Лабораторная работа 2

19 февраля, 2022, Москва,
Россия

Цель работы

Целью данной работы является решение задачи о погоне.

Условие задачи

Вариант 25 На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 12,3 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,4 раза больше скорости браконьерской лодки.

Постановка задачи

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

1. Уравнение, описывающее движение катера

1. Принимает за $t_0 = 0$, $x_{л0} = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{к0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($\theta = x_{л0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

1. Уравнение, описывающее движение катера

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

1. Уравнение, описывающее движение катера

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. Пусть скорость катера больше скорости лодки в n раз. За это время лодка пройдет x , а катер k - x (или k + x , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x / v или (k - x) / nv (во втором случае (x + k) / nv).

1. Уравнение, описывающее движение катера

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $x/v = (k - x)/nv$ в первом случае или $x/v = (k + x)/nv$ во втором. Отсюда мы найдем два значения $x1(n + 1) = k; x1 = k/(n + 1)$ и $x2(n - 1) = k; x2 = k/(n - 1)$, задачу будем решать для двух случаев.

1. Уравнение, описывающее движение катера

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: vr - радиальная скорость и $v\ \tau$ - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, vr = dr/dτ.

1. Уравнение, описывающее движение катера

Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем v = dr/dτ. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости dθ/dτ на радиус r, vτ = rdθ/dτ

По теореме Пифагора: v_r$= $\sqrt{n^2v^2 - v^2} = \sqrt{n^2 - 1}v$

(учитывая, что радиальная скорость равна v).

Тогда получаем dθ/dτ $r = \sqrt{n^2 - 1}v$

1. Уравнение, описывающее движение катера

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

7. $$\begin{cases} \dfrac{dr}{dt} = v \\ r\,\dfrac{d\theta}{dt} = v\,\sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

8. с начальными условиями

1. Уравнение, описывающее движение катера

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \dfrac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \dfrac{k}{n-1} \end{cases}$$

1. Уравнение, описывающее движение катера Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{\ldots}}$

2. Построение траекторий движения катера и лодки для двух случаев.

Код в Scilab для 1го случая

```
s=12,3;// начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*%pi/4;
n = 4,4;
//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
dr=r/sqrt(n*n - 1);
```

2. Код в Scilab для 1го случая

```
//начальные условия в случае 1
r0=s/(n+1);
tetha0=0;
tetha=0:0.01:2*%pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
```

2. Код в Scilab для 1го случая

//функция, описывающая движение лодки браконьеров function xt=f2(t)

xt=tan(fi)*t;

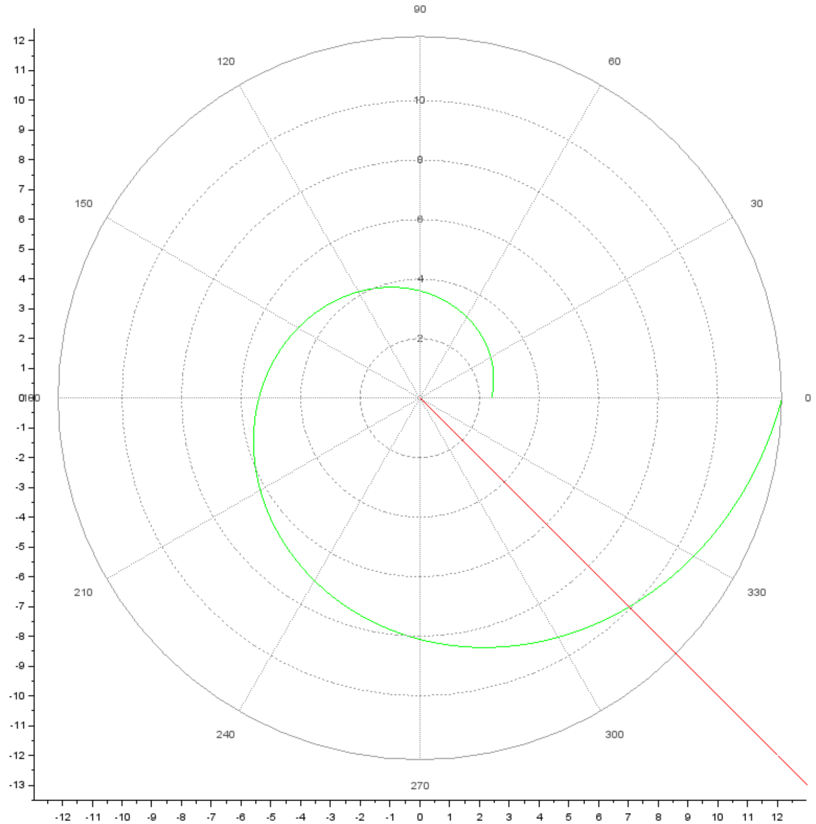
endfunction

t=0:1:800;

