Mecánica Celeste Simulación del Sistema Solar

Alejandro García Montoro Ana Isabel MC Manuel Ruiz Cárdenas Antonio Solís Izquierdo

16 de diciembre de 2015

1. Introducción

Este documento describe la simulación del Sistema Solar implementada por los autores. En la primera sección se explica el proceso de instalación para usuarios de GNU/Linux; en la segunda, se da una breve descripción de los controles disponibles; en la tercera, se describe con detalle el trabajo matemático y su implementación.

Una versión actualizada de esta documentación, así como del código del programa, puede encontrarse en el repositorio de GitHub kepler laws¹.

2. Descarga e instalación

2.1. Dependencias

Para la correcta ejecución del programa, el sistema sobre el que se instale necesita tener las siguientes dependencias:

- OpenGL (con freeGLUT)
- SciPy
- wxPython

La mayoría de las distribuciones de Linux tienen estos paquetes en sus repositorios oficiales.

En **Ubuntu**, por ejemplo, la siguiente orden es suficiente para instalar todo lo necesario:

 $^{^1}$ https://github.com/agarciamontoro/kepler_laws

sudo apt-get install python-opengl freeglut3 python-scipy
python-wxgtk2.8

En Arch Linux es muy parecido:

pacaur -S python-opengl freeglut python-scipy wxpython

2.2. Descarga del programa

Si aún no los tienes, usa el siguiente enlace para descargar todos los ficheros del programa —incluida esta documentación— en tu ordenador:

kepler laws-master.zip²

Una vez descargado, descomprímelo y abre una terminal en la carpeta donde se encuentren todos los archivos.

3. Uso

Para comenzar el programa, basta con ejecutar la siguiente orden desde la terminal:

python2 main.py

3.1. Controles

Se puede rotar la escena haciendo click con el ratón en cualquier lugar de la imagen y moviéndolo. Además, se puede controlar el zoom con la rueda.

Para controlar la velocidad de la animación -que por defecto se comporta de manera que por cada segundo de la vida real transcurra un día en la simulación- se usan las siguientes teclas:

- 1. **X**: Acelera un paso la animación; es decir, añade un día de la simulación por cada segundo de la vida real.
- 2. **Z**: Decelera un paso la animación. Se puede usar repetidamente esta tecla para revertir el tiempo.

Para terminar el programa, pulsar la tecla $\mathbf Q$ o cerrar la ventana de la simulación.

La interfaz gráfica que se muestra junto a la ventana de la animación permite:

1. Seleccionar los planetas cuya órbita se desea visualizar.

 $^{^2} https://github.com/agarciamontoro/kepler_laws/archive/master.zip$

- 2. Trasladar la fecha de la animación a un día concreto y mostrar la información relevante de cada planeta marcado.
- Introducir un ángulo en radianes, seleccionar un planeta, y calcular la fecha en la que su anomalía excéntrica coincide con el ángulo introducido.

4. Descripción del trabajo

4.1. Unión de trabajos individuales

Este trabajo se ha construido sobre las implementaciones que los integrantes del grupo habían desarrollado individualmente.

Así, al principio ya disponíamos de:

- 1. Cálculo de las posiciones x(t) de todos los planetas dado un tiempo t, basado en el cálculo de la anomalía excéntrica con el algoritmo de Newton-Raphson.
- 2. Cálculo de la energía y del momento angular. Estas funciones se han calculado directamente a partir de las definiciones; es decir:

$$E(t) = \frac{1}{2} ||\dot{x}||^2 + \frac{\mu}{\|x\|}$$
$$c = x \wedge \dot{x}$$

Así, al resultar constantes ambos valores, se ha observado que la implementación es correcta.

4.2. Mejoras matemáticas

A partir de este trabajo individual, los integrantes del grupo hemos implementado las siguientes mejoras en la parte matemática del programa:

- Se ha aplicado la rotación real de los planos de las órbitas con respecto al plano de la eclíptica. Esta rotación se ha calculado obteniendo la matriz de giro a partir del ángulo de inclinación, del ángulo con respecto a la línea de nodos y del ángulo con respecto al eje de excentricidad.
- Se ha añadido el cálculo de la fecha en la que un planeta tiene una anomalía excéntrica dada.

