

TUGAS PROYEK
MA2271 PENGANTAR PERSAMAAN DIFERENSIAL

**STUDI KASUS: PENYEBARAN PENYAKIT *COVID-19* DI KAPAL
PESIR *DIAMOND PRINCESS***

Dosen: Prof. Dr. Roberd Saragih, MT.



Disusun oleh :
Margareth Clarissa - 10818029
Anthony - 10818031
M. Agam Islami Al Mutaqin - 10818033
Muhammad Ilham - 10818035

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DAN AKTUARIA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG
2020

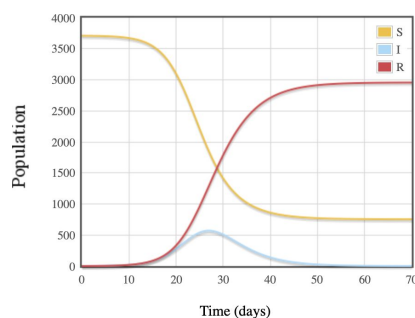
NOMOR 1

Setelah membaca literatur [1], dapat diperhatikan bahwa istilah-istilah yang digunakan adalah sebagai berikut.

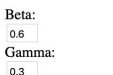
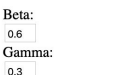
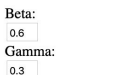
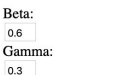
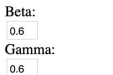
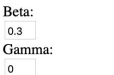
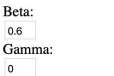
- Laju infeksi β
Peluang seseorang terinfeksi yang mengindikasikan kecepatan penyebaran infeksi.
- Laju kesembuhan γ
Peluang seseorang sembuh dari infeksi/seberapa cepat penyakit dapat disembuhkan.
- *Basic reproductive ratio*
Ekspektasi jumlah orang yang tertular dari seseorang yang telah terinfeksi selama masa infeksi.
- *Epidemic*
Penyakit yang mewabah yang diindikasikan dengan jumlah pengidap penyakit dalam jumlah besar.
- *Endemic*
Penyakit yang secara permanen ada di dalam suatu daerah atau populasi.

Untuk mengetahui model yang tepat bagi kasus *COVID-19*, dilakukan simulasi pemodelan *SIR* dari <http://www.public.asu.edu/~hnesse/classes/sir.html> dengan memvariasikan parameter-parameter taksiran β dan γ , serta berbagai nilai awal dari *Susceptible* (*S*), *Infected* (*I*), dan *Recovered* (*R*). Berdasarkan hasil simulasi tersebut, didapat hasil sebagai berikut.

Model acuan :



$$\begin{aligned}\beta &= 0.6 \\ \gamma &= 0.3 \\ S(0) &= 3710 \\ I(0) &= 1 \\ R(0) &= 0\end{aligned}$$



Jika dilihat dari grafik hasil simulasi model *SIR* dengan berbagai variasi parameter *beta* (β), *gamma* (γ), dan berbagai syarat awal, terlihat hubungan parameter-parameter tersebut terhadap simulasi yang dihasilkan. Hal ini adalah hubungan parameter tersebut terhadap simulasi yang dihasilkan :

- Semakin besar nilai β , maka semakin cepat perubahan *Susceptible* menjadi *Infected* yang diindikasikan oleh kenaikan kurva *I* dan turunnya kurva *S*. Hal ini juga mengakibatkan semakin besar nilai maksimum *Infected*.
- Semakin besar nilai γ , maka semakin cepat perubahan *Infected* menjadi *Recovered* yang diindikasikan oleh kenaikan kurva *R* dan turunnya kurva *I* (lambatnya kenaikan *I* saat masih naik). Hal yang menarik dari γ adalah jika nilai $\gamma \geq \beta$, maka masing-masing kurva *S*, *I*, dan *R* konstan, hal ini merupakan akibat dari lebih cepatnya proses sembuh daripada proses menuju sakit, sehingga perubahan nilai pada *S*, *I*, dan *R* sangat kecil pada rentang waktu yang singkat.
- Semakin besar populasi awal *Susceptible*, maka semakin lama waktu yang dibutuhkan untuk wabah berhenti, akibat dari rentannya *Susceptible* terhadap kemungkinan penularan penyakit. Jika diasumsikan parameter lain konstan, maka proses perubahan dari *S* menuju *I* lalu *R* akan memakan waktu lama akibat dari banyaknya populasi awal *Susceptible*.
- Semakin besar nilai awal *Infected*, maka semakin banyak individu *Susceptible* yang akan terinfeksi. Hal ini dikarenakan apabila *I* semakin banyak, maka kurva *S* akan cepat turun dan kurva *R* akan cepat menaik. Sehingga wabah akan cepat berhenti.
- Perubahan pada besar nilai awal *Recovered* secara langsung tidak memengaruhi keadaan *S* dan *I*. Akan tetapi, perubahan nilai awal *Recovered* akan menggeser grafik *R* sebesar perubahan tersebut.

