

7. Lyd

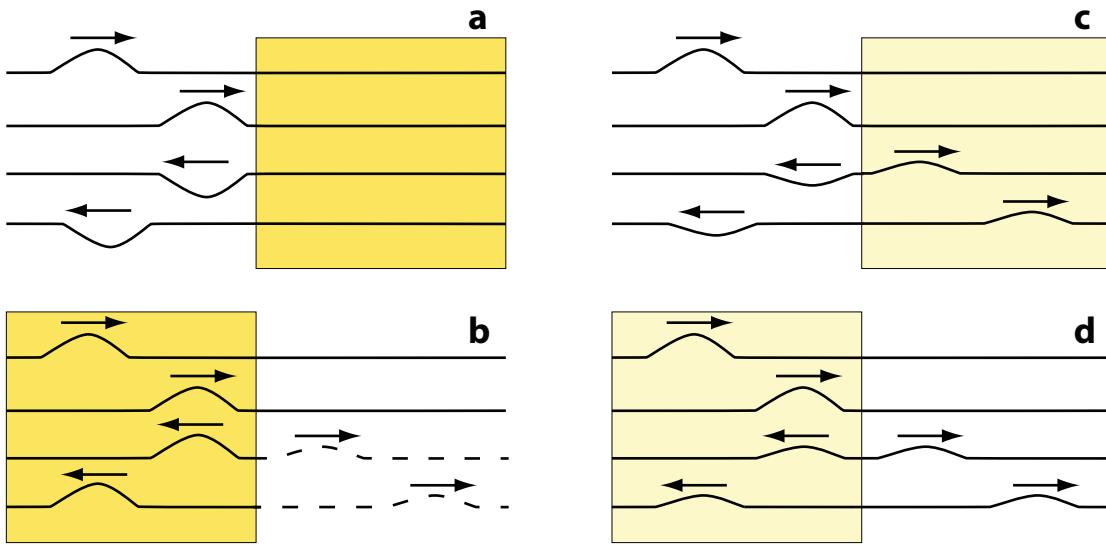
Dette kapitlet tar opp følgende temaer: Refleksjon av bølger og hvordan dette danner grunnlaget for musikkinstrumenter og toneskalaen. Vi definerer så lydintensitet, både fysisk og relatert til menneskets hørsel. Til slutt kommer vi inn på svevelyd, dopplerskifte og sjokkbølger. Lesetips finnes på websiden med hjelpefiler til boka.

7.1 Refleksjon av bølger

Lydbølger reflekteres av en betongvegg, lysbølger reflekteres av et speil, bølgene langs en gitarstreng reflekteres der strengen er festet i endene. Refleksjon av bølger er et tema vi møter gang på gang i boka i mange ulike situasjoner. Matematisk sett oppstår refleksjoner på grunn av såkalte “randbetingelser”. Som nevnt tidligere, kan en differensielligning for en bølgebevegelse se identisk ut i mange ulike sammenhenger, men likevel skiller løsningene seg drastisk fra hverandre fordi randbetingelsene er forskjellige. Det første, og antakelig det enkleste eksemplet på dette, er en bølgebevegelse langs en streng med endelig lengde, der fysiske forhold ved “randen” (enden på strengen) spiller en avgjørende rolle for bølgebevegelsen.

Anta at vi har en streng festet til en massiv struktur i den ene enden. Vi gir en liten transversal “puls” i motsatt ende av strengen (se figur 7.1). Pulsen vil bevege seg langs strengen med hastigheten $\sqrt{\frac{S}{\mu}}$ hvor S er strammingen og μ er masse per lengde. Pulsns form opprettholdes.

Når pulsen kommer fram til den fastspente enden av snora, må nødvendigvis utslaget i denne enden alltid være lik null. Det betyr at pulsen tett opp mot endepunktet vil bli sammenpresset og kraften på tvers av strengen vil øke betydelig. Når endepunktet ikke vil flytte på seg, virker kraften tilbake på strengen og skaper en misbalanse mellom utslag og “tvershastigheter” som gjør at bølgen rett og slett snur og vender bakover igjen langs strengen. Bølgen som går bakover vil imidlertid ha utslag til motsatt side enn den opprinnelig (innkommende) pulsen. Det går ikke noe energi tapt (i første tilnærming) siden tap i form av friksjon krever at friksjonskraften har virket over en viss vei, mens vi har antatt at endepunktet



Figur 7.1: En transversal bølge når et grensesjikt mellom to medier. I a går bølgen fra et område med liten impedans (hvitt) til mye større impedans (gult). Bølgen er tegnet inn for fire etterfølgende tidspunkt. Bølgen blir fullstendig reflektert og utslaget får motsatt fortegn av den innkommende. I b reduseres impedansen i grensesjiktet (bølgen kommer fra et høyimpedansområde og møter et område med mye lav impedans). Refleksjon av energi er her bortimot fullstendig, men betrakter vi bare amplituder, er effekten mer beskjeden (indikert ved stiplet linje). I c og d har vi tegnet inn et tilfelle hvor amplituden i den reflekterte og transmitterte bølgen er like store.

ligger helt fast.

En annen ytterlighet er at strengen ender fritt. Det kan f.eks. oppnås ved å holde i en streng i den ene enden og la den andre henge fritt nedover og ende i løse luften (ser bort fra luftmotstand). Dette er imidlertid ingen god modell siden strekket i strengen da ikke er definert. Det er bedre å ha en streng med stor masse per lengde som knyttes sammen med en streng med svært mye mindre masse per lengde, og utsetter hele strukturen for en temmelig veldefinert strekkraft.

Sendes nå en puls innover langs den strengebiten som har mest masse per lengde, vil pulsen bevege seg normalt helt til den når grensen mellom de to typer strenger. Kraften som virker fra den tykke til den tynne strengebiten, vil gi den tynne biten et betydelig større utslag enn om tykkelsen på strengen var den samme overalt. Det blir igjen et mismatch mellom utslag og hastighet, og resultatet i dette tilfellet er at vi får reflektert pulsen, men nå med utslag til samme side som den opprinnelige pulsen. I dette tilfellet vil imidlertid også en del av bølgen (og energien) gå videre langs den tynne strengen. Dersom masse per lengde er svært liten i den tynne delen sammenlignet med den tykke, vil nesten all energi reflekteres (tilfelle b i figur 7.1).

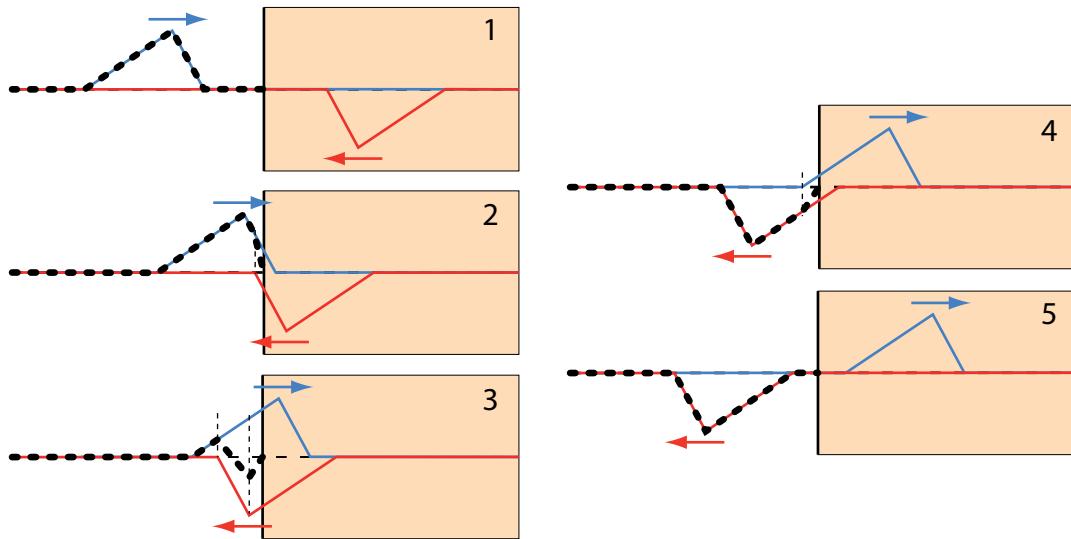
Betegnelsene “en massiv struktur”, og “en tynnere eller tykkere snor” (i betydning masse per lengde) er ikke presis ordbruk. Når vi omtaler lyd er det bedre å bruke begrepet “akustisk impedans” i slike sammenhenger. Regelen er da:

Akustisk impedans defineres som akustisk trykk (lydtrykk) dividert med akustisk volum-strøm (nærmere detaljer i neste underkapittel).

Vi skal imidlertid nøye oss med kvalitative beskrivelser, men holder likevel fast på begrepet "impedans" selv om det forståelsen for akustisk impedans er vag. Med utgangspunkt i denne ordbruken, kan reglene for refleksjon og transmisjon av bølger ved et grensesjikt angis slik:

Det kan vises både eksperimentelt og teoretisk at:

- Bølger som treffer et grensesjikt der impedansen til mediet øker, deler seg slik at den delen av bølgen som blir reflektert får utslag med motsatt fortegn av den innkommende. Den transmitterte bølgen får utslag med samme fortegn som den innkommende på hver sin side av grensesjiktet.
- For bølger som treffer et grensesjikt der impedansen til mediet minker, vil den reflekterte bølgen ha utslag med samme fortegn som den innkommende. Den transmitterte bølgen har også utslag med samme fortegn som den innkommende.
- Hvor mye som reflekteres og transmitteres avhenger av relativ impedansendring i forhold til impedansen i mediet bølgen opprinnelig kommer fra. Er impedansendringen null, blir ingenting reflektert. Dersom forholdet mellom den største og minste impedansen er uendelig stor, vil all energi bli reflektert.



Figur 7.2: En metode for å konstruere tidsutviklingen til en bølgeform for en transversal bølge som reflekteres ved et grensesjikt mellom to medier. Se teksten for detaljer.

I figur 7.1 er bølgeformen med vilje ikke tegnet inn mens bølgen treffer grensesjiktet mellom de to mediene. Detaljert bølgeform kan finnes ved å bruke en fremgangsmåte som er skissert i figur 7.2. I figuren er det totalrefleksjon som illustreres. Korrekt bølgeform før grensesjiktet tegnes inn, og vi lar bølgen nærme seg grensesjiktet. En virtuell bølge identisk med den reelle, men speilvendt til denne om grensesjiktet, tegnes inn. Den virtuelle bølgen har utslag til motsatt side av den innkommende dersom totalrefleksjonen skjer mot et medium

med svært stor impedans (f.eks. ved at en streng spennes fast til en massiv struktur). Formen på den virkelige bølgen under og etter refleksjon finnes ved å addere opprinnelig bølgeform med den virtuelle bølgen (summen er markert med tykk, stiplet linje i figuren). Etter hvert er det bare den virtuelle bølgen som befinner seg til venstre for grensesjiktet, og da følger den videre bølgeutviklingen bevegelsen til den virtuelle bølgen alene.

Denne modellen kan lett modifiseres for det tilfellet at bølgen når inn mot et medium med mye lavere impedans slik at det blir tilnærmet total refleksjon uten bytte av fortegn. Modellen kan også modifiseres for å kunne håndtere tilfeller der noe av bølgen blir reflektert og noe transmittert.

Vi kommer siden i boka tilbake til en langt mer detaljert beskrivelse av refleksjon og transmisjon for elektromagnetiske bølger som treffer et grensesjikt mellom to medier.

7.1.1 Akustisk impedans *

I vårt kurs omtaler vi “akustisk impedans” ganske løselig. Vi har likevel for ordens skyld i dette underkapitlet tatt med en litt mer detaljert beskrivelse for de som ønsker å se litt nærmere på begrepet akustisk impedans. Gå direkte videre til neste underkapittel dersom du ikke er interessert i å bruke tid på dette temaet nå.

Begrepet akustisk impedans dukket opp da vi diskuterte refleksjon av bølger ved overgangen fra et medium til et annet. La oss se litt nærmere på dette begrepet. Det er flere varianter av akustisk impedans.

“Karakteristisk akustisk impedans” Z_0 er definert som:

$$Z_0 = \rho c \quad (7.1)$$

hvor ρ er massetettheten til mediet (kg/m^3), og c er lydhastigheten (m/s) i dette mediet. Z_0 er materialavhengig og måles i Ns/m^3 eller Pa s/m .

Den karakteristiske impedansen for luft ved romtemperatur er om lag 413 Pa s/m . For vann er den om lag $1.45 \cdot 10^6 \text{ Pa s/m}$, dvs. ca 3500 ganger større enn den karakteristiske impedansen til luft.

Forskjeller i karakteristisk akustisk impedans bestemmer hvor mye av en bølge som blir transmittert og reflektert når en “plan bølge” når et plant grensesjikt mellom to medier.

Den store forskjellen i karakteristisk akustisk impedans mellom luft og vann betyr at lyd i luft bare i liten grad vil transmitteres inn i vannet, og lyd i vann bare i liten grad vil trenge ut i lufta. Det meste av lyden vil reflekteres ved overflaten mellom luft og vann.

I kapittel 6 fant vi at lydhastigheten i luft eller vann var gitt med (Bruker her c i stedet for v):

$$c = \sqrt{K/\rho}$$

hvor K er kompressibilitetsmodulen og ρ er massetettheten. Eliminerer vi ρ ved å bruke definisjonen av karakteristisk impedans i ligning (7.1), får vi:

$$Z_0 = K/c \quad (7.2)$$

For et spesifikt system, f.eks. et musikkinstrument, kan “**akustisk impedans**” defineres slik:

$$Z = \frac{p}{vS} \quad (7.3)$$

hvor p er lydtrykket, v er partikkel-hastigheten (den som ligger på toppen av Brownske bevegelser), og S er tverrsnittet hvor lydtrykk og partikkelhastigheten gjelder (f.eks. ved munnstykket til en trompet).

Det er en nær analogi mellom akustisk impedans og impedans i elektromagnetismen. Av den grunn sammenlignes definisjonen av akustisk impedans ofte med Ohms lov, og Z kalles iblant "lydmotstanden" eller "lydimpedansen".

Vil du lære mer om akustisk impedans, kan følgende artikkel kanskje være av interesse: "What is acoustic impedance and why is it important?" på <http://www.phys.unsw.edu.au/jw/z.html> (tilgjengelig 24. nov. 2016).

7.1.2 Ultralydbilder

Karakteristisk akustisk impedans vil endre seg med massetetthet og kompressibilitetsmodulen (se evt. ligningene (7.1) og (7.2)). Nøyaktig sammenheng er ikke så lett å få med seg ut fra disse ligningene siden lydhastigheten også avhenger av de samme størrelsene.

Uansett, det er forskjeller i karakteristisk akustisk impedans f.eks. mellom blod og hjertemuskel. Det er forskjell i karakteristisk akustisk impedans mellom et foster og fostervæsen. Dersom vi sender lyd inn mot kroppen, vil derfor litt av lyden bli reflektert fra grenseflatene mellom blod og hjertemuskel, og mellom fostervæsen og fosteret.

Det er imidlertid aller størst forskjell mellom karakteristisk akustisk impedans for luft og kropp. Skal vi derfor få lyd effektivt inn og effektivt ut av kroppen, må vi smøre på et geleaktig materiale mellom lydproben og kroppen ved ultralydundersøkelser. Dette materialet bør ha omtrent samme karakteristiske akustiske impedans som vevet lyden skal gå inn i.

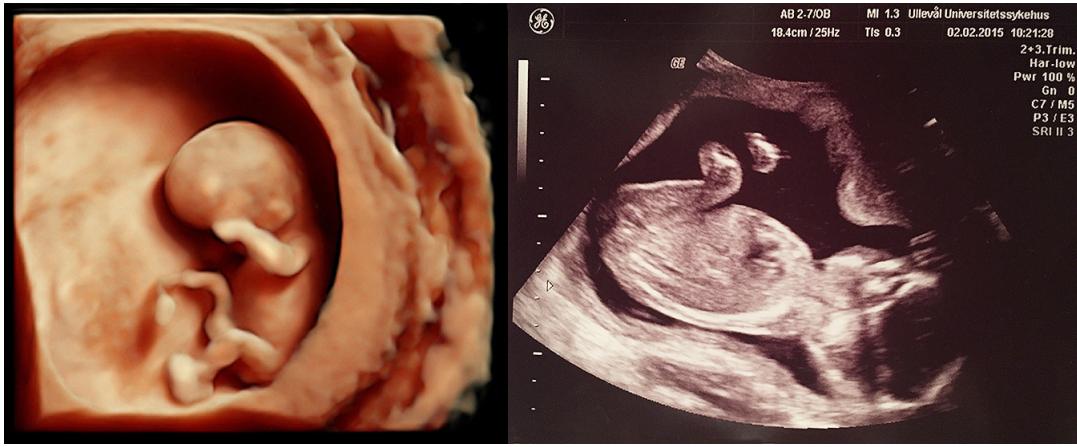
Lyden vil etter refleksjon i grenseflater mellom ulike impedanser kunne oppfanges som et ekko, forutsatt at lydpulsen vi startet ut med allerede er avsluttet før ekkoet kommer tilbake. Ved å analysere ekkoet som funksjon av tid, vil vi kunne bestemme avstander. Og dersom vi kan sende lyd i vel definerte retninger, vil vi også kunne danne bilder av det som er inne i kroppen.

Det er mye nydelig fysikk i utforming av lydproben ved ultralydundersøkelser. Vi kan styre strålen i to retninger ved å bruke interferens fra mange uavhengige lydgivere på overflaten til lydproben på en aktiv måte. Styring av lydstrålen foretas ved å endre fasen til lyden på en systematisk måte for hver enkelt lille transducer på ultralydproben. Fokusering for å redusere diffraksjon kan også gjøres ved liknende triks. Vi kommer tilbake til dette i senere kapitler.

Figur 7.3 viser et par ultralydbilder av et foster.

Det bør legges til at det er store likheter mellom ultralydundersøkelser f.eks. av fostre, og kartlegging av havbunnen ved oljeleting. I det siste tilfellet brukes gjerne en rekke lydgivere (og mikrofoner) langs en lang kabel som slepes langs bunnen. Ekko fra ulike lag med ulik akustisk impedans er utgangspunkt for å finne ut hvor man kan forvente olje og hvor det ikke er olje og hvor dypt oljen ligger.

