



Estrutura de Dados

Conjuntos – Array

Profa. Anna Giselle Ribeiro

Objetivos

- Apresentar:
 - TAD Conjunto
 - Implementação de TAD Conjunto com base em arrays

2019

CONJUNTO

TAD Conjunto

Definição

- Tipo abstrato de dados que modela o conceito matemático de Conjunto
- Tipo abstrato de dados que representa uma coleção de elementos que não admite elementos repetidos

2019 4

TAD Conjunto

Operações:

- bool add(Element e)
 - Adiciona um elemento e ao conjunto; retorna true caso o conjunto não contiver e, false caso contrário
- void clear()
 - Remove todos os elementos do conjunto
- bool contains(Element e)
 - Verifica se o conjunto já contém o elemento e
- bool isEmpty()
 - Verifica se o conjunto é vazio
- bool remove(Element e)
 - Remove o elemento e do conjunto; retorna true caso o conjunto contiver e, false caso contrário
- int size()
 - Retorna o número de elementos contidos pelo conjunto

2019

Como usar um conjunto?

Exemplo 1

 Suponha que uma trilha de Tweets recebeu diversas interações de diferentes usuários, e que cada usuário pode ter interagido mais de uma vez na mesma trilha. Neste contexto, quero fazer um programa que conte quantos diferentes usuários interagiram com esta trilha de Tweets.

Exemplo 1 – Solução 1

```
int countUsers(TwitterThread twitterThread) {
   List tweets = twitterThread.getTweets();
   Set usersSet = new Set();
   for( int i = 0; i < tweets.size(); ++i ) {</pre>
      Tweet tweet = tweets.get(i);
      User user = tweet.getUser();
      usersSet.add(user);
   return usersSet.size();
```

Exemplo 1 – Solução 1

```
int countUsers(TwitterThread twitterThread) {
   List tweets = twitterThread.getTweets();
   Set usersSet = new Set();
   for( int i = 0; i < tweets</pre>
                                  A operação 'add' do TAD
                                 Set abstrai pro programador
      Tweet tweet = tweets.ge
                                    a lógica de manter os
      User user = tweet.getUs
                                   usuários sem repetição
      usersSet.add(user);
   return usersSet.size();
```

Exemplo 1 – Solução 2

```
int countUsers(TwitterThread twitterThread) {
   List tweets = twitterThread.getTweets();
   Set usersSet = buildUsersSet(tweets);
   return usersSet.size();
                                         Apenas quebrei a lógica em
Set buildUsersSet(List tweets) {
                                             uma função auxiliar
   Set usersSet = new Set();
   for( int i = 0; i < tweets.size();</pre>
       Tweet tweet = tweets.get(i);
       User user = tweet.getUser();
       usersSet.add(user);
   return usersSet;
```

Exemplo 2

 Suponha agora que dadas duas trilha de Tweets, quero fazer um programa que identifique os usuários que interagiram pelo menos uma vez nas duas trilhas.

Exemplo 2 – Solução 1

```
Set findCommonUsers( TwitterThread t1, TwitterThread t2) {
   Set users1 = buildUsersSet( t1.getTweets() );
   Set users2 = buildUsersSet( t2.getTweets() );
   Set commonUsers = new Set();
   for( User user : users1 ) {
      if( users2.contains( user ) ) {
          commonUsers.add( user );
   return commonUsers;
```

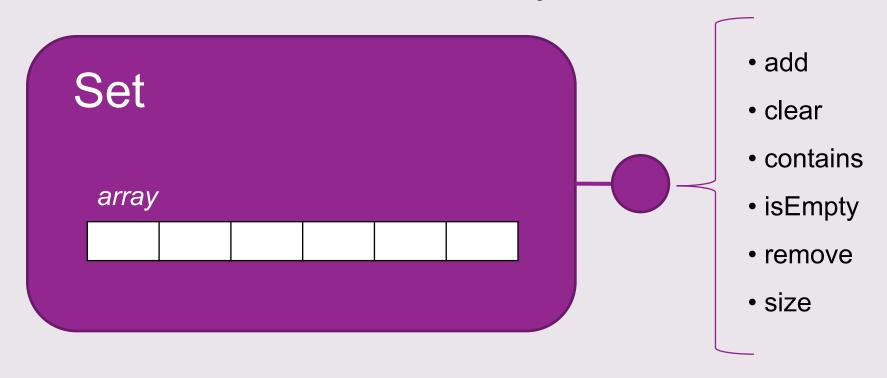
Exemplo 2 – Solução 2

```
Set findCommonUsers( TwitterThread t1, TwitterThread t2) {
   Set users1 = buildUsersSet(t1.getTweets());
   Set users2 = buildUsersSet(t2.getTweets());
   Set commonUsers = users1.intersection( users2 );
   return commonUsers;
                                    Operação 'intersection'
                                   nada mais é do que uma
                                     abstração para o que
                                  implementamos 'na mão' no
                                        slide passado
```

Como implementar um conjunto?

Uma possibilidade: usando array.

 Implementação interna do conjunto será feita com base num array



```
class Set {
private:
   String *array;
public:
   ArraySet();
   ~ArraySet();
   bool add(String s);
   void clear();
   bool contains( String s );
```

- int size()
 - Necessário manter um atributo no objeto do tipo ArraySet para registrar quantos elementos estão contidos no conjunto
- bool isEmpty()
 - Apenas verifica se quantidade de elementos é igual a zero ou não

```
class Set {
private:
   String *array;
   int quantity;
public:
   ArraySet();
   ~ArraySet();
   bool add(String s);
   void clear();
   bool contains( String s );
```

- bool contains(Element e):
 - Nada mais é do que uma busca sequencial no array interno
 - Complexidade: O(n)

```
bool Set::contains( std::string s ) {
   for( int i = 0; i < this->quantity; ++i ) {
      if ( array[i] == s ) {
         return true;
   return false;
```

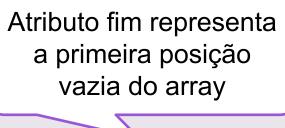
- bool add(Element e):
 - Percorrem-se todos os elementos do array;
 se encontrar um elemento igual, retorna false;
 senão, acrescenta o elemento na posição
 após o último elemento, incrementa a
 quantidade e retorna true
 - Necessário um atributo para registrar qual a primeira posição vazia
 - Complexidade: O(n)

