Отчёт по лабораторной работе №6

дисциплина: Математическое моделирование

Ерёменко Артём Геннадьевич, НПИбд-02-18

Содержание

Список таблиц

Список иллюстраций

Цель работы

Построить простейшую модель эпидемии с помощью Julia.

Задание

Вариант 4

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 9000$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 70$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 10$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \leq I^*$

2) если $I(0) > I^*$

Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы:

- $S(t)$ — восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи;
- $I(t)$ — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции;
- $R(t)$ — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S, \text{åñëè} I(t) > I^* \\ 0, \text{åñëè} I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая в конце концов заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, \text{åñëè} I(t) > I^* \\ -\beta I, \text{åñëè} I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности:

- α — коэффициент заболеваемости
- β — коэффициент выздоровления

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялись однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$.

Выполнение лабораторной работы

1. Изучил начальные условия. Популяция состоит из 9000 особей. В начальный момент времени: 70 особей инфицированы; 10 здоровых особей с иммунитетом; (9000 - 70 - 10) особей, восприимчивых к болезни. Задала коэффициент заболеваемости, равный 0,01, и коэффициент выздоровления, равный 0,02.

2. Оформил начальные условия в код на Julia:

```
N = 9000 #численность населения
I0 = 70 #начальная численность инфицированных индивидов
R0 = 10 #начальная численность переболевших индивидов
S0 = N - I0 - R0 #начальная численность восприимчивых индивидов

u0 = [S0,I0, R0] #Вектор начальных условий

a = 0.01 #коэффициент интенсивности контактов индивидов с последующим инфицированием
b = 0.02 # коэффициент интенсивности выздоровления инфицированных индивидов
```

3. Задал условия для времени: $t_0 = 0$ – начальный момент времени, $t_{max} = 200$ – предельный момент времени, $dt = 0,01$ – шаг изменения времени.

4. Добавил в программу условия, описывающие время:

```
t0 = 0.0 #начальный момент времени
tmax = 200.0 #предельный момент времени
dt = 0.01
t = (t0,tmax)
```

5. Запрограммировал систему уравнений, соответствующую 1-ому случаю ($I(0) \leq I^*$):

```
function model1(du,u,p,t)
  a,b = p
  u1,u2,u3 = u
  du[1] = 0 #изменение численности восприимчивых индивидов во времени
  du[2] = -b*u2 #изменение численности инфицированных индивидов во времени
  du[3] = b*u2 #изменение численности переболевших индивидов во времени
end
```

6. Запрограммировал систему уравнений, соответствующую 2-ому случаю ($I(0) > I^*$):

```
function model2(du,u,p,t)
  a,b = p
  u1,u2,u3 = u
  du[1] = -a*u1 #изменение численности восприимчивых индивидов во времени
 du[2] = a*u1-b*u2 #изменение численности инфицированных индивидов во времени
  du[3] = b*u2 #изменение численности переболевших индивидов во времени
end
```

7. Запрограммировал решение систем уравнений:

```
sol1 = solve(ODEProblem(model1, u0, t, par), saveat = dt)
sol2 = solve(ODEProblem(model2, u0, t, par), saveat = dt)
```

8. Описал построение графика для 1-ого случая ($I(0) \leq I^*$):

```
plot(sol1,xlabel = "Время",ylabel = "Численность", title = "График решения при I(0)<=I*", label =
```

9. Описал построение графика для 2-ого случая ($I(0) > I^*$):

```
plot(sol2,xlabel = "Время",ylabel = "Численность", title = "График решения при I(0)>I*", label = [
```