Mange fysikere her i landet, utdannet ved NTNU, UiO eller andre steder, har vært med på å utvikle utstyr for ultralydundersøkelser og seismiske undersøkelser. Det norske firmaet Vingmed har vært verdensledende på utvikling av utstyr for ultralyddiagnostikk. Vingmed er nå kjøpt opp av General Electric, men norske fysikere og informatikere spiller fortsatt en viktig rolle i utviklingen. På liknende måte har vi vært helt i teten også ved seismiske undersøkelser. Det er mye morsom fysikk bak disse metodene, og det kommer nok til å dukke opp også andre anvendelser av disse prinsippene i årene som kommer. Kanskje du er en av dem som finner nye anvendelsesområder?



Figur 7.3: To ulike ultralydbilder av foster. Til venstre er et 3D bilde av et foster ca 11 uker gammelt. Til høyre er det et snittbilde (2D) av et ca 18 ukers gammelt foster. Gjengitt med tillatelse fra eierne (privat eie).

7.2 Stående bølger, musikkinstrumenter, toner

7.2.1 Stående bølger

Når en vedvarende bølge vandrer langs en streng som er fast knyttet til en massiv gjenstand i enden, vil bølgen bli reflektert fra endepunktet og vandre tilbake langs strengen i motsatt retning og med motsatt amplitud som den innkommende bølgen. Dersom det er neglisjerbart tap, vil den innkommende og en like kraftig reflektert bølge addere seg til hverandre (superposisjonsprinsippet). La den innkommende bølgen være en harmonisk bølge beskrevet på følgende form:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t + kx)$$

for $x \geq 0$. Det vil si at bølgen kommer inn “fra høyre” (store x) og vandler mot origo. I origo er punktet der strengen knyttes til en massiv gjenstand, som fører til en reflektert bølge gitt ved:

$$y_r(x, t) = -A \cos(\omega t - kx)$$

Vi har valgt å beskrive bølgene på den litt uvanlige måten for å sikre at amplituden i origo er nøyaktig den samme for innkommende som reflektert bølge, men med motsatt fortegn. De to bidragene vil da bestandig slokke hverandre ut eksakt i origo.

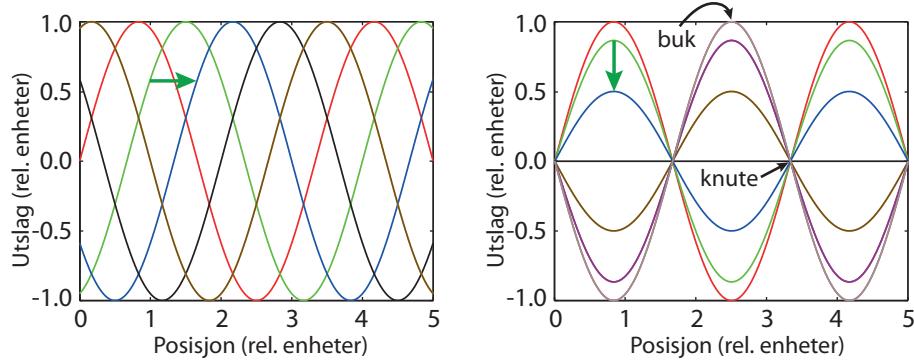
Totalt utslag er ifølge superposisjonsprinsippet summen av innkommende og reflektert bølge:

$$y_{sum} = A \cos(\omega t + kx) + (-A \cos(\omega t - kx))$$

for $x \geq 0$.

Fra ren matematikk vet vi at

$$\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$



Figur 7.4: En vandrende (venstre) og en stående bølge (høyre) som funksjon av posisjon ved en rekke ulike tidspunkt. Grønn pil viser hvordan bølgen endrer seg fra ett tidspunkt (grønn kurve) til et etterfølgende tidspunkt (blå kurve). Legg spesielt merke til hvordan vi bruker ordene "buk" og "knute" i den stående bølgen.

Anvender vi denne relasjonen for vår sum av en innkommende og en totalreflektert bølge på en streng, følger:

$$y_{sum} = -2A \sin(kx) \sin(\omega t) \quad (7.4)$$

I dette uttrykket har vi tatt hensyn til at refleksjonen skjer mot et medium med større impedans, slik at bølgen reflekteres med motsatt fortegn.

Det viktige ved ligning (7.4) er at *koblingen mellom posisjon og tid er brutt*. Maksimalt utslag i en viss posisjon oppnås for de *tidspunktene* der $\sin(\omega t) = \pm 1$, og tidspunktene har ikke noe med posisjon å gjøre. Tilsvarende er *posisjonene* der maksimalt utslag forekommer ene og alene bestemt av ledet $\sin(kx)$, som altså ikke endrer seg med tiden. Disse karakteristiske trekken er vist i figur 7.4.

MERK: I beskrivelsen har vi antatt at den innkommende bølgen er harmonisk, men ut over dette har vi *ikke* lagt noe krav til de tre hovedparametrene som må til for å beskrive en bølge: Amplitude, fase og frekvens. Uansett hvilke verdier vi velger for disse tre parametrene, får vi stående bølger etter en total refleksjon som beskrevet ovenfor, men altså *vel og merke for en rent harmonisk bølge!*

Stående bølger er et viktig fenomen når vi har med harmoniske bølger å gjøre. Stående bølger kan vi få både for lyd, vannbølger, radiobølger, mikrobølger og lys, - ja, for alle tilnærmet harmoniske bølger!

Ved en sum av flere harmoniske bølger, som ikke alle har samme fase, vil det *ikke* danne seg stående bølger der buker og knuter har faste posisjoner, som i høyre del av figur 7.4.

7.2.2 Kvantiserte bølger

Identiske endepunkter

Dersom en streng er fastspent i *begge ender*, vil en bølgetopp bli reflektert hver gang den kommer til en ende, og bølgetoppen vil vandre fram og tilbake i det uendelige dersom det ikke var noe tap. Samme forløp gjentar seg om igjen og om igjen med en periodetid T lik

tiden bølgetoppen trenger på å vandre en gang fram og tilbake.

Periodetiden er lik total veilengde tilbakelagt fram + tilbake dividert på hastigheten til bølgen, dvs:

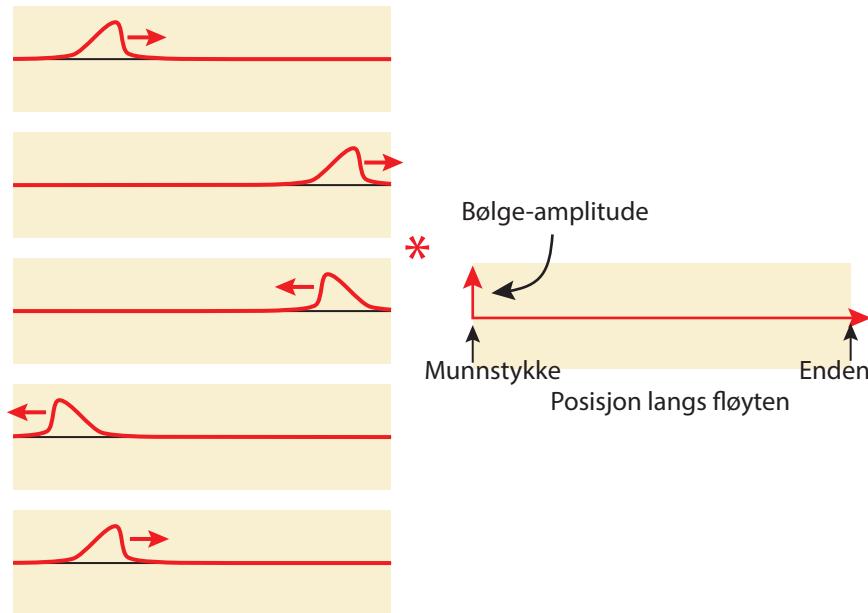
$$T = \frac{2L}{v}$$

der L er avstanden mellom de to identiske endene på strengen. Frekvensen for det periodiske forløpet er da $f = 1/T$, dvs:

$$f = \frac{v}{2L} \quad (7.5)$$

Bruker vi den generelle relasjonen $\lambda f = v$ for en bølge, kan vi tilordne en bølgelengde λ for bølgen langs strengen:

$$\lambda = 2L$$



Figur 7.5: En bølge med en vilkårlig bølgetopp vandrer i hulrommet inni en fløyte, og reflekteres i begge ender uten at bølgen endrer fortegn. Figuren viser “utslaget” til bølgen (trykk eller forflytningsamplitude) som funksjon av posisjon i fløyten. Bølgen er angitt ved ulike tider. Etter en periodetid er vi tilbake til den samme situasjonen som vi hadde en periodetid tidligere. Når bølgetoppen når endepunktet på fløyta og reflekteres der, vil en (svak) lydbølge bre seg ut av fløyta (markert med en stjerne i figuren). Lyden ut i rommet vil få en periodetid nøyaktig lik tiden bølgetoppen trenger for å gå fram og tilbake inni fløyta en gang.

Det er litt kunstig å snakke om bølgelengde inne i instrumentet, men uttrykket sier oss at bølgelengden da er lik fram + tilbake langs strengen.

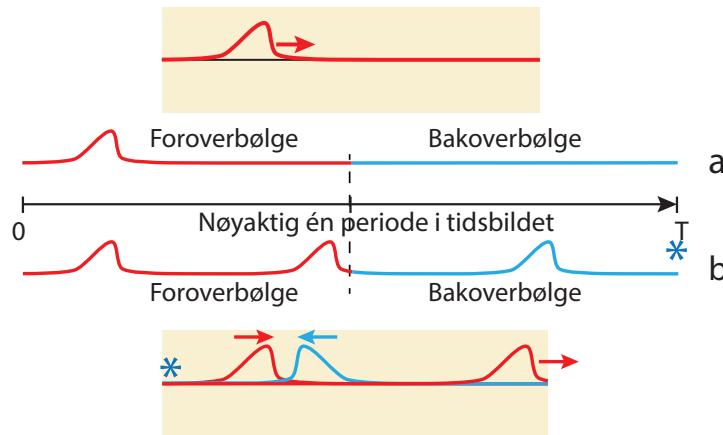
Merk at disse relasjonene gjelder generelt og de er *ikke* begrenset bare til harmoniske bølger!

En bølge som beveger seg langs en streng som er fastspent i *begge* ender, vil ha et “kvantisert” tidsforløp med en periodetid gitt ved tiden bølgen trenger for å vandre fram og tilbake langs strengen en gang.

Den samme lovmessigheten vil gjelde også for f.eks. en luftstreng inni en fløyte der det er lav impedans i begge ender.

Figur 7.5 forsøker å få fram poenget med refleksjoner av bølger ved endepunktene (her for det tilfellet at vi har lavere impedans i endene enn i det området bølgen beveger seg).

Det bør bemerkes at det er fullt mulig å legge inn flere bølgetopper innenfor den grunnleggende periodetiden vi har sett på hittil. Figur 7.6 forsøker å angi et tenkt tilfelle der det er tre identiske bølgetopper jevnt fordelt i løpet av den grunnleggende periodetiden. Frekvensen som kommer ut av en fløyte med en slik bølge, vil bli tre ganger den grunnleggende frekvensen. Det er viktig å huske at bølger som vandrer forover og bakover ikke påvirker hverandres bevegelser selv om totalutslaget er en sum av de to bidragene (forutsatt at en lineær bølgeligning beskriver bevegelsen).



Figur 7.6: En bølge som vandrer fram og tilbake mellom to like endepunkter, må ansees som en bølge med bølgelengde $2L$ der den ene delen av bølgen vandrer mot åpningen av instrumentet, og den andre vandrer bakover mot munnstykket. Bølgen som lå bak forrige figur vil derfor se ut som vist i øvre del av denne figuren. Posisjon ved ett tidspunkt er vist. I nedre del er det vist en bølge med tre identiske deler jevnt fordelt over periodetiden og hvordan de tre toppene da vil forholde seg til hverandre ved samme tidspunkt som i øvre del av figuren. Frekvensen blir i det nederste tilfellet tre ganger høyere enn frekvensen som svarer til én rundtur fram og tilbake.

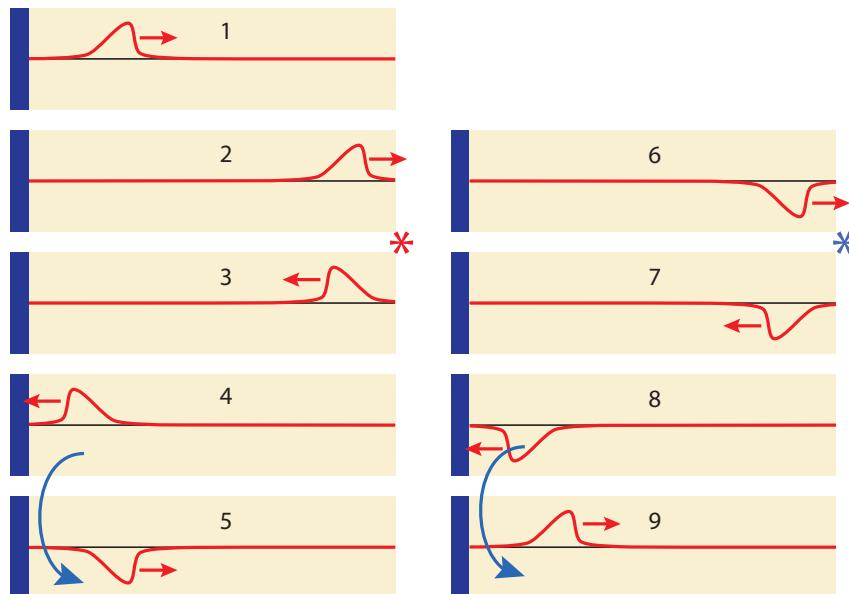
Ulike endepunkter

Dersom en bølge beveger seg f.eks. inni i et musikkinstrument der den ene enden av en luftstreng har høy impedans mens den andre enden har lav impedans, blir forholdene litt anneredet enn ved samme impedans i begge ender. Et eksempel er en lukket orgelpipe, som er tett i den ene enden, mens den andre enden har nokså fri åpning til lufta i omgivelsene. I

et slikt tilfelle vil en bølge som reflekteres fra enden med lav impedans fortsette i motsatt retning med uforandret utslag, mens bølgens utslag vil skifte fortegn når den reflekteres i enden med høy impedans.

I et slikt tilfelle vil bølgen som helhet skifte fortegn ved å vandre fram og tilbake inni instrumentet en gang. Vandrer bølgen enda en gang fram og tilbake, vil fortegnet på bølgen på ny skifte fortegn. Det betyr at en bølge må gå fram og tilbake to ganger (tilbakelegge en veilengde $4L$ for at den skal repetere seg selv).

Figur 7.7 anskueliggjør at en bølge må vandre fram og tilbake to ganger (en lengde på $4L$) for at bølgen skal ha samme utslag som utgangspunktet.



Figur 7.7: En bølgetopp må vandre to ganger fram og tilbake for å komme tilbake til utgangspunktet når en ende av en luftstreg har høy akustisk impedans og den andre enden lav. De massive blokkene tegnet inn til venstre markerer den høye akustiske impedansen. I denne enden skifter bølgen fortegn idet den reflekteres.

Periodetiden for en bølge som reflekteres ulikt i de to endene, er

$$T = \frac{4L}{v}$$

Den tilsvarende frekvensen er

$$f = \frac{v}{4L} \quad (7.6)$$

Bølgen kan også i dette tilfellet ha hvilken som helst form. Det er bare varigheten på en periode som er viktig.

Vi kan i likhet med tilfellet med lik impedans i begge ender, ha et heltall ganger denne grunnleggende frekvensen, men med et klart unntak. Vi kan ikke ha et partall like sekvenser etter hverandre i løpet av den grunnleggende periodetiden (det kan du sjekke selv ved en lignende tegning som figur 7.7). Vi kan derfor bare ha oddetal ganger den fundamentale frekvensen gitt i ligning (7.6). Vi skriver dette gjerne på formen:

$$f = \frac{(2n - 1)v}{4L} \quad (7.7)$$

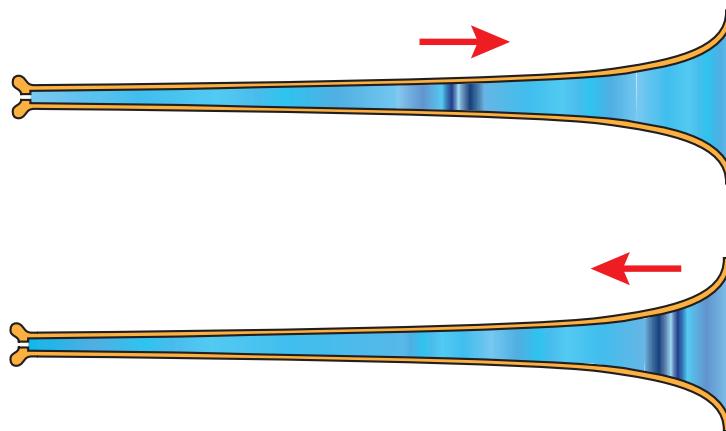
hvor $n = 1, 2, 3, \dots$

7.2.3 Musikkinstrumenter og frekvensspekter

Noen musikkinstrumenter, som f.eks. en tromme, gir transiente lyder, mens andre instrumenter gir mer eller mindre vedvarende "toner". En tone kan karakteriseres som dyp/mørk eller høy/lys. Tonehøyden avhenger av frekvensen til grunntonen. Lyden fra et instrument kan "samples" og vi kan fremstille tidsforløpet i et såkalt tidsbilde. Frekvensen kan bestemmes eksperimentelt f.eks. ved hjelp av fouriertransformasjon av signalet i tidsbildet.

Ren sinusform forekommer sjeldent i tidsbildet av lyder fra virkelige instrumenter. Hvorfor er det så vanskelig å oppnå harmoniske bølger fra et musikkinstrument?

Det er lett å forstå at bølgeformen ikke er harmonisk når vi går inn på mekanismene for hvordan lyden genereres i et musikkinstrument. Klimper vi på en gitarstreng, er det opplagt at vi ikke klarer å lage en perfekt sinusformet bølge. Avviket fra en sinusform vil variere alt etter hvor vi klimper på strengen. Dette kommer fram ved en fourieranalyse av lyden, siden intensitetsfordelingen blant de ulike harmoniske endrer seg med hvor vi klimper på strengen.