- Add
 - -Add(10)



Add

- Add(10)



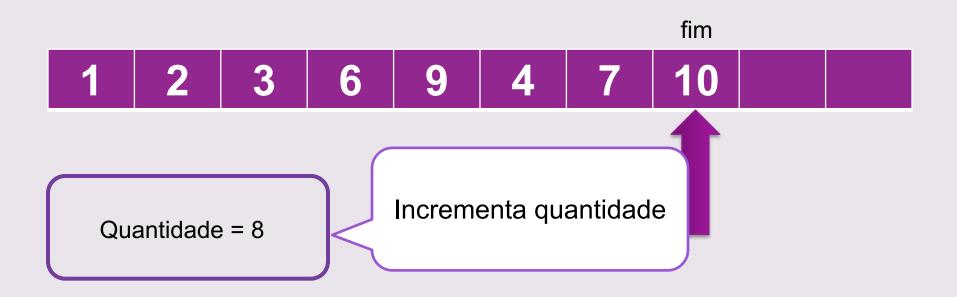
fim



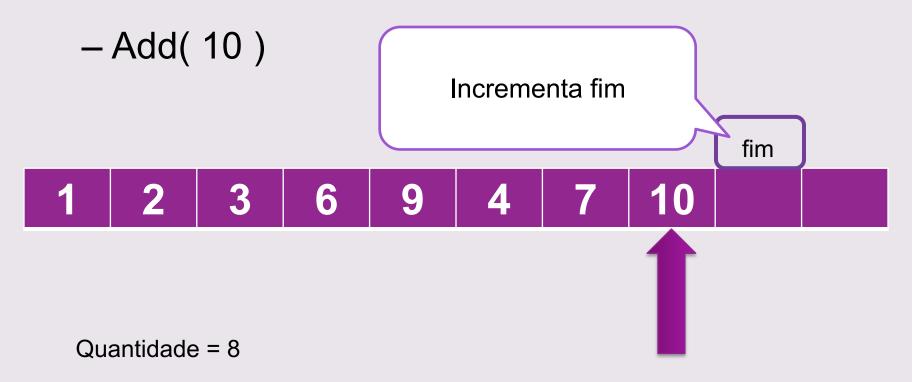
- Add
 - -Add(10)



- Add
 - -Add(10)



Add



- Add
 - -Add(4)

1 2 3 6 9 4 7 10

Add

-Add(4)

Elemento 4 já está contido no conjunto; retorne *false*

fim

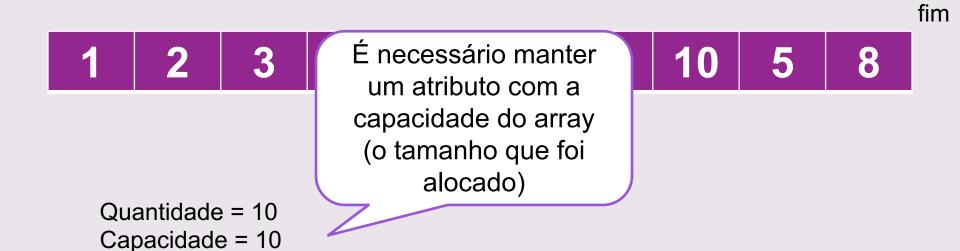
1 2 3 6 9 4 7 10

- Add E se o array estiver cheio?
 - Add(11)

_ fim



- Add E se o array estiver cheio?
 - Add(11)



- Add E se o array estiver cheio?
 - Ou não permite mais adições
 - Ou realoca um novo espaço pro array

fim



Quantidade = 10 Capacidade = 10

- Remove
 - remove (10)



- Remove
 - remove (10)

Elemento 10 não está contido no conjunto, logo, não há o que remover

fim

1 2 3 6 9 4 7

1

Remove

– remove (6)

Elemento 6 está contido no conjunto, logo, há o que remover. Mas como?

fim



Remove

- remove (6)

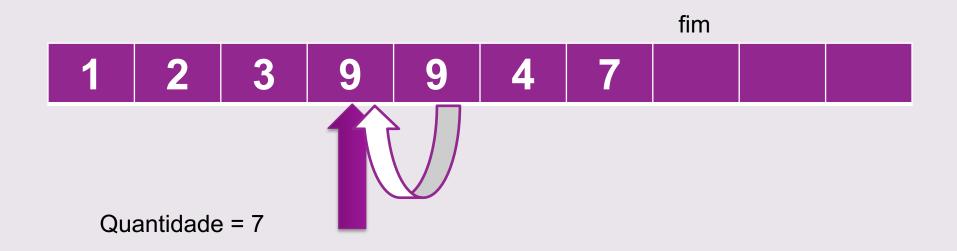
Copiando os elementos na posição i para a posição i-1

fim

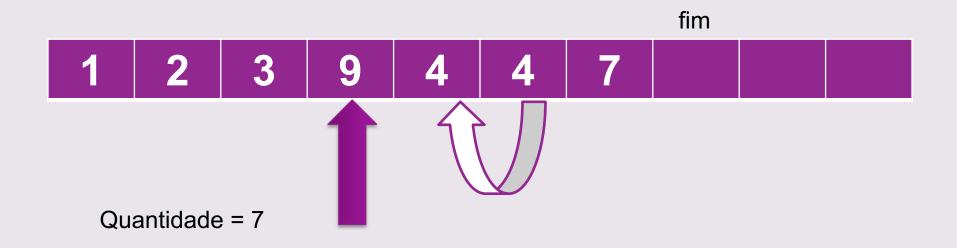
1 2 3 6 9 4 7



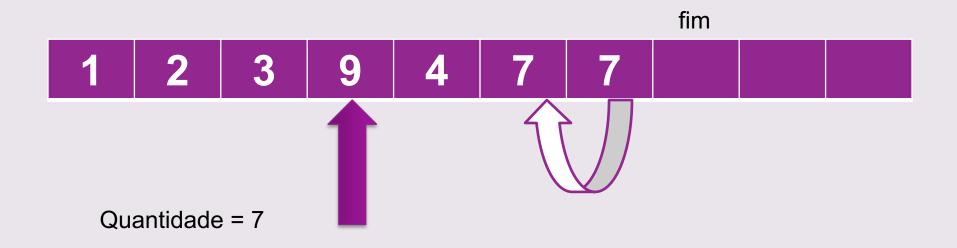
- Remove
 - remove (6)



