

Influence de la taille des circonscriptions sur le résultat d'une élection législative : l'exemple de juin 2017

Contexte

Cette étude se focalise sur la façon dont les caractéristiques des circonscriptions, spécifiquement, et plus généralement les paramètres du mode de scrutin, influencent la composition de l'Assemblée Nationale dans l'élection législative française. L'étude se base sur les données électorales complètes du Ministère de l'Intérieur publiées en *open data*, correspondant aux résultats du 1^{er} et 2nd tour des élections de 2017 en France.

On montrera notamment comment l'élection des 577 députés et les scores obtenus par leurs partis reposent sur des mécanismes électoraux non triviaux, dont les justifications philosophiques sous-jacentes sont rarement discutées ou énoncées. Malgré quelques débats médiatisés sur la pertinence de la proportionnelle, les premiers retours que j'ai eus sur l'application *Shiny* ([disponible ICI](#)) m'ont montré que ce sujet restait technique et mal maîtrisé.

Le présent travail expose quelques statistiques descriptives d'intérêt, puis le développement d'un processus statistique de *clustering* des électeurs afin d'étudier l'effet « taille de circonscription », enfin une [application web de simulation](#) de l'élection.

Un peu de philosophie politique

Fonctionnement de l'élection législative de nos jours

Un rappel sur le mécanisme de l'élection législative n'est pas inutile : elle se fait au **scrutin majoritaire uninominal à deux tours** (SMU2T) depuis le début de la 5^{ème} République (sauf une seule fois en mars 1986 où la proportionnelle intégrale à 1 tour avec un scrutin de liste avait été utilisée). Le deuxième tour départage les candidats ayant obtenu plus de 12.5% des inscrits, et le candidat élu au 2nd tour devient député. De nombreuses particularités existent dans le code électoral, en voici quelques-unes :

- Un parti peut présenter plusieurs candidats dans la même circonscription
- Un candidat peut être élu au premier tour s'il a la majorité absolue ET 25% des inscrits
- Si plusieurs candidats dépassent 12.5%, on peut avoir des « triangulaires »... voire même des « heptangulaires », 7 candidats au 2^{ème} tour est une situation théoriquement possible (même si historiquement on a pu voir des quadrangulaires uniquement, voire des pentangulaires dans le cas des élections municipales). Ce phénomène reste très dépendant du taux de participation et de la multipolarisation du paysage politique.
- En cas d'égalité parfaite des scores au 2nd tour, l'élu est le candidat le plus *vieux*.

Le mot **majoritaire** est ici bien à comprendre comme l'opposé de « proportionnel », et sont aussi différents que ne sont les notions de « moyenne » et de « maximum ». Un scrutin **proportionnel** affecte un nombre de députés strictement proportionnel au score de chaque parti (ou liste). Précisons enfin que le mode d'élection de nos députés (SMU2T) est plutôt rare **dans le monde** (12% de tous les systèmes électoraux en 1995, la famille des scrutins majoritaires représentant environ 50% des cas), le système proportionnel est lui utilisé dans 42% des cas (source : <http://aceproject.org/main/francais/es/es60.htm>)

Les circonscriptions

Le nombre de circonscriptions n'a pas toujours été constant, toutefois sous la 5^{ème} République la bijection 1 député = 1 circonscription reste valide. Ainsi le nombre de circonscriptions et de députés augmente avec 5 modifications au total, principalement pour coller à l'accroissement non isotrope de la population. Toutefois des redécoupages sont régulièrement opérés, sans altérer le nombre total. La règle veut qu'une circonscription ne puisse pas être à cheval sur 2 départements et que leur taille (en nombre d'habitants) soit homogène avec une marge de +/-20% autour de la moyenne (81 500 électeurs aujourd'hui).