Figur 7.8: I et musikkinstrument går det en bølge fram og tilbake med lydhastigheten i luft og blir reflektert i hver ende av instrumentet. Analyserer vi lydsignalet med fouriertransformasjon, kan vi få mange harmoniske i tillegg til grunntonen. De harmoniske er ikke uavhengig av hverandre, og deres eksistens betyr kun at trykkbølgen ikke er harmonisk.

Spiller vi på trompet, vet vi at lyden passerer gjennom de stramme leppene våre i små støt, og det er opplagt at disse støtene ikke vil føre til sinusformet tidsforløp for trykkbølgene (illustrert i figur 7.8). I en klarinett eller obo eller en tverrfløyte, får vi luftstrømninger og

vibrasjoner hvor turbulens spiller en vesentlig rolle. Luftvirvlene er ikke-lineære fenomener, og vil ikke føre til sinusformet tidsforløp for trykkbølgene. Det er derfor helt naturlig at trykkbølgene i instrumentet ikke blir harmoniske. Ikke-harmoniske bølger fører uunngåelig til flere harmoniske i frekvensspekteret, noe vi poengterte også i kapitlet om fouriertransformasjon. Det er ikke noe mystisk rundt dette.

Ikke-lineære effekter er til stede i nær sagt alle musikkinstrumenter. For strykeinstrumenter virker strengens vibrasjon og rotasjon tilbake på kontakten mellom (fiolin)buen og strengen. Resultatet er stadige små endringer i svingemønsteret selv om hovedtrekkene kan være lenge. Det er all ikke-lineariteten som gir lyden fra instrumentet liv og som gjør at det er vanskelig å generere syntetisk lyd som er like livaktig som den som kommer direkte fra musikkinstrumenter.

Når lydbølgene i instrumentet er (tilnærmet) periodisk, men ikke har sinusformet tidsbilde, vil frekvensspekteret bestå av flere topper med innbyrdes avstand lik grunntonens frekvens. Hvordan skal vi da lese av hva som er gruntonen til lyden? Det er nemlig gruntonen som bestemmer hvilken tonehøyde vi oppfatter med vår hørsel.

Pussig nok er det mulig at et frekvensspekter kan mangle linjen som svarer til gruntonen uten at øret vårt blir lurt av den grunn. I figur 7.9 er det vist en liten bit av et tidssignal fra en tuba som spiller en tone med lav frekvens. Tidsbildet viser et periodisk signal, men en bølgeform som er meget langt fra en ren sinus. Frekvensspekteret viser en rekke topper, og det er tydelig at toppene har frekvenser lik et heltall multiplisert med gruntonens frekvens. Intensiteten på gruntonens topp er imidlertid ganske så liten.

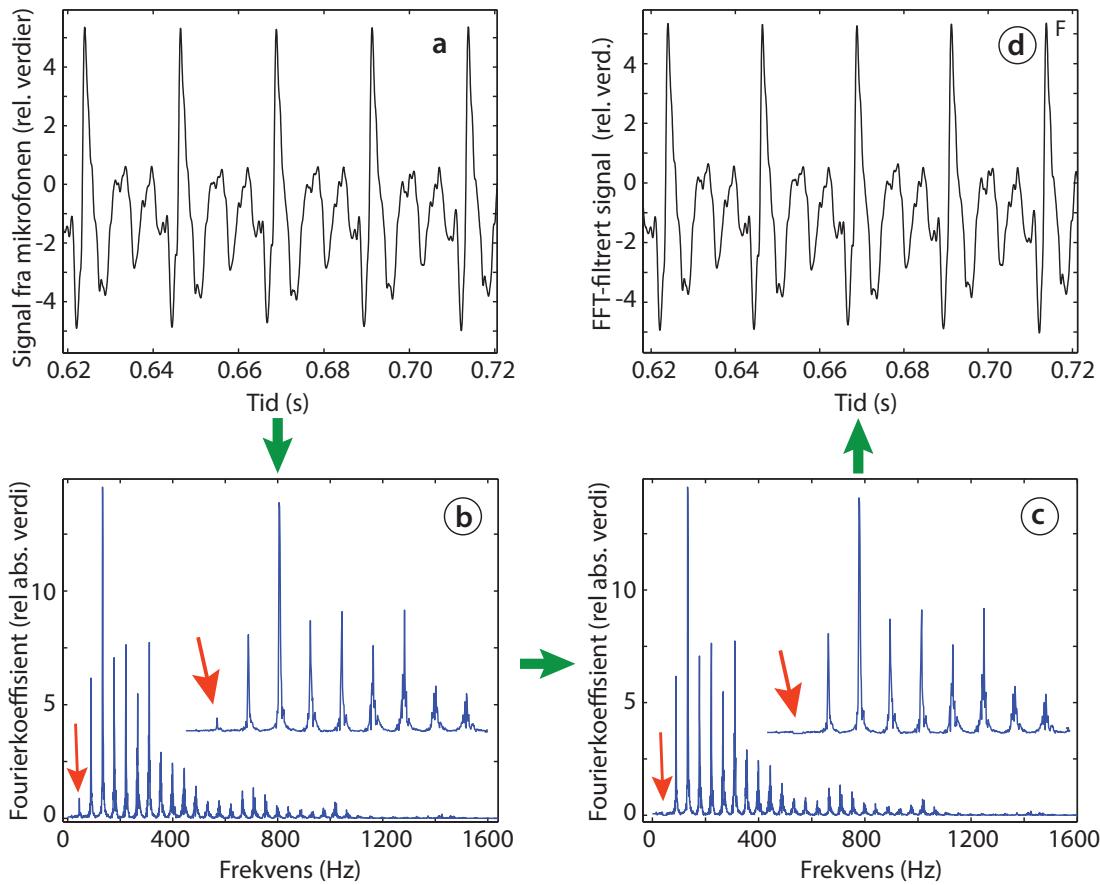
For moro skyld fjernet vi gruntonens linje helt (både ved det ordinære frekvensspekteret og ved den speilet linjen), og foretok en invers fouriertransformasjon (av det komplekse frekvensspekteret). Resultatet ble et tidsbilde som visuelt er identisk med det originale tidsbildet av tubalyden. Lytter vi til det filtrerte signalet, hører vi ikke noen forskjell heller (i alle fall ikke lett).

Vi ser av figur 7.9 at periodiciteten av signalet ivaretas i dette tilfellet av *kombinasjonen av de overharmoniske*, selv om gruntonen er fjernet. Gruntonen finner vi ved å kreve at alle linjene i frekvensspekteret skal ha frekvenser lik et heltall multiplisert med gruntonens frekvens. Gruntonens frekvens behøver ikke være til stede. Det kan også være "huller" i rekken av harmoniske (f.eks. at bare tredje, femte og syvende harmoniske finnes). Likevel er det bare én frekvens som tilfredsstiller kravet at frekvensspekteret består av linjer med frekvenser lik et heltall multiplisert med gruntonens frekvens.

7.2.4 Blåseinstrumenter

Når vi klimper på en gitarstreng, vil bølgen vandre fram og tilbake langs strengen, og den totale bevegelsen er summen av forover- og bakover-bølge til enhvert punkt og tid. Men bevegelsesenergien vi tilførte da vi klimpret på strengen, går etter hvert over til lyd som forsvinner ut i omgivelsene, samt oppvarming av strengen siden den bøyes litt her og der og den er ikke fullstendig elastisk. Svingene av strengen vil dø ut i løpet av noen sekunder, som svarer til mange hundre ganger den tiden bølgen behøver for å gå en gang fram og tilbake på strengen.

For blåseinstrumenter så som fløyte, trompet, klarinett, obo osv er det litt annerledes enn for en gitarstreng. En musiker kan holde uforandret styrke på lyden på slike instrumenter lenge - inntil han/hun må trekke pusten. For blåseinstrumenter har vi derfor en (kvasi) steady state eksitering av instrumentet så lenge vi blåser luft inn i det.



Figur 7.9: Det hender at intensiteten på grunntonene er mye mindre enn noen av de harmoniske. I slike tilfeller kan vi fjerne gruntonene helt uten at tidssignalet endrer seg merkbart. Også når vi lytter til lyden vil tonehøyden bestemmes av periodositeten i tidssignalet heller enn av frekvensen til overtonene.

I en trompet forsvinner gjerne 40 - 50 % av energien i en bølge når bølgen når den trakt-aktige åpningen på instrumentet. Det betyr at bare 50 - 60 % av lydenergien av bølgen reflekteres, og musikeren må selv supplere den reflekterte bølgen for å komme tilbake til en steady state situasjon.

Takten på musikerens luftstøt må ha korrekt timing i forhold til de reflekterte bølgene for å få god intensitet på lyden. Det kan høres ut som en vanskelig oppgave, men lydbølger som reflekteres fra enden av instrumentet tilbake til munnstykket på et messingblåseinstrument virker tilbake på musikerens lepper slik at det er rimelig enkelt å gi nye luftstøt akkurat ved riktige tidspunkt. Finjustering skjer ved hjelp av stramming og form av leppene og hvor kraftig trykk musikeren presser luft gjennom leppene med.

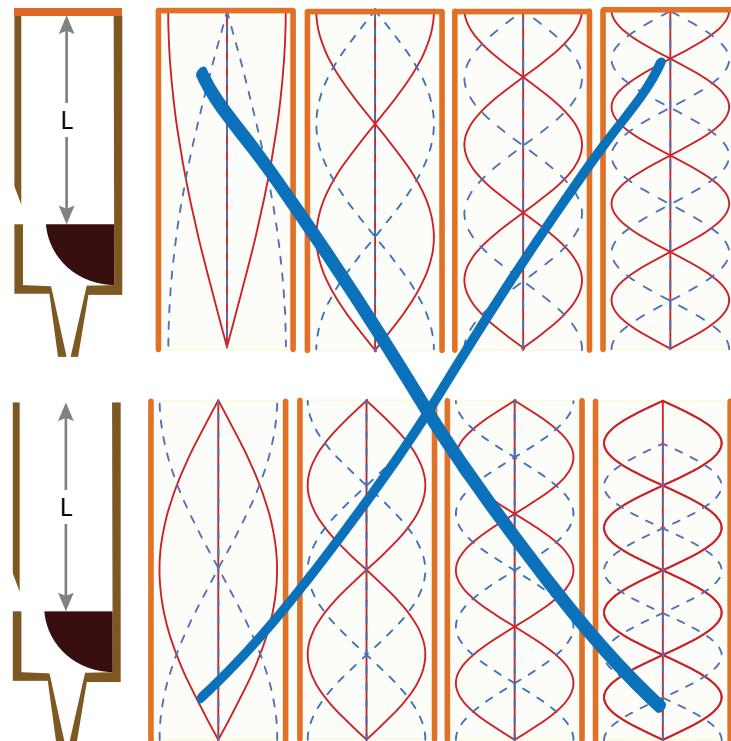
For en fløyte vil den reflekterte bølgen påvirke danningen av nye luftstrømvirvler, noe som sikrer riktig timing også for slike instrumenter.

Vi kan skjevstille litt mhp timing (ha en litt høyere eller lavere frekvens på luftstøtene våre enn det som svarer til bølgehastigheten og lengden på instrumentet), men går vi for langt

unna det korrekte, blir det ikke noe særlig lyd fordi nye luftstøt da ikke samvirker godt nok med de reflekterte bølgene.

7.2.5 Brudd med tradisjon

Vi vil i dette underkapitlet diskutere en tradisjonell måte å presentere fysikken bak ulike instrumenter. Hensikten er å vise at en slik presentasjon lett kan føre til feiloppfatninger.



Figur 7.10: Angivelig forflytnings-amplitude (stiplet blå kurve) og trykkamplitude (heltrukket rød kurve) for lydbølger i en åpen og en lukket orgelpipe (eller instrument med tilsvarende akustiske endepunkter). Dette er en standard illustrasjon som finnes i de fleste lærebøker på dette området. Figuren er imidlertid lett å misoppfatte. Derfor har vi krysset ut det meste. Se teksten for detaljer.

Figur 7.10 viser en tradisjonell fremstilling av hva som karakteriserer fysikken bak en orgelpipe. Orgelpipe er tilfeldig valgt. Samme forhold gjelder for alle instrumenter med tilsvarende impedans-avslutning i enden av en luftstrep. Fremstillingen er nøyne knyttet opp til forestillingen om stående bølger, slik de er beskrevet i ligning (7.4). Bølgelengden er gitt ut fra kravet om at det skal være enten en buk eller en knute i de stående bølgene i enden på luftstrenge inni instrumentet (“buk” svarer til maksimum og “knute” svarer til null). Vi må skille mellom forløpet for trykk og for forflytning, siden vi vet at i en harmonisk lydbølge er det en faseforskjell mellom disse på 90 grader.

For et instrument som er lukket i ene enden og åpent i den andre, vil det være en buk for trykk og en knute for forflytning i den stengte enden av instrumentet. For åpne ender er det motsatt, det vil si knute for trykk og buk for forflytning.

Denne fremstillingen er korrekt forutsatt at det er en rent harmonisk bølge i instrumentet (bare én frekvenskomponent) som altså gir en perfekt stående bølge. Problemet er bare at det forekommer sjeldent!

Dette kompenserer man for ved å tegne opp stående bølger også for de harmoniske av grunnfrekvensen, og figuren indikerer hvordan disse bølgene kommer i tillegg til grunnfrekvensens bølge. Vi får inntrykk av at vi bare kan addere utslagene og få riktig resultat.

Det går imidlertid ikke. De harmoniske frekvenskomponentene i en fourieranalyse av lyden fra instrumentet viser at det er faseforskjeller mellom grunntonen og de harmoniske, og mellom de harmoniske innbyrdes. Disse faseforskjellene er helt avgjørende for å kunne gjenskape det originale tidsbildet av lyden. Faseforskjellene kommer *ikke* fram i figur 7.10.

Faseforskjellen medfører at det slett ikke blir noe stående bølge inni instrumentet! Det blir da meningsløst å snakke om buker og knuter inni instrumentet. I endepunktene har imidlertid begrepene en viss berettigelse. I vår forklaringsmodell er det likevel mer naturlig å knytte dette opp til reglene for refleksjon av bølger:

I de åpne endene vil luftmolekylene kunne forflytte seg lettere enn inni pipen. Impedansen er lavere utenfor enn inni, følgelig vil vi bølger som reflekteres ved en slik grenseflate beholde uforandret fortegn ved refleksjonen. Det betyr at det er maksimal bevegelse av luftmolekylene i ender som er åpne.

Tilsvarende vil luftmolekylene ha vanskelig for å forflytte seg tett inn mot en massiv vegg, f.eks. i den lukkede enden av en lukket orgelpipe. Da vil bølger som reflekteres bli reflektert med motsatt utslag av den innkommende, noe som svarer til at forflytningen av luftmolekylene da blir null i grenseflaten.

For trykkbølgen blir det motsatt argumentering.

Vi får altså samme resultat for argumentasjon basert på refleksjon av bølger som den som er basert på stående bølger for grunnfrekvensen, men bare ved med endeflatene - alt mellom er forskjellig.

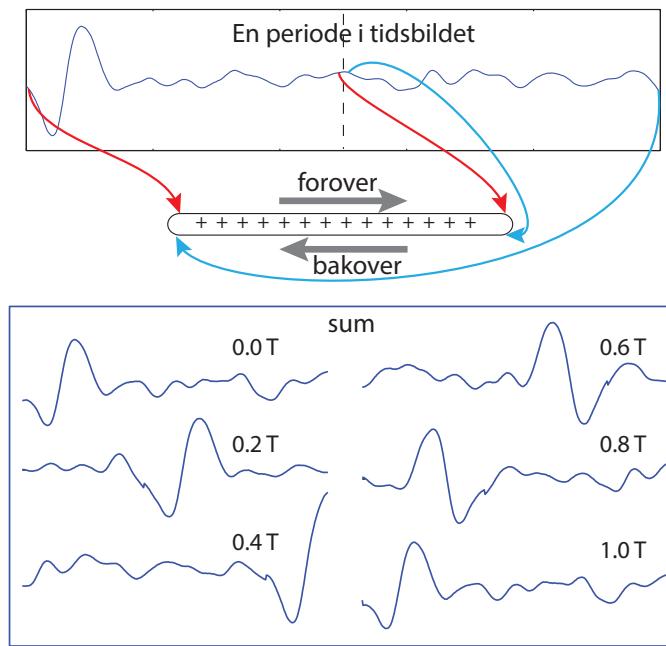
Animasjon

Det kan være illustrativt å se hvordan en bølge utvikler seg langs innsiden av et blåseinstrument. Vi kan lage en animasjon på enkelt vis, og prosedyren er vist i figur 7.11. Vi har valgt en animering som baserer seg på at en bølge vandrer fram og tilbake inni instrumentet med neglisjerbart tap (men likevel nok til at vi kan detektere det som slipper ut av instrumentet). Vi har videre valgt en situasjon hvor det er lik impedans i begge ender, nærmere bestemt at impedansen er lavere i endene enn inni instrumentet slik at en bølge blir reflektert uten at utslaget endrer fortegn.

Vi har valgt et virkelig lydsignal fra et instrument (French Horn) og plukket ut nøyaktig én periode av signalet. Startpunkt og slutt punkt er vilkårlig, og vi fordeler dette signalet slik at halvparten angir bølgen vs posisjon for den delen av bølgen som beveger seg mot åpningen (der dette litt av lyden slipper ut). Den andre halvparten av tidsbildet representerer bølgen som er reflektert. Den delen som nettopp er reflektert er meget nær åpningen av instrumentet. Den delen som ble reflektert for en halv periode siden, har nådd helt tilbake til munnstykket av instrumentet.

Bølgen inne i instrumentet finner vi ved å addere foroverbølgen med bakoverbølgen i hvert punkt.

Animering oppnår vi ved å foreta en syklistisk forflytning av bølgen ett hakk mot senere tider for hvert steg. Siste punkt i foroverbølgen blir til siste punkt i bakoverbølgen når vi går



Figur 7.11: Totalt lydtrykk på ulike posisjoner inni et instrument kan vi finne ved å legge sammen lydtrykket for foroverbølgen og lydtrykket til bakoverbølgen. Hele periodetiden til lyden som kommer ut av instrumentet må fordeles likt mellom foroverbølge og bakoverbølgen som vist nederst. Ved å skifte syklisk bølgen framover i takt med bølgens hastighet, får vi en animasjon av totalt lydtrykk vs posisjon etter som tiden går. Vi ser at det er meningsløst å snakke om stående bølger i et tilfelle der frekvensspekteret har mange harmoniske (at tidsbildet er svært forskjellig fra en ren sinus).

ett tidssteg videre, mens siste punkt i bakoverbølgen blir til første punkt i foroverbølgen.