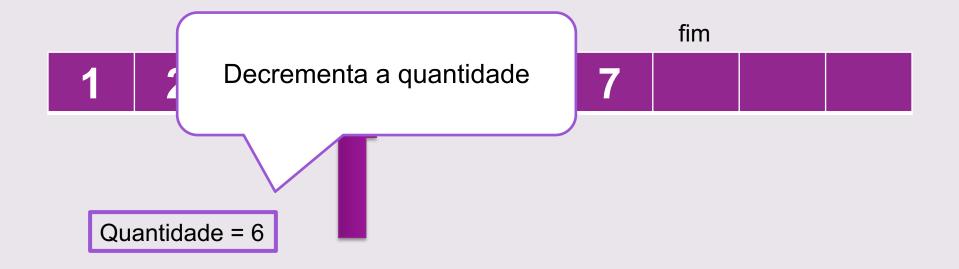
- Remove
 - remove (6)

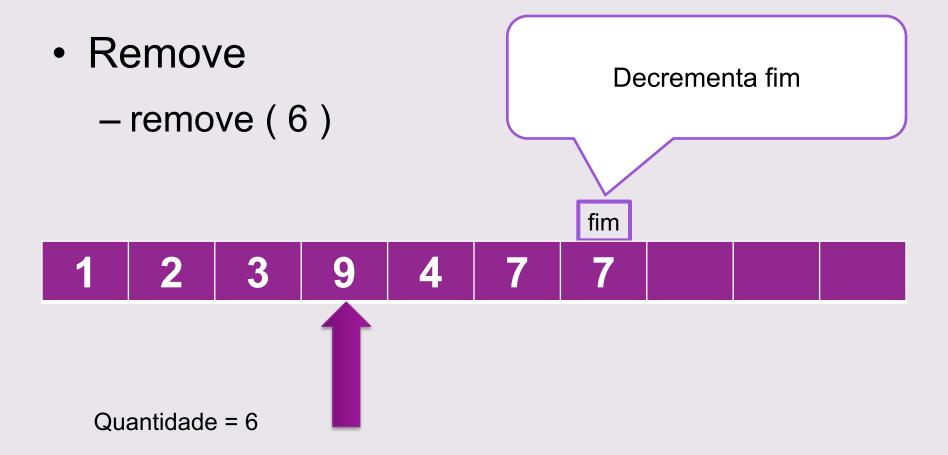


- Remove
 - remove (6)



- Remove
 - remove (6)





Como fim indica a posição Remove 'vazia', na próxima adição o elemento será sobrescrito – remove (6) fim

Prática

SEQUÊNCIA

TAD Sequência

- Definição
 - Tipo abstrato de dados que representa uma coleção finita de elementos em sequência, admitindo elementos repetidos

TAD Sequência

Operações:

- bool add(Element e, int position)
 - Adiciona um elemento 'e' à sequência na posição 'position'
- void clear()
 - Remove todos os elementos da sequência
- bool contains(Element e)
 - Verifica se a sequência já contém o elemento e
- bool isEmpty()
 - · Verifica se a sequência está vazia
- bool remove(Element e)
 - Remove o elemento e da sequência; retorna true caso a sequência contiver e, false caso contrário
- int size()
 - Retorna o número de elementos contidos pelo conjunto
- Element get(int i)
 - Retorna o elemento que está na i-ésima posição da Sequência

Como implementar uma sequência?

Uma possibilidade: usando array.

ArraySequence

 Já vimos como implementar um conjunto com base em arrays. Implementação da Sequência é similar.

Algumas diferenças:

- Add:
 - No Conjunto, é necessário checar se o elemento já existe; na Sequência não
 - Na Sequência, é definido uma posição de onde deve ser inserido o elemento; no Conjunto não
- Get:
 - Na Sequência, é possível acessar um elemento que está numa determinada posição, no Conjunto não

ArraySequence – Get

No caso de acesso a um determinado índice: O(1)

 Atenção: get(1) quer dizer que queremos o primeiro elemento da sequência, e não o elemento que está no índice 1 do array interno; lembre-se que o usuário do TAD Sequência não conhece os detalhes de implementação, logo, não sabe que existe um *array* internamente

- Add(10, 8)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o oitavo elemento da sequência"

fim



- Add(10, 8)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o oitavo elemento da sequência"

fim



- Add(10, 8)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o oitavo elemento da sequência"

fim



- Add(10, 8)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o oitavo elemento da sequência"

fim



- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"

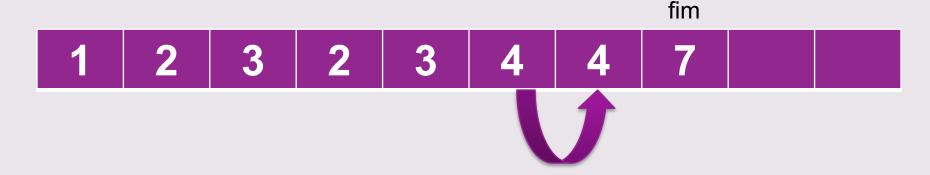
fim



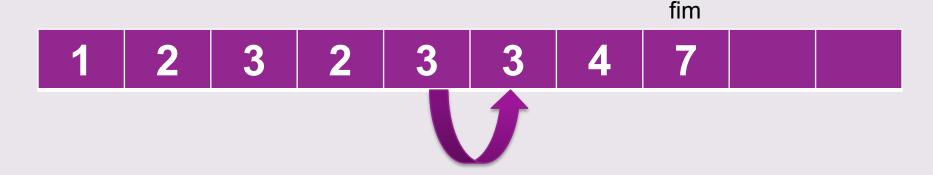
- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"



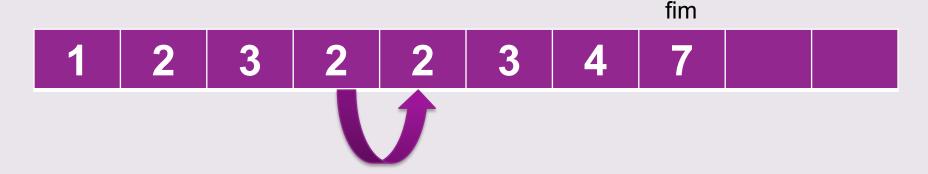
- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"



- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"



- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"



- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"

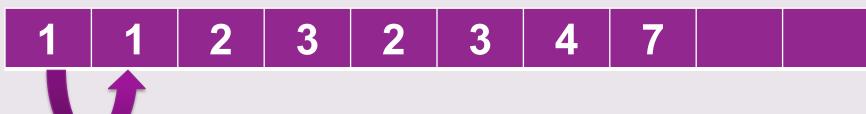


- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"



- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"

fim



- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja primeiro elemento da sequência"

início fim

10 1 2 3 2 3 4 7

- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"



- Add(10, 1)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da sequência"



Qual seria uma outra forma de implementar uma Sequência?

