Langkah menentukan Model Pertumbuhan Logistik

Langkah 1 : Identifikasi Masalah Dunia Nyata
Model logistik standar mempertimbangkan laju pertumbuhan intrinsik dan kapasitas batas lingkungan tanpa memperhitungkan tundaan waktu. Model ini digunakan untuk memprediksi pertumbuhan populasi yang cenderung mencapai keseimbangan stabil seiring waktu. Dalam model ini, tidak ada pengaruh kondisi populasi masa lalu.
Contoh : Pertumbuhan populasi ikan dalam kolam terbatas atau pertumbuhan bakteri dalam media kultur.
Masalah **:** Bagaimana menentukan kestabilan titik keseimbangan populasi dengan mempertimbangkan kapasitas lingkungan pada setiap bulan?

Langkah 2 : Formulasi Masalah ke dalam Matematika
Populasi awal ikan dalam kolam adalah x0.
Laju pertumbuhan intrinsik per bulan adalah r.
Kapasitas lingkungan maksimum yang dapat ditampung adalah K.

Langkah 3 : Membuat Asumsi
Populasi ikan hanya terpengaruh oleh kapasitas lingkungan.
Tidak ada faktor eksternal yang memengaruhi laju pertumbuhan populasi.
Laju reproduksi (r) dan kapasitas batas (K) konstan sepanjang waktu.

Langkah 4 : Formulasi Model Matematis

$$\frac{dx(t)}{dt} = rx(t)\left(1 - \frac{x(t)}{K}\right)$$

x(t) = Populasi ikan pada waktu t
K = Kapasitas batas lingkungan
r = Laju populasi pertumbuhan ikan
$\frac{dx(t)}{dt}$ = Laju perubahan populasi terhadap waktu

Langkah 5 : Penyelesaian Model

$$\frac{dx(t)}{dt} = rx(t)\left(1 - \frac{x(t)}{K}\right)$$

$$\frac{1}{x\left(1 - \frac{x}{K}\right)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{K - x}$$

$$1 = A(K - x) + Bx$$

$$1 = AK + (-A + B)x$$

$$A = \frac{1}{K}, \qquad B = \frac{1}{K}$$

$$\frac{dx}{x} + \frac{dx}{K - x} = rdt$$

$$\int \frac{dx}{x} + \int \frac{dx}{K - x} = r \int dt$$

$$\ln|x| - \ln|K - x| = rt + C$$

$$\frac{x}{K - x} = Ae^{rt}\ dengan\ A = \ e^{c}$$

$$x(t) = \frac{KAe^{rt}}{1 + Ae^{rt}}$$

$$x(t) = \frac{Kx0e^{rt}}{K + x0(e^{rt} - 1)}$$