最適化ゼミプログラム課題

B183459　阿河智浩
B184249　佐野光貴

数理最適化ゼミプログラム課題

- 次の線形計画問題を考える

$$
\begin{aligned}
&minimize && 2x_1 - 3x_2 \\
&subject\ to && -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\
& && -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\
& && 10x_1 - 11x_2 = 0 \\
& && x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

(ⅰ)上記の最適化問題をシンプレックス法を用いて手で解き最適解を計算せよ

$$\begin{array}{ll} minimize & 2x_1 - 3x_2 \\ subject\ to & -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\ & -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\ & 10x_1 - 11x_2 = 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- シンプレックス法

(1)式変形を行う

$$2x_1 - 3x_2$$
$$4x_1 + 5x_2 \leq 6$$
$$7x_1 + 8x_2 \leq 9$$
$$10x_1 - 11x_2 = 0$$

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \\ 10 & -11 \end{pmatrix}, b_i = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(2)与えられた線形計画問題を正規形に変形する

$$\begin{array}{lllllll} 2x_1 - 3x_2 & + z & & & & = 0 \\ 4x_1 + \ 5x_2 & + x_3 & & & & = 6 \\ 7x_1 + \ 8x_2 & & + x_4 & & & = 9 \\ 10x_1 - 11x_2 & & & + x_5 & & = 0 \end{array}$$

(3)シンプレックス表を作成する（図１）

サイクル		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	x_3	4	5	1	0	0	6
	x_4	7	8	0	1	0	9
	x_5	10	−11	0	0	1	0
	z	2	−3	0	0	0	0

図1：シンプレックス表(サイクル0)

(4)スラック変数を決定する

$$min\ z_j \rightarrow min \frac{b_i}{a_{ij}}$$

(ⅰ)上記の最適化問題をシンプレックス法を用いて手で解き最適解を計算せよ

$$\begin{aligned} &\textit{minimize} && 2x_1 - 3x_2 \\ &\textit{subject to} && -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\ &&& -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\ &&& 10x_1 - 11x_2 = 0 \\ &&& x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(4)計算をしやすいように変形をスラック変数と同じ項を削除する

(5)手順(4)(5)を繰り返す

サイクル		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	x_3	$4/5$	1	$1/5$	0	0	$6/5$
	x_4	$7/8$	1	0	$1/8$	0	$9/8$
	x_5	$10/11$	-1	0	0	$1/11$	0
	z	$2/3$	-1	0	0	0	0

サイクル		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
1	x_3	$-3/40$	0	$1/5$	$-1/8$	0	$3/40$
	x_2	$7/8$	1	0	$1/8$	0	$9/8$
	x_5	$157/88$	0	0	$1/8$	$1/11$	$9/8$
	z	$37/24$	0	0	$1/8$	0	$9/8$

(ⅰ)上記の最適化問題をシンプレックス法を用いて手で解き最適解を計算せよ

$$
\begin{array}{ll}
\textit{minimize} & 2x_1 - 3x_2 \\
\textit{subject to} & -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\
 & -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\
 & 10x_1 - 11x_2 = 0 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

(6)最適解が求まる

$$x_1 = \frac{99}{157} \approx 0.631$$

$$x_2 = \frac{90}{157} \approx 0.573$$

サイクル		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
1	x_3	-1	0	$8/3$	$-5/3$	0	1
	x_2	1	$8/7$	0	$1/7$	0	$9/7$
	x_5	1	0	0	$11/157$	$8/157$	$99/157$
	z	1	0	0	$3/37$	0	$27/37$

サイクル		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
2	x_3	0	0	$\frac{8}{3}$	$-\frac{752}{157*3}$	$\frac{8}{157}$	$\frac{256}{157}$
	x_2	0	$8/7$	0	$\frac{80}{157*7}$	$-\frac{8}{157}$	$\frac{720}{157*7}$
	x_1	1	0	0	$\frac{11}{157}$	$\frac{8}{157}$	$\frac{99}{157}$
	z	0	0	0	$\frac{64}{37*157}$	$-\frac{8}{157}$	$\frac{576}{37*157}$

$$\begin{array}{ll} minimize & 2x_1 - 3x_2 \\ subject\ to & -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\ & -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\ & 10x_1 - 11x_2 = 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

