1. i) $A\bar{B} + A(\overline{B+C}) + B(\overline{B+C})$

$= A\bar{B} + (\overline{B+C})(A+B)$

$= A\bar{B} + \bar{B}\cdot\bar{C}(A+B)$

$= A\bar{B} + \bar{B}\cdot\bar{C}\cdot A + B\bar{B}\cdot C$

$= A\bar{B}(1+\bar{C})$

$= A\bar{B}\cdot 1$

$= A\bar{B}$

(ii) $\overline{AB+AC} + \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C$

$= \overline{AB}\cdot\overline{AC} + \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C$

$= (\bar{A}+\bar{B})(\bar{A}+\bar{C}) + \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C$

$= \bar{A} + \bar{B}\cdot\bar{C} + \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C$

$= \bar{A}(\bar{B}\cdot C+1) + \bar{B}\cdot\bar{C}$

$= \bar{A} + \bar{B}\cdot\bar{C}$

2. i) $\overline{X\cdot Y\cdot Z}$

$= \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$

iii) $\overline{\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}}$

$= \bar{\bar{X}}\cdot\bar{\bar{Y}}\cdot\bar{\bar{Z}} = X\cdot Y\cdot Z$

2. v) $\overline{(A+B+C)D}$

$= \overline{(A+B+C)} + \bar{D}$

$= \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{D}$

2. vii) $\overline{A\bar{B} + \bar{C}D + EF}$

$= \overline{A\bar{B}} \cdot \overline{\bar{C}D} \cdot \overline{EF}$

$= (\bar{A} + \bar{\bar{B}}) \cdot (\bar{\bar{C}} + \bar{D}) \cdot (\bar{E} + \bar{F})$

$= (\bar{A} + B) \cdot (C + \bar{D})(\bar{E} + \bar{F})$

3. i) $\overline{\overline{A+B} + \bar{C}}$

$= \overline{\overline{(A+B)} \cdot \bar{C}}$

$= (A+B) \cdot C$

$= AC + BC$

ii) $\overline{(A+B)\bar{C}\bar{D} + E + \bar{F}}$

$= \overline{(A+B)\bar{C}\bar{D}} \cdot \bar{E} \cdot \bar{\bar{F}}$

$= (\overline{(A+B)} + \bar{\bar{C}} + \bar{\bar{D}}) \cdot \bar{E} \cdot F$

$= (\bar{A} \cdot \bar{B} + C + D) \cdot \bar{E} \cdot F$

v) $\overline{A+\bar{B}+C+\bar{D}} + \overline{ABC\bar{D}}$

$= \bar{A}\cdot\bar{\bar{B}}\cdot\bar{C}\cdot\bar{\bar{D}} + (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{\bar{D}})$

$= \bar{A}\cdot B\cdot\bar{C}\cdot D + (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D)$

4) $(a+b\cdot c)' = a'\cdot b' + a'\cdot c'$

L.H.S = $(a+b\cdot c)'$

$= a'\cdot(b\cdot c)'$

$= a'\cdot(b'+c')$

$= a'b' + a'\cdot c'$

5) $[a(b+z(x+a'))]' = a' + b'(z'+x'\cdot a)$

L.H.S = $[a(b+z(x+a'))]'$

$= a' + (b+z(x+a'))'$

$= a' + b'\cdot(z(x+a'))'$

$= a' + b'(z' + (x+a')')$

$= a' + b'(z' + x'\cdot a'')$

$= a' + b'(z' + x'a)$