10. Собрал код программы воедино и получил следующее:

```
using DifferentialEquations, Plots


N = 9000 #численность населения
I0 = 70 #начальная численность инфицированных индивидов
R0 = 10 #начальная численность переболевших индивидов
S0 = N - I0 - R0 #начальная численность восприимчивых индивидов

u0 = [S0,I0, R0] #Вектор начальных условий

a = 0.01 #коэффициент интенсивности контактов индивидов с последующим инфицированием
b = 0.02 # коэффициент интенсивности выздоровления инфицированных индивидов

t0 = 0.0 #начальный момент времени
tmax = 200.0 #предельный момент времени
dt = 0.01
t = (t0,tmax)

function model1(du,u,p,t)
  a,b = p
  u1,u2,u3 = u
  du[1] = 0 #изменение численности восприимчивых индивидов во времени
  du[2] = -b*u2 #изменение численности инфицированных индивидов во времени
  du[3] = b*u2 #изменение численности переболевших индивидов во времени
end



par = [a,b] #массив коэффициентов
```

```
#Решение системы
sol1 = solve(ODEProblem(model1, u0, t, par), saveat = dt)

#Построение графиков решений
plot(sol1,xlabel = "Время",ylabel = "Численность", title = "График решения при I(0)<=I*", label =

function model2(du,u,p,t)
  a,b = p
  u1,u2,u3 = u
  du[1] = -a*u1 #изменение численности восприимчивых индивидов во времени
 du[2] = a*u1-b*u2 #изменение численности инфицированных индивидов во времени
  du[3] = b*u2 #изменение численности переболевших индивидов во времени
end

#Решение системы
sol2 = solve(ODEProblem(model2, u0, t, par), saveat = dt)

#Построение графиков решений
plot(sol2,xlabel = "Время",ylabel = "Численность", title = "График решения при I(0)>I*", label = [
```

11. Получил следующие динамики изменения числа людей из каждой группы (см. рис. @fig:001 и @fig:002):

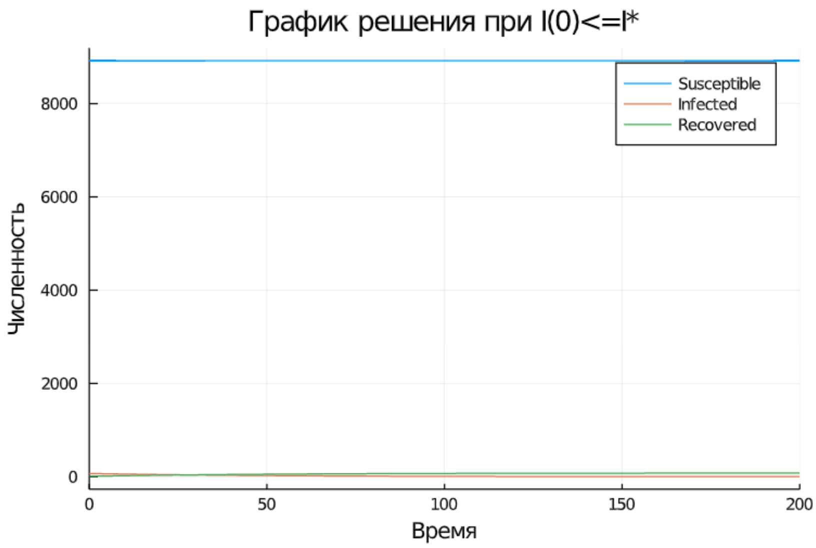

Рис. 0.1: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп при $I(0) \leq I^*$

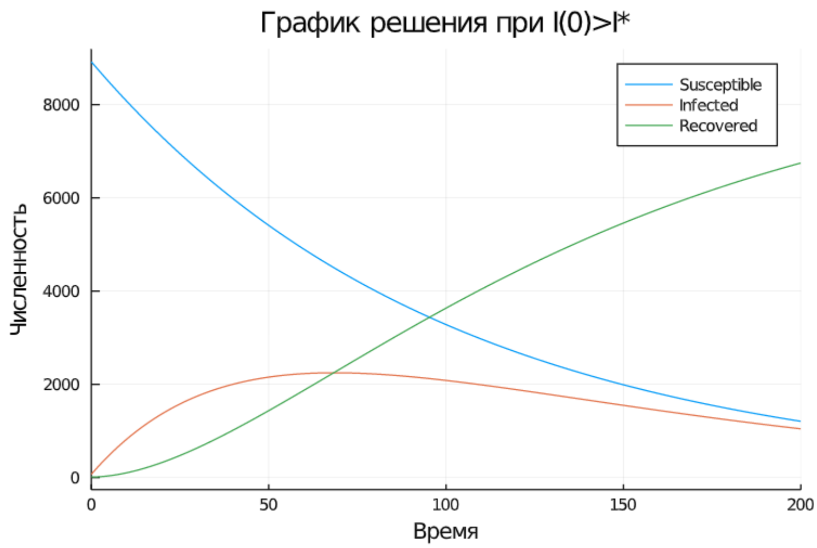

Рис. 0.2: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп при $I(0) > I^*$

Выводы

Построил простейшую модель эпидемии с помощью Julia.

В обоих случаях люди острова смогут победить болезнь.