Отчет по лабораторной работе №6

Модель эпидемии - вариант 25

Агеева Лада НПИбд-01-19

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Изучить модель эпидемии SIR

Задание

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$

Выполнение лабораторной работы

Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & \text{,если } I(t) > I^* \\ 0 & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & \text{,если } I(t) > I^* \\ -\beta I & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 11100$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 220$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 44$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. $I(0) \leq I^*$ 2. $I(0) > I^*$

Код программы

```
model lab6
  parameter Real alpha=0.01;
  parameter Real beta=0.02;

  Real S(start = 10836);
```

```
  Real I(start = 220);
  Real R(start = 44);
equation

//Случай I(0) < I
//der(S) = 0;
//der(I) = - beta*I;
//der(R) = beta*I;

//Случай I(0) > I
der(S) = -alpha*S;
der(I) = alpha*S - beta*I;
der(R) = beta*I;

annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 300, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.01));
end lab6;
```

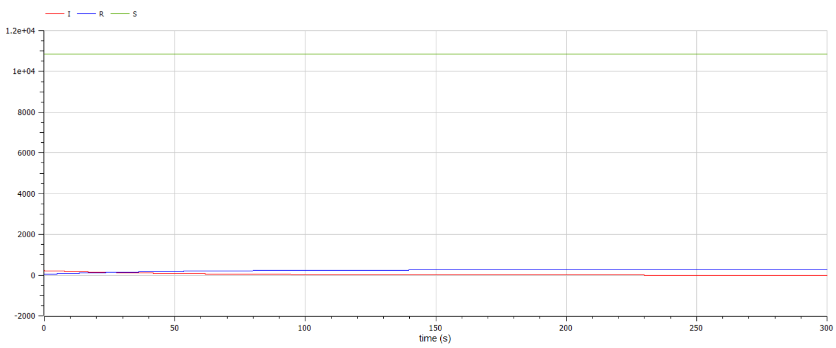

Рис. 1: Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$

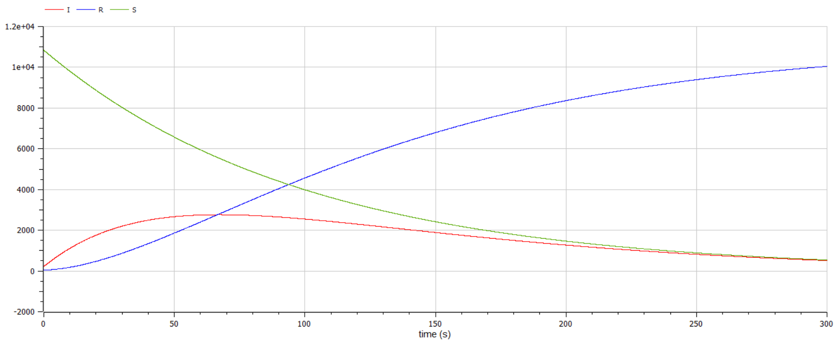

Рис. 2: Графики численности в случае $I(0) > I^*$

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.

Список литературы

1. SIR models of epidemics