Outra possibilidade: usando "nós" encadeados. Neste caso, chamamos de lista encadeada.

```
Estrutura No{
   conteúdo;
   No próximo;
}
```

```
Estrutura Lista{
   No início;
   quantidade;
}
```

Lista encadeada – Estrutura Nó

Nó

Conteúdo

Próximo

Lista encadeada – Estrutura Lista

Lista

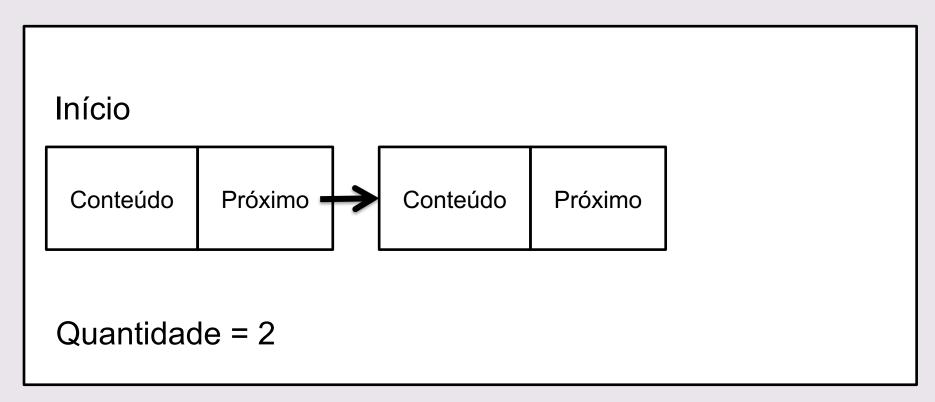


Conteúdo

Próximo

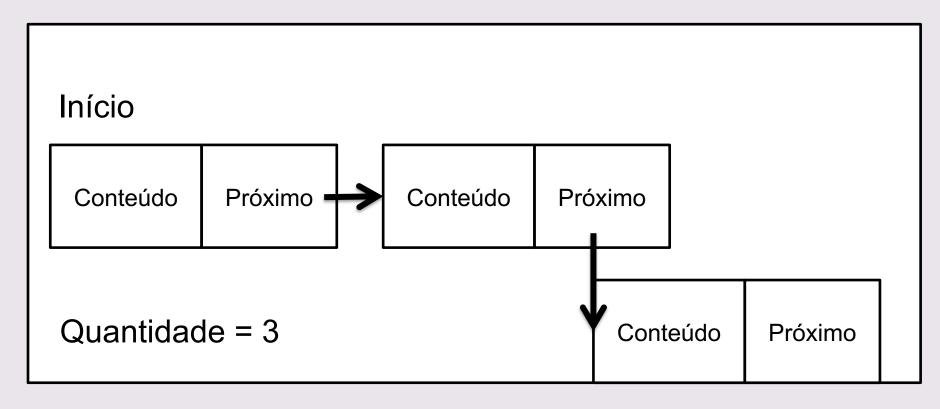
Lista encadeada – Estrutura Lista

Lista



Lista encadeada – Estrutura Lista

Lista



Lista sequencial X Lista encadeada

Lista sequencial

Elem1 Elem2	Elem3	Elem4
-------------	-------	-------

Memória

. . .

Elem1

Elem2

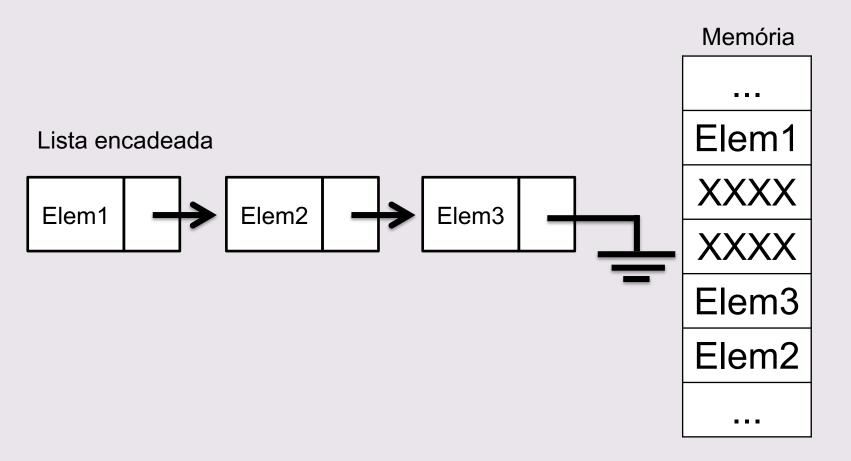
Elem3

Elem4

XXXX

. . .

Lista sequencial X Lista encadeada



ListSequence – Add

• Add(10, 4)

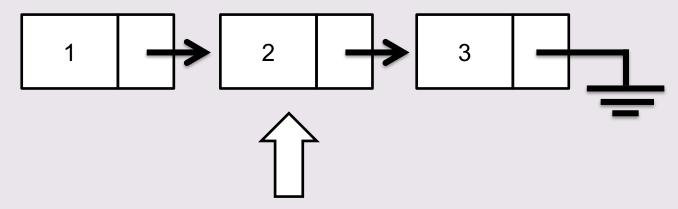
Início

 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o quarto elemento da sequência"

ListSequence – Add

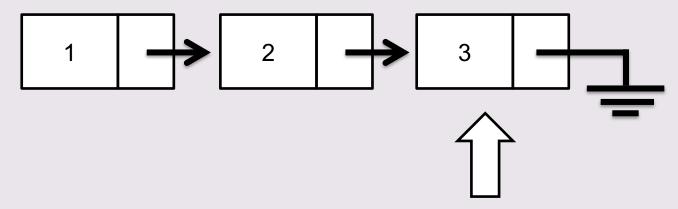
- Add(10, 4)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o quarto elemento da sequência"