(ⅱ)上記の最適化問題をMATLABとGurobi Optimizerを用いて解き,
最適解を計算せよ．また各制約式に対応する双対変数についても求めよ．

コード

```
f_obj = [2, -3];
A = [-4,-5;
    -7,-8];
b = [-6;-9];
Aeq = [10,-11];
beq = [0];
lb = [0,0];

clear model;
model.A = [sparse(A);sparse(Aeq)];
model.obj = f_obj;
model.rhs = [b;beq];
model.sense = [repmat('>',size(A,1), 1); repmat('=',size(Aeq,1), 1)];
model.lb = lb;
model.modelsense = 'min';

clear params;
params.outputflag = 1;
result = gurobi(model, params);
x = result.x;
pi = result.pi;
```

出力結果

x:[0.630573248407643;0.573248407643312]

pi:[0;0.050955414012739;0.235668789808917]

出力結果：手計算

$$x_1 = \frac{99}{157} \approx 0.631$$

$$x_2 = \frac{90}{157} \approx 0.573$$

(ⅱ)上記の最適化問題をMATLABとGurobi Optimizerを用いて解き，最適解を計算せよ．また各制約式に対応する双対変数についても求めよ．

$$\begin{aligned} &minimize && 2x_1 - 3x_2 \\ &subject\ to && -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\ & && -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\ & && 10x_1 - 11x_2 = 0 \\ & && x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

コード解説：行列式を設定する

```
f_obj = [2, -3];
A = [-4,-5;
     -7,-8];
b = [-6;-9];
Aeq = [10,-11];
beq = [0];
lb = [0,0];
```

f_obj　:目的関数の条件式
A　:制約条件の行列
b　:制約値
Aeq　:等式制約条件
beq　:等式制約条件の制約値
lb　:非有界であること

$$
\begin{array}{ll}
\textit{minimize} & 2x_1 - 3x_2 \\
\textit{subject to} & -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\
 & -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\
 & 10x_1 - 11x_2 = 0 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

(ⅱ)上記の最適化問題をMATLABとGurobi Optimizerを用いて解き，
最適解を計算せよ．また各制約式に対応する双対変数についても求めよ．

コード解説：制約問題を設定する

```
clear model;
model .A = [sparse(A);sparse(Aeq)];
model .obj = f_obj;
model .rhs = [b;beq];
model .sense = [repmat('>',size(A,1), 1); repmat('=',size(Aeq,1), 1)];
model .lb = lb;
model .modelsense = 'min';
```

model .A	:制約条件左辺
model .obj	:目的関数
model .rhs	:制約条件の右辺
model .sense	:条件の拘束をどこまでするか
model .lb	:非有界であることを設定
model .modelsense	:最小化問題であることを設定

(ⅱ)上記の最適化問題をMATLABとGurobi Optimizerを用いて解き，
最適解を計算せよ．また各制約式に対応する双対変数についても求めよ．

$$
\begin{aligned}
\mathit{minimize} \quad & 2x_1 - 3x_2 \\
\mathit{subject\ to} \quad & -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\
& -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\
& 10x_1 - 11x_2 = 0 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

コード解説： Gurobi Optimizerで解く

```
clear params;
params.outputflag = 1;
result = gurobi(model, params);
x = result.x;
pi = result.pi;
```

params.outputflag = 1; ：出力を有効にする
result = gurobi(model, params) ：それぞれのパラメータを入力する
x = result.x; ：結果を出力する
pi = result.pi; ：双対変数の結果を出力する