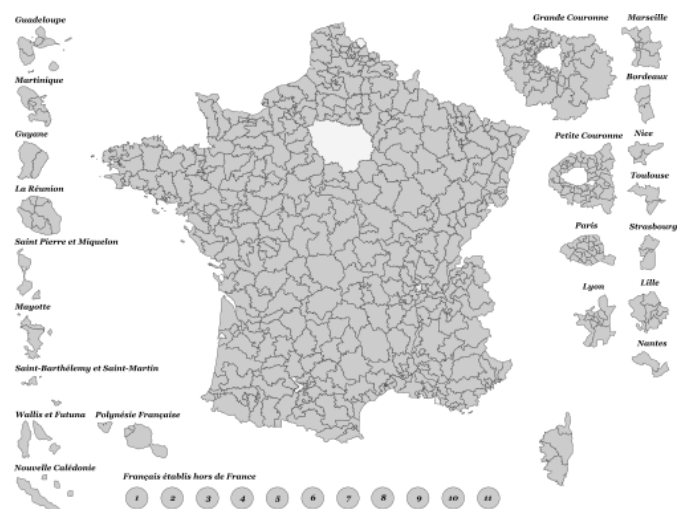


Figure 1: circonscriptions françaises de 2017

Philosophie de la représentation

La notion de circonscription pose la question de la **fonction symbolique du député** ; la croyance populaire étant que le député représenterait les intérêts de sa circonscription dans le processus législatif. C'est hélas très loin d'être le cas : ainsi dans un décret de 1999 (n° 99-410DC), le Conseil Constitutionnel a rappelé que « si députés et sénateurs sont élus au suffrage universel (...), chacun d'eux **représente au Parlement la Nation tout entière et non la population de sa circonscription** d'élection ». Toutefois cette notion a fluctué à travers les textes et les âges si bien sur les juristes peinent à se mettre d'accord (voir le [mémoire](#) de Anne-Sophie Traversac à ce sujet). Cette question est moins présente dans les élections à caractère proportionnel puisqu'il s'agit d'un scrutin de liste, même si le mécanisme proportionnel n'empêche pas la constitution de circonscriptions géographiques, qui sont généralement de taille plus importante comme pour les élections européennes (8 circonscriptions pour toute la France) ou législatives de 1986 (1 circonscription par département).

1 tour ou 2 tours ?

Le choix philosophique derrière la règle du nombre de tours d'une élection est important :

- Une élection à 2 tours implique que l'élu doive nécessairement représenter la majorité absolue des suffrages. Toutefois, si on appliquait strictement ce principe, il serait logique de requérir la majorité des *inscrits* et pas seulement des *exprimés*, donc recommencer l'élection le cas échéant. Pour éviter ce blocage on doit faire l'hypothèse qu'une abstention a pour signification une acceptation du candidat majoritaire quel qu'il soit, ce qui est loin d'être

acquis en pratique, d'où les débats récurrents sur la **légitimité** des élus. Ce type de scrutin reste fortement contaminé par des stratégies de « vote utile » du côté de l'électeur ou plus récemment de « désistement de barrage » du côté des candidats, ces tactiques pouvant s'avérer plus ou moins contre-productives ou frustrantes pour l'électeur. Par ailleurs, les candidats sont encouragés à ne conclure des alliances qu'après le 1^{er} tour, une fois leur poids électoral officiellement mesuré ; c'est-à-dire s'allier avec des concurrents qu'ils ont pu vivement critiquer lors de la campagne du premier tour, ce qui est délétère à la fois pour l'image des politiques et pour les programmes électoraux qui subissent des remaniements d'urgence quelques jours avant le second tour.

- Une élection à 1 tour (ex : Royaume Uni) implique au contraire que le citoyen doive accepter d'être représenté un candidat souvent minoritaire. Dans ce scrutin, les candidats sont encouragés à s'allier dès la campagne du 1^{er} tour et à préparer un programme commun.

Majoritaire ou proportionnel ?

Le scrutin majoritaire est, fondamentalement, un système dit « winner-takes-all », encore plus accentué en cas de « prime majoritaire » (qui existe pour les régionales) : il n'y a **pas de place pour les vaincus dans la représentation de la nation**, on est dans une philosophie de la compétition et de l'opposition plutôt que de la collaboration. Pourtant, il peut sembler paradoxal de vouloir à la fois un système majoritaire (textuellement qui ne représente pas les courants minoritaires) et à la fois demander au candidat, une fois élu, de « représenter la Nation toute entière » dans toutes ses constituantes, donc même ses anciens adversaires : l'élu devrait-il se départir de ses propres proximités idéologiques, ou de la formation politique qui l'a mis au pouvoir ?