Início



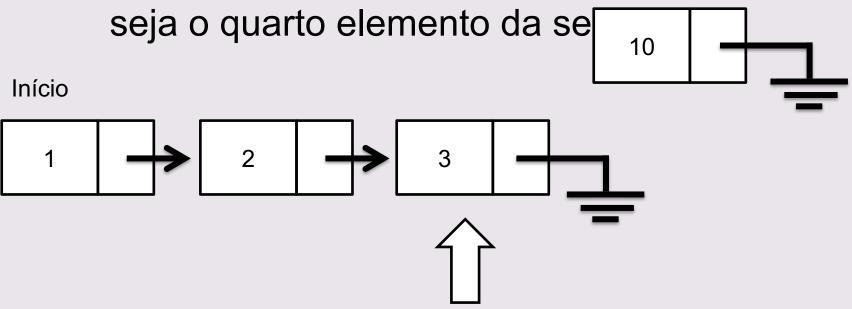
- Add(10, 4)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o quarto elemento da sequência"

Início

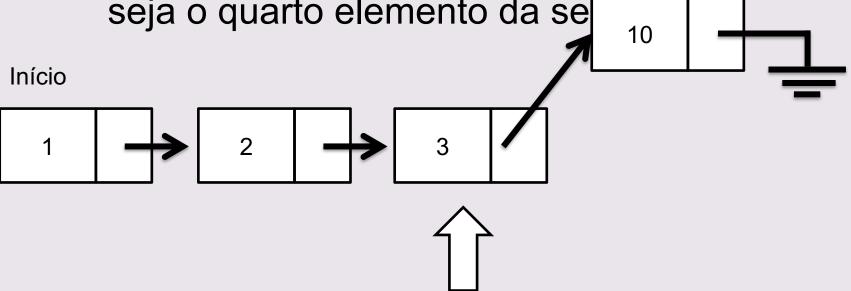


- Add(10, 4)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o quarto elemento da se

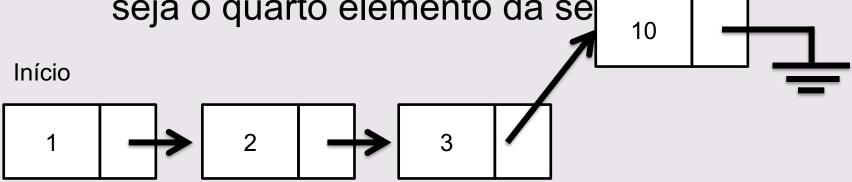
- Add(10, 4)
 - "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o quarto elemento da se



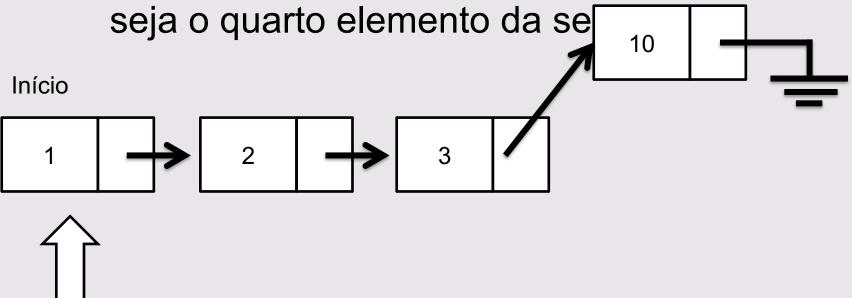
• Add(10, 4)



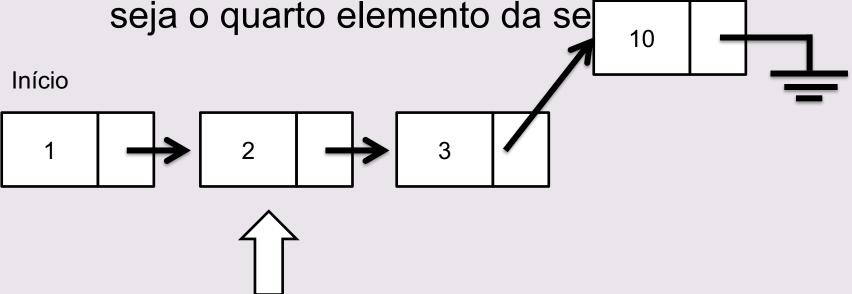
• Add(20, 4)



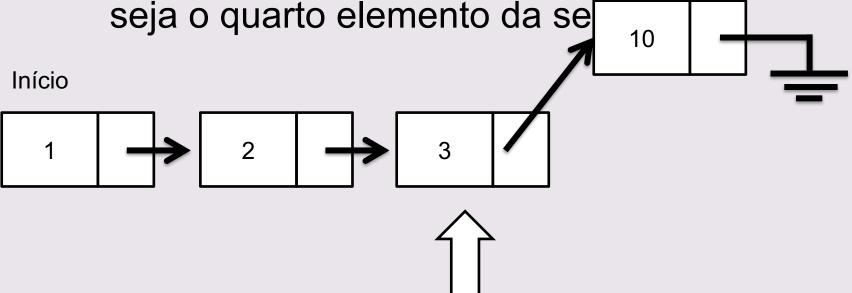
• Add(20, 4)



• Add(20, 4)

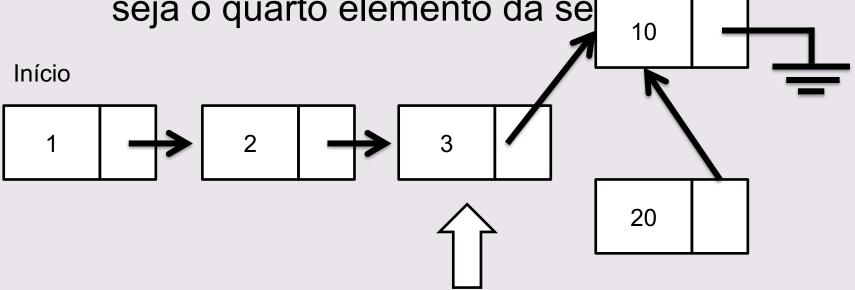


• Add(20, 4)