(ⅲ)上記の双対問題を作成し最適解を計算せよまた，双対問題の各制約式に対応する双対変数（＝主問題の決定変数）についても求めよ．そして，最適化において強双対定理および相補性条件（相補定理や相補スラック条件など，テキストによって呼称は異なる）が成り立つことを確認せよ．

$$
\begin{aligned}
&minimize && 2x_1 - 3x_2 \\
&subject\ to && -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\
& && -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\
& && 10x_1 - 11x_2 = 0 \\
& && x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

- 双対問題を作る

A_{ij}^Tとc^Tが制約条件，b^Tが目的関数より

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \\ 10 & -11 \end{pmatrix}, b_i = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}, c = (2\ \ -3)$$から

$$
\begin{aligned}
&maximize && -6y_1 - 9y_2 \\
&subject\ to && -4y_1 - 7y_2 + 10y_3 \leq 2 \\
& && -5y_1 - 8y_2 - 11y_3 \leq -3 \\
& && y_1, y_2, y_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

となる

(ⅲ)上記の双対問題を作成し最適解を計算せよ.また，双対問題の各制約式に対応する双対変数（主問題の決定変数）についても求めよ．そして，最適化において強双対定理および相補性条件（相補定理や相補スラック条件など，テキストによって呼称は異なる）が成り立つことを確認せよ．

$$\begin{array}{ll} \textit{minimize} & 2x_1 - 3x_2 \\ \textit{subject to} & -4x_1 - 5x_2 \geq -6 \\ & -7x_1 - 8x_2 \geq -9 \\ & 10x_1 - 11x_2 = 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

コード

```
f_obj = [-6, -9, 0];
A = [-4, -7, 10;
    -5, -8, -11];
b = [2; -3];

clear model;
model .A = sparse(A);
model .obj = f_obj;
model .rhs = b;
model .sense = repmat('<',size(A,1), 1);
model .modelsense = 'max';

clear params;
params.outputflag = 1;
result = gurobi(model, params);
x = result.x;
```

出力結果
x[0;0.050955414012739;0.235668789808917]

ポイント
・目的関数の決定変数はx_1, x_2しかないので$x_3 = 0$で追加をする
・モデル(modelsense)は最大問題よりmaxとなる

強双対定理・・主問題(P)に最適解x^*が存在するならば
双対問題(D)にも最適解y^*が存在し,

主問題(P)

$$minimize \quad c^T x$$

$$subject\ to \quad Ax = b,$$

$$x \geqq 0$$

双対問題(D)

$$maximize \quad b^T y$$

$$subject\ to \quad A^T y \leqq c,$$

において

$$c^T x^* = b^T\ y^*$$

が成り立つ.

ここで$c^T = (2, -3)^T, x^* = (0.6306, 0.5732)$であり,
$b^T = (-6, -9, 0)^T, y = (0; 0.05096; 0.2357)$である.

前ページの式に代入すると

$$c^T x^* = 2 * 0.6306 - 3 * 0.5732 = -0.4586$$
$$b^T y^* = -9 * 0.05096 = -0.4586$$

となり,両者が一致することが確認できる.

次に,相補性条件に移る.

線形計画問題の相補性条件・・
主問題の実行可能解と双対問題の実行可能解がともに最適解であるためには

$$(x^*)^T(A^Ty - c) = 0$$

が成り立つ必要がある.

解$x^* = (0.6306\ ,0.5732)$, $y^* = (0\ ;\ 0.05096\ ,0.2357)$においては

$$\begin{aligned} A^Ty - \mathrm{c} &= (-4y_1 - 7y_2 + 10y_3 - 2, -5y_1 - 8y_2 - 11y_3 + 3) \\ &= (-4*0 - 7*0.05096 + 10*0.2357 - 2\ ,\ -5*0 - 8*0.05096 - 110.2357 + 3) \\ &\fallingdotseq (0,0) \end{aligned}$$

であるため

$$(x^*)^T(A^Ty - c) = 0.6306 * 0 + 0.5732 * 0 = 0$$

となり,相補性条件が成り立つことが確かめられた.