NOMOR 2

Berdasarkan pembacaan literatur, dapat dinyatakan bahwa model yang paling tepat untuk kasus *COVID-19* adalah model *SIR* dengan memenuhi asumsi-asumsi sebagai berikut :

- Penyebaran penyakit terjadi dalam lingkungan tertutup, di mana tidak ada kelahiran, kematian, imigrasi, atau emigrasi.
- Populasi konstan karena dinamika populasi sangat lambat dibandingkan penyebaran infeksi.
- Laju perubahan banyaknya susceptible sebanding dengan *SI*.
- Individu yang terinfeksi diasumsikan dapat kembali sembuh dengan peluang konstan sepanjang waktu. Laju perubahan banyaknya *recovered* sebanding dengan banyaknya *infected*.
- Diasumsikan juga bahwa ketika seorang individu telah pulih dari infeksi, maka individu tersebut tidak akan terjangkit kembali karena adanya kekebalan tubuh yang kuat.
- Masing-masing individu hanya mengalami infeksi tersebut dalam periode pengamatan.

Penetapan model dengan asumsi tersebut didasari pada fakta bahwa penyakit *COVID-19* dapat menular berdasarkan kontak fisik. Dalam kasus *Diamond Princess*, hanya sedikit jumlah kematian yang telah terjadi (7 orang) dan hanya terjadi kepada orang-orang yang telah memiliki komplikasi penyakit lain, khususnya di bagian pernafasan. Selain itu, berdasarkan hasil penelitian dari situs <https://www.shieldsgazette.com>, dinyatakan bahwa belum didapat kepastian mengenai kemungkinan seseorang mengidap *COVID-19* lebih dari satu kali. Akan tetapi, secara biologis, keluarga *coronavirus* merupakan virus yang menyebabkan infeksi hanya sekali dalam suatu periode tertentu dengan lama periode yang dapat diasumsikan cukup lama dalam kasus ini. Selain itu, dalam kondisi nyata, dapat dilihat bahwa sudah banyak orang yang bisa sembuh dari infeksi tersebut.

NOMOR 3

Dengan mengasumsikan total populasi (N) konstan, model SIR yang dipilih dari literatur [1] dan [2] dapat disederhanakan menjadi persamaan diferensial berikut.

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta}{N}SI \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta}{N}SI - \gamma I = I\left(\frac{\beta}{N}S - \gamma\right) \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

Dengan $S(0) > 0$, $I(0) > 0$, $R(0) \geq 0$, dan $S(0) + I(0) + R(0) = N$. Sehingga dapat dinyatakan pula sebagai $S(t) + I(t) + R(t) = N$. Karena $R(t)$ dapat ditentukan dari $S(t)$ dan $I(t)$, maka cukup untuk menggunakan variabel S dan I . Dengan mengoperasikan (2) / (1), dihasilkan

$$\frac{dI}{dS} = -1 + \frac{\gamma N}{\beta S}$$

yang dapat diintegrasikan menjadi,

$$\int_0^t dI = \int_0^t \left(-1 + \frac{\gamma N}{\beta S}\right) dS$$

$$I(t) - I(0) = S(0) - S(t) + \frac{\gamma N}{\beta} [\ln S(t) - \ln S(0)]$$

catatan: $N = S(t) + I(t) + R(t)$, $t \geq 0$ sehingga $S(0) = N - I(0) - R(0)$

$$I(t) - I(0) = N - I(0) - R(0) - S(t) + \frac{\gamma N}{\beta} \left[\ln \frac{S(t)}{S(0)}\right]$$

$$I(t) = N - R(0) - S(t) + \frac{\gamma N}{\beta} \ln \frac{S(t)}{S(0)}$$

Perhatikan bahwa $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = 0$, sehingga berdasarkan model yang telah ditentukan, endemi tidak akan terjadi. Akan tetapi, karena $S(t)$ merupakan fungsi yang menurun terhadap t (waktu), dapat dilihat bahwa ketika $S(0) \geq \frac{\gamma N}{\beta}$, $I(t)$ akan meningkat ke suatu titik maksimum (terjadi epidemi) lalu menurun ke nol secara asimptotik, dan ketika $S(0) < \frac{\gamma N}{\beta}$, $I(t)$ akan menurun ke nol. Dengan demikian, kesimpulan mengenai terjadinya epidemi dapat diperiksa setelah dilakukan pemodelan beserta penaksiran parameter.

