Rectificación de un par estéreo

Implementación del algoritmo de Loop & Zhang

Antonio Álvarez Caballero, Alejandro García Montoro

Universidad de Granada

7 de febrero de 2016

Contenidos

Descripción del problema

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.
- Búsqueda de correspondencias eficiente: Sólo buscamos en una fila horizontal de píxeles.

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.
- Búsqueda de correspondencias eficiente: Sólo buscamos en una fila horizontal de píxeles.
- Mapas de disparidad, reconstrucción de profundidad.

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.
- Búsqueda de correspondencias eficiente: Sólo buscamos en una fila horizontal de píxeles.
- Mapas de disparidad, reconstrucción de profundidad.
- El método propuesto por *Loop & Zhang* no precisa de un sistema de cámaras calibrado.

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.
- Búsqueda de correspondencias eficiente: Sólo buscamos en una fila horizontal de píxeles.
- Mapas de disparidad, reconstrucción de profundidad.
- El método propuesto por *Loop & Zhang* no precisa de un sistema de cámaras calibrado.
- Minimizar la distorsión.

Detalles de la implementación

Detalles de la implementación

Descomposición de las homografías en transformaciones sencillas. Suponiendo que conocemos la geometría epipolar, calculamos

$$H = H_s H_r H_p = \begin{pmatrix} u_a & u_b & u_c \\ v_a & v_b & v_c \\ w_a & w_b & w_c \end{pmatrix}$$

Detalles de la implementación

Descomposición de las homografías en transformaciones sencillas. Suponiendo que conocemos la geometría epipolar, calculamos

$$H = H_s H_r H_p = \begin{pmatrix} u_a & u_b & u_c \\ v_a & v_b & v_c \\ w_a & w_b & w_c \end{pmatrix}$$

1. H_p: Transformación proyectiva —tan afín como sea posible—.

Detalles de la implementación

Descomposición de las homografías en transformaciones sencillas. Suponiendo que conocemos la geometría epipolar, calculamos

$$H = H_s H_r H_p = \begin{pmatrix} u_a & u_b & u_c \\ v_a & v_b & v_c \\ w_a & w_b & w_c \end{pmatrix}$$

1. H_p: Transformación proyectiva —tan afín como sea posible—.
2. H_r: Tranformación de semejanza.

Detalles de la implementación

Descomposición de las homografías en transformaciones sencillas. Suponiendo que conocemos la geometría epipolar, calculamos

$$H = H_s H_r H_p = \begin{pmatrix} u_a & u_b & u_c \\ v_a & v_b & v_c \\ w_a & w_b & w_c \end{pmatrix}$$

1. H_p: Transformación proyectiva —tan afín como sea posible—.
2. H_r: Tranformación de semejanza.
3. H_s: Transformación de cizalla —reduce distorsiones—.

Transformación proyectiva

Transformación proyectiva

Criterio de minimización

Un punto $p_i = [p_{i,u}, p_{i,v}, 1]$ se transforma por $H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ w_a & w_b & 1 \end{pmatrix}$ en $[\frac{p_{i,u}}{\omega_i}, \frac{p_{i,v}}{\omega_i}, 1]$, donde los pesos son $\omega_i = [w_a, w_b, 1] p_i$.

Transformación proyectiva

Un punto $p_i = [p_{i,u}, p_{i,v}, 1]$ se transforma por $H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ w_a & w_b & 1 \end{pmatrix}$ en $[\frac{p_{i,u}}{\omega_i}, \frac{p_{i,v}}{\omega_i}, 1]$, donde los pesos son $\omega_i = [w_a, w_b, 1]p_i$.

Criterio de minimización

Si todos los pesos son idénticos, la transformación es afín.

Transformación proyectiva

Criterio de minimización

El problema se reduce a minimizar la siguiente expresión:

$$f(z) = \frac{z^T A z}{z^T B z} + \frac{z^T A' z}{z^T B' z} \tag{1}$$

donde las matrices A, B y sus homólogas con primas son conocidas y el vector $z = [\lambda, 1, 0]$ depende de un único parámetro λ y es tal que

$$\begin{aligned} w &= [e]_\times z \\ w' &= Fz \end{aligned}$$

Transformación proyectiva

Primera aproximación a la raíz

Maximizar por separado el inverso de cada sumando y tomar la media de sus normalizados.