Figur 7.11 viser noen eksempler på hvordan bølgen ser ut ved seks tidspunkt (tidssteg 1/5 periodetid). Vi kan følge den dominerende bølgetoppen og ser at den først beveger seg mot enden av instrumentet, men blir reflektert og beveger seg så vekk fra enden av instrumentet den neste halvparten av en periode inntil ny refleksjon.

Poenget med denne animasjonen er å vise at det er praktisk talt ingenting som minner om stående bølger a la det vi er beskrevet i ligning (7.4) og i venstre del av figur 7.4. Modellen basert på en bølge som vandrer fram og tilbake er mye mer dekkende for det som faktisk finner sted.

Det kan derfor være mer dekkende å beskrive prosessen i et musikkinstrument som en "innestengt vandrende bølge" ("trapped moving wave") enn en "stående bølge". Joe Wolfe ved The University of New South Wales, Australia, fokuserer på innestengte vandrende bølger i hans eminente websider om lyd og musikkinstrumenter (se referanser i slutten av kapitlet).

Konkrete eksempler på kvantisering.

Det kan være nyttig å se på noen konkrete eksempler på kvantiseringen (eller mangel på kvantisering) av frekvenser fra ulike "musikkinstrumenter".

For et 94 cm langt messingrør (innvendig diameter ca 15 mm) ble det gjennomført to måleserier. I den første ble den ene enden av røret plassert like ved en høyttaler der det ble spilt en ren tone med en frekvens som kunne endres på en kontrollert måte. I den andre enden av røret ble det plassert en liten mikrofon og signalstyrken kunne monitoreres. Når frekvensen ble variert fra ca 150 til ca 1400 Hz, ble det observert resonanser (lydintensiteten på mikrofonens plass) ved frekvensene (ca) 181, 361, 538, 722, 903, 1085 og 1270 Hz. Dette svarer til $1x, 2x, \dots, 7x f_1$ beregnet ut fra et rør åpent i begge ender (ligning (7.5)).

Når vi brukte røret som en slags trompet, kunne vi etter tur (ved å stramme leppene mer fra en variant til den neste) generere lyd med frekvenser (grunntonen) på om lag 269, 452, 622, 830 og 932 Hz, det vil si helt forskjellige frekvenser enn resonansfrekvensene ved begge endene åpne! Frekvensene her svarer omrent til $3/2, 5/2, 7/2$ og $9/2$ i forhold til f_1 beregnet ut fra et rør med begge ender åpne (ligning (7.5)). Dette er nettopp fekvensesene som svarer til et instrument med åpent i den ene enden og lukket i den andre, det vil si frekvensene gitt av ligning (7.7).

For en trompet blir situasjonen litt annerledes. Traktformen på røret i en trompet fører med seg ikke-lineære effekter fordi effektiv lengde på røret er litt forskjellig for lyd med ulike frekvenser. Traktformen fører også til at lyden kommer ut i omgivelsene på en mer effektiv måte enn instrumenter laget for flere hundre år siden. Også munnstykket har kompliserte akustiske særtrekk, men vi skal ikke gå inn på disse her.

I figur 7.12 er det vist et eksempel på en vedvarende lyd fra en trompet, både betraktet i tidsbildet og frekvensbildet. I dette tilfellet er grunntonen og høyere harmoniske til stede samtidig, og størrelsesforholdene mellom dem kommer fram i fourierspekteret (frekvensbildet).

Legg merke til assymmetrien i tidsbildet for lyden fra trompeten. Den maksimale toppen finner vi igjen som like stor negativ topp en halv periode senere. Tilsvarende for den nest største toppen. Dette stemmer godt med bildet av at en bølgetopp får endret fortegn etter en refleksjonsrunde (fram + tilbake), men at bølgetoppene kommer tilbake til det opprinnelige etter to refleksjonsrunder (to ganger fram + tilbake).

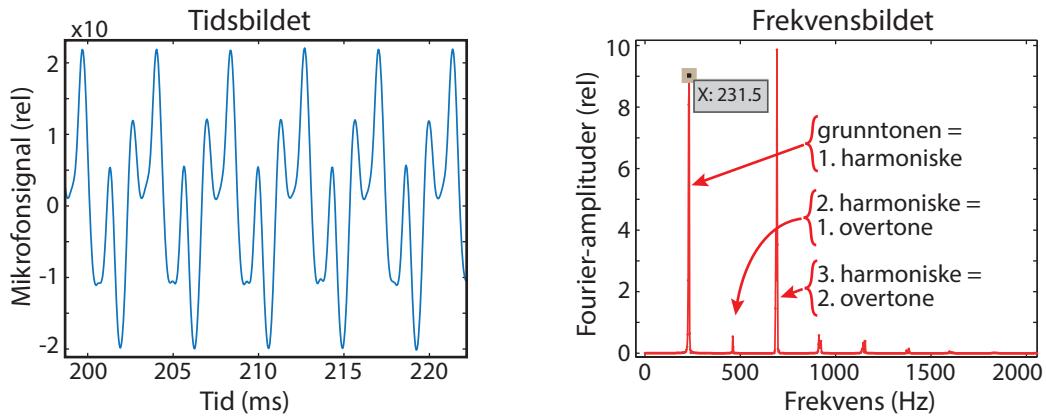
Det er denne assymmetrien i selve signalet som fører til at heltalls-harmoniske nesten forsvinner i fourieranalysen av lyden, slik vi ser i høyre del av figur 7.12.

Eksempel på ikke-kvantisering.

Betydningen av refleksjon av bølger og bølgehastigheten inni instrumentet for å få en gitt (kvantisert) frekvens, kan illustreres som i figur 7.13. Her har vi samlet lyden fra et munnstykke fra en trompet (fjernet fra selve trompeten) mens musikeren har endret strammingen av leppene litt opp og ned. Tidssignalet er analysert ved en form for tidsoppløst fouriertransformasjon (waveletanalyse, som vi kommer tilbake til senere i boka). I et slikt diagram vises topper i frekvensspekteret som funksjon av tid. Vi ser at tonehøyden til grunntonen her kan varieres kontinuerlig. Det er ingen kvantisering, for det er ingen refleksjon av lydbølgene av betydning. Frekvensen bestemmes ene og alene ved takten luftstøtene slipper mellom leppene, og her er det ingen fysisk prosess som gir kvantisering i frekvensen.

De harmoniske kommer også fram i waveletdiagrammet, men siden vi bruker en logaritmisk frekvensakse (y-aksen), blir det ikke samme avstand mellom de ulike harmoniske.

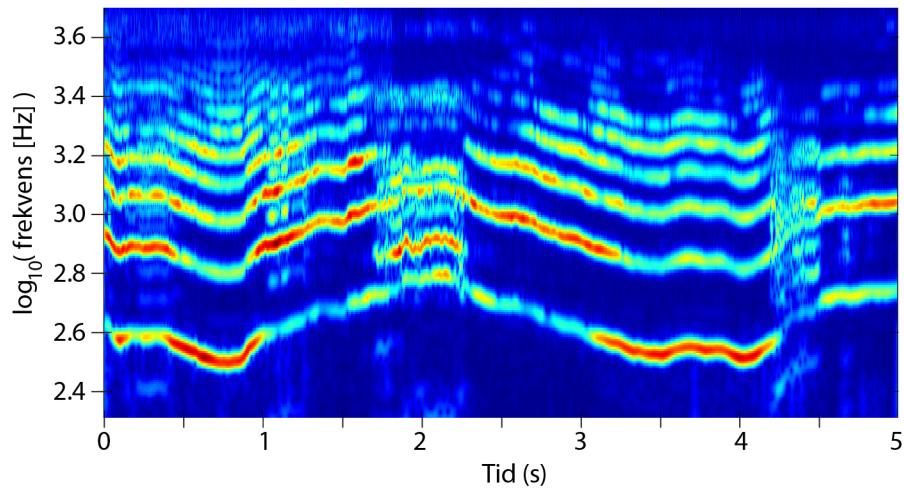
Det er interessant å merke seg at vi får mange harmoniske også når munnstykket brukes alene. Det betyr at det er den litt kaotiske åpne / lukke bevegelsen til de stramme leppene som sørger for at luftstrømmen slett ikke får et sinusaktig tidsforløp. I figur 7.14 er det vist



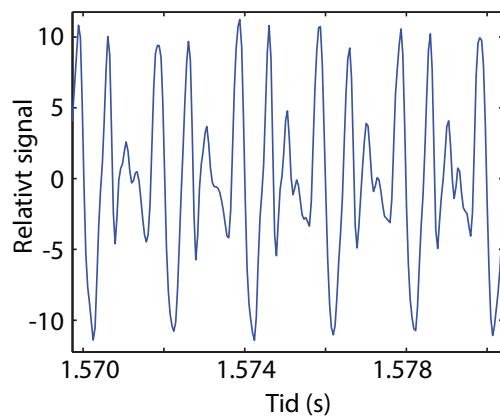
Figur 7.12: Eksempel på tidsbilde og frekvensbilde av lyden fra en B-trumpet hvor det spilles "C" (som i virkeligheten er en B, se neste underkapittel). Det er opplagt at tidssignalet ikke er en ren sinus, men en blanding av flere. Frekvensspekteret viser nettopp dette. Merk at grunnfrekvensen er en del av den harmoniske rekken, mens grunnfrekvensen ikke regnes med i nummereringen av såkalte "overharmoniske".

et lite utsnitt av tidssignalet fra lyden fra munnstykket som bekrefter dette. Med andre ord, det er ikke trompeten i seg selv som skaper overtonene. Prosessen der de stramme leppene slipper luft gjennom i små luft-støt på en temmelig rotete måte betyr mer. Derimot er det bølgevandringen fram og tilbake i trompeten som fører til kvantisering av hvilke tonehøyder vi kan få ut av instrumentet.

Senere i boka bruker vi wavelet-transformasjon for enda mer analyse av lyd. Det vil da gå fram at fouriertransformasjon ofte gir et alt for "dødt" og lite nyansert bilde. I virkeligheten er det ikke slik at de harmoniske eksisterer med samme intensitet hele tiden. Intensitetsfordelingen for de harmoniske varierer som vist i figur 7.13. Det er litt av grunnen til at lyd fra virkelige musikkinstrumenter ofte har mer liv over seg enn syntetisk produsert lyd.



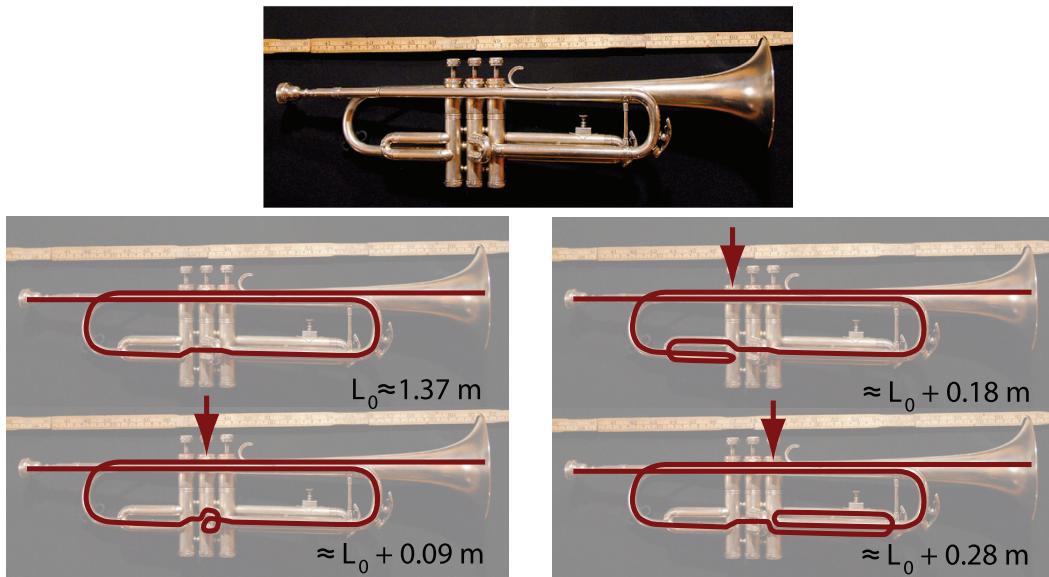
Figur 7.13: En avansert form for tidsoppløst fouriertransformasjon (wavelet-transformasjon) av lyden fra et munnstykke til en trompet. Tid langs x-aksen, logaritmen til frekvensspekteret langs y-aksen. Intensiteten til frekvensspekteret er markert med farger.



Figur 7.14: Bit av tidsbildet for lyden fra et munnstykke viser at lydtrykket slett ikke varierer harmonisk med tiden. Merk at assymmetrien vi hadde i trompetsignalet i venstre del av figur 7.12 nå er borte, selv om det er nøyaktig samme munnstykke vi brukte i begge tilfellene.

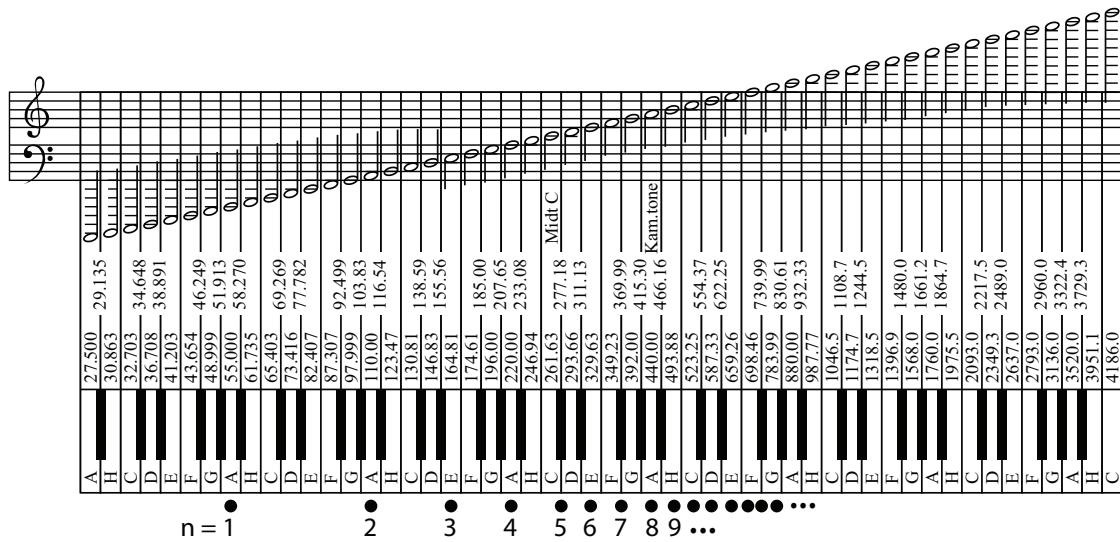
7.2.6 Hvordan variere tonehøyden

Det er interessant å se hvoran vi endrer tonehøyde (frekvens) på ulike instrumenter. For en gitar er det åpenbart at vi endrer lengden på den svingende delen av strengen. Siden strammingen stort sett ikke endres når vi klemmer en streng inn mot et bånd i halsen på gitaren, er hastigheten på bølgene uforandret. Dersom vi da reduserer *lengden* på strengen, vil tiden en bølge trenger for å gå fram og tilbake endres tilsvarende, og frekvensen går opp ifølge sammenhengen $f = v/2L$.



Figur 7.15: Luftsøylen i en trompet er svakt traktformet fra munnstykket til ytre åpning. Med ventiler kan lengden av luftsøylen endres. For en B-trompet (grunntonen er en B når ingen ventiler er trykket inn) er lengden på luftsøylen omrent så lang som angitt.

I messingblåseinstrumenter, så som en trumpet, endres lengden på luftsøylen i instrumentet når ventilene trykkes inn. For en trumpet går lufta en liten ekstra sløyfe når midterste ventil er trykket ned. Luften går om lag en dobbelt så lang ekstra sløyfe dersom bare første ventil trykkes ned og om lag tre ganger den ekstra sløyfen dersom bare den tredje ventilen trykkes ned. I figur 14.14 er målene for effektiv luftsøylelengde gitt for ulike enkeltventiler neddtrykket. Flere ventiler kan trykkes ned samtidig, og da blir den totale luftsøyleforlengelsen lik summen av alle de ekstra sløyfene som blir innkoblet.



Figur 7.16: Tonene på et piano sammen med beregnet frekvens i en temperert skala. Figuren er tegnet på ny med grunnlag i en illustrasjon på: <http://amath.colorado.edu/outreach/demos/music/MathMusicSlides.pdf> nedlastet den 18. feb. 2012.

7.2.7 Toneintervaller

I vår kultur bruker vi toner i en skala bestående av 12 halvtoner som til sammen utspenner et frekvensområde hvor frekvensen øker med en faktor 2.0. Med det menes at for en tone C finnes det en ny tone C som har grunntone med dobbelt så høy frekvens som den første. Toneintervallet kalles *en oktav*.

Halvtonene mellom er valgt slik at det er et konstant frekvensforhold mellom en tone og halvtonen under. Siden det skal være 12 slike trinn for å oppnå en oktav, følger det at forholdet mellom frekvensen til en tone og halvtonen under, må være

$$2^{1/12} \approx 1.0595$$

forutsatt at alle trinnene er like store. En skala definert på denne måten kalles *temperert*. Figur 7.16 viser frekvensene i en temperert skala dersom vi tar utgangspunkt i at enstrøken A skal ha frekvensen 440.00 Hz.

To toner fra f.eks. en fiolin kan lyde spesielt godt sammen dersom frekvensforholdet mellom dem er lik en heltallsbrøk (der bare tall opp til 5 inngår). Forholdet mellom frekvensen til en E relativt til C-en under i en temperert skala er om lag 1.260. Dette er nært 5:4, og spranget kalles en (stor) *ters*. Tilsvarende er frekvensen til en F relativt til C-en under lik 1.335, som er nært 4:3, og spranget kalles en *kvart*. Endelig kan vi nevne at forholdet mellom en G og C-en under er 1.4987 som er svært nært 3:2, et sprang som kalles en *kvint*.