NOMOR 4

Pada rujukan *Diamond Princess* (Literatur [3] & Website [5]), didapat data sebagai berikut. Rujukan utama kami adalah Literatur [3], namun karena data

Tanggal (2020)	1/ 2	2/2	3/2	4/2	5/2	6/2	7/2	8/2	9/2	10/2	11/2	12/2
I (Confirmed)	1	1	1	1	10	20	61	64	70	135	135	174

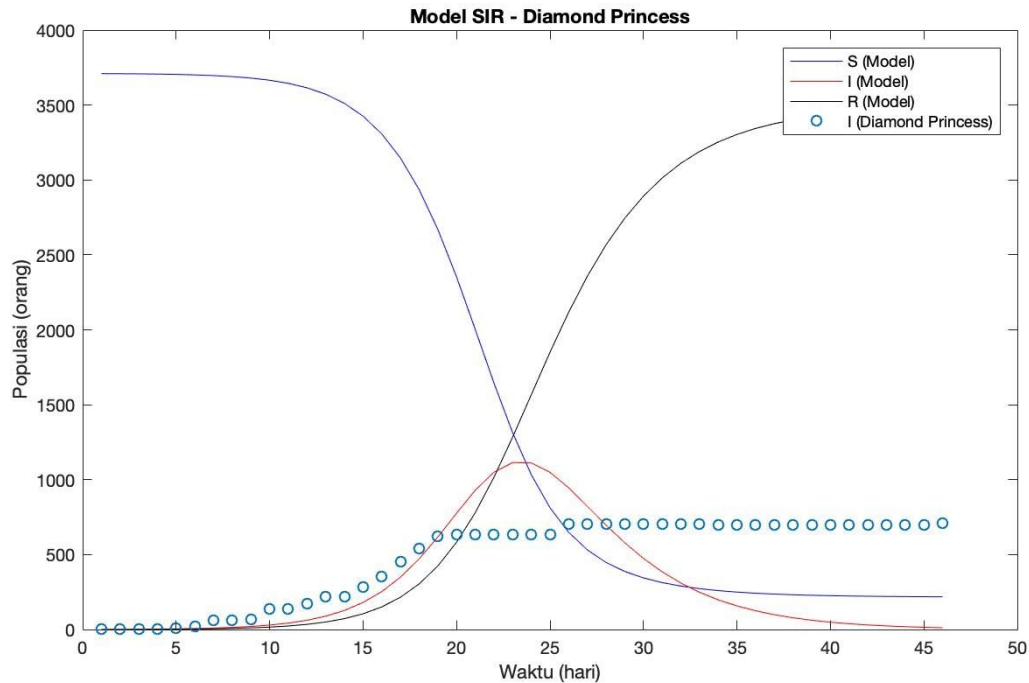
13/2	14/2	15/2	16/2	17/2	18/2	19/2	20/2	21/2	22/2	23/2	24/2	25/2
218	218	285	355	454	542	621	634	634	634	634	634	634

26/2	27/2	28/2	29/2	1/3	2/3	3/3	4/3	5/3	6/3	7/3	8/3	9/3	10/3
705	705	705	705	705	705	705	705	696	696	696	696	696	696

11/3	12/3	13/3	14/3	15/3	16/3	17/3	18/3	19/3	20/3	21/3
696	696	696	696	696	696	696	712	712	712	712

Tabel 4.1 Data Infected Diamond Princess

Dengan metode *Least Square* dan metode *Monte Carlo* menggunakan program *Matlab* yang dilakukan secara berulang, diperoleh estimator dengan jumlah kuadrat galat terkecil yang bersesuaian dengan data *Infected* dari rujukan ketiga adalah β sebesar 0.7147 dan γ sebesar 0.2564 dengan jumlah kuadrat galat bernilai 9.055×10^5 .



