

**Proyeksi Pertumbuhan Mobil Pribadi
Roda Empat Kota Manado
Menggunakan Persamaan Differensial
Model Pertumbuhan Populasi Kontinu
(Model Logistik)**

Kelompok 2



Nama Anggota

Pramudya Riandanu (662023001)

Yohanes Rio Dewantoro (662023009)

Agatha Viola Amanda Febyani (662023007)





Langkah 1: Identifikasi Masalah

Memodelkan laju pertumbuhan jumlah mobil pribadi di Kota Manado semakin meningkat setiap tahun. Identifikasi masalah dalam dunia nyata melibatkan pengamatan pertumbuhan jumlah mobil karena terjadi kemacetan di kota Manado.

Contoh:

Pertumbuhan jumlah mobil yang terus meningkat setiap tahun.

Kemacetan lalu lintas di kota Manado akibat peningkatan jumlah mobil dan jalan yang terbatas.

Masalah:

Kapan jumlah mobil pribadi di Kota Manado akan mencapai kapasitas maksimum yang ditentukan?



Langkah 2 : Formulasi Masalah ke dunia nyata

Jumlah mobil pribadi $P(t)$

Jumlah mobil awal P_0

Kapasitas tampung maksimum kendaraan di kota Manado K

Laju perubahan pertumbuhan angka populasi mobil dari tahun ke tahun dalam jumlah kapasitas yang ditentukan.



Langkah 3: Membuat Asumsi

- Perubahan jumlah mobil tidak terjadi secara mendadak, melainkan bertahap seiring waktu.
- Tidak mempertimbangkan faktor kehilangan atau penghapusan kendaraan.
- Kapasitas tampung kendaraan diasumsikan berdasarkan data tertinggi yang tersedia.



Langkah 4: Formulasi Model Matematis

$$\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K} \right)$$

$\frac{dP}{dt}$ = Laju pertumbuhan mobil dalam waktu tertentu.

$P(t)$ = Jumlah mobil pada saat t

P_0 = Jumlah mobil awal saat $t = 0$

K = Daya tampung dari suatu daerah untuk populasi

k = Laju pertumbuhan perkapita populasi

Langkah 5: Penyelesaian Model

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= kP \left(1 - \frac{P}{K}\right) \\ \int \frac{dP}{P \left(1 - \frac{P}{K}\right)} &= \int k dt \\ \frac{1}{P \left(1 - \frac{P}{K}\right)} &= \frac{K}{P(K - P)} \\ \frac{K}{P(K - P)} &= \frac{1}{P} + \frac{K}{K - P} \\ \int \left(\frac{1}{P} + \frac{1}{K - P} \right) dP &= \int k dt \\ \ln|P| - \ln|K - P| &= kt + c \\ \ln|K - P| - \ln|P| &= -kt - c \\ \ln \left| \frac{K - P}{P} \right| &= -kt - c \\ \left| \frac{K - P}{P} \right| &= e^{-kt - c}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left| \frac{K - P}{P} \right| &= e^{-kt} e^{-c} \\ \frac{K - P}{P} &= \pm e^{-kt} e^{-c} \\ \text{Jika } A &= \pm e^{-c}, \\ \frac{K - P}{P} &= A e^{-kt} \\ \frac{K}{P} - 1 &= A e^{-kt} \\ \frac{K}{P} &= 1 + A e^{-kt} \\ \frac{P}{K} &= \frac{1}{1 + A e^{-kt}} \\ P &= \frac{K}{1 + A e^{-kt}}\end{aligned}$$

Maka solusinya adalah

$$P(t) = \frac{K}{1 + A e^{-kt}}$$

Untuk mencari A asumsikan $t = 0$ dan $P(0)$

$$\begin{aligned}P_0 &= \frac{K}{1 + A e^0} \\ A &= \frac{K - P_0}{P_0}\end{aligned}$$

Maka didapatkan Solusi persamaannya adalah:

$$P(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K - P_0}{P_0} \right) e^{-kt}}$$