Det går an å lage en skala hvor tonetrinnene er *nøyaktig* lik heltallsbrøkene nevnt ovenfor for utvalgte toner. En slik skala kalles "renstemt". Visse kombinasjoner av toner lyder da vakkere enn i en temperert skala, men ulempen er at vi ikke kan transponere en melodi (forskyve alle tonene med et gitt antall halvtoner) og beholde samme vakre klangen.

[♣ ⇒ I figur 7.16 er det laget noen interessante markeringer nederst. Dersom vi starter med en lav A med frekvens 55 Hz (n=1), vil første overtone (n=2) ha dobbelt så høy frekvens (110 Hz). Forskjellen mellom grunntonen og første overtone er da en hel oktav.

Andre overtone (n=3) vil ha frekvensen $3 * 55 \text{ Hz} = 165 \text{ Hz}$ som nesten svarer til en E, og tredje overtone (n=4) vil ha frekvensen $4 * 55 \text{ Hz} = 220 \text{ Hz}$, som er neste A. Det ble altså to overtoner innenfor en og samme oktav.

Fortsettes det på samme måte, følger det at det er fire overtoner innenfor neste oktav og åtte innenfor den etterfølgende oktaven. Med andre ord vil de høyere harmoniske etter hvert bli liggende tettere enn halvtonene ligger. Det er grunnen til at vi nesten kan spille en hel skala uten bruk av ventiler i en lur, ved å presse instrumentet til å gi lyd først og fremst ved de høyere harmoniske.

På en trompet oppnås grunntonen (som svarer til n=1) dersom leppene bare presses moderat hardt sammen. Frekvensen til grunntonen til lyden kan økes i sprang (n øker) ved å stramme/presse leppene mer og mer. Lufta som slipper gjennom leppene vil da komme i tettere småstøt enn om leppene er mer avslappet.
← ♣]

I figur 7.12 så vi at frekvensen på grunntonen var ca. 231.5 Hz. Dette skulle være en B, og for de som kjenner toneskalaen vet vi at en B er halvtonen som ligger mellom A og H. Fra figur 7.16 ser vi at dette er som det skal være. Ved å variere litt på leppestramming kan tonen fra trompeten varieres en del (selv kan jeg variere frekvensen mellom ca 225 og 237 Hz for den aktuelle B-en). Gode musikere utnytter denne fintuningen av tonehøyden når de spiller.

7.3 Lydintensitet

Lyd kan være så svak at vi ikke hører den, eller så kraftig at det gir smerteornemmelse. Forskjellen ligger i lydens *intensitet*, og lydintensitet er definert som:

Lydintensiteten er tidsmidlet energi per flate og tid som transporteres i lydens retning.

Alternativt kan lydintensiteten defineres som den tidsmidlerte energi per flate og tid som passerer en flate normalt på bølgens utbredelsesretning.

Måleenheten er watt per kvadratmeter: W/m².

Det er også mulig å operere med en "momentan" intensitet (i motsetning til tidsmidlet), men denne vil avhenge av både posisjon og tid. For lydbølger vil den lokale, momentane intensiteten være gitt ved:

$$I_m(\vec{r}, t) = \vec{p}(\vec{r}, t) \cdot \vec{v}(\vec{r}, t)$$

hvor \vec{p} er det lokale trykket (egentlig trykkforskjellen relativt til middelverdien), og \vec{v} er her den lokale hastigheten til luftmolekylene ved samme sted og tid (altså ikke lydhastigheten!).

[♣ ⇒ Kommentar: En huskeregel kan være grei å ha: I stedet for å omtale mengde energi, kan vi fortelle hvilket arbeid lydbølgen har mulighet å gjøre. Arbeid er kraft ganger vei, og kraften som kan virke på et tverrsnitt med areal A er det lokale trykket i lydbølgen multiplisert med arealet (egentlig trykkforskjellen som finnes i lydbølgen multiplisert med arealet).

Arbeid er "kraft ganger vei", og dersom bølgen beveger seg en avstand Δx i en tid Δt , følger da:

$$\text{Momentan intensitet} = \frac{\text{Arbeid som kan gjøres}}{\text{Areal og Tid}}$$

$$I_m = \frac{p \cdot A \cdot \Delta x}{A \cdot \Delta t}$$

$$I_m = p \frac{\Delta x}{\Delta t} \approx pv$$

Så langt huskeregelen. $\Leftarrow \spadesuit$

I kapittel 6 ble en harmonisk lydbølge blant annet beskrevet ut fra lokal forflytning η til molekylene, slik:

$$\eta(x, t) = \eta_0 \cos(kx - \omega t)$$

hvor η_0 er amplituden i luftmolekylenes forflytning omkring et likevekspunkt (på toppen av Brownske bevegelser!). Bølgetallet k og vinkelfrekvensen ω må tilfredsstille:

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

der v nå er lydhastigheten, K er kompressibilitetsmodulen og ρ er massetettheten.

Den samme bølgen kunne også beskrives som en trykkbølge slik:

$$p(x, t) = kK\eta_0 \sin(kx - \omega t)$$

Hastigheten til molekylene som deltar i bevegelsen er den tidsderiverte av forflytningsbølgen η :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \omega \eta_0 \sin(kx - \omega t)$$

Den momentane intensiteten er nå lokal hastighet til molekylene multiplisert med lokalt trykk. Bølgen antas å være longitudinal og den brer seg i x -retning, slik at to vektorer har samme retning. Følgelig:

$$I_m = p \frac{\partial \eta}{\partial t} = k\omega K \eta_0^2 \sin^2(kx - \omega t) \quad (7.8)$$

Den tidsmidlede intensiteten blir da:

$$I = \frac{1}{2} k \omega K \eta_0^2 = k \omega K \eta_{rms}^2 = 4\pi^2 \frac{K}{v} (f \eta_{rms})^2$$

siden tidsmidlet av \sin^2 er lik $1/2$. Her er η_{rms} lik root mean square utslaget for luftmolekylenes, dvs $\eta_{rms} = \eta/\sqrt{2}$. [Minner igjen om at vi nå omtaler den kollektive forflytningen av molekylene på toppen av de mer "individuelle" Brownske bevegelsene.]

Det kan være nyttig å eliminere kompressibilitetsmodulen K og heller bruke forflytningsamplitude og trykkamplitude, sammen med massetetthet, lydhastighet, bølgelengde og frekvens. Med litt triviell manipulering av uttrykkene ovenfor, kan vi vise at:

$$I = \frac{(p_{rms})^2}{\rho v} \quad (7.9)$$

hvor p_{rms} er root mean square verdien av trykkvariasjonen, ρ er massetettheten i luft, mens v nå er lydhastigheten i luft.

Videre kan det vises at:

$$I = 4\pi^2 \rho v (f \eta_{rms})^2 \quad (7.10)$$

hvor λ er bølgelengden til lyden i luft, dvs $\lambda = v/f$ der f er frekvensen til lyden.

Ligning (7.9) viser det interessante at lyd med ulike frekvenser vil ha samme intensitet dersom trykkamplituden er den samme.

Ligning (7.10) viser at lyd med samme intensitet, men ulik frekvens, har en forflytningsamplitude η_{rms} som er proporsjonal med bølgelengden.

Det er langt enklere å måle trykkamplituder enn forskyvning av molekyler. Derfor er ligning (7.9) den versjonen som kanskje brukes mest når lydintensiteter skal måles og angis.

[♣] Før det gis eksempler på intensitetsverdier, returnerer vi til ligning (7.8) en kort stund. Ligningen viser momentanverdien for energitransport som funksjon av posisjon og tid. Uttrykket er bestandig positivt (siden $\sin^2 > 0$). Det er et viktig særtrekk for bølger! Molekylene som bringer bølgen framover svinger fram og tilbake, men middelposisjonen ligger fast og flytter seg ikke med bølgen. [Når vi ser bort fra Brownske bevegelser.] Likevel transporteres det energi fra bølgens kilde og utover, energi som normalt aldri kommer tilbake til kilden.

Det kan derfor være interessant å integrere opp all energi per tid som sendes ut fra kilden til bølgen. Det kan vi f.eks. gjøre ved å se på total energi per tid som går gjennom et kuleskall rundt bølgekilden. Enhet for en slik oppintegret intensitet er watt.

En menneskestemme yter ved normal samtale en total effekt på om lag 10^{-5} W. Hyler man, kan effekten komme opp i om lag $3 \cdot 10^{-2}$ W. Med andre ord er det ikke rare effekten som skal til for å få en brukbar lydbølge.

Tallene for menneskestemmen kan virke underlig når vi vet at et stereoanlegg gjerne kan gi effekter på 6 - 100 W. Nå er det riktignok slik at et stereoanlegg som anvendes ved 100 W normalt gir langt kraftigere lyd enn en menneskestemme kan yte. Likevel er forskjellen påfallende.

Årsaken til den store forskjellen kommer av at bare en liten del av effekten som tilføres høyttalerne omsettes til lydenergi: Bare noen få prosent for vanlige høyttalere. For spesielle horn-høyttalere kan effektiviteten komme opp i om lag 25 %. Resten av energien går til varme.

← ♣]

7.3.1 Flere samtidige frekvenser

I utledning av ligning (7.9) tok vi utgangspunkt i en harmonisk bølge. Hvordan skal vi håndtere flere samtidige bølger?

Vi skiller da mellom korrelerte og ikke-korrelerte bølger. Sender vi ett og samme harmoniske signal samtidig inn på to stereohøytalere, vil lydbølgene fra de to kildene være korrelert. Enkelte steder i rommet vil bølgene adderes konstruktivt. Amplituden kan bli dobbelt så stor som for bølgen fra én høyttaler alene, og intensiteten øker i så fall med en faktor fire. Andre steder i rommet vil bølgene adderes destruktivt, og kan i verste fall slokke hverandre helt ut. Intensiteten på et slikt sted ville bli null.

Dersom bølger ikke er korrelerte, vil bølgene på ethvert sted i rommet i enkelte perioder adderes konstruktivt (til en viss grad), mens i andre perioder destruktivt. For ikke-korrelerte bølger blir intensiteten lik *summen av intensitetene* til de bidragene vi har. Ved lydmåling er lydbidragene oftest ikke-korrelerte (f.eks. ved måling av støy).

7.3.2 Lydmåling: Desibel-skalaen dB(SPL)

Lydintensitet kan angis i watt per kvadratmeter, slik som beskrevet ovenfor. Det er imidlertid en nokså uegnet målestokk. En grunn til dette er at menneskelig hørsel har en mer logaritmisk enn lineær respons. Med det menes at øret oppfatter endringer i lydstyrken ut fra prosentvis endring i forhold til nivået lyden allerede ligger på. Øker lydintensiteten fra 10^{-5} til 10^{-4} W/m², oppfattes endringen omtrent like stor som om lydintensiteten økte fra 10^{-3} til 10^{-2} W/m².

Det er derfor innført en logaritmisk skala for lydintensitet, den såkalte Desibel-skalaen. Lydintensiteten I relativt til en referanseintensitet I_0 er gitt i antall desibel på følgende måte:

$$\beta = L_I = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \quad (7.11)$$

Enheten "bel" er oppkalt etter Alexander Graham Bell, som oppfant telefonen. "Desi" kommer fra 10-er faktoren som er lagt inn for å få enkle verdier å jobbe med. Desibel-skalaen brukes i mange deler av fysikken, ikke bare når vi beskriver lydstyrke.

I prinsippet kan vi velge hvilken som helst referanseverdi, og kan da f.eks. si at lydintensiteten 10 m unna høyttalerne i eksemplet ovenfor, er 26 dB høyere enn lydintensiteten 200 meter unna (sjekk at du forstår hvordan 26-tallet fremkommer).

I en del sammenhenger er det behov for å angi lydintensitet i en absolutt skala. Det kan oppnås ved å bruke en veldefinert referanseverdi angitt i et absolutt mål. For lyd brukes ofte følgende absolutte skala:

$$L_{Iabs} = (10 \text{ dB(SPL)}) \log \frac{I}{I_{abs.ref}} = (10 \text{ dB(SPL)}) \log \frac{p^2}{p_{abs.ref}^2} \quad (7.12)$$

SPL står for sound pressure level, og referanseverdien er 1000 Hz lyd med lydtrykk $p_{rms} = 20 \mu\text{Pa}$ (rms). Dette lydtrykket svarer omtrent til en intensitet på 10^{-12} W/m^2 , og representerer omtrent den laveste intensiteten en 1000 Hz lyd kan ha for at et menneske skal oppfatte den. Dette tilsvarer omtrent lydintensiteten tre meter unna en flyvende mygg.

Selv om dB(SPL) har valgt en referanse knyttet til menneskets hørsel, er dette likevel et rent fysisk intensitetsmål og bygger bare på W/m^2 . dB(SPL) kan brukes ved nær sagt alle frekvenser, uansett om et menneske kan høre lyden eller ikke.

Overgangen fra intensiteter til kvadrater av lydtrykk følger av ligning (7.9).

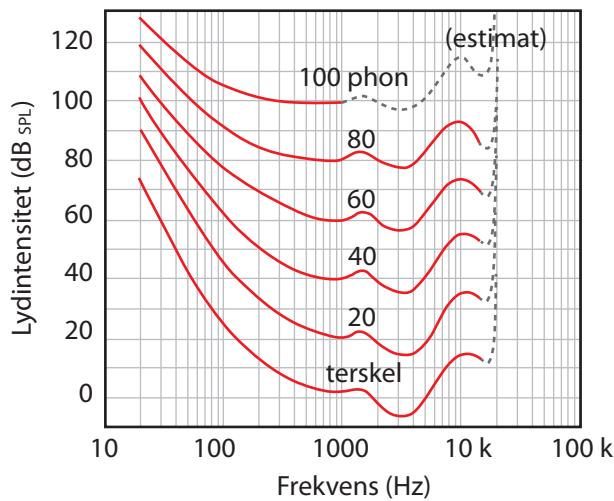
I praksis sløyfes ofte betegnelsen SPL når lydstyrker angis. Dette er uheldig, for når vi f.eks. sier at lydintensiteten er 55 dB, er utsagnet i prinsippet ufullstendig, fordi referansen ikke er spesifisert. Hadde vi i stedet sagt at lydintensiteten er 55 dB(SPL), ville det gå fram at referansenivået er som angitt ovenfor, og at lydnivået da er spesifisert i en absolutt skala.

7.3.3 Fonetisk intensitetsmål, dB(A)

Det er flere forhold vi må ta hensyn til når lydintensiteter skal angis. Definisjonen i ligning (7.12) er basert på en referanse for lyd med frekvensen 1000 Hz. Vi hører imidlertid lyd i et vidt frekvensområde, og øret oppfatter ikke lyd med ulike frekvenser som like intense, selv om antall watt per kvadratmeter skulle være uforandret. Vi har vanskeligere for å høre lave og høye frekvenser enn midlere frekvenser.

Figur 7.17 viser lik-opplevd-lydstyrke konturer for ulike frekvenser, det vil si fysisk intensitet som må til for å gi samme opplevde intensitet når frekvensen varierer. Flere kurver er inntegnet, siden den relative endringen med frekvensen varierer noe med hvor kraftig lyden i utgangspunktet er.

Enheten phon angir lydstyrker for rene toner. 1 phon svarer til 1 dB(SPL) ved frekvensen 1000 Hz. Lydintensiteten som svarer til et gitt antall phon varierer svært mye med frekvensen



Figur 7.17: *Lydnivåer ved ulike frekvenser som gir omtrent samme opplevd lydintensitet (se teksten). Figuren er en litt omarbeidet versjon av en som finnes på http://en.wikipedia.org/wiki/Equal-loudness_contour per 23. feb. 2016.*

til de rene tonene. Eksempelvis ser vi av figur 7.17 at en ren 20 Hz lyd med lydstyrke 100 dB(SPL) oppleves som like intens som en ren 1000 Hz lyd med 40 dB(SPL). Vi ser videre at lydintensiteten ved 100 Hz må ligge på om lag 25 dB(SPL) for at den skal være hørbar. Videre vil en lydintensitet på 40 dB(SPL) ved 1000 Hz svare til intensiteten 55 dB(SPL) for lyd med frekvensen 10000 Hz.

Kurvene er angitt av International Organization for Standardization (ISO), og er en oppdatert kurve fra 2003. Årstallet tyder på at det ikke er enkelt å fastlegge slike kurver så lenge det er betydelige individuelle variasjoner. Folk med tydelige hørselskader er nok ikke brukt ved fastsetting av kurver som dette!

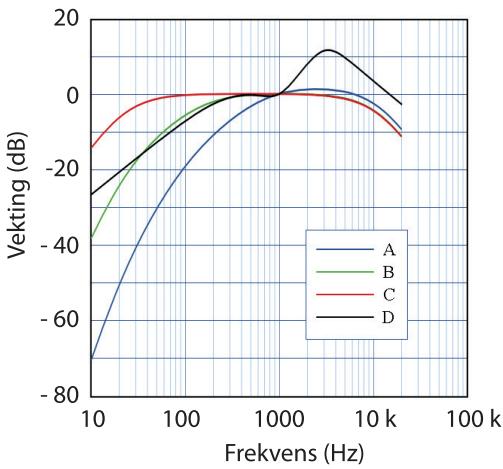
Det sier seg selv at desibelskalaen slik den ble presentert i ligning (7.12) ikke kan brukes for å angi *opplevd* lydintensitet hos mennesket, spesielt utfordrende blir det når lyden er sammensatt av flere frekvenser. Av den grunn er det innført intensitetsmål utformet slik at ulike frekvenser er vektet etter hvor kraftig øret oppfatter lyd. Det finnes ulike vektfunksjoner, noe som gir opphav til dB(A)-skala, dB(B)-skala m.m. Figur 7.18 viser eksempler på de vanligste vektkurvene.

Kurvene viser at lave frekvenser ikke teller mye mindre enn midlere frekvenser når dB(A)-mål skal fastsettes, sammenlignet med en ren dB-skala som definert i ligning (7.11) eller (7.12).

Årsaken til at vi har ulike vektfunksjoner ser vi ut fra phon-kurvene i figure 7.18. Er lydstyrken høy, vekter menneskeøret ulike frekvenser innbyrdes litt annerledes enn dersom lydstyrken er lav. dB(A) egner seg best ved midlere og lave intensitetsnivåer, mens f.eks. dB(C) eller dB(D) egner seg best ved måling når intensitetsnivået er høyt.