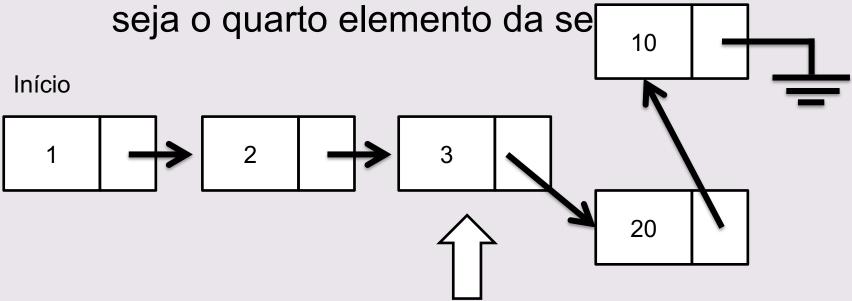


• Add(20, 4)

• Add(20, 4)



• Add(20, 4)



• Add(10, 1)

- "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da forma de la forma de

• Add(10, 1)

- "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da solo de modo que elemento de modo que elemento da solo de modo que elemento de modo que elemento da solo de modo que elemento de modo de modo

10

20

• Add(10, 1)

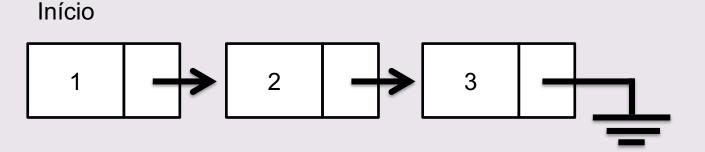
- "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da § 10 Início 2 3 20 10

• Add(10, 1)

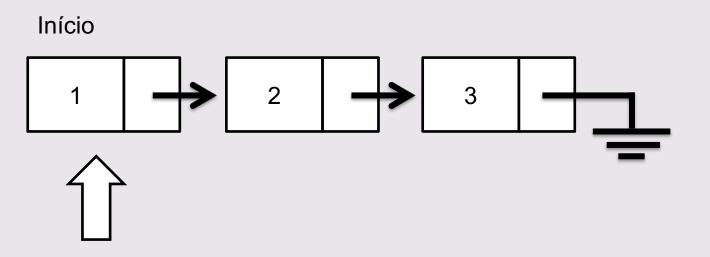
Início

- "Adicione o elemento 10 de modo que ele seja o primeiro elemento da § 10 2 3 20 10

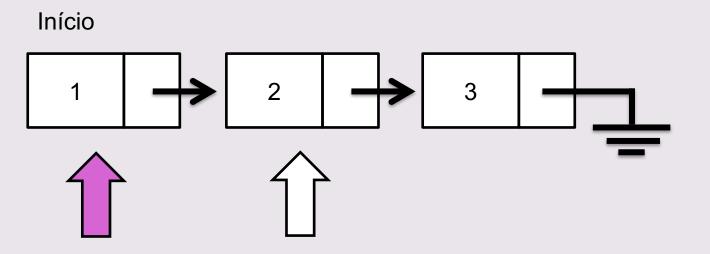
- Remove(3)
 - Remova o terceiro elemento da sequência



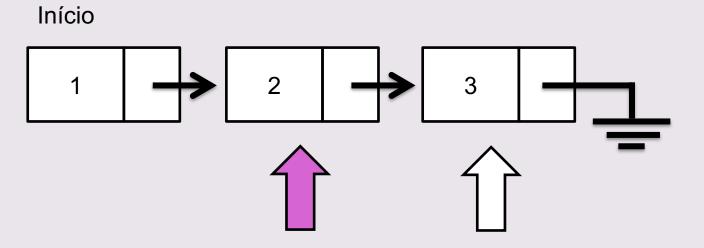
- Remove(3)
 - Remova o terceiro elemento da sequência



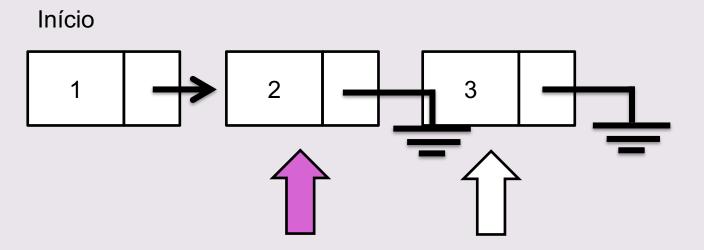
- Remove(3)
 - Remova o terceiro elemento da sequência



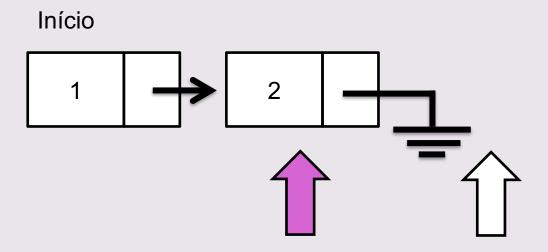
- Remove(3)
 - Remova o terceiro elemento da sequência