Grafik 4.1 Plot Model SIR dengan parameter taksiran

Melalui kedua nilai parameter taksiran tersebut, dengan menggunakan rumus,

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma},$$

Diperoleh nilai *basic reproduction number* dari kasus penyebaran virus *COVID-19* di *Diamond Princess* adalah 2.7874. Angka ini mendekati angka yang ditaksir oleh WHO per 24 Februari 2020 yaitu diantara 2 sampai 2.5 dan ECDC per 12 Maret 2020 yaitu diantara 2 sampai 3. Dapat dilihat juga bahwa taksiran parameter dari data yang diperoleh, $S(0) \geq \frac{\gamma N}{\beta}$.

Maka, terjadi epidemi pada kasus penyakit *COVID-19*.

Dalam melakukan perhitungan nilai β dan γ , tidak digunakan data harian, melainkan data pada setiap tanggal dengan perubahan jumlah *I Confirmed*. Diasumsikan bahwa pada saat jumlah *I Confirmed* sama seperti jumlah di hari sebelumnya, hal tersebut diakibatkan oleh adanya perubahan jumlah *I Confirmed* (dapat bertambah atau berkurang) yang tidak terekam, sehingga data yang sama dengan hari sebelumnya tidak digunakan.

NOMOR 5

Berikut adalah komentar dari kelompok kami mengenai model yang kami pilih, faktor-faktor yang akan diperhitungkan beserta kompartemen-kompartemen yang perlu ditambah untuk memperbaiki model dan juga model yang kelompok kami usulkan.

- Terdapat penggunaan metode aproksimasi parameter dengan *Least Square Method* dengan ketelitian 4 angka di belakang koma sehingga dimungkinkan adanya pasangan parameter lain yang memiliki galat lebih kecil dengan tingkat ketelitian yang lebih tinggi.
- Terbatasnya ketersediaan data, sehingga memungkinkan pemodelan tidak relevan saat bertambahnya waktu dengan data yang diperoleh dari lapangan. Seperti yang terlihat pada model, terdapat perbedaan yang signifikan data sesungguhnya saat $t > 20$. Hal ini dapat diperbaiki jika data yang diperoleh sudah cukup banyak sehingga perhitungan *Least Square* akan lebih mendekati data sebenarnya.
- Dalam kenyataannya, kasus *COVID-19* pada *Diamond Princess Cruise Ship* dilakukan proses karantina dan terdapat individu yang sudah terinfeksi akan tetapi tidak terdata ataupun tidak memiliki gejala yang terlihat sehingga penyebaran virus sulit dilihat hanya dari *Infected* yang terkonfirmasi.
- Hal-hal yang dapat dipertimbangkan untuk memperbaiki model adalah dengan penambahan faktor kematian, karantina, *exposed*, dan isolasi.
- Kompartemen yang perlu ditambah antara lain:
 - *Susceptible_quarantined*: tidak mengidap *COVID-19*, dikarantina sehingga tidak dapat terinfeksi
 - *Exposed*: mengidap *COVID-19*, belum menunjukkan gejala-gejala dan belum dapat menularkan virus
 - *Exposed_quarantined*: mengidap *COVID-19*, belum menunjukkan gejala-gejala dan belum dapat menularkan virus
 - *Infected_quarantined*: mengidap *COVID-19*, dikarantina sehingga tidak dapat menularkan ke orang lain
 - *Infected_isolated*: mengidap *COVID-19*, diisolasi sehingga tidak dapat menularkan ke orang lain
 - *Infected_undetected*: mengidap *COVID-19*, belum terdeteksi, dapat menularkan ke orang lain
 - *Death*: meninggal karena *COVID-19*
- Dari keterangan diatas, model yang diusulkan adalah model *Lipsitch*, yaitu model yang memuat kompartemen-kompartemen tambahan tersebut.
- Marc Lipsitch membangun model penyebaran *severe acute respiratory syndrome (SARS)* dan menggunakan model tersebut untuk melihat efek usaha mereduksi penyebaran *SARS*. Usaha yang dilakukan meliputi karantina individu *exposed* dari populasi *susceptible* dan isolasi individu yang terinfeksi *SARS*. Model *Lipsitch* merupakan perluasan dari model *SEIR (susceptible-exposed-infected-recovered)* yang

memiliki populasi *exposed* (E): individu yang terinfeksi penyakit, tetapi belum dalam tahap menularkan.