C'est peut-être là le point le plus important dans ce qui va suivre, car si le système proportionnel permet de représenter tous les courants politiques, le système majoritaire favorise, lui, les mouvements politiques plus « consensuels » et « centristes ». Moralement, on peut considérer comme **un défaut ou un bienfait** le fait de favoriser les idées consensuelles au détriment des idées clivantes ou peu répandues, et ce n'est pas l'objet de la discussion ici.

<i>Effets</i>	<i>1 TOUR</i>	<i>2 TOURS</i>
MAJORITAIRE	- Coupure des idées clivantes	- Coupure des idées clivantes - Sur-représentation des idées consensuelles
PROPORTIONNEL	Non défini	

La simplicité de la proportionnelle dans son principe se heurte toutefois à la complexité des mécanismes arithmétiques sous-jacents permettant sa mise en œuvre : détermination précise de l'ordre d'attribution des sièges entre les listes ainsi que des règles qui permettent d'éviter de devoir élire des **fractions décimales** de députés (règles de Hondt, règles de Hare, etc.), qui utilisent d'ailleurs souvent un seuillage de représentativité (par exemple 5%). Le seuillage, s'il est trop élevé, tend à dénaturer le bénéfice de la proportionnelle, car finalement un scrutin majoritaire n'est pas autre chose qu'une proportionnelle dotée d'un seuillage à 50%...

Plusieurs programmes politiques des candidats en 2017 proposaient d'instaurer une « dose » de proportionnelle ; les systèmes dits « semi-proportionnels » ne sont pas négligeables dans le monde (12% des cas) et affectent une partie des députés nominativement par circonscription, et une autre partie par liste à la proportionnelle. Reste alors une question importante : quelle dose, et de quel tour utilise-t-on les résultats pour calculer les scores proportionnels au niveau national, le 1^{er} ou le 2nd ?

Distribution spatiale des opinions politiques

Il semble naturellement souhaitable que la diversité des courants politiques qui traversent le pays soit représentée à l'Assemblée Nationale. Or, paradoxalement, **rien dans le système électoral ne le garantit**. En effet, le paradigme de notre mode de scrutin, à la fois fondamental et implicite, est que cette représentativité n'est assurée que par l'hétérogénéité spatiale des opinions politiques dans le pays; on peut montrer que si la population était répartie de façon homogène sur le territoire (disons, aléatoirement), alors il n'y aurait **qu'un seul parti politique à l'Assemblée Nationale**. En effet, on sait que si on échantillonne 1000 personnes au hasard dans la population, les opinions politiques sont à peu près celles de l'ensemble du pays. Il n'y a donc a priori pas de raison pour que deux circonscriptions au hasard, qui comptent 80 000 électeurs chacune, donnent des résultats différents.

INTERVALLE DE CONFIANCE A 95% DE CHANCE						
Et si l'effectif est...	Si le pourcentage trouvé est...					
	5 ou 95%	10 ou 90%	20 ou 80%	30 ou 70%	40 ou 60%	50%
50	6,2	8,5	11,3	13,0	13,9	14,1
100	4,4	6,0	8,0	9,2	9,8	10,0
200	3,1	4,2	5,7	6,5	6,9	7,1
250	2,8	3,8	5,1	5,8	6,2	6,3
300	2,5	3,5	4,6	5,3	5,7	5,8
350	2,3	3,2	4,3	4,9	5,2	5,3
400	2,2	3,0	4,0	4,6	4,9	5,0
450	2,1	2,8	3,8	4,3	4,6	4,7
500	1,9	2,7	3,6	4,1	4,4	4,5
600	1,8	2,4	3,3	3,7	4,0	4,1
700	1,6	2,3	3,0	3,5	3,7	3,8
800	1,5	2,1	2,8	3,2	3,5	3,5
900	1,4	2,0	2,6	3,0	3,2	3,3
1000	1,4	1,8	2,5	2,8	3,0	3,1
2000	1,0	1,3	1,8	2,1	2,2	2,2
4000	0,7	0,9	1,3	1,5	1,6	1,6
6000	0,6	0,8	1,1	1,3	1,4	1,4
10000	0,4	0,6	0,8	0,9	0,9	1,0

Figure 2: Intervalles de confiance des sondages IFOP par méthode des quotas. Lecture : dans le cas d'un échantillon de 1 000 personnes, si le pourcentage mesuré est de 20 %, la marge d'erreur est égale à 2.5

Dans le cas des législatives de 2017, au 2nd tour, La République en Marche obtient 43.1% des suffrages exprimés au plan national contre 22.2% pour les Républicains arrivant en deuxième position. Imaginons à présent une France fictive où on aurait réparti aléatoirement les 67 millions d'habitants dans les 577 circonscriptions. Pour que le parti LREM soit battu par LR – par hasard – sur une de ces circonscriptions fictives, il faudrait qu'elle soit aussi petite que 50 votants ! Au-delà, les lois statistiques font systématiquement gagner LREM et l'Assemblée Nationale serait mono-couleur.

