

Report Quaternioni

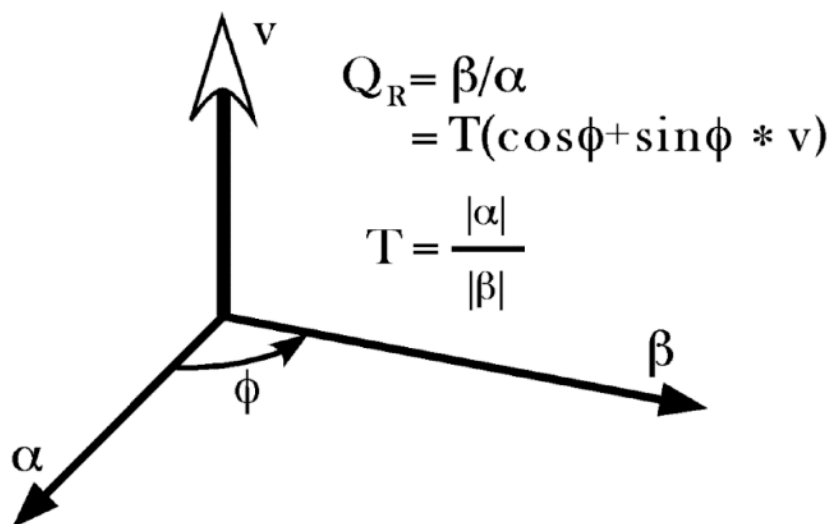
Un quaternione provvede un linguaggio per descrivere i movimenti anatomici in 3 dimensioni. I termini e gli elementi del linguaggio devono essere non ambigui e devono avere il minor numero di assunzioni possibili.

I quaternioni sono un'ottima scelta per la descrizione delle rotazioni in uno spazio tridimensionale, la moltiplicazione tra quaternioni ha la stessa struttura di una rotazione di corpi rigidi in uno spazio tridimensionale.

Il rapporto tra due vettori tridimensionali si può esprimere mediante un quaternione nel seguente modo:

$$Q_R = [\alpha \rightarrow \beta] = \frac{\beta}{\alpha}$$

Un quaternione si può scrivere come una combinazione di un vettore che descrive l'asse di rotazione ed uno scalare che è la funzione trigonometrica dell'angolo di escursione della rotazione.



Per quanto riguarda la natura del movimento anatomico sappiamo che avviene nei corpi animali, ed è principalmente movimento dato dalle articolazioni, i movimenti tipici sono le rotazioni. Il vantaggio di queste è che si riesce ad ottenere un'ampia escursione delle parti del corpo con solo una piccola escursione dell'articolazione. La sfida che ci si pone è quella di rappresentare il movimento anatomico in 3 dimensioni, solitamente le rotazioni non avvengono in un solo piano ma in molti, per questo una parte del corpo che si muove può tracciare una traiettoria curvilinea che non è confinata in un solo piano.

Le rotazioni nelle 3 dimensioni sono quindi non lineari, nel senso che l'ordine con il quale avvengono è fondamentale per la ricostruzione del movimento.

Composizione di movimenti anatomici

I movimenti di ogni articolazione vanno ad agire con quelle delle altre articolazioni in modo da produrre un movimento aggregato che può essere diverso da un movimento composto ovvero una serie di movimenti basi che vengono eseguiti di fila, alle volte, un movimento aggregato può essere semplice, mentre la sua rappresentazione in movimenti composti può essere molto complessa.

L'**orientazione** è un componente essenziale del movimento, infatti gli oggetti anatomici sono orientabili, si può chiaramente dire come sono orientati nello spazio, per identificare un corpo si può pensare di usare un'orientazione astratta di assi, magari sulla mano destra, scegliendo 3 assi

indipendenti che vanno a rappresentare le 3 dimensioni, un asse sta sul dorso della mano diretto in alto, un altro dal dorso della mano in direzione del dito medio e l'ultimo diretto verso il pollice. Un insieme di vettori che vanno a specificare la struttura anatomica verrà chiamato **frame di riferimento**.

Un'altra proprietà fondamentale degli oggetti è la **localizzazione**, solitamente si usano i versori, ovvero vettori unità lunghi 1 tutti ortogonali fra di loro, questo ci permette di definire uno spazio che viene denominato BASE, è essenziale che i 3 vettori base siano indipendenti, questo vuol dire che nessun vettore base può essere espresso come combinazione lineare degli altri due.

Un vettore di localizzazione **L**, si estende da dei punti di riferimento, solitamente l'origine **O**.

Possiamo identificare i vettori base dell'universo con le lettere **i,j,k** e per indicare altre coordinate che sono diverse da quelle dei versori usiamo le lettere **x,y,k**, possiamo andare quindi a riscrivere L in funzione di queste coordinate

$$L = ax + by + cz = (a - O_i)i + (b - O_j)j + (c - O_k)z$$

con $O = O_i i + O_j j + O_k k$

Bisogna poi far chiarezza su estensione ed orientazione, possiamo infatti andare a definire un **vettore estensione** della mano a partire dall'origine delle coordinate, nel quale tutte le mosse riguarderanno la mano. I vettori di estensione implicano un'origine, un punto che specifica di cosa sono l'estensione ed un'orientazione, solitamente i vettori di estensione si scrivono come combinazione del frame di riferimento. I vettori di estensione hanno bisogno di un punto di riferimento, solitamente è conveniente considerare la localizzazione della struttura anatomica come quel punto. Questi vettori sono orientabili. L'orientabilità è una proprietà intrinseca dei quaternioni, un vettore può essere interpretato come il rapporto tra due vettori ortogonali nel

piano perpendicolare al vettore stesso, quindi il vettore γ implica i vettori $\alpha, \beta \rightarrow \gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \beta \alpha^{-1}$

Vengono scelti vettori specifici in modo che siano correlati tra di loro, e che il prodotto tra due di loro dia il terzo, nel seguente modo: $(\alpha = \beta\gamma), (\beta = \gamma\alpha), (\gamma = \alpha\beta)$. L'orientazione ci va quindi adire come questi vettori vengono trasformati a causa dei movimenti.