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{\|z_1\|} + \frac{z_2}{\|z_2\|}\right)$$

Para cada sumando:

Transformación proyectiva

Primera aproximación a la raíz

Maximizar por separado el inverso de cada sumando y tomar la media de sus normalizados.

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{\|z_1\|} + \frac{z_2}{\|z_2\|}\right)$$

Para cada sumando:

- Descomposición de Cholesky: $A = D^T D$.

Transformación proyectiva

Primera aproximación a la raíz

Maximizar por separado el inverso de cada sumando y tomar la media de sus normalizados.

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{\|z_1\|} + \frac{z_2}{\|z_2\|}\right)$$

Para cada sumando:

- Descomposición de Cholesky: $A = D^T D$.
- Encontrar el vector propio y asociado al mayor valor propio de $(D^{-1})^T B D^{-1}$.

Transformación proyectiva

Primera aproximación a la raíz

Maximizar por separado el inverso de cada sumando y tomar la media de sus normalizados.

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{\|z_1\|} + \frac{z_2}{\|z_2\|}\right)$$

Para cada sumando:

- Descomposición de Cholesky: $A = D^T D$.
- Encontrar el vector propio y asociado al mayor valor propio de $(D^{-1})^T B D^{-1}$.
- Tomar $z_i = D^{-1} y$.

Transformación proyectiva

Optimización de la raíz con Newton-Raphson

Problema

La anterior aproximación no anula la derivada de

$$f(z) = \frac{z^T A z}{z^T B z} + \frac{z^T A' z}{z^T B' z}$$

Transformación proyectiva

Optimización de la raíz con Newton-Raphson

Problema

La anterior aproximación no anula la derivada de

$$f(z) = \frac{z^T A z}{z^T B z} + \frac{z^T A' z}{z^T B' z}$$

¡No es el mínimo!

Transformación proyectiva

Optimización de la raíz con Newton-Raphson

Problema

La anterior aproximación no anula la derivada de

$$f(z) = \frac{z^T A z}{z^T B z} + \frac{z^T A' z}{z^T B' z}$$

¡No es el mínimo!

Solución: tomar z como primera aproximación y optimizarla con el método de Newton-Raphson.

Transformación proyectiva

Construcción de la proyección

Una vez calculado z, reconstruimos las líneas w y w':

$$w = [e]_\times z$$
$$w' = Fz$$

y reconstruimos las matrices

$$H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ w_a & w_b & 1 \end{pmatrix} \quad H'_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ w'_a & w'_b & 1 \end{pmatrix}$$

Transformación de semejanza

Transformación de semejanza

Las matrices H_r y H'_r pueden escribirse como

$$H_r = \begin{pmatrix} F_{32} - w_b F_{33} & w_a F_{33} - F_{31} & 0 \\ F_{31} - w_a F_{33} & F_{32} - w_b F_{33} & F_{33} + v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H'_r = \begin{pmatrix} w'_b F_{33} - F_{23} & F_{13} - w'_a F_{33} & 0 \\ w'_a F_{33} - F_{13} & w'_b F_{33} - F_{23} & v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformación de semejanza

Las matrices H_r y H'_r pueden escribirse como

$$H_r = \begin{pmatrix} F_{32} - w_b F_{33} & w_a F_{33} - F_{31} & 0 \\ F_{31} - w_a F_{33} & F_{32} - w_b F_{33} & F_{33} + v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H'_r = \begin{pmatrix} w'_b F_{33} - F_{23} & F_{13} - w'_a F_{33} & 0 \\ w'_a F_{33} - F_{13} & w'_b F_{33} - F_{23} & v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

¡Sólo desconocemos v'_c!

Transformación de semejanza

Las matrices H_r y H'_r pueden escribirse como

$$H_r = \begin{pmatrix} F_{32} - w_b F_{33} & w_a F_{33} - F_{31} & 0 \\ F_{31} - w_a F_{33} & F_{32} - w_b F_{33} & F_{33} + v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H'_r = \begin{pmatrix} w'_b F_{33} - F_{23} & F_{13} - w'_a F_{33} & 0 \\ w'_a F_{33} - F_{13} & w'_b F_{33} - F_{23} & v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

¡Sólo desconocemos v'_c! $\implies$ Basta tomar un valor que deje la menor coordenada vertical de ambas imágenes igual a cero.