La représentativité des courants politique est donc une conséquence des corrélations spatiales de l'opinion politique sur notre territoire (L'élection de 2012 montre bien la corrélation spatiale en Figure 3 par exemple), qui elle-même découle de nombreux facteurs comme :

- Les problématiques économiques et politiques locales (ex : les anciens bassins miniers et terres d'immigration favorisent l'extrême droite , voir les travaux de Pascal Perrineau).
- L'histoire des populations (travaux d'Hervé le Bras) et des structures familiales sous-jacentes (travaux d'Emmanuel Todd).
- La mobilité géographique des personnes et les phénomènes d'auto-ségrégation résidentielle (travaux de Thomas Schelling).

Il semble tout de même assez *hasardeux* de se fier uniquement à ce genre de facteurs, qui évoluent au fil du temps de façon non contrôlée, pour garantir la représentativité d'une assemblée législative.

De fait, on voit bien que la taille des circonscriptions est un paramètre majeur, qui découle du nombre de députés (577). On comprend donc aisément que **plus les circonscriptions sont grandes,**

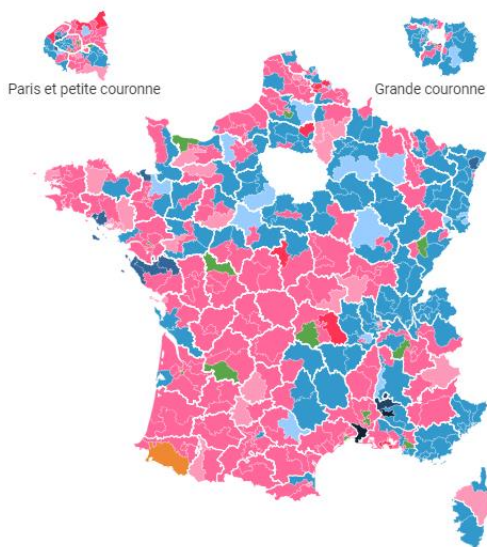


Figure 3: Résultats du 2ème tour des élections législatives de 2012 en France, source : La Croix

plus l'homogénéité politique sera forte. A l'extrême, l'élection présidentielle fonctionne comme une élection législative à une seule circonscription qui regroupe toute la France. Et il n'y a bien qu'un seul parti politique représenté à l'Elysée.

Si on veut étudier ce paramètre de taille, il faut se libérer de la contrainte du nombre de députés fixe à 577. Les travaux de la présente étude simulent des circonscriptions, non pas fictives, mais bien réelles et de taille croissante. On va chercher à agréger les résultats des votes, de proche en proche, en commençant en bas de l'échelle par le bureau de

vote et en finissant par la France entière, tout en conservant autant que faire se peut la contrainte de toujours avoir des circonscriptions de cardinaux homogènes. C'est l'objet de la troisième partie.

Définir une mesure de l'inégalité de représentation à l'Assemblée Nationale

En économétrie, une mesure classique d'inégalité de distribution d'une quantité est fournie par l'indice de Gini. Il n'est pas inintéressant de tenter d'utiliser cet indicateur pour caractériser une situation de « sur-représentativité » de certains courants politiques. L'indice de Gini mesure l'écart à une situation d'égalité parfaite de répartition entre tous les acteurs, ce n'est pas ce qui nous intéresse ici car il n'y a aucune raison que tous les partis aient chacun le même nombre de députés (la CNCCFP reconnaissait 451 formations politiques en 2016 !); on souhaite en revanche mesurer un écart par rapport à une situation de représentation strictement proportionnelle. Dans sa formule, $n = 17$ est le nombre de nuances politiques (certaines comme DIVERS étant des regroupements de nombreuses petites formations) et y_i le nombre de députés obtenu par la nuance i . On souhaite que notre nouvel indicateur G^* vale 0 dans la configuration « proportionnelle intégrale » à partir des résultats du 1^{er} tour, et vale 1 lorsqu'il n'y a qu'une seule nuance présente à l'Assemblée (on réalise donc une simple normalisation min-max):