(ⅳ)上記の線形計画問題のKKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件を求め，MATLABとGurobi Optimizerを用いて以下の問題を解き，(ⅰ)(ⅱ)(ⅲ)の結果と比較(最適値，最適解，Lagrange乗数と双対変数)し考察せよ．

$$\begin{array}{ll} \textit{maximize} & f \\ \textit{subject to} & f \leq 1 \\ & \textit{KKT条件} \end{array}$$

なおKKT条件の相補性条件については，Fortuny-Amat and McCarl によるbig-Mを用いた線形化手法を用いて線形化し，上記の混合整数線形計画問題として扱うこと．

主問題を関数の形に変換すると,変換後は下のように表すことが出来る．

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & f(x) = 2x_1 - 3x_2 \\ \text{subject to} & g_1(x) = 4x_1 + 5x_2 - 6 \leqq 0 \\ & g_2(x) = 7x_1 + 8x_2 - 9 \leqq 0 \\ & h(x) = 10x_1 - 11x_2 = 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

KKT条件・・局所最適解x^*において,
目的関数$f(x)$,制約関数$g_i(x)$,等式の制約関数$h(x)$の間に以下の関係が成り立つ.

- minimize (maximize) f
- $f \leq 1$
- $\nabla f(\tilde{x}) + \sum_{i=1}^{m} \widetilde{\lambda_i} \nabla g_i(\tilde{x}) + \sum_{j=1 l} \widetilde{\mu_j} \nabla h_j(\tilde{x})$
- $\widetilde{\mu_j}\,(\tilde{x}) \qquad (j = 1, \ldots, l),$
- $\widetilde{\lambda_i} \geq 0,$
- $g_i(\tilde{x}) \leq 0,$
- $\widetilde{\lambda_i} g_i(\tilde{x}) = 0 \qquad (i = 1, \ldots, m)$

ここで
$\nabla f(x) = (2, -3),$
$\nabla g_1(x) = (4{,}5),$
$\nabla g_2(x) = (7{,}8),$
$\nabla h(x) = (10, -11)$
より,

$$
\begin{aligned}
&maxmize && f \\
&subject\ to && f \leq 1 \\
& && 2 + 4\lambda_1 + 7\lambda_2 + 10u = 0 \\
& && -3 + 5\lambda_1 + 8\lambda_2 - 11u = 0 \\
& && \lambda_1(4x_1 + 5x_2 - 6) = 0 \\
& && \lambda_2(7x_1 + 8x_2 - 9) = 0 \\
& && 4x_1 + 5x_2 - 6 \leq 0 \\
& && 7x_1 + 8x_2 - 9 \leq 0 \\
& && 10x_1 - 11x_2 = 0 \\
& && \lambda_1, \lambda_2, x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

big-M法：

KKT条件下において相補性条件が成り立つことを用いて
非線形関数を線形関数に変換する方法

$$
\begin{aligned}
&\mathit{maxmize} && f \\
&\mathit{subject\ to} && f \le 1 \\
& && 2 + 4\lambda_1 + 7\lambda_2 + 10u = 0 \\
& && -3 + 5\lambda_1 + 8\lambda_2 - 11u = 0 \\
& && \color{red}{\lambda_1(4x_1 + 5x_2 - 6) = 0} \\
& && \color{red}{\lambda_2(7x_1 + 8x_2 - 9) = 0} \\
& && 4x_1 + 5x_2 - 6 \le 0 \\
& && 7x_1 + 8x_2 - 9 \le 0 \\
& && 10x_1 - 11x_2 = 0 \\
& && \lambda_1, \lambda_2, x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