polarplot(tetha,r,style = color(‘green’)); //построение траектории движения катера в полярных координатах

plot2d(t,f2(t),style = color(‘red’));

2. Код в Scilab для 1го случая



траектории для случая 1

2. Код в Scilab для 2го случая

s=12,3;// начальное расстояние от лодки до катера

fi=3*%pi/4;

n = 4,4;

//функция, описывающая движение катера береговой охраны

function dr=f(tetha, r)

dr=r/sqrt(n*n - 1);

endfunction;

2. Код в Scilab для 2го случая

//начальные условия в случае 2

r0=s/(n-1);

tetha0=-%pi;

tetha=0:0.01:2*%pi;

r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

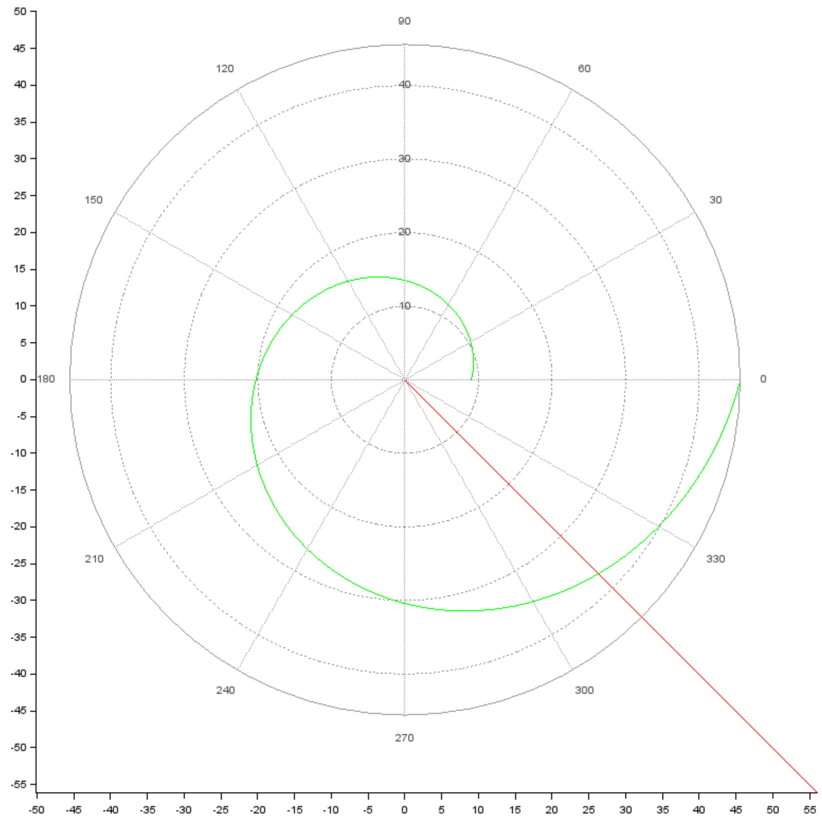
//функция, описывающая движение лодки браконьеров function xt=f2(t)

xt=tan(fi)*t;

2. Код в Scilab для 2го случая

```
endfunction
t=0:1:800;
polarplot(tetha,r,style = color('green'));
//построение траектории движения катера в полярных координатах
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

2. Код в Scilab для 2го случая



траектории для случая 2

3. Точки пересечения траектории катера и лодки

Случай 1 Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 10 \end{cases}$$

3. Точки пересечения траектории катера и лодки

Случай 2 Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 37 \end{cases}$$

Вывод

В ходе выполнения работы я приобрела практические навыки решения задачи о погоне. Провела анализ и вывод дифференциальных уравнений, а также смоделировала ситуацию.