- Model *Lipsitch* dapat dipertimbangkan karena penyakit *COVID-19* dapat menyebar dengan cepat, dan orang memiliki imunitas terhadap penyakit tersebut selama satu periode. Selain itu, penanganan penyakit *COVID-19* adalah dengan mengkarantina dan mengisolasi orang-orang yang terinfeksi tanpa mengabaikan kemungkinan adanya orang-orang yang terinfeksi untuk tetap ada di sekitar masyarakat tanpa terdeteksi.
- Meskipun model *Lipsitch* pada awalnya dibentuk untuk memodelkan penyebaran penyakit *SARS*, model tersebut tetap bisa digunakan untuk penyebaran penyakit *COVID-19*. *SARS* dan *COVID-19* memiliki hubungan yang dekat berdasarkan referensi pada situs (<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/jmv.25681>), sehingga model *Lipsitch* dapat dipertimbangkan.

LAMPIRAN

Kode *Matlab* dalam pemodelan

```
clear all;
clc;
close all;

%Data diketahui
S(1) = 3710;
I(1) = 1;
R(1) = 0;
N = S(1) + I(1) + R(1);

T = zeros(1,46);    %Data Infected Diamond Princess
T(1) = 1;
T(5) = 10;
T(6) = 20;
T(7) = 61;
T(8) = 64;
T(9) = 70;
T(10) = 135;
T(12) = 174;
T(13) = 218;
T(15) = 285;
T(16) = 355;
T(17) = 454;
T(18) = 542;
T(19) = 621;
T(20) = 634;

T(26) = 705;
T(34) = 696;
T(47) = 712;

for t = 2:47
    if T(t-1) ~= 0 && T(t) == 0
        T(t) = T(t-1);
    end
end

minb_beta= 0;    %Pemisalan variabel
min_gamma = 0;
ls = 10^10;
```

```

for beta = 1:9999
    for gamma = 1:9999
        sum = 0;
        for t = 2:47
            S(t) = S(t-1) - (beta/10000) * S(t-1) * I(t-1) / N ;
            I(t) = I(t-1) + (beta/10000) * S(t-1) * I(t-1) / N - (gamma/10000) * I(t-1);
            R(t) = R(t-1) + (gamma/10000) * I(t-1);
            if T(t) ~= T(t-1)
                sum = sum + (I(t) - T(t))^2;
            end
        end
        if sum < ls
            ls = sum;
            min_beta = beta;
            min_gamma = gamma;
        end
    end
end

min_beta = min_beta/10000
min_gamma = min_gamma/10000
ls

for t = 2:47
    S(t) = S(t-1) - min_beta * S(t-1) * I(t-1) / N ;
    I(t) = I(t-1) + min_beta * S(t-1) * I(t-1) / N - min_gamma * I(t-1);
    R(t) = R(t-1) + min_gamma * I(t-1);
end

%Plot setup
t= 1:47;
plot(t,S,'b',t,I,'r',t,R,'k',t,T,'o')
title('Model SIR - Diamond Princess')
legend('S (Model)','I (Model)','R (Model)','I (Diamond Princess)')
xlabel('Waktu (hari)')
ylabel('Populasi (orang)')

```

DAFTAR PUSTAKA

Literatur:

1. Linda J.S. Allen, An Introduction to Mathematical Biology, Pearson, 2016.
2. <http://www.public.asu.edu/hnesse/classes/sir.html>
3. <https://en.wikipedia.org/wiki/2020-coronavirus-outbreak-on-cruise-ships>

Website:

1. https://www.who.int/docs/default-source/coronaviruse/situation-reports/20200306-sitrep-46-covid-19.pdf?sfvrsn=96b04adf_2
2. <https://www.ecdc.europa.eu/sites/default/files/documents/RRA-sixth-update-Outbreak-of-novel-coronavirus-disease-2019-COVID-19.pdf>
3. https://www.who.int/docs/default-source/coronaviruse/situation-reports/20200306-sitrep-46-covid-19.pdf?sfvrsn=96b04adf_2
4. <https://www.shieldsgazette.com/read-this/can-you-get-coronavirus-twice-how-long-you-are-immune-after-recovering-2457197>
5. https://github.com/CSSEGISandData/COVID-19/tree/master/csse_covid_19_data/csse_covid_19_time_series (data kasus COVID-19)