$$G(y) = \left(\frac{2 * \sum_{i=1}^n i \cdot y_i}{n * \sum_{i=1}^n y_i} - \frac{n+1}{n} \right)$$

$$G^* = (G - G_{min}) / (G_{max} - G_{min})$$

$$\text{avec: } G_{min} = G(\{4, 64, 16, 43, 3, 9, 25, 5, 163, 24, 18, 16, 91, 7, 76, 2, 13\}) = 0.58$$

$$\text{et: } G_{max} = G(\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 577, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}) = 0.94$$

On pourra alors calculer G^* pour chaque configuration de scrutin qu'on souhaite, et en particulier pour chaque taille de circonscription.

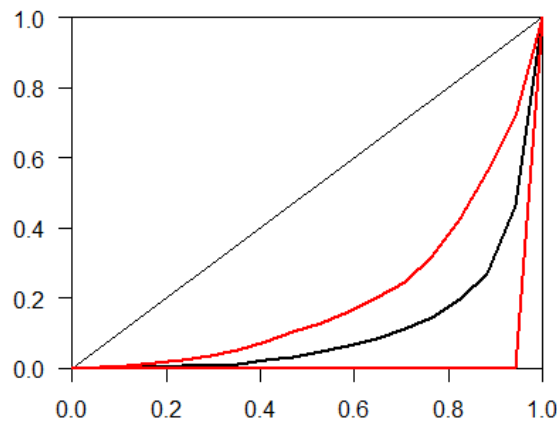


Figure 4: courbe de Lorenz de l'inégalité de répartition des députés : pourcentage des sièges cumulés obtenus par un pourcentage cumulés des nuances. La courbe noire (composition réelle de l'AN) est encadrée par deux situations fictives en rouge : équité maximale (proportionnelle) au-dessus et en dessous d'iniquité maximale (1 seule nuance).

Méthode de clustering et résultats

Critères pour un clustering des bureaux de vote

Cette partie traite des méthodes permettant d'obtenir des clusters de points dans l'espace (deux dimensions (X, Y)), et respectant un certain nombre de contraintes opérationnelles. L'unité géographique minimale est le bureau de vote, il n'y a pas de comptage à une échelle inférieure. Un bureau de vote représente environ un millier d'électeurs.

- Les clusters doivent avoir une taille égale à 20% près en nombre d'électeurs.
- Les clusters doivent regrouper des points selon un critère de proximité « relâché » et avoir des formes convexes dans la mesure du possible.
- A chaque augmentation d'échelle, les clusters du niveau inférieur $N - 1$ sont conservés tels quels et servent d'individus à clusteriser pour le niveau N . Ce critère correspond au principe d'imbrication des échelles successives qui vaut pour tout découpage administratif.

Les caractéristiques des algorithmes candidats sont listées ci-dessous :

	Taille de cluster ?	Imbrication des échelles ?	Complexité calculatoire
k-means	Non	Pas géré	Faible
PAM	Non	Pas géré	Faible
DbScan	Taille minimale possible	Pas géré	Faible
HC	Non	Oui, géré via le seuil de coupe de l'arbre	Faible
<i>Custom algorithms</i>			
Same-size k-Means Variation	Oui	Non	?
Spatial Clustering With Equal Sizes	Oui/non	Non	Elevée

"Literature on cluster construction, methods that constrain clusters to be contiguous and to be of equal size are lacking" (Elliott, 2011)

Les deux dernières méthodes proposées dans des blogs sont prometteuses, la première toutefois est rédigée en langage java et la seconde a pu être testée directement sous R. La complexité calculatoire cubique de cette méthode fait qu'il est impossible de les implémenter sur l'ensemble de la France à l'échelle des bureaux de vote (le calcul prendrait +7jours d'après [cette](#) estimation) ; on doit donc dans un premier temps travailler à l'intérieur de chaque département individuellement (l'image

suivante montre le résultat de l'algorithme spatial sur un échantillon de 10 000 bureaux de vote aléatoires) :