Konkret eksempel på utregning

La oss ta et eksempel på den litt mer omstendige prosedyren som må brukes når lyd inneholder



Figur 7.18: Vektkurver som brukes når vi skal angi opplevd lydstyrke i et signal som har mange ulike samtidige frekvenser. Kurvene gir opphav til dB(A)-mål, dB(B)-mål osv. Figuren er en noe omarbeidet versjon av en som finnes på <http://en.wikipedia.org/wiki/A-weighting> per 23. feb. 2016.

flere frekvenser.

Anta at en lyd består av et rent 100 Hz signal og et rent 1000 Hz signal og at signalene er ikke-korrelerte. Anta at begge bestanddelene hver for seg er like sterke i dB(SPL)-skalaen, f.eks. 80 dB(SPL) hver. Lydintensiteten for det sammensatte signalet ville da i en dB(SPL)-skala bli:

$$\begin{aligned} L &= (10 \text{ dB(SPL)}) \log \frac{p_{tot}^2}{p_{abs.ref}^2} = (10 \text{ dB(SPL)}) \log \frac{p_{100Hz}^2 + p_{1000Hz}^2}{p_{abs.ref}^2} \\ &= (10 \text{ dB(SPL)}) \log 2 \frac{p_{1000Hz}^2}{p_{abs.ref}^2} = 3 + 80 \text{ dB(SPL)} = 83 \text{ dB(SPL)} \end{aligned}$$

I en dB(A)-skala ville imidlertid beregningen se slik ut: Bidraget fra 1000 Hz signalet skal vektes med en vektfaktor 1.0, det vil si effektivt som 80 dB(SPL). Bidraget fra 100 Hz signalet skal imidlertid vektes med en faktor -20 dB, det vil si at vi må trekke 20 dB vakk fra de 80 dB lyden ville hatt i en dB(SPL)-skala, når den trekkes inn i en dB(A)-skala. 80 dB(SPL) svarer til at

$$\frac{p^2}{p_{abs.ref}^2} = 10^8$$

og 60 dB(vektet) svarer til at

$$\frac{p^2}{p_{abs.ref}^2} = 10^6$$

Totalt får vi da:

$$L = (10 \text{ dB(A)}) \log \frac{p_{tot,vektet}^2}{p_{abs.ref}^2} = (10 \text{ dB(A)}) \log \left(\frac{p_{100Hz,vektet}^2}{p_{abs.ref}^2} + \frac{p_{1000Hz,vektet}^2}{p_{abs.ref}^2} \right)$$

$$= (10 \text{ dB(A)}) \log(10^6 + 10^8) = 80.04 \text{ dB(A)}$$

Lyden ved 100 Hz har med andre ord langt mindre å si for opplevd lydintensitet sammenlignet med lyd ved 1000 Hz.

Ofte ser vi tabeller med lydstyrker i ulike omgivelser, og et eksempel kan være:

Hørselsgrensen ved 1000 Hz . . .	0 dB(A)
Hvisking	20 dB(A)
Svak radio hjemme	40 dB(A)
Samtale	60 dB(A)
Bytrafikk generelt	70 dB(A)
Kraftig musikk	100 dB(A)

Det er mest vanlig i slike oversikter å bruke dB(A)-skalaen, men det sluvet mye. I prinsippet bør vi angi lydstyrker i dB(A), dB(B) etc i stedet for bare dB, først og fremst for å poengtere at tallene inngår i en absolutt skala, og at det er foretatt en vektning av bidrag fra ulike frekvenser slik at vi avspeiler *opplevd lydintensitet* og ikke bare et rent fysisk effektmål.

For at øret vårt skal oppleve at lydnivået har økt til det dobbelte, må lydintensiteten ha økt med 8-10 dB(A).

For store lydintensiteter vet vi at:

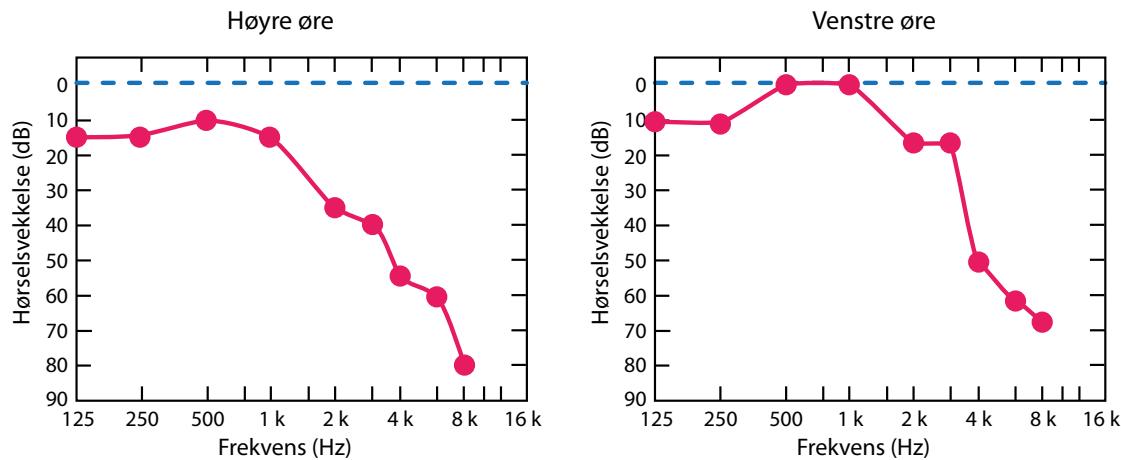
85 dB(A)	gir hørselskader ved langvarig eksponering
120 dB(A)	gir hørselskader ved akutt eksponering
130 dB (A)	gir smerte ("Smertegrensen")
185 dB(A)	gir vevskader.

Tall som dette varierer fra kilde til kilde, og må tas med en viss klype salt. Det er imidlertid helt klart at kraftig lyd kan ødelegge hårene i kontakt med basillarmembranen i det indre øret. Alt for mange angrer på at de har latt seg friste til å lytte til så kraftig musikk at hørselskaden ble permanent. Merk forvrig at ved svært kraftig lyd, ristes rett og slett vanlig vev i kroppen i stykker slik at kroppen som sådan degenererer helt. Kraftig lyd er ikke å spøke med!

7.3.4 Audiogram

Vi kan få testet vår hørsel hos en audiolog, eller ved å bruke tilgjengelige dataprogrammer og datamaskinenes lydkort (men presisjonen er da ofte så som så). Ja, det finnes til og med apper for smarttelefoner for denne type test. Resultatet fra en hørseltest angis ofte som et såkalt audiogram, og et eksempel er gitt i figur 7.19. Et audiogram er laget slik at dersom vi har normal hørsel, skal audiogrammet være en horisontal, rett kurve på 0 dB-nivå (som den blå stippled linjen i figuren). Har personen nedsatt hørsel for enkelte frekvenser, vil kurven ligge under 0-nivået. Avstanden til nulllinjen angir hvor stor forskjell det er i følsomhet hos testpersonen ved den aktuelle frekvensen sammenlignet med normalen.

Figur 7.19 viser at personen som er testet har normal hørsel for 500 og 1000 Hz på venstre øret, men har hørselfap på alle andre frekvenser. Hørselfapet er hele 80 dB på høyre øret ved



Figur 7.19: Eksempel på audiogram tatt opp hos en audiolog. Kurven viser aldersbetinget nedsatt hørsel hos en 60 år gammel mann. Se tekst for forklaring.

8 kHz. Det betyr at personen praktisk talt er døv ved høye frekvenser. Dette er et eksempel på såkalt aldersbetinget nedsatt hørsel. Det er ikke rart at eldre har problemer med å forstå samtaler mellom folk, for det viktigste frekvensområdet i denne sammenheng er mellom 500 og 4000 Hz.

[♣ ⇒ Kommentar: Dere har tidligere jobbet med fouriertransformasjon av lyd. Dersom fourierspekteret med egnet kalibrering gir et mål for lydintensiteten ved ulike frekvenser, burde du ved hjelp av kurvene i figur 7.18 kunne regne deg fram til dB(A)-verdier, dB(B)-verdier m.m. Som du skjønner kan du lage ditt eget lydmålingsinstrument! (Men kalibrering må til!) ← ♣]

dBm

Til slutt defineres enda en dB-skala som er mye brukt i fysikk, nemlig dBm-skalaen. Dette er en absolutt skala hvor I_0 er valgt lik 1 mW. dBm-skalaen brukes i mange deler av fysikken, ofte knyttet til elektronikk, men sjeldent ved angivelse av lydnivå. Målet brukes gjerne for å angi f.eks. utstrålt effekt eksemplvis fra en antenn. Dersom en kilde gir fra seg 6 dBm, betyr det at utstrålt effekt er

$$10^{6/10} \text{ mW} = 4 \text{ mW}$$

7.4 Andre lydfenomener du bør kjenne til

7.4.1 Svevelyd

Når vi lytter til to samtidige lyder med omtrent samme frekvens, kan det iblant høres ut som om *styrken* på lyden varierer på en regelbundet måte. Et slikt fenomen kalles ”sveving” eller ”svevelyd”. På engelsk kalles fenomenet ”beat” fordi lyden liksom slår mot en med fast takt.

Matematisk kan dette vises på omtrent samme måte som ved utledningen av uttrykket for en stående bølge. For vårt nye fenomen er det imidlertid ikke interessant å følge bølgens

utbredelse i rommet. Det interessante er å vurdere hvordan lyden høres ut på ett sted i rommet.

Utgangspunktet er to svingninger som funksjon av tid og summen av disse:

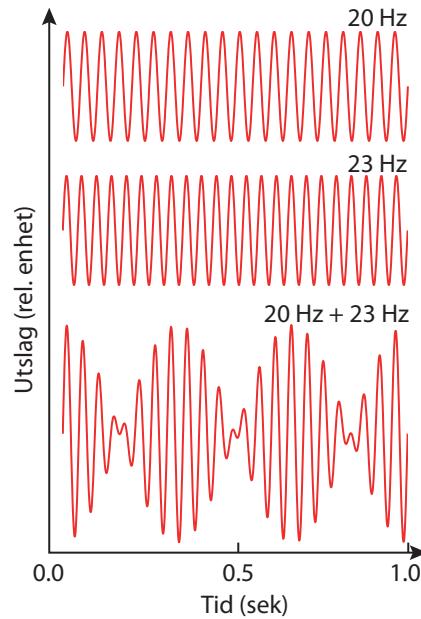
$$y_{sum} = A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t)$$

En lignende sumformel som forrige gang gir:

$$y_{sum} = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right) t \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right) t$$

Dersom de to (vinkel)frekvensene er omtrent like store, kan det innføres en middelverdi og differansverdi angitt som $\bar{\omega}$ og $\Delta\omega$ i formelen. Da følger:

$$y_{sum} = 2A \cos(\bar{\omega}t) \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) t \quad (7.13)$$



Figur 7.20: Når to lydsignaler med nær samme frekvens adderes, vil intensiteten på lydsignalene variere i tid på en karakteristisk måte.

Dette er igjen et produkt av to ledd som er uavhengige av hverandre. For så små frekvensforskjeller at øret ikke klarer å skille dem i tonehøyde, vil det første leddet i ligning (7.13) svare til omtrent samme lydopplevelse som om hver enkelt av de to lydene var alene. Det siste leddet gir imidlertid en svingning med langt lavere frekvens enn de opprinnelige. Lytter vi for eksempel til to samtidige, omtrent like sterke lyder med frekvens 400 og 401 Hz, vil det siste leddet være et ledd av typen $\cos(\pi t)$. En gang per sekund vil dette leddet være lik null. Når det skjer, vil den totale lyden forsvinne. Lytter-opplevelsen er da en lyd omtrent som

enkeltlydene når de høres hver for seg, men styrken på lyden vil svinge med en frekvens på 1 Hz. Det er denne pulsasjonen i lydstyrken som kalles sveving.

I figur 7.20 er det vist et eksempel på sveving. Der er det to signaler med henholdsvis 20 og 23 Hz som blandes, og vi følger hver av signalene og summen over en tid på ett sekund. Vi ser at i sumsignalet er det tre “perioder” med kraftig og svak lyd innenfor det sekundet vi betrakter. Merk at i ligning (7.13) inngår *halve* differansen av frevensene som adderes. I vårt tilfelle svarer dette til 1.5 Hz. Hvorfor blir det likevel tre “perioder” i intensiteten i figur 7.20? Dette er en detalj du bør merke deg og forstå, for den sniker seg inn i flere ulike sammenhenger. (Hint: Hvor mange ganger er sinus lik null i løpet av én periode?)

[♣ ⇒ Det er flere pussigheter knyttet til svevelydfenomenet. Fourieranalyserer vi et signal beskrevet med ligning (7.13), får vi to topper i fourierspekteret som svarer til ω_1 og ω_2 , og KUN dette. Vi ser *ikke* noe signal svarende til differansfrekvensen. Hvorfor hører vi svevelyden da og ikke to separate toner?

Dersom de to frevensene er lengre fra hverandre, vil vi nettopp høre to separate toner, og ingen svevelyd. Hvor langt frevensene må ligge fra hverandre for at svevelyden skal forsvinne, er beskrevet i boka til akustikeren Tor Halmrast: “Klangen. Kompendium i lydlære 1 + 2”. Institutt for musikkvitenskap, Universitetet i Oslo, 2016 (se tor.halmrast.no/klangen.php, tilgjengelig per 23. feb. 2016). Boka til Tor Halmrast gir et vell av interessante opplysninger om lyd, musikk og akustikk! Mange av de temaene vi tar opp i dette kapitlet er beskrevet mer utførlig i Tor Halmrast’s bok.

Forørig anbefaler vi at du gjør følgende: Lag et signal som består av to sinuser med samme amplitude og frevensene hhv 100 og 110 Hz. Beregn signalet over minst hundre perioder for 100-Hz-signalet. Foreta en fouriertransformasjon og se på resultatet. Beregn så *kvadratet av signalet* ($(\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t))^2$).*($\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)$) og foreta en fouriertransformasjon av *dette* signalet. Studer nøyde de linjene som da framkommer, og forsök å finne et system i galskapen.

Dette lille numeriske eksperimentet er interessant fordi mange fysiske detektorer for bølgefenomener, egentlig ikke responderer på det momentane utslaget i bølgen, men på *kvadratet* av utslaget. Kan frekvensspekteret av kvadratet av signalet gi oss en indikasjon på hvorfor vi hører en svevelyd? ⇐ ♣]

7.4.2 Lydintensitet vs avstand og tid

Når lyd forplanter seg i luft, er det lite energi som blir borte underveis. Det betyr at omtrent samme mengde energi som passerer et kuleskall med radius r_1 også vil passere et kuleskall lengre ute med radius r_2 . Den lokale lydintensiteten er mengde energi per flate og tid. Siden et kuleskall har en flate lik $4\pi r^2$, betyr det at intensiteten vil avta som $1/r^2$ hvor r er avstanden til kilden.

Nå er det sjeldent slik at lyden brer seg likt over et helt kuleskall. Avstanden til bakken er vanligvis betydelig kortere enn lydutbredelsen i horisontalplanet. Relasjonen

$$\frac{I(r_2)}{I(r_1)} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

gjelder imidlertid rimelig bra også for begrensede romvinkler^a.

^aSå lenge interferensfenomener ikke spiller en vesentlig rolle

Det betyr at dersom vi på en konsert står 10 meter fra høyttalerne, vil intensiteten være 400 ganger større der enn for tilhørere 200 meter unna.

En lydpuls vil imidlertid dempes med tiden. Trykkbølgene fører til svingninger i gjenstander, og mange gjenstander har en innebygget friksjon der lydenergien blir omgjort til varme. Ulike materialer demper lyd mer eller mindre effektivt. En glatt betongmur settes ikke mye i

svingninger av lydbølger, og lyden blir reflektert uten stort tap av energi. Vegger dekket med mineralull eller andre materialer som letttere settes i svingninger av lydbølger, kan dempe lyden mye mer effektivt.

Vegger og interiør i et rom kan føre til store forskjeller i demping. Derved påvirkes den såkalte “etterklangstiden”. I Trefoldighetskirken i Oslo, med mursteinvegger og lite tekstiler, er etterklangstiden så lang at musikk med raske passasjer blir grøttet å lytte til, spesielt når det er få tilhørere. I et rom med mye tekstiler og møbler og mennesker i forhold til rommets volum, vil lyden dø ut betydelig raskere. I et ekkofritt rom er gulv, vegger og tak dekket av dempende materialer, og etterklangstiden er ekstremt kort. For konsertlokaler og teaterlokaler betyr det mye for den totale lydopplevelsen at etterklangstiden er tilpasset til de lydbildene som forekommer. Bygningsakustikk er en egen del av fysikken, der gode fagfolk er vanskelig å finne og derfor ettertraktet. Mange interessante detaljer finnes i boka til akustikeren Tor Halmrast: “Klangen. Kompendium i lydlære 1 + 2” nevnt til slutt i delkapitlet om svevelyd.

7.4.3 Doppler-effekt

De fleste av oss kjenner til at lyden fra en sykebil under utrykning endrer tonehøyde når bilen passerer oss. Fenomenet kalles *doppler-effekt*. Vi skal nå utlede et matematiske uttrykk for frekvensendringen vi observerer.

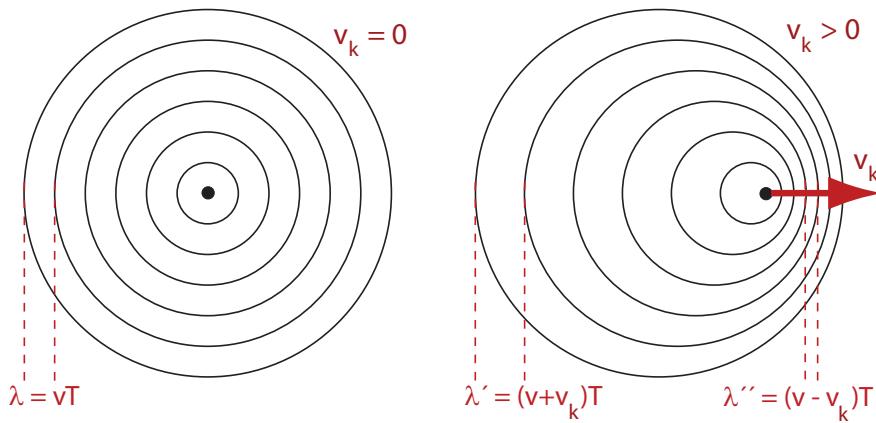
Lydbølger går med en viss hastighet *i forhold til mediet bølgen beveger seg i*. Uansett hvilken hastighet kilden har, og uansett hvilken hastighet en observatør har, går lydbølgen ufortrødent gjennom f.eks. luft med hastigheten $v = \sqrt{K/\rho}$ (størrelser definert tidligere).

