Учреждение образования «Белорусский государственный технологический университет»

Факультет информационных технологий

Кафедра информационных систем и технологий

Лабораторная работа №3

Решение задачи коммивояжера методом ветвей и границ

Выполнил

студент 2 курса 6 группы

Агапкина Д.С.

Проверил Буснюк

Минск 2019

ВАРИАНТ №1

*УСЛОВИЕ*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | ∞ | 2 | 22 | ∞ | 1 |
| **2** | 1 | ∞ | 16 | 67 | 83 |
| **3** | 3 | 3 | ∞ | 86 | 50 |
| **4** | 18 | 57 | 4 | ∞ | 3 |
| **5** | 92 | 67 | 52 | 14 | ∞ |

Первая строка и первый столбец матрицы обозначают номера городов, остальные ячейки – расстояния между городами. Ячейка, находящаяся на пересечении четвертой строки и второго столбца, своим значением 51 обозначает расстояние, которое необходимо преодолеть, чтобы попасть из города 4 в город 2. В модели исходной задачи принято считать, что расстояние из города x в город y не обязательно равно расстоянию из города y в город x.

*ХОД РЕШЕНИЯ*

*Шаг №1*

|  |
| --- |
| 1 |
| 1 |
| 3 |
| 3 |
| 14 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | ∞ | 1 | 21 | ∞ | 0 |
| **2** | 0 | ∞ | 15 | 66 | 82 |
| **3** | 0 | 0 | ∞ | 83 | 47 |
| **4** | 15 | 54 | 1 | ∞ | 0 |
| **5** | 78 | 53 | 38 | 0 | ∞ |

Производим редукцию матрицы по строкам (находим минимальный элемент в строке и вычитаем его значение из всех значений элементов этой строки). Затем производим редукцию матрицы по столбцам (находим минимальный элемент в столбце и вычитаем его значение из значений всех элементов этого столбца)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | ∞ | 1 | 20 | ∞ | 0 |
| **2** | 0 | ∞ | 14 | 66 | 82 |
| **3** | 0 | 0 | ∞ | 83 | 47 |
| **4** | 15 | 54 | 0 | ∞ | 0 |
| **5** | 78 | 53 | 37 | 0 | ∞ |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Коэффициент приведения: 1+1+3+3+14+1 = **23**

Находим оценку для каждого нулевого элемента в матрице. Для этого для каждого нуля в матрице ищем минимальный элемент в соответствующей строке и минимальный элемент в соответствующем столбце, а затем складываем их. Сам элемент при этом не учитывается

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | ∞ | 1 | 20 | ∞ | 0 (1) |
| **2** | 0 (14) | ∞ | 14 | 66 | 82 |
| **3** | 0 (0) | 0 (1) | ∞ | 83 | 47 |
| **4** | 15 | 54 | 0(14) | ∞ | 0 (0) |
| **5** | 78 | 53 | 37 | **0 (103)** | ∞ |

Находим нулевой элемент с самой высокой оценкой. Эта ячейка соответствует пути из пятого города в четвертый город. Записываем в решение задачи: 5 – 4. Затем вычеркиваем из матрицы пятую строку и четвертый столбец и перестраиваем ее, не забывая поставить знак бесконечности в ячейке (4, 5), так как маршрут, содержащий путь 5 – 4, не может содержать путь 4 – 5.

Ниже показан граф решения на текущий шаг (рис. 1).

ф = 22 + 1 = 23 ф = 23 + 0 = 23



ф = 22 + 103 = 125

рис. 1 – Шаг 1.

*Шаг №2*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | ∞ | 1 | 20 | **0 (48)** |
| **2** | 0 (14) | ∞ | 14 | 82 |
| **3** | 0 (0) | 0 (1) | ∞ | 47 |
| **4** | 15 | 54 | 0 (29) | ∞ |

В полученной матрице невозможно произвести редукцию по строкам и столбцам.

Коэффициент приведения: 0 + 0=0.

Находим оценки для нулевых элементов. Записываем в решение дугу (1 – 5).

Ниже показан граф решения на текущий шаг (рис. 2).

ф = 22 + 1 = 23 ф = 23 + 0 = 23 ф = 23 + 0 = 23



ф = 23 + 103 = 125 ф = 23 + 48 = 71

рис. 2 – Шаг 2.

*Шаг №3*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0(14) | ∞ | 14 |
| **3** | 0 (0) | **0(54)** | ∞ |
| **4** | 15 | 54 | 0(29) |

Проводим редукцию матрицы по строкам и столбцам.

Коэффициент приведения: 0 .

Находим оценки для нулевых элементов. Записываем в решение дугу (3 – 2)

Граф решения на текущий шаг (рис. 3):

ф = 22 + 1 = 23 ф = 23 + 0 = 23 ф = 23 + 0 = 23 ф = 23 + 0 = 23



ф = 23 + 103 = 125 ф = 23 + 48 = 71 ф = 23 + 54 = 77

Рис. 3 – Шаг 3.

*Шаг №4*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **1** | **3** |
| **2** | 0 | ∞ |
| **4** | 15 | 0 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **1** | **3** |
| **2** | 0 | ∞ |
| **4** | ∞ | 0 |

Заменим значение в четвертой строке первого столбца на символ бесконечности (позволяет блокировать образование неполного кольцевого маршрута).

Анализ последней таблицы таблицы позволяет выявить два последних звена кольцевого маршрута: (2, 1) и (4, 3). Эта таблица не может быть приведена, т. е. сумма констант приведения будет равной 0.

Итоговый граф (рис. 4):

ф = 22 + 1 = 23 ф = 23 + 0 = 23 ф = 23 + 0 = 23 ф = 23 + 0 = 23 ф = 23 + 0 = 23



ф = 23 + 103 = 125 ф = 23 + 48 = 71 ф = 23 + 54 = 77

Рис. 4 – Итоговый граф.

У нас записано пять дуг: (5 – 4), (1 – 5), (3 – 2), (2 – 1) и (4 – 3). Будем считать, что мы выходим из города 1. Получаем:

(1 – 5) (5 – 4) (4 – 3) (3 – 2) (2 – 1)

Итого получаем путь:

1 – 5 – 4 – 3 – 2 – 1