Transformación de cizalla

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Problema

La distorsión introducida por H_p se puede reducir —pero no eliminar, ya que H_p es en general una transformación proyectiva— gracias a la independencia de las líneas u y u'.

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Problema

La distorsión introducida por H_p se puede reducir —pero no eliminar, ya que H_p es en general una transformación proyectiva— gracias a la independencia de las líneas u y u'.

Solución

Intentar mantener la perpendicularidad y la proporción de las líneas que unen los puntos medios de los lados.

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Si definimos $S = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \hat{b} - \hat{d}$ e $y = \hat{c} - \hat{a}$, donde $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ y $\hat{d}$ son los puntos medios proyectados por $H_r H_p$, entonces:

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Si definimos $S = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \hat{b} - \hat{d}$ e $y = \hat{c} - \hat{a}$, donde $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ y $\hat{d}$ son los puntos medios proyectados por $H_r H_p$, entonces:

- La perpendicularidad se mantiene si $(Sx)^T(Sy) = 0$

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Si definimos $S = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \hat{b} - \hat{d}$ e $y = \hat{c} - \hat{a}$, donde $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ y $\hat{d}$ son los puntos medios proyectados por $H_r H_p$, entonces:

- La perpendicularidad se mantiene si $(Sx)^T(Sy) = 0$
- La proporción se mantiene si $\frac{(Sx)^T(Sx)}{(Sy)^T(Sy)} - \frac{w^2}{h^2} = 0$

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Si definimos $S = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \hat{b} - \hat{d}$ e $y = \hat{c} - \hat{a}$, donde $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ y $\hat{d}$ son los puntos medios proyectados por $H_r H_p$, entonces:

- La perpendicularidad se mantiene si $(Sx)^T(Sy) = 0$
- La proporción se mantiene si $\frac{(Sx)^T(Sx)}{(Sy)^T(Sy)} - \frac{w^2}{h^2} = 0$

Basta tomar la solución común a las dos cuadráticas anteriores en a y b —tomando a positiva— y reconstruir S.

Transformación de cizalla

Escalado y traslación

¿Algoritmo terminado?

La homografía SH_rH_p rectifica las imágenes cumpliendo los criterios de minimización de la distorsión considerados, ¡pero aún podemos aplicar un escalado y una traslación!

Transformación de cizalla

Escalado y traslación

¿Algoritmo terminado?

La homografía $SH_r H_p$ rectifica las imágenes cumpliendo los criterios de minimización de la distorsión considerados, ¡pero aún podemos aplicar un escalado y una traslación!

Restricciones a tener en cuenta:

Transformación de cizalla

Escalado y traslación

¿Algoritmo terminado?

La homografía SH_rH_p rectifica las imágenes cumpliendo los criterios de minimización de la distorsión considerados, ¡pero aún podemos aplicar un escalado y una traslación!

Restricciones a tener en cuenta:

- Hay que aplicar un mismo factor de escala a ambas imágenes en ambos ejes.

Transformación de cizalla

Escalado y traslación

¿Algoritmo terminado?

La homografía SH_rH_p rectifica las imágenes cumpliendo los criterios de minimización de la distorsión considerados, ¡pero aún podemos aplicar un escalado y una traslación!

Restricciones a tener en cuenta:

- Hay que aplicar un mismo factor de escala a ambas imágenes en ambos ejes.
- La traslación vertical tiene que ser igual para ambas imágenes para mantener las líneas epipolares a la misma altura.

Transformación de cizalla

Escalado y traslación

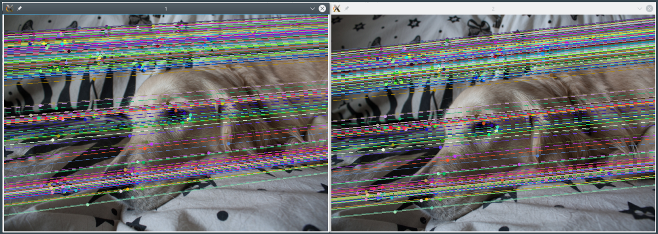
Criterios usados:

- Mantener la suma de las áreas de las imágenes $\implies$ Factor de escala $s = \sqrt{\frac{A}{A'}}$, con A la suma de áreas originales y A' la suma de áreas tras proyectar.
- Aplicar traslación horizontal a cada imagen independientemente para que la mínima coordenada horizontal sea cero.
- Aplicar traslación vertical común a ambas imágenes para que la mínima coordenada vertical de *las dos* imágenes sea cero.