CODINGAN

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

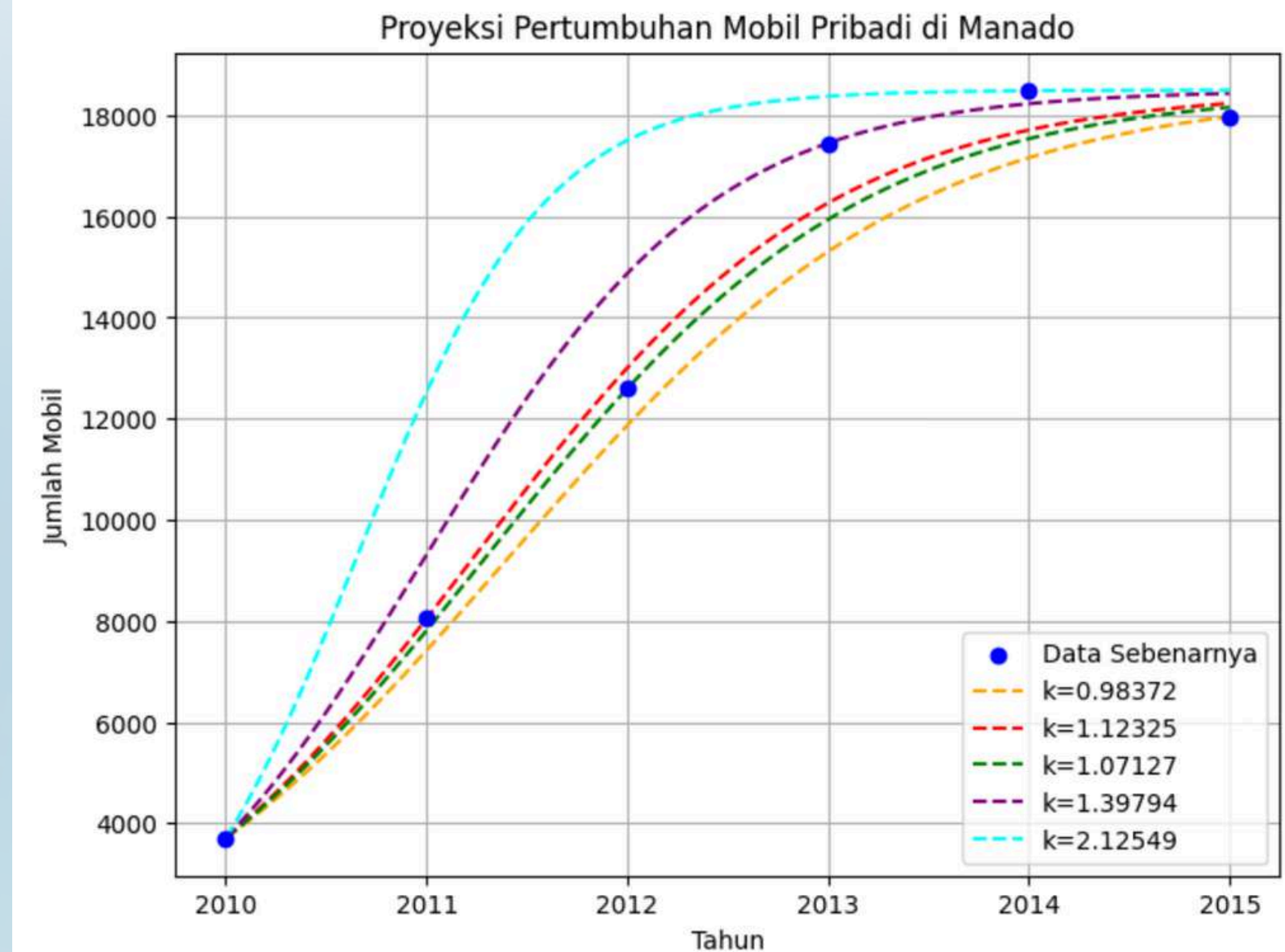
# Data berdasarkan jurnal
years = np.array([2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015])
actual_data = np.array([3703, 8045, 12594, 17448, 18485, 17975])

# Parameter model logistik
K = 18500 # Kapasitas tampung
P0 = 3703 # Populasi awal
t = np.linspace(2010, 2015, 100) # Rentang waktu
k_values = [0.98372, 1.12325, 1.07127, 1.39794, 2.12549] # Nilai k yang berbeda

# Plot data
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.scatter(years, actual_data, color='blue', label='Data Sebenarnya', zorder=3)

# Plot setiap model logistik dengan nilai k yang berbeda
colors = ['orange', 'red', 'green', 'purple', 'cyan']
for k, color in zip(k_values, colors):
    P_t = K / (1 + ((K / P0) - 1) * np.exp(-k * (t - 2010)))
    plt.plot(t, P_t, label=f'k={k}', linestyle='--', color=color)

plt.xlabel('Tahun')
plt.ylabel('Jumlah Mobil')
plt.title('Proyeksi Pertumbuhan Mobil Pribadi di Manado')
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```





Langkah 7: Validasi Model

Tabel 2. Hasil Pengujian Model Logistik

Tahun	Data sebenarnya	Hasil Model Logistik dengan K=18500				
		$k=1,12325$	$k=1,07127$	$k=1,39794$	$k=2,12549$	$k=0,98372$
2010	3703	3703	3703	3703	3703	3703
2011	8045	8044,99	7809,52	9308,55	12525,27	7417,34
2012	12594	13003,93	12594,03	14871,42	17503,3	11868,93
2013	17448	16264,4	15939,35	17448,01	18375,09	15303,11
2014	18485	17708,39	17534,98	18228,42	18485	17159,61
2015	17975	18234,9	18157,67	18432,14	18498,21	17974,99



Langkah 8: Penggunaan Model

Data dari pembuatan model tersebut bisa diterapkan di masyarakat sehingga laju pertumbuhan mobil tidak melebihi kapasitas maksimum dan mengakibatkan kemacetan lalu lintas di kota Manado.



Kelebihan dan Kekurangan:

- Kelebihan:

Jurnal ini tidak hanya menyajikan satu model, tetapi beberapa variasi nilai k (laju pertumbuhan), sehingga dapat memilih model yang paling sesuai dengan data aktual.

- Kekurangan:

Model ini bagus untuk jangka pendek, tapi dalam jangka panjang bisa kurang akurat jika ada perubahan kebijakan atau pembangunan jalan baru.

THANK YOU