Til venstre i figur 7.21 er det vist bølgefrontene karakterisert ved maksimum i lufttrykk-bølgene fra en kilde som er i ro. Lyden brer seg jevnt ut i alle retninger, og så lenge kilden ikke flytter på seg, vil alle bølgefrontene ha samme sentrum. Til høyre i samme figur er det vist bølgefrontene når kilden til lyden har flyttet seg mellom hver gang en trykkbølge startet ut. Deretter går hver av trykkbølgene ufortrødent videre med lydhastigheten (f.eks. i luft).

Det betyr at en observatør som er plassert slik at lydkilden nærmer seg, vil oppleve at bølgetoppene kommer oftere (flere bølgetopper per sekund) enn om kilden var i ro. For en observatør som er plassert slik at lydkilden fjerner seg, blir det motsatt. Det betyr at frekvensen en observatør opplever, vil være forskjellig i de to situasjonene.

Når observatøren står i ro i forhold til luften, vil lydbølgene strømme mot ham med lydhastigheten v . Når den effektive bølgelengden er som vist i høyre del av figuren, følger det at frekvensen som observatøren hører, f_o er:

$$f_o = \frac{v}{\lambda_{eff}}$$



Figur 7.21: Lydbølger breder seg ut med samme hastighet i alle retninger i mediet lydbølgene går gjennom. Bølgetoppene ligger like langt fra hverandre dersom kilden er i ro i forhold til luften. Beveger kilden seg i forhold til luften med hastigheten v_k , ligger bølgetoppene tettere på den ene siden enn på den andre. Lydhastigheten er angitt som v .

Når lydkilden med periodetid T og frekvens $f_k = 1/T$ nærmer seg observatøren med hastigheten v_k , følger:

$$f_o = \frac{v}{(v - v_k)T}$$

$$f_o = \frac{1}{1 - v_k/v} f_k \quad (7.14)$$

hvor v er lydhastigheten i luft. For en observatør hvor kilden fjerner seg, blir minustegnet erstattet med pluss.

Denne versjonen av Doppler-effekt kan beskrives ved at bølgehastigheten i forhold til observatøren (som er i ro) er lik lydhastigheten i luft, mens effektiv bølgelengde er forskjellig fra en situasjon hvor både kilde og observatør er i ro.

En annen versjon av Doppler-effekten får vi når kilden står i ro, men observatøren beveger seg. Da er hastigheten til bølgetoppene relativt til observatøren forskjellig fra lydhastigheten i luft generelt. Bølgelengden er imidlertid uendret.

Frekvensen som observatøren da opplever, vil være proporsjonal med effektiv hastighet til bølgetoppene i forhold til observatøren, sammenlignet med hastigheten bølgene hadde nådd observatøren med dersom han og kilden stod i ro. For en stilstående kilde, og observatør i bevegelse med hastigeten v_o i retning mot kilden, følger da:

$$f_o = (1 + v_o/v) f_k \quad (7.15)$$

hvor f_k igjen er frekvensen til kilden.

Det er fullt mulig å kombinere de to variantene av Doppler-effekt vi har behandlet ovenfor, slik at vi får et mer generelt uttrykk som gjelder for situasjoner hvor både observatør og kilde er i bevegelse i forhold til lufta der lyden brer seg utover.

I ligning (7.15) kan frekvensen f_k erstattes med den frekvensen en observatør (indeks o) hadde opplevd dersom kilden (indeks k) var i bevegelse, altså med f_o fra ligning (7.14). Resultatet blir:

$$f_o = \frac{v + v_o}{v - v_k} f_k \quad (7.16)$$

Her er v lydhastigheten i luft (f.eks. 344 m/s). v_k og v_o er hhv kildens og observatørens hastighet relativt til luften lyden går gjennom. I likningen ligger det følgende fortegnskonvensjon: Dersom kilden beveger seg mot observatøren med en hastighet v_k relativt til luft, er v_k positiv. Dersom observatøren beveger seg i retning mot kilden med hastigheten v_o i forhold til lufta, er v_o positiv.

Merk at fortegnet er gitt ut fra relativ bevegelse mellom kilde og observatør slik som angitt ovenfor, mens selve størrelsen på hastighetene er angitt i forhold til luft (eller det mediet som lydbølgen brer seg gjennom).

De kan bemerkes at det *ikke* er vilkårlig hvem som beveger seg, enten kilden eller observatøren. Dersom kilden nærmer seg observatøren med en hastighet som nærmer seg lydhastigheten i luft, vil nevneren gå mot null og frekvensen observatøren oppfatter går mot uendelig. På den annen side, dersom observatøren nærmer seg kilden med en hastighet lik lydhastigheten i luft, vil han/hun oppfatte en frekvens som bare er to ganger frekvensen til lydkilden.

Dopplerskift utnyttes i dag i ultralyddiagnostikk. I figur 7.22 er det vist et ultralydbilde av et hjerte, og i en viss sektor av bildet er det lagt til en markering i farger som viser om blodcellene beveger seg mot oss eller fra oss. Bildet viser en pasient som har en hjerteklaff som ikke lukker ordentlig når hjertekammeret trekker seg sammen.

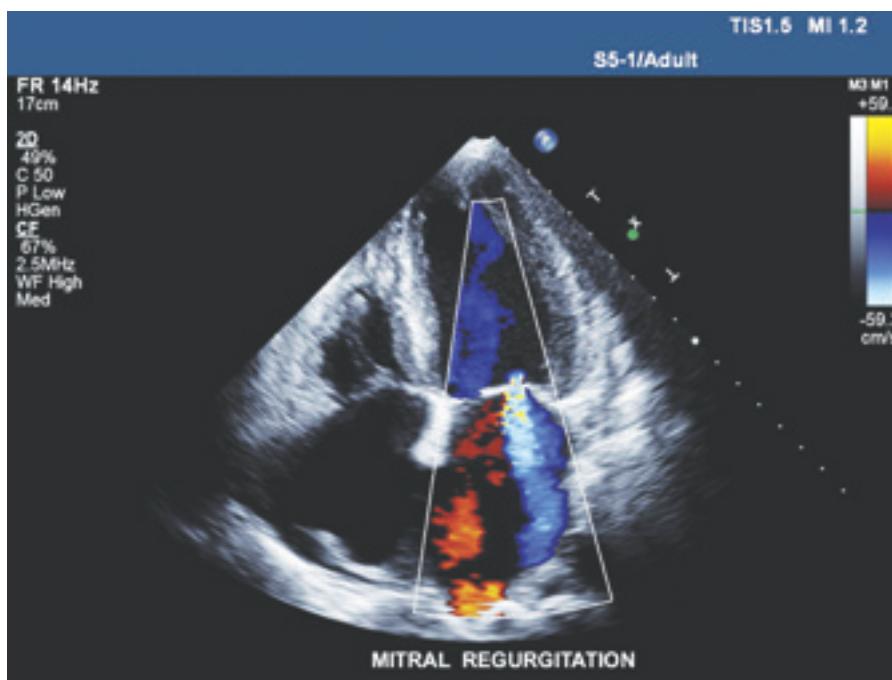
7.4.4 Doppler for elektromagnetiske bølger

Utledningen av doppler-effekt for lydbølger er basert på en konstant lydhastighet i forhold til mediet lyden går gjennom. For elektromagnetiske bølger er situasjonen en helt annen. Lyshastigheten er på en litt uforståelig måte knyttet opp til hele vårt rom/tidsbegrep, og lyshastigheten i vakum er den samme uansett hvilken hastighet kilden beveger seg med og uansett hvordan en observatør beveger seg. Når bølgelengder måles, observeres lengdekontraksjoner på grunn av relativistiske effekter, og tidsdilatasjon/kontraksjon som følge av relativistiske effekter. Utledningen av Doppler-effekt for elektromagnetiske bølger blir derfor noe mer komplisert enn for lyd, og vi nøyer oss med å bare gjengi det aktuelle uttrykket.

Dopplerskift for elektromagnetiske bølger i vakum er gitt ved:

$$f_o = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} f_k \quad (7.17)$$

Her er c lyshastigheten, og v hastigheten til *kilden relativt til observatør*, $v > 0$ dersom de to nærmer seg hverandre. f_k er som før frekvensen til bølgene som kilden sender ut.



Figur 7.22: Ultralydbilde av et hjerte, sammen med ultralyd-doppler markering av blodstrømmen i en viss fase av hjerterytmen. Bildet viser at hjerteklaffen ikke lukker seg ordentlig under hjertekammerkontraksjonen. Bildet er gjengitt med tillatelse fra Vingmed. Det er vanskelig å forstå et enkeltbilde som dette. Video av slike undersøkelser er ofte lettere å skjønne. En video som anbefales finner du på <http://library.thinkquest.org/05aug/01883/ultrasound3.htm> (per. 17. feb. 2013).

Denne relasjonen viser at lys fra fjerne galakser vil observeres med en lavere frekvens dersom galaksene fjerner seg fra oss. Effekten er velkjent og går under navnet "rødforskyvning" i de observerte spektrene.

Rødforskyvningen er sterkt ved observasjon av lys fra fjerne galakser, siden disse (i tråd med Big Bang modellen for universet) beveger seg fra oss med stor hastighet. Effekten er så sterkt at deler av det synlige spekteret er forskjøvet inn i det infrarøde området.

Dette er én grunn til at romteleskopet James Webb har detektorer i det infrarøde området.

7.4.5 Sjokkbølger *

Fra høyre del av figur 7.21 går det fram at trykkbølgene ligger tettere framfor en lydkilde som beveger seg relativt til luft enn om kilden hadde stått i ro. Det lå imidlertid implisitt en antakelse i figuren, nemlig at lydkilden aldri tar igjen lydbølgene den genererer. Med andre ord, lydkilden beveger seg med en hastighet mindre enn lydhastigheten i luft (eller mediet vi betrakter).

Hva skjer dersom lydkilden beveger seg *raskere* enn lydhastigheten? Forholdene blir da som vist i figur 7.23. For å komme fra tilfellet nederst i figur 7.21 til 7.23, må vi imidlertid gjennom en situasjon der kilden beveger seg akkurat like fort som lyden. I denne situasjonen vil trykkbølgene på forsiden av kilden bli liggende oppå hverandre, og vi kan få enorme trykkvariasjoner innenfor relativt korte avstander. Denne situasjonen kalles "lydmuren".

Det skal betydelig energi til for å trenge gjennom trykkbølgen vi kaller lydmuren. Intensiteten i sjokkfronten kan komme opp i $160\text{-}170 \text{ MW/m}^2$. Og kanskje enda viktigere: Gjenstanden som skal "gå gjennom lydmuren" må være kraftig bygget for å tåle påkjenningene når trykkvariasjonene blir meget store over objektet. Lydintensiteten i sjokkbølgen er om lag 200 dB, slik at personer om bord i et fly som går gjennom lydmuren må skjermes betydelig for å ikke få varige skader.

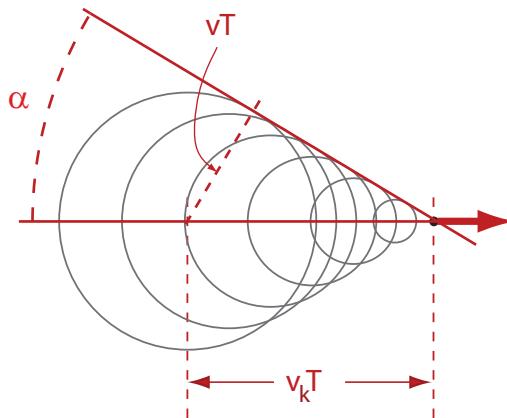
Merk: Det er ikke lyden av motoren på flyet som gir opphav til sjokkbølgen. Det er rett og slett trykkbølgen som skyldes at flykroppen trenger seg fram gjennom lufta. Motorlyden kommer som et tillegg til denne hovedbestandelen til trykkbølgene.

Lydhastigheten i luft angis gjerne som 340 eller 344 m/s. Omgjort til kilometer per time får vi ca 1230 km/t. Jagerfly kan fly raskere enn dette, og bryter da lydmuren på vei mot de høyeste hastighetene.

Hastigheten til supersoniske fly angis i antall Mach, hvor:

$$v \text{ målt i Mach} = \frac{v_{fly}}{v_{lyd}}$$

Concorde-flyet hadde en normal marsjhastighet over Atlanteren på ca 1.75 Mach, men hadde en toppfart på ca 2.02 Mach. Romferjen hadde en hastighet på opp mot 27 Mach. Husk forresten i denne sammenheng at lydhastigheten i tynn luft langt oppe i atmosfæren er forskjellig fra lydhastigheten ved bakken.



Figur 7.23: Bak et supersonisk fly danner det seg en sjokkbølge som har form som en kjegleflate med flyet i spissen. Vinkelen på kjegleflaten avhenger av hvor mye raskere flyet beveger seg enn lydhastigheten.

Fra figur 7.23 går det fram at sjokkbølgen danner overflaten til en kjegle etter flyet som lager bølgen. Åpningsvinkelen i kjegleflaten er gitt ved:

$$\sin \alpha = \frac{v_{lyd} \cdot t}{v_{fly} \cdot t} = \frac{v_{lyd}}{v_{fly}}$$

Når et supersonisk fly flyr høyt opp i lufta, vil flyet passere en observatør på bakken flere sekunder før observatøren hører lyden fra flyet. Først når sjokkbølgen når bakken der observatøren er, vil hun/han høre flyet, og da gjerne som et lite smell idet trykkbølgen på kjegleoverflaten passerer. Smellet som høres svarer derfor *ikke* til tidspunktet da flyet går gjennom lydmuren, men bare til tidspunktet sjokkbølge-kjegleflaten treffer observatøren.

For Concorde-flyet hadde sjokkbølgen et trykk på ca 50 Pa ved bakken når flyet fløy i en høyde på 12000 meter. Det var da lett å høre smellet fra sjokkbølgen en kort tid etter at flyet hadde passert. På samme måte kunne vi i Los Angeles distriktet høre et smell når romferjen kom inn for landing på landingsstripen i ørkenen litt nordøst for byen.

Historisk sett var det det amerikanske Bell X-1 rakettmotodrevne flyet som første gang brøt lydmuren. Det skjedde 14. oktober 1947. Flyet oppnådde da en fart på 1.06 Mach.

7.4.6 Eksempel: Helikoptere *

Det er få som tenker på helikoptere når vi snakker om overlydhastighet, men det må vi faktisk gjøre. Et Black Hawk helikopter har rotorer som roterer om lag 258 ganger per minutt. Det tilsvarer ca 4.3 rotasjoner per sekund.

Rotorbladene har en lengde på 27 fot, som svarer til om lag 9 meter.

Hastigheten ytterst på rotoren for et stillestående helikopter (med rotoren i gang) er da:

$$\frac{2\pi r}{1/4.3} \text{ m/s} = 243 \text{ m/s}$$

Dersom helikopteret kjører med en hastighet på 100 km/t i forhold til lufta, vil hastigheten ytterst på rotoren i forhold til lufta bli 360 m/s på en side av helikopteret. Dette er omtrent lik lydhastigheten!

Konstruktører av helikoptere må faktisk balansere rotorhastighet og rotasjonshastighet og fart på en slik måte at vi unngår problemer med lydmuren. Det at hastigheten til ytterkanten av rotoren ikke holder samme hastighet i forhold til lufta gjennom en hel omdreining, gjør at vi har litt å gå på i forhold til et supersonisk fly.

Det kan forresten være artig å regne ut radiell akselerasjonen for et punkt ytterst på en helikopterrotor. Med utgangspunkt i tallene ovenfor, følger:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{243^2}{9} \text{ m/s}^2$$

$$a_r = 6561 \text{ m/s}^2 \approx 670 g$$

Det er med andre ord enorme krefter som virker på rotoren, og materialet må være feilfritt for å unngå ulykker. Det er ikke uvanlig at et rotorblad koster over 1 million kroner pr stk.

7.4.7 Kilder til artige detaljer om musikk og musikkinstrumenter:

Det er en del pussigheter knyttet til musikkinstrumenter. Fysikere har bidratt til bedre forståelse av mange detaljer og gjør det fortsatt. Her er det noen interessante kilder du kan ta en titt på:

Joe Wolfe ved The University New South Wales,
<http://newt.phys.unsw.edu.au/jw/basics.html>
 (tilgjengelig 24. nov. 2016).

Institute of music acoustics, University of music and performing arts Vienna.

http://iwk.mdw.ac.at/?page_id=104&sprache=2

(tilgjengelig 23. feb. 2016).

Seona Bromage: *Visualisation of the Lip Motion of Brass Instrument Players, and Investigations of an Artificial Mouth as a Tool for Comparative Studies of Instruments*. PhD-avhandling, University of Edinburgh, 2007

http://www.acoustics.ed.ac.uk/wp-content/uploads/Theeses/Bromage_Seona_PhDThesis_UniversityOfEdinburgh_2007.pdf

(tilgjengelig 23. feb. 2016).

YouTube video som viser leppevibrasjoner ved spilling av trombone:

Lip Vibration of Trombone Enbouchures, Leno,

https://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=CoxnhjLMVBo

(tilgjengelig 23. feb. 2016).

7.5 Læringsmål

Etter å ha jobbet deg gjennom dette kapitlet bør du kunne:

- Gjøre rede for generelle trekks ved refleksjon og transmisjon av bølger ved en grenseflate mellom to medier med ulik impedans.
- Gjøre rede for betingelser for å få stående bølger, og hva som karakteriserer slike bølger inklusiv begrepene buk og knuter.
- Gjøre rede for hva som bestemmer tonehøyden for noen ulike musikkinstrumenter og hvordan vi kan oppnå ulike tonehøyder med ett og samme instrument.
- Kunne beregne frekvensen (omtrentlig) for en svingende streng og for et blåseinstrument.
- Gjøre rede for hva vi mener med et frekvensspekter, grunnfrekvens og harmoniske, når lyd analyseres ved hjelp av f.eks. fouriertransformasjon.
- Gjøre rede for en temperert skala og kunne beregne frekvensen til en hvilken som helst tone på et piano.
- Forklare hva som menes med en svevelyd, og kunne utlede et matematisk uttrykk som viser at sveving har noe med lydintensiteten å gjøre.
- Kunne beregne (når formler er oppgitt) amplitude for bevegelse av luftmolekyler og amplitude for trykkbølgen ved harmonisk lydbølge med angitt dB-verdi.
- Gjøre rede for dB, dB(SPL), dB(A) og dBm-skalaen.
- Gjøre rede for årsaken til Dopplerskift i ulike sammenhenger, kunne utlede formler som gjelder for Dopplerskift i luft, og kunne gjennomføre beregninger basert på disse formlene.
- Gjøre rede for sjokkbølger, spesielt "lydmuren" ved supersoniske fly o.l.