Pruebas y valoración de resultados

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 1

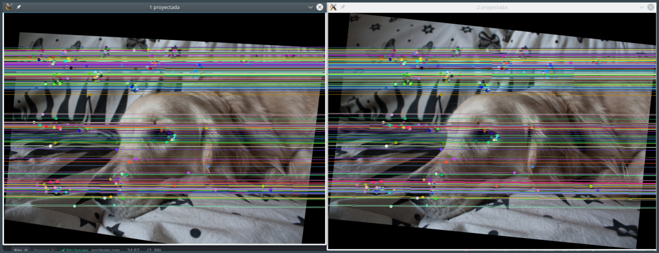


$$z = 0{,}478684$$
$$f'(z) = 267{,}276$$

Epipolo
$[5868{,}93, -278{,}987, 1]$

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 1



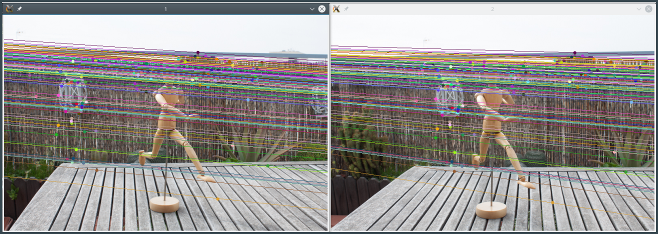
$$z = 0{,}255829$$
$$f'(z) = 0$$

Epipolo

$$[0{,}999998, -0{,}002162, -1{,}76364e-05]$$

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 2

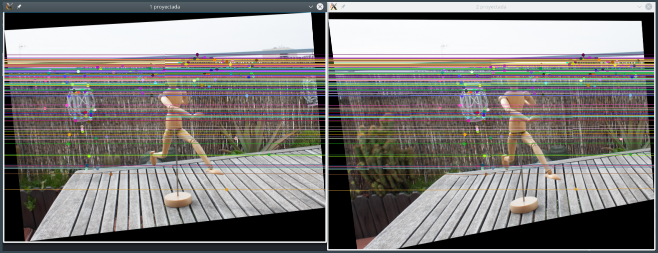


$$z = -0{,}0225596$$
$$f'(z) = 110{,}449$$

Epipolo
$[-9167{,}01, -551{,}777, 1]$

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 2

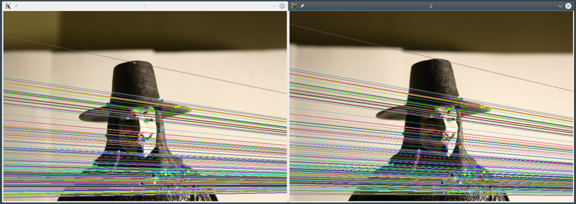


$$z = -0{,}275237$$
$$f'(z) = 7{,}10543e - 15$$

Epipolo
$$[0{,}9999, -0{,}0014679, -2{,}12774e - 06]$$

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 3



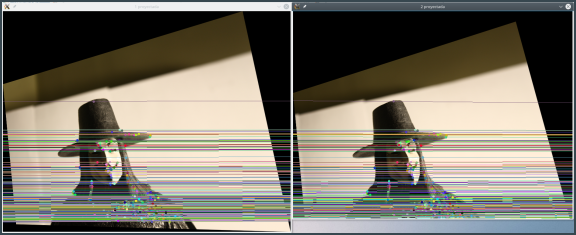
$$z = 0{,}34294$$
$$f'(z) = 10958{,}3$$

Epipolo

$[2214{,}98, 523{,}468, 1]$

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 3



$$z = -0{,}262589$$
$$f'(z) = 0$$

Epipolo

$$[0{,}999999, 0{,}00120902, 7{,}31557e - 06]$$

Conclusiones

Conclusiones

- Problemas de precisión: la descomposición de Cholesky podía fallar debido a que parecía haber valores propios muy pequeños negativos.
- Aunque en el artículo se dice que la primera aproximación de z es cercana a la óptima, el método de *Newton-Raphson* nos dice lo contrario: en algunos casos hay un orden de magnitud de diferencia.
- Las comprobaciones matemáticas de las ecuaciones que definen la minimización de la distorsión prueban la correcta implementación del algoritmo.

GRACIAS