- Remove(3)
 - Remova o terceiro elemento da sequência

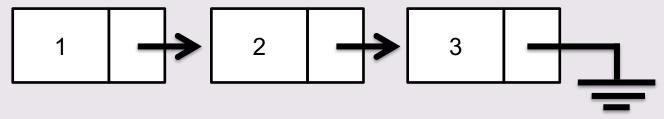


- Remove(3)
 - Remova o terceiro elemento da sequência

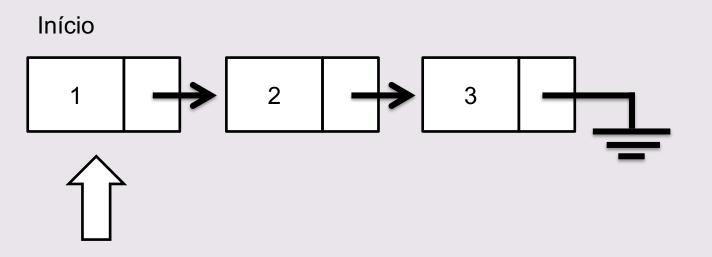


- Remove(2)
 - Remova o segundo elemento da sequência

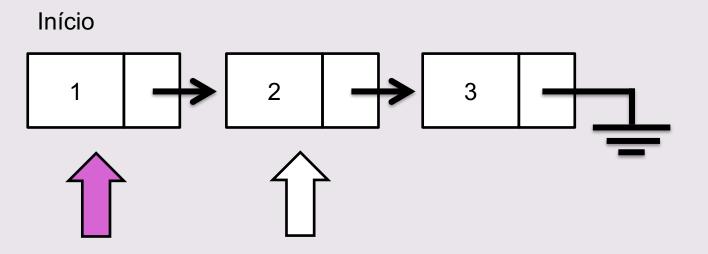
Início



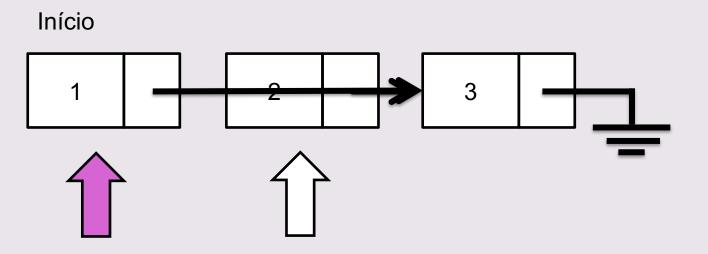
- Remove(2)
 - Remova o segundo elemento da sequência



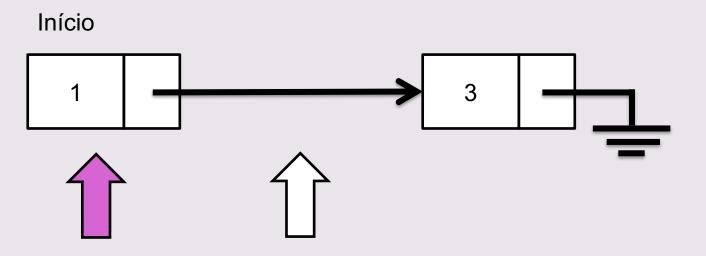
- Remove(2)
 - Remova o segundo elemento da sequência



- Remove(2)
 - Remova o segundo elemento da sequência



- Remove(2)
 - Remova o segundo elemento da sequência



Qual a relação entre Pilha, Fila e Deque com Sequência?

Casos especiais de uma Sequência

- TAD Pilha pode ser visto como um caso especial do TAD Sequência:
 - Inserção e remoção são feitas só no início, ou só no fim da lista/array
 - Push = InserirInício, Pop = RemoverInício ou
 - Push ≡ InserirFim e Pop ≡ RemoverFim

Casos especiais de uma Sequência

- TAD Fila pode ser visto como um caso especial do TAD Sequência:
 - Inserção e remoção são feitas nos extremos opostos da lista/array
 - Queue ≡ InserirInício e Dequeue ≡ RemoverFim}
 ou
 - Queue ≡ InserirFim e Dequeue ≡ RemoverInício

Casos especiais de uma Sequência

- TAD Deque pode ser visto como um caso especial do TAD Sequência:
 - Inserção e remoção são feitas nos dois extremos da lista/array
 - PushBack ≡ InserirFim
 - PushFront ≡ InserirInício
 - PopBack ≡ RemoverFim
 - PopFront ≡ RemoverInício

Exercício

- Dadas duas listas simplesmente encadeadas com apenas um ponteiro para o primeiro nó da lista, projete algoritmos <u>iterativos</u> para as seguintes funções:
- List Union(List L1, List L2) Retorna uma nova lista representando a união das listas L1 e L2
- List Intersection(List L1, List L2) Retorna uma nova lista representando a interseção das listas L1 e L2
- int Complement(List L1, List L2) Retorna uma nova lista representando o complemente de L1 em relação a L2

Como eu poderia melhorar as operações no fim de uma Lista?

Numa remoção no fim da lista, é necessário saber quem é

o nó anterior ao último nó da lista. Para isso, podemos

acrescentar um ponteiro 'anterior' ao nó.

```
Estrutura Lista{
   No início;
   No fim;
   tamanho;
}
```

```
Estrutura No{
   conteúdo;
   No próximo;
   No anterior;
}
```

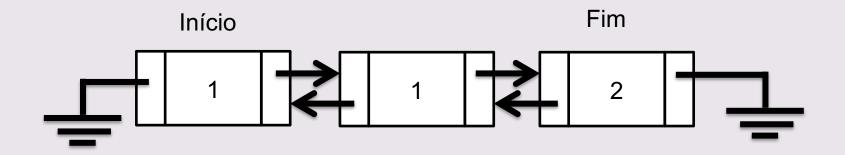
LISTA DUPLAMENTE ENCADEADA

Lista duplamente encadeada

Estrutura No

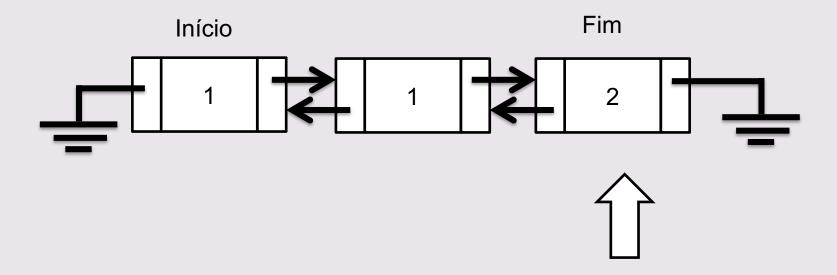
Ant. Conteúdo Prox.

Estrutura Lista



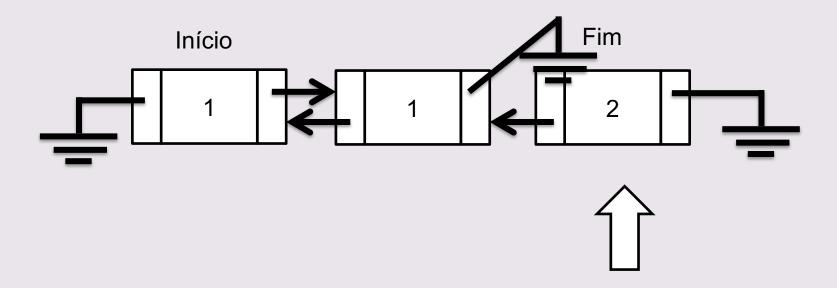
Lista duplamente encadeada – Remoção

- Remover no fim
 - RemoverFim()