7.6 Oppgaver

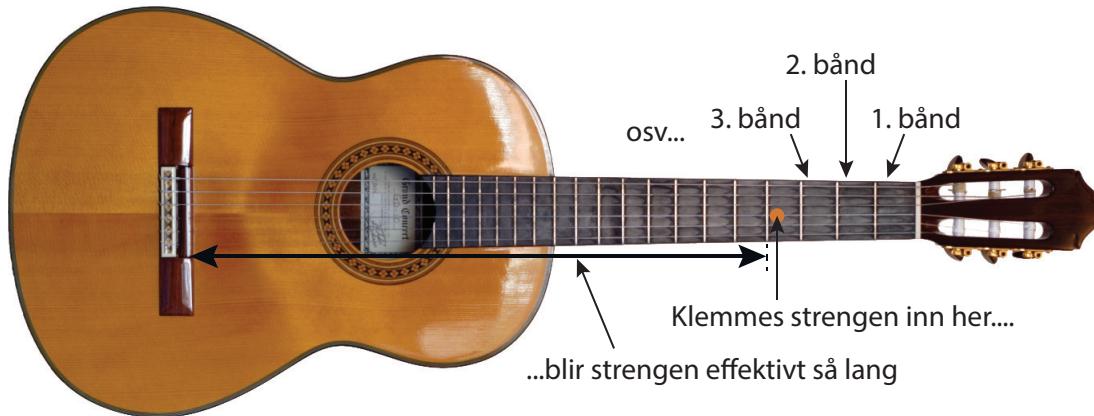
Forståelses- / diskusjonsspørsmål

1. Ved ultralydundersøkelser av f.eks. et foster, må det være minst like mye reflektert lyd fra grenseflaten mellom livmorvegg og fostervannet som mellom fostervannet og fosteret. Hvorfor vil ikke reflektert lyd fra den første grenseflaten ødelegge bildet av fosteret?
2. Noen pianostemmere baserer stemmingen på en medbrakt frekvensteller alene. Mange mener at det ikke gir noe god stemming. Kan du gi en rimelig forklaring på en slik skepsis?
3. Forsök å gi en verbal beskrivelse av hva som skjer fysisk sett idet vi *begynner* å blåse luft inn i en orgelpipe og helt til lyden blir stabil.
4. Vi kan lage en tone ved å blåse luft gjennom et rett rør. Ved å endre strammingen av leppene, kan vi få til ulike tonehøyder. Hvordan henger det sammen? Hvordan er bølgemønsteret inne i røret ved noen av lydene som kan frembringes? Hvordan vil du tro at frekvensspekteret ser ut?
5. Kan vi få en stående bølge ved å addere to bølger som beveger seg i motsatt retning av hverandre, der den ene har større amplitud enn den andre, men samme frekvens? Kan vi få en stående bølge dersom vi adderer to bølger som beveger seg i motsatt retning av hverandre, der den ene har større frekvens enn den andre, men samme amplitude?
6. Er stående bølger alltid kvantisert? Forklar.
7. I musikken er en oktav karakterisert ved at frekvensen f.eks. til en høy C er dobbelt så stor som frekvensen til en C en oktav lavere. Anta at vi har en korrekt stemt gitar, og vi vil leke oss med å stramme en streng slik at den kommer en oktav høyere enn den normalt skal være. Hvor mye mer stramming må da til? [Er dette en selskapslek som kan anbefales?]
8. En violinist berører iblant en streng så vidt på midten mens hun stryker buen over strengen. Hva oppnår hun med dette trikset?
9. Når lyd går fra luft til vann, hvilken av følgende størrelser holder seg konstant: Bølgelengde, bølgehastighet, frekvens, utslag (i posisjon) for molekylene som bringer lyden videre?
10. På en trompet kan vi spille forskjellige toner ved å trykke på ventiler som fører til at lufta går gjennom bøyler (av ulik lengde) som forlenger effektiv lengde på luftstrengen innenfor instrumentet. Hvordan kan vi spille forskjellige toner på et "posthorn" eller lignende instrumenter der vi ikke kan forlenge effektiv lengde? Kan vi spille samme type melodier på et slikt instrument som f.eks. på en trompet?
11. Dersom vi inhalerer helium og prater, får vi en "Donald Duck stemme" som er lys og skrikende. Hva er grunnen til det? [Husk at å inhalere for mye helium kan gi helseskader og død, så vær forsiktig dersom du forsøker å teste ut dette i praksis!]
12. Når vi spiller på en akustisk gitar, blir klangen forskjellig alt etter om vi klimprer på strengene helt ned mot tverrbåndet hvor strengen slutter sammenlignet med dersom vi klimprer på strengen nær hullet i gitaren (eller enda nærmere midt på strengen). Hva er grunnen til forskjellen i tonekvalitet? Og hvordan vil du karakterisere forskjellen?
13. Går det an å si som så: Å legge til X dB i lyden svarer til å multiplisere intensiteten til den opprinnelige lydbølgen med et bestemt faktor?
14. Fortell kort hva som er forskjellen mellom dB, dB(SPL), dB(A) og dBm.

15. Ved en orgelkonsert merket en lytter seg at etter at organisten hadde avsluttet spillingen, tok det likevel noen få sekunder før lyden forsvant helt. Hva er grunnen til at lyden gradvis går mot null? Og hvor blir det av den energien som var i den opprinnelige lyden?
16. Anta at vi står stille et sted og hører en fabrikkpipe varsle at arbeidsdagen er slutt. Det blåser nokså friskt fra fabrikkpipa mot oss. Vi vil merke et Dopplerskift i lyden?

Regneoppgaver

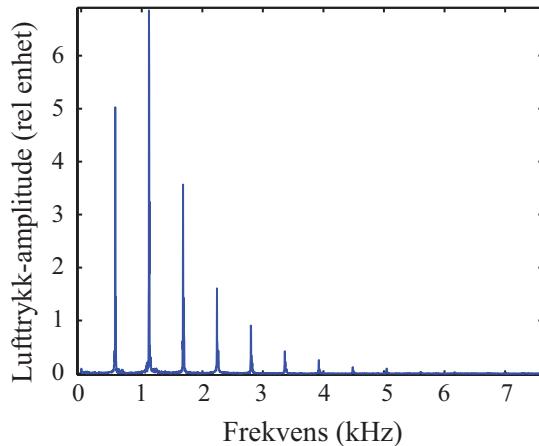
17. En orgelpipe er 3.9 m lang. Orgelpipen er åpen i enden. Hvilken tone antar du at orgelpipen gir fra seg (sammenlign med figur 7.16).
18. Lengden på den fri delen av strengene på en gitar er 65 cm (dvs den delen som kan svinge). Klemmer vi ned G-strengen i femte båndet, får vi en C (se figur 7.24). Hvor må det femte båndet være plassert på gitarhalsen? G-en har en frekvens om lag 196.1 Hz og C-en om lag 261.7 Hz.



Figur 7.24: På en klassisk gitar forkortes en streng ett hakk dersom strengen klemmes inn i første bånd. Tonen blir da en halvtone høyere enn en åpen streng. Klemmes strengen ned i andre bånd, blir tonen to halvtuner høyere osv.

19. Bruk info og svar fra forrige oppgave. For hver halvtone vi går opp fra der vi er, må frekvensen øke med en faktor 1.0595. Beregn posisjonen til første båndet, og til sjette båndet. Er avstanden mellom båndene (målt i antall millimetre) identiske langs gitarhalsen? Vis at avstanden mellom båndene er gitt ved 0.0561 ganger lengden til strengen da den var klemt inn i forrige bånd.
20. Sjekk frekvensene som er angitt i figur 7.16. Dersom vi brukte lydanalyse vha. fourier-transformasjon for å bestemme frekvensen, hvor lang tid måtte vi da ha samplet lyden for å få en slik presisjon? Er dette en realistisk måte å bestemme frekvensen nøyaktig på? Er det mer realistisk å angi frekvensen med fem gjeldende siffer for de høyeste frekvensene enn for de laveste?
21. Anta (foreløpig) at intensiteten til lyden som kommer fra et kor er proporsjonalt med antall sangere. Hvor mye kraftigere, angitt i en desibelskala, vil et kor på 100 korister lyde sammenlignet med et kor på fire personer (en kvartett)?
22. Figur 7.25 viser frekvensspekteret til en trompetlyd.

- a) Angi frekvens og relativ trykk-amplitude for de fem første harmoniske.



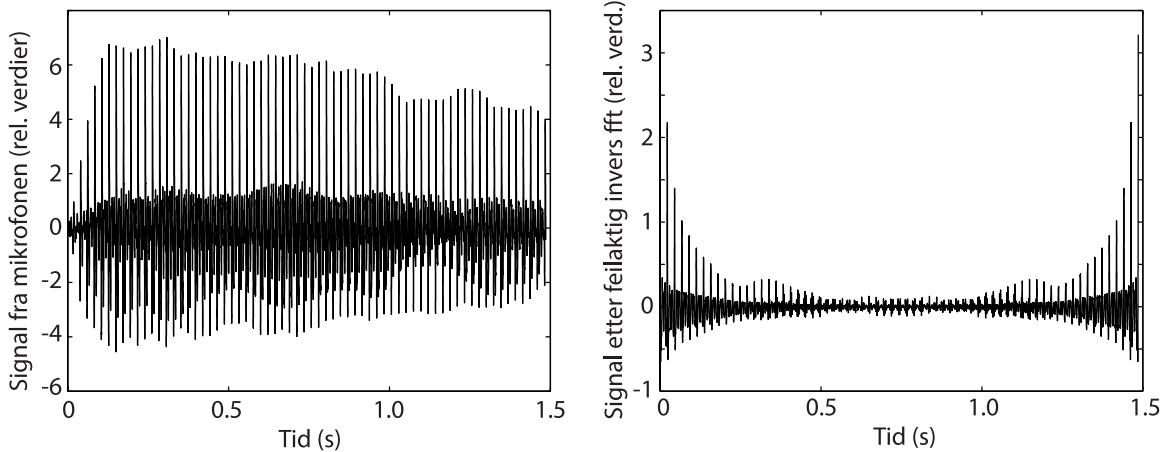
Figur 7.25: Eksempel på et frekvensspekter til en trompet.

- b) Hva er frekvensen til den femte overtonen?
- c) Anta at grunntonens lydintensitet er lik 50 dB(SPL). Beregn lydintensiteten i dB(SPL) for hele trompetlyden (nok å ta med de første fire (eller fem) harmoniske).
- d) Beregn lydintensiteten i dB(A) for hele trompetlyden (nok å ta med fire harmoniske).
23. Anta at en person ligger på en strand og lytter til en CDspiller som står 1 meter fra hodet og at musikken har en intensitet på 90 dB. Hvor kraftig lyd vil en nabo på stranden som er fire meter unna høytaleren høre musikken? Dersom naboen klager på lydnivået, hva kan den første personen gjøre for å bedre på forholdet? Presenter gjerne en beregning som kan belegge ditt forslag.
24. To strenger på et instrument blir begge stemt til å svinge ved 440 Hz. Etter noen timer merker vi at de ikke lenger har samme frekvens, for vi hører en svevetone på 2 Hz når vi lar begge strengene svinge samtidig. Anta at en av strengene fortsatt svinger ved 440 Hz. Hvilken (hvilk) frekvens(er) kan den andre strengen ha? Hvor mye har strammingen endret seg på den strengen som har mistet sin stemming?
25. I denne oppgaven skal vi sammenholde lydintensiteter, forflytningsamplituder og trykkamplituder. Husk å kommentere resultatene du kommer fram til i hvert delspørsmål!
- Hvor stor er forskyvningssamplituden for luftmolekylene når lydintensiteten er 0 dB(SPL) ved 1000 Hz? Gjenta samme beregning for lyd med intensitet 100 dB(SPL).
 - Hvor stor er lydtrykkamplituden (både i pascal og i atmosfæres trykk) når lydintensiteten er 0 dB(SPL) ved 1000 Hz? Gjenta beregningen for lyd med intensitet 100 dB(SPL).
 - Hvor stor er forskyvningssamplituden og trykkamplituden for lyd med frekvensen 100 Hz og intensiteten 100 dB(A) (!)?
 - Det er en øvre grense for hvor stort lydtrykkamplituden kan være dersom lydbølgen skal være tilnærmet harmonisk (sinusformet). Hvilken grense er dette? Hvor kraftig ville lyden være ved denne grensen (angitt i dB(SPL))?
26. Anta at du kjører bil i 60 km/t og hører at en politibil med sirener nærmer seg bakfra og kjører forbi. Du merker den vanlige endringen i lyd idet bilen passerer. Anta at politibilen kjører i 110 km/t og at den øvre frekvensen i sirenene har en frekvens på 600

- Hz dersom vi hadde lyttet til sirenene i politibilen. Hvilke frekvenser opplever vi å høre før og etter at politibilen har kjørt forbi oss?
27. Anta at et jagerfly tar av fra Bodø flyplass og når 1.75 Mach allerede ved 950 m høyde. Hvilken vinkel har sjokkbølgen? Hvor lang tid tar det fra flyet passerer direkte over en person på bakken før personen merker sjokkbølgen? Se bort fra endringer i lydhastighet med høyden.
28. Ved en ultralydundersøkelse av et foster benyttes dopplereffekten for å måle hastigheten til hjertebevegelsen i fosteret. Lyden har en frekvens på 2.000000 MHz (2 MHz sharp), men lyden tilbake har en frekvens på 2.000170 MHz. Hvor stor hastighet hadde den delen av fosterets hjerte hvor lyden ble reflektert fra, i den korte perioden der denne målingen ble foretatt. Lydhastigheten i fosteret er om lag 1500 m/s. [Frivillig tilleggsspørsmål: Hvor stor tidsoppløsning er det mulig å oppnå for kartlegging av hjertebevegelsen i tilfeller som dette?]
29. Krabbetåken er en gass-sky som kan observeres også med små teleskop. Den er restene etter en supernova som ble sett på jorda 4. juli 1054. Gass i de ytterste lagene av skyen har en rød farge som kommer av varm hydrogengass. På jorden har hydrogen-alfa-linjen $H\alpha$ en bølgelengde på 6562.82 Å. Når lyset fra Krabbetåken studeres, har $H\alpha$ -linjen en *bredde* på 56.942 Å.
- Beregn hvilken hastighet gassen i ytre del av Krabbetåken beveger seg med. [Anta at lyshastigheten er 3.0×10^8 m/s, og at relativistisk dopplershift for elektromagnetiske bølger tilnærmet kan gis som $f_{observ} = (1 - v/c)f_{kilde}$ dersom kilden beveger seg med hastigheten v vekk fra observatøren.]
 - Anta at gassen i den ytre delen av skyen har beveget seg med samme hastighet helt siden supernovaen "gikk i lufta". Estimer størrelsen av Krabbetåken slik den ser ut nå. Angi svaret både i meter og i lysår.
 - Vinkeldiametren til Krabbetåken når vi ser den fra Jorden er om lag 5 bueminutter. Et bueminutt er $1/60$ av en grad. Estimer avstanden (i lysår) til Krabbetåken.
 - Når fant egentlig eksplosjonen av stjernen sted (om lag).
 - I virkeligheten er ikke Krabbetåken sfærisk. Sett fra Jorda ser krabben mer elliptisk ut med største og minste vinkeldiameter på hhv 420 og 290 busekunder. Selv i dag kjenner vi ikke avstanden til Krabbetåken særlig nøyaktig. Kan du gi en god grunn til unøyaktigheten ut fra den beregningen du har foretatt?
30. En pianostemmer stemmer først alle tre C-strengene (som alle blir aktivisert av én tangent) slik at de får frekvensen 261.63 Hz. [Hun starter egentlig ut med en annen frekvens, men la oss ta dette utgangspunktet her.] Hun ønsker nå å stemme F-strengene ved å ta utgangspunkt i C og bruke "renstemming" der frekvensen til F er nøyaktig $4/3$ av frekvensen til C. Dette gjør hun for samtlige tre F-strenger som anslås når vi trykker på tangenten. Hun skjekstemmer så én av de tre F-strengene ved å lytte til svevelydfrekvensen hun får når hun trykker på tangenten. Ved å stille inn svevelydfrekvensen korrekt, oppnår hun at strengen får korrekt frekvens i en temperert skala (og kan justere frekvensen på de to andre F-strengene etter denne første). Hvilkens svevelydfrekvens må hun velge?
31. Bruk tallene for lengden av luftsøylen i en trompet gitt i figur 14.14 for å sjekke:
- At grunntonen er om lag en B (angi ca frekvens).
 - Sjekk at den ekstra veilengden luftsøylen får når ventil 1 er trykket ned, svarer omtrent til en heltone sammenlignet med ingen ventiler trykket ned. Går frekvensen

opp eller ned når vi trykker på en ventil?

32. Gjør en fouriertransformasjon frekvensanalyse av lyden fra ulike musikkinstrumenter (ta opp lyd selv via mikrofon og lydkort på en PC, på en mobiltelefon, eller bruk wav-filer som gjøres tilgjengelig fra websidene til kurset vårt). Bestem frekvensen på lyden (grunntonen) og finn hvilken tone på skalaen den tilsvarer. Angi omtrent hvor mange harmoniske du finner.



Figur 7.26: Se siste oppgave for detaljer.

33. Venstre del av figur 7.26 viser tidsbildet av lyden fra en tuba. En student fourieromvendte dette signalet for å få fram frekvensspekteret inklusiv overtonene. Studenten foretok så en invers fouriertransformasjon av frekvensspekteret og forventet å få tilbake det opprinnelige tidssignalet. Det gjorde han ikke. Resultatet er vist i høyre del av figuren. Hva gikk feil?