$\lambda_1 = 0$のとき

$$4x_1 + 5x_2 - 6 \ne 0$$

$\lambda_1 \ne 0$のとき

$$4x_1 + 5x_2 - 6 = 0$$

$\lambda_2 = 0$のとき

$$7x_1 + 8x_2 - 9 \ne 0$$

$\lambda_2 \ne 0$のとき

$$7x_1 + 8x_2 - 9 = 0$$

big-M法によりMを係数,
uを判定にして範囲を設ける

$$
\begin{aligned}
&0 \le \lambda_1 \le u_1 M \\
&0 \ge 4x_1 + 5x_2 - 6 \ge -M\,(1 - u_1) \\
&0 \le \lambda_2 \le u_2 M \\
&0 \ge 7x_1 + 8x_2 - 9 \ge -M\,(1 - u_2)
\end{aligned}
$$

big-M法：

KKT条件下において相補性条件が成り立つことを用いて
非線形関数を線形関数に変換する方法

式変形をして

$$
\begin{aligned}
&0 \le \lambda_1, \lambda_1 - u_1 M \le 0\\
&4x_1 + 5x_2 - 6 \le 0\\
&-4x_1 - 5x_2 + M u_1 \le M - 6\\
&0 \le \lambda_1, \lambda_2 - u_2 M \le 0\\
&7x_1 + 8x_2 - 9 \le 0\\
&-7x_1 - 8x_2 + M u_2 \le M - 9
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{lrl}
\textit{maxmize} & & f\\
\textit{subject to} & \lambda_1 - u_1 M \le & 0\\
& -4x_1 - 5x_2 + M u_1 \le & M - 6\\
& \lambda_2 - u_2 M \le & 0\\
& -7x_1 - 8x_2 + M u_2 \le & M - 9\\
& 4x_1 + 5x_2 \le & 6\\
& 7x_1 + 8x_2 \le & 9\\
& f \le & 1\\
& 2 + 4\lambda_1 + 7\lambda_2 + 10u = & 0\\
& -3 + 5\lambda_1 + 8\lambda_2 - 11u = & 0\\
& 10x_1 - 11x_2 = & 0\\
& \lambda_1, \lambda_2, x_1, x_2 \ge & 0
\end{array}
$$

	x_1	x_2	λ_1	λ_2	μ	u_1	u_2	f	b
			1			$-M$			
	−4	**−5**				M			$M-6$
				1			$-M$		
A	**−7**	**−8**					M		$M-9$
	4	**5**							**6**
	7	**8**							**9**
								1	**1**
			4	**7**	**10**				**−2**
A_{eq}			**5**	**8**	**−11**				**3**
	10	**−11**							

big-M法：

KKT条件下において相補性条件が成り立つことを用いて
非線形関数を線形関数に変換する方法

式変形をして

$$
\begin{aligned}
&0 \le \lambda_1, \lambda_1 - u_1 M \le 0\\
&4x_1 + 5x_2 - 6 \le 0\\
&-4x_1 - 5x_2 + Mu_1 \le M - 6\\
&0 \le \lambda_1, \lambda_2 - u_2 M \le 0\\
&7x_1 + 8x_2 - 9 \le 0\\
&-7x_1 - 8x_2 + Mu_2 \le M - 9
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&maxmize & & f\\
&subject\ to & \lambda_1 - u_1 M \le & \ 0\\
& & -4x_1 - 5x_2 + Mu_1 \le & \ M - 6\\
& & \lambda_2 - u_2 M \le & \ 0\\
& & -7x_1 - 8x_2 + Mu_2 \le & \ M - 9\\
& & 4x_1 + 5x_2 \le & \ 6\\
& & 7x_1 + 8x_2 \le & \ 9\\
& & f \le & \ 1\\
& & 2 + 4\lambda_1 + 7\lambda_2 + 10u = & \ 0\\
& & -3 + 5\lambda_1 + 8\lambda_2 - 11u = & \ 0\\
& & 10x_1 - 11x_2 = & \ 0\\
& & \lambda_1, \lambda_2, x_1, x_2 \ge & \ 0
\end{aligned}
$$

	x_1	x_2	λ_1	λ_2	μ	u_1	u_2	f	b
			1			$-M$			
	−4	**−5**				M			$M-6$
				1			$-M$		
A	**−7**	**−8**					M		$M-9$
	4	**5**							**6**
	7	**8**							**9**
								1	**1**
			4	**7**	**10**				**−2**
A_{eq}			**5**	**8**	**−11**				**3**
	10	**−11**							