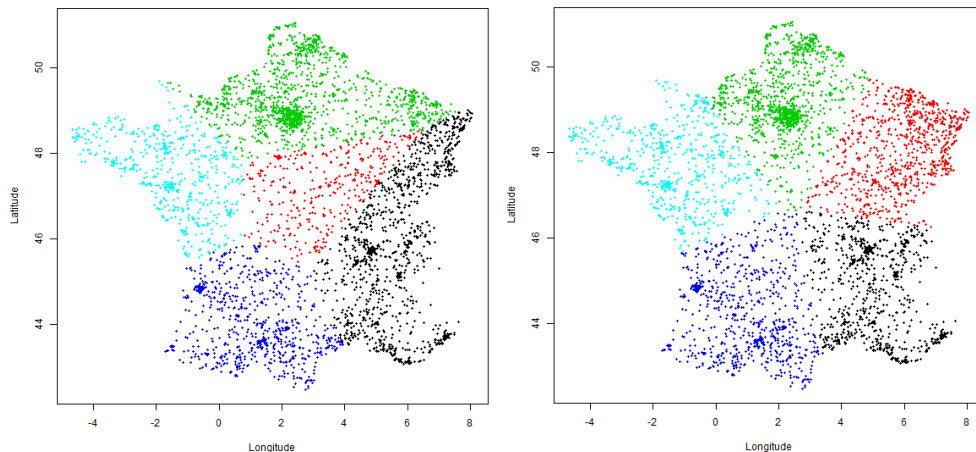


Figure 5: Dirichlet spatial clustering avec $k=5$, sur un échantillon de 10 000 bureaux de vote, en cours (gauche) et à la fin (droite) du clustering

- 1) set equal cluster size, e.g. n/k , or assign specified sizes.
- 2) initialize cluster assignment. I'm still working on a better approach but for now I just randomly select, order and systematically assign it through all observations.
- 3) calculate the center of the clusters.
- 4) take the first observation and assign it to the closest cluster.
- 5) since one cluster now has m_k+1 and another has m_k-1 establish a trade to even out the sizes. The closest observation to the giving cluster is then traded.
- 6) this process continues through all locations.
- 7) the sum of the distance from each observation to its assigned centroid is calculated.
- 8) if the next iteration doesn't decrease that distance (within the tolerance threshold) then stop.
- 9) continue the process with step 3 until the maximum iteration is met.

L'algorithme est inspiré du clustering de Dirichlet car il utilise la technique d'échange aléatoire d'individu entre clusters mais le clustering de Dirichlet travaille normalement avec un nombre de clusters inconnu. Malheureusement cet algorithme occasionne la disparition de certains clusters au fil des itérations et ne peut pas convenir à l'étude. Une nouvelle technique permettant de générer des clusters hiérarchiques de taille quasi-égale est alors imaginée, où on agrège des clusters d'un facteur $f = 4$ à chaque itération.

Tant que la taille des clusters est inférieure à la population totale :

0) Pour chaque niveau d'échelle successive :

- a. Identifier un trajet TSP (Travelling Salesman Problem = problème du plus court chemin) optimal (utilisant la méthode 2-optimal répétée 20 fois) entre les centres des clusters du niveau précédent.
- b. Créer un cluster tous les f points consécutifs sur le trajet optimal.
- c. Calculer les coordonnées du nouveau centre du cluster comme la moyenne des coordonnées GPS de ses points.
- d. Retourner au 0)

On itère ici le processus 8 fois avant de n'obtenir plus qu'un seul cluster sur la France entière ($4^8 * 1000 = 65\,000\,000$). L'égalité des tailles de cluster n'est pas tout à fait respectée dans les faits, puisque travaillant dans un premier temps département par département, les clusters en

« bout de chaîne » peuvent être composés de moins de 4 individus. Malheureusement, si les clusters finaux ont bien le bon nombre d'individus, c'est surtout l'hétérogénéité des bureaux de vote qui empêche d'obtenir le même nombre d'électeurs partout : dans les régions très peuplées, les bureaux de vote ont tendance à être gros (1000-1500 électeurs) et dans les régions très rurales ils sont plus petits, pour éviter d'obliger les électeurs à faire de longues distances (500-1000 électeurs). Ce processus ne garantit pas la convexité des clusters et on pourrait l'améliorer en le complexifiant. On obtient par exemple le résultat suivant à l'échelle 1 :