4.2.1. Rotación de los planos orbitales

La implementación del código de rotación de los planos de las órbitas es el siguiente:

```
def getGUICoords(self, pos):
         """Coordinates translation and plane rotation. For visual
             purposes only.
3
         Translates 2D coordinates in a XY plane to 3D coordinates in a
4
         XYZ OpenGL space -i.e., X horizontal axis; Y vertical axis; Z
5
              'depth'
         axis, with Z decreasing from the monitor towards the user-.
         Furthermore, it rotates the orbit plane with the matrix
             rotation
         of the tilt angle, the node line angle and the eccentricity
             angle.
9
         Args:
11
             pos: 2D coordinates in a [x,y] form
12
         Returns:
13
             The pos coordinates translated to the 3D OpenGL world,
14
                 after have
             applied the rotation of the orbit planes with respect to
                 the
             ecliptic plane.
16
         11 11 11
17
18
         i = self.tilt_angle
19
         big_o = self.node_angle
20
         small_o = self.ecc_angle
21
22
         cos = math.cos
23
         sin = math.sin
24
25
         # Rotation matrix
26
         m_11 = -\cos(big_0)*\cos(small_0)*\cos(i) +
27
             sin(big_o)*sin(small_o)
28
         m_12 = -\cos(i)*\sin(small_o)*\cos(big_o) -
             sin(big_o)*cos(small_o)
         m_13 = \cos(big_0)*sin(i)
29
30
         m 21 = -\cos(i) * \cos(small o) * \sin(big o) -
31
             cos(big_o)*sin(small_o)
         m_22 = -\sin(\text{big_o})*\cos(i)*\sin(\text{small_o}) +
32
             cos(big_o)*cos(small_o)
         m_23 = \sin(\text{big_o})*\sin(i)
33
34
         m_31 = \sin(i) * \cos(small_o)
35
         m_32 = \sin(i)*\sin(small_o)
         m_33 = cos(i)
37
38
         matrix = [
39
```

```
[m_11, m_12, m_13],
40
             [m_21, m_22, m_23],
41
             [m_31, m_32, m_33]
42
         ]
43
44
         GUI_coords = []
45
         pos.append(0.0)
47
48
         # Matrix product (apply rotation)
49
         for row, coord in zip(matrix, pos):
             GUI_coords.append(scalarProduct(row, pos))
51
         # XYZ coordinates are translated into OpenGL as XZ-Y
53
             coordinates
         return [GUI_coords[0], GUI_coords[2], -GUI_coords[1]]
54
```

En la figura 1 se puede observar cómo las órbitas no son ya coplanarias como lo eran antes, ni tienen el eje de excentricidad apoyado en el eje de coordenadas X.

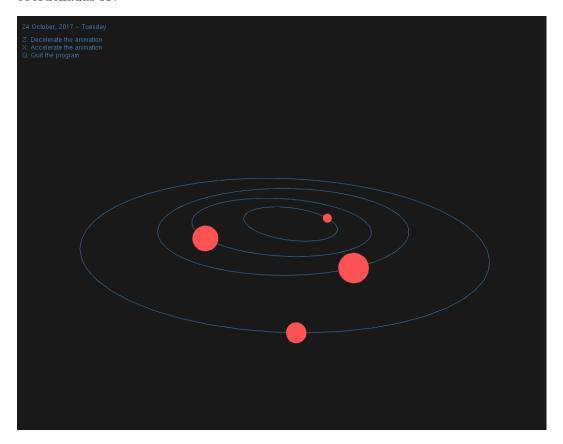


Figura 1: Rotación de los planos orbitales con respecto al plano de la eclíptica.

4.2.2. Cálculo de la fecha dada la anomalía excéntrica

El código que implementa el cálculo de la fecha dada una anomalía excéntrica es el siguiente:

```
def getDate(self, u):
2
         """Retrieves the date from the eccentric anomaly
3
         Obtains the date in which the eccentric anomaly of the planet
        given one.
5
6
            u: Eccentric anomaly, in radians.
9
        Returns:
            The (first after self.t0) date -codified as a datetime
                object- in
            which the planet had the given u.
14
        p = self.period
         e = self.eccentricity
         delta = p * (u - e*math.sin(u)) / (2*math.pi)
17
18
         return self.t0 + timedelta(days=delta)
19
```

4.3. Mejoras gráficas

Además del trabajo matemático, se ha mejorado notablemente la interacción gráfica con el programa. Se ha implementado una interfaz que permite al usuario acceder a la información relevante de todos los planetas en fechas arbitrarias mientras se simula el movimiento gráficamente. La figura 2 muestra la interfaz diseñada.

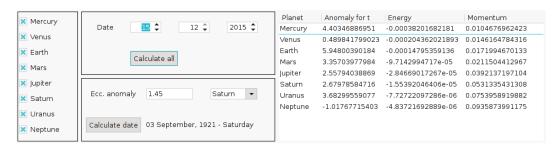


Figura 2: Captura de pantalla de la interfaz gráfica implementada.