コード

```
% 行列の大きさを設定する
j = 8;
i_eq = 3;
i = 7;

M = 1e10;

%目的関数f_objを設定する
f_obj = zeros(1,j);
f_obj(1,8) = 1;
```

```
% A行列を設定する
A = zeros(i,j);
A(1,3) = 1;
A(1,6) = -M;
A(2,1) = -4;
A(2,2) = -5;
A(2,6) = M;
A(3,4) = 1;
A(3,7) = -M;
A(4,1) = -7;
A(4,2) = -8;
A(4,7) = M;
A(5,1) = 4;
A(5,2) = 5;
A(6,1) = 7;
A(6,2) = 8;
A(7,8) = 1;
```

```
%Aeq行列を設定する
Aeq = zeros(i_eq, j);
Aeq(1,3) = 4;
Aeq(1,4) = 7;
Aeq(1,5) = 10;
Aeq(2,3) = 5;
Aeq(2,4) = 8;
Aeq(2,5) = -11;
Aeq(3,1) = 10;
Aeq(3,2) = -11;
```

```
%b行列を設定する
b = zeros(i,1);
b(2,1) = M-6;
b(4,1) = M-9;
b(5,1) = 6;
b(6,1) = 9;
b(7,1) = 1;
```

```
%beq行列を設定する
beq = zeros(i_eq,1);
beq(1,1) = -2;
beq(2,1) = 3;
```

```
% lbを設定する
lb = zeros(1,j);
lb(1,5) = -Inf;
```

```
clear model;
model.A = [sparse(A);sparse(Aeq)];
model.obj = f_obj;
model.rhs = [b;beq];
model.vtype = ['C','C','C','C','C','B','B','C'];
model.sense = [repmat('<',size(A,1), 1); repmat('=',size(Aeq,1), 1)];
model.lb = lb;
model.modelsense = 'max';

result = gurobi(model);
x = result.x;
```

.vtype は決定変数の実行範囲で
C：連続変数
B：0,1変数
を表している

(ⅳ)上記の線形計画問題のKKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件を求め，MATLABとGurobi Optimizerを用いて以下の問題を解き，(ⅰ)(ⅱ)(ⅲ)の結果と比較(最適値，最適解，Lagrange乗数と双対変数)し考察せよ．

$$\begin{aligned} &maximize && f \\ &subject\ to && f \leq 1 \\ & && KKT条件 \end{aligned}$$

なおKKT条件の相補性条件については，Fortuny-Amat and McCarl によるbig-Mを用いた線形化手法を用いて線形化し，上記の混合整数線形計画問題として扱うこと．

結果

x [0.630573248407643;0.573248407643312;0;0.050955414012739;-0.235668789808917;0;1;1]

x_1 ≈0.63056
x_2 ≈0.57325
$\lambda_1 = 0$
$\lambda_2 \approx 0.05096$
μ ≈-0.235669
$u_2 = 0$
$u_2 = 1$
$f = 1$
よって主問題の最適解，および双対変数に対しても一致する解が現れた．

(ｖ)上記の混合整数線形計画問題を解く際に用いるbig-M の大きさを変化(1桁～8 桁)させながら最適解を計算し，big-M の大きさが最適解に及ぼす影響について，数値的不安定性の観点から考察せよ

big-Mのおおきさを変化させていく
設定よりM＝1e(桁数)で変化させることができる。

結果
308桁と309桁との間で解が求まらなくなった。
これはコンピュータが計算をするときに取り扱う値が小さくなるために近似して計算をするためだと考えられる。

309桁目で発生するエラーは以下の形である。
エラー: gurobi
Gurobi error 10003: Element 0 of a double array is Nan or Inf.
エラー: bigM (行 62)
result = gurobi(model);