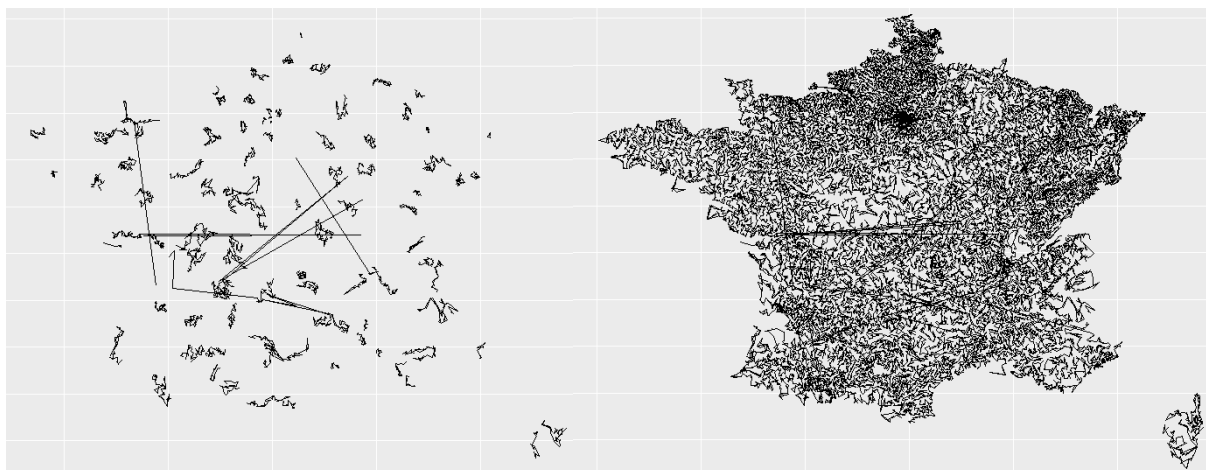


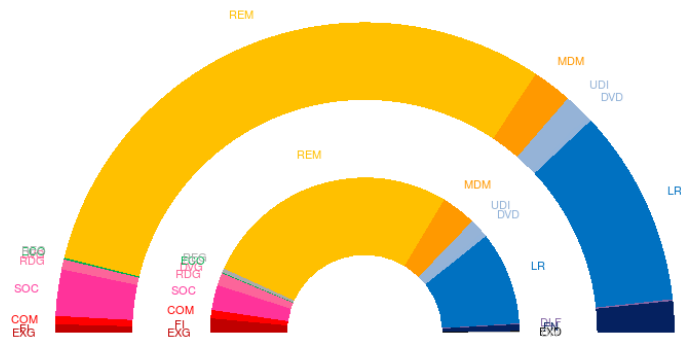
Figure 6: étape 1 du clustering TSP-based. A gauche, en début de TSP, à droite en fin de TSP. Il y a quelques lignes transversales et quelques codages GPS erronés.

Caractéristiques des partitions (circonscriptions) obtenues

Nous disposons au total de 8+1 niveaux d'échelle de circonscription, allant de la plus petite (le BV) jusqu'à pays entier. Voici les résultats de chacune ; notons qu'à l'échelle 0 qui est supposée être celle du bureau de vote (1000 électeurs), la taille moyenne est plutôt de 2300 électeurs, ce qu'on explique par la localisation de plusieurs bureaux de vote dans le même bâtiment dans les grandes agglomérations.

Echelle	Nombre d'électeurs	Facteur d'échelle	Indice d'inégalité	Députés LREM	Députés LR	Députés PS	Députés FI	Députés FN
0	2 300		55%	291	129	36	15	27
1	5 800	X2.5	59%	307	128	33	11	21
2	22 800	X3.9	63%	323	125	30	9	18
3	87 700	X3.8	68%	352	119	28	5	19
4	345 500	X3.9	85%	414	104	7	2	21
5	1 342 000	X3.9	96%	519	48	0	0	10
6	5 367 000	X4.0	100%	577	0	0	0	0
7	20 130 000	X3.8	100%	577	0	0	0	0
8	France entière	X4.0	100%	577	0	0	0	0
Election réelle								
			52%		308	30	17	8

