio é aplicado para matriz de admitâncias)

$$[Z_{012}] = [T]^{-1}[Z_{red}][T]$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

$$[T] = 1 < 120^\circ$$

- [1] IEC 60287-1-1: Electric cables – Calculation of the current rating – Part 1-1: Current rating equations (100% load factor) and calculation of losses – General
- [2] Timaná Eraso, Luis Carlos (2019), "Análise de modelos de linhas de transmissão com parâmetros variantes com a frequência". Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da USP
- [3] A. Ametani, "A General Formulation of Impedance and Admittance of Cables," in *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, no. 3, pp. 902-910, May 1980
- [4] B. Gustavsen, "Panel session on data for modeling system transients insulated cables," *2001 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.01CH37194)*, Columbus, OH, USA, 2001, pp. 718-723 vol.2
- [5] Cigré WG B1.30: TB 531 – Cable Systems Electrical Characteristics.
- [6] L. M. Wedepohl and D. J. Wilcox, "Transient analysis of underground power-transmission systems. System-model and wave-propagation characteristics," in *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 120, no. 2, pp. 253-260, February 1973.
- [7] O. Saad, G. Gaba and M. Giroux, "A closed-form approximation for ground return impedance of underground cables," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 11, no. 3, pp. 1536-1545, July 1996;
- [8] N. Nagaoka and A. Ametani, "Transient Calculations on Crossbonded Cables," in *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, no. 4, pp. 779-787, April 1983.

*isa*

CTEEP