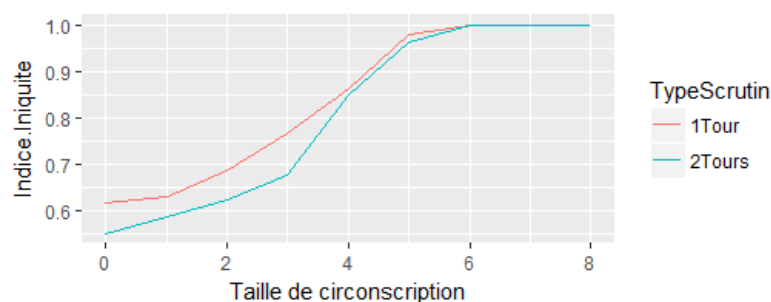
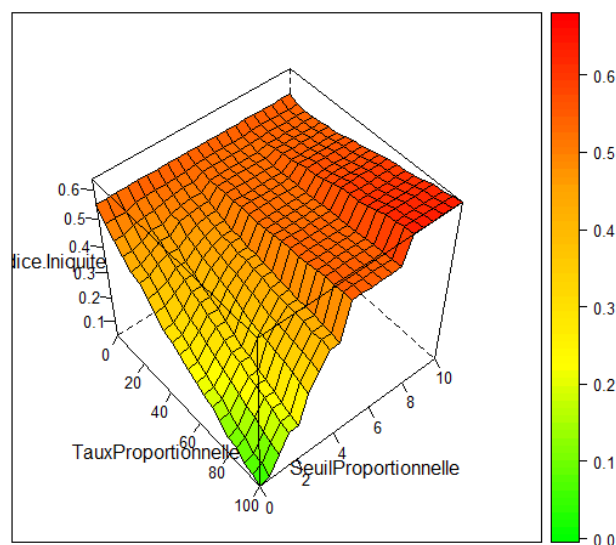
On voit à travers les résultats que les circonscriptions fictives issues du clustering reproduisent en partie seulement les résultats de l'échelle 3 (87 000 électeurs), le clustering aléatoire ayant tendance à trop « lisser » ou « diluer » les particularités locales par rapport au découpage réel. Seul le FN voit son nombre de députés augmenter à un certain point avec l'agrandissement des circonscriptions.



On peut également représenter la constitution de l'AN (ici en extérieur à l'échelle 3 contre la situation réelle, assez proche). On peut également représenter l'indice d'inéquité selon différents paramètres du scrutin qui sont variables dans l'application Shiny :

- Le seuil de la proportionnelle : il est nécessaire d'atteindre ce pourcentage de voix au niveau national pour obtenir un député.
- La prime majoritaire : le parti qui obtient le plus haut score gagne un « bonus » de X députés
- Le nombre de tours (1 ou 2, sachant que les résultats de la proportionnelle sont toujours calculés sur le 1^{er} tour)

Sensibilité de la proportionnelle



Les graphiques ci-dessus font varier 2 à 2 les paramètres du scrutin pour visualiser leur influence jointe, il y a bien des interactions entre eux. Paradoxalement, le 2^{ème} tour du scrutin améliore l'iniquité ; c'est probablement dû au fait qu'entre les deux tours l'électorat de LREM a été moins mobilisé. Le graphique 3D montre assez clairement l'impact négatif très rapide du seuil de proportionnelle.

Conclusion

Le but de ce travail était d'éclairer le citoyen sur des paramètres méconnus qui influencent le résultat d'une élection législative, et lui permettre de comprendre pourquoi le résultat est souvent éloigné de la répartition des opinions dans la société.

D'autres méthodes électorales plus « modernes » ou « dynamiques » sont progressivement en train de voir le jour et pourront peut-être demain bouleverser le jeu démocratique ; il est important de pouvoir les tester à des échelles réduites pour peser leurs avantages et leurs inconvénients.

Au travers de l'analyse de données politiques, une technique de clustering à taille constante a été développée et mise en œuvre avec succès.

Note :

Les analyses sont réalisées avec le logiciel R version 3.2.3

Version numérique et images GIF animées :

<https://gitlab.com/agenis/sensibilite-election-legislative/>