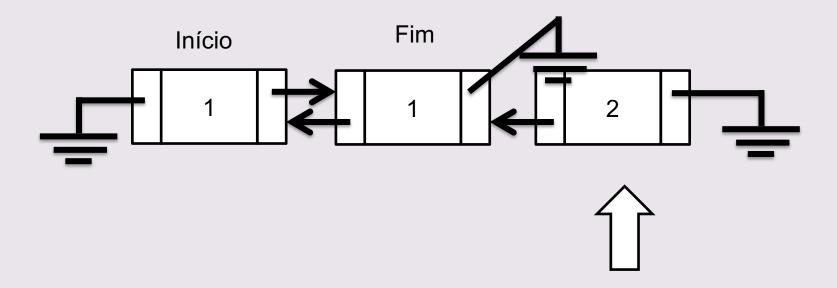
Lista duplamente encadeada – Remoção

- Remover no fim
 - RemoverFim()



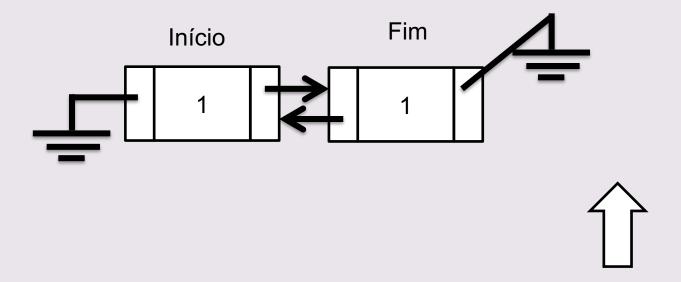
Lista duplamente encadeada – Remoção

- Remover no fim
 - RemoverFim()



Lista duplamente encadeada – Remoção

- Remover no fim
 - RemoverFim()



Lista encadeada

Simples

- Inserir no fim O(n)
- Inserir no início O(1)
- Remover no fim O(n)
- Remover no início O(1)

Dupla

- Inserir no fim O(1)
- Inserir no início O(1)
- Remover no fim O(1)
- Remover no início O(1)

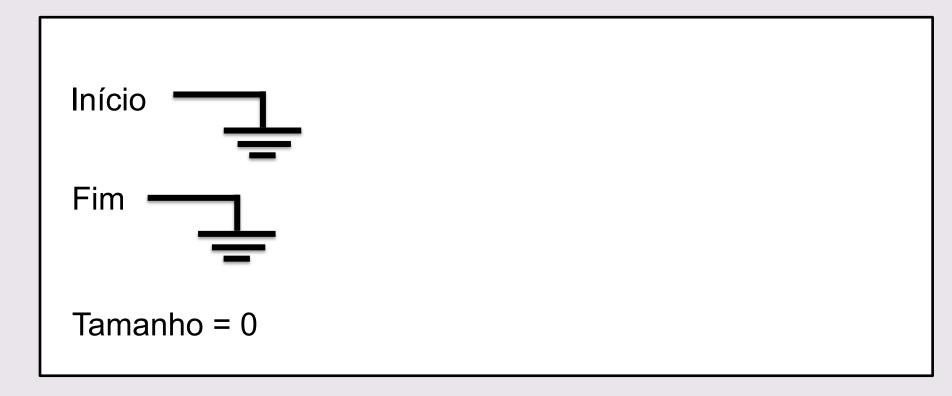
Há ganho de eficiência na remoção no fim. As outras operações ficam um pouco mais complexas, pois é necessário atualizar o ponteiro 'anterior'.

LISTA ENCADEADA COM SENTINELAS

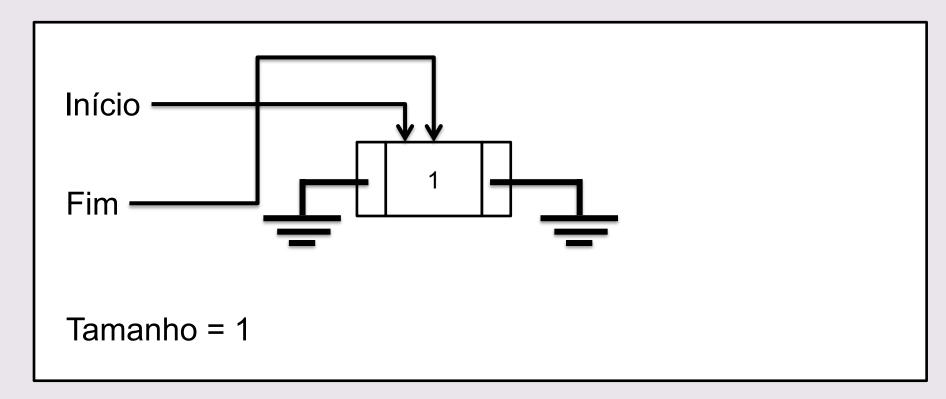
Sentinelas

- São nós que não armazenam informações
- Servem para delimitar extremos da lista, evitando usar NULO
- Nunca devem ser modificados!
 - Atribuição aos nós sentinelas ocorrem única e exclusivamente no momento da criação da lista

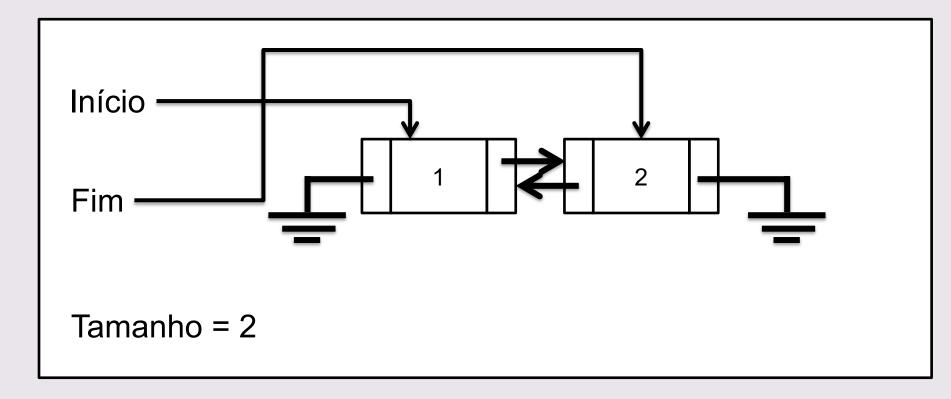
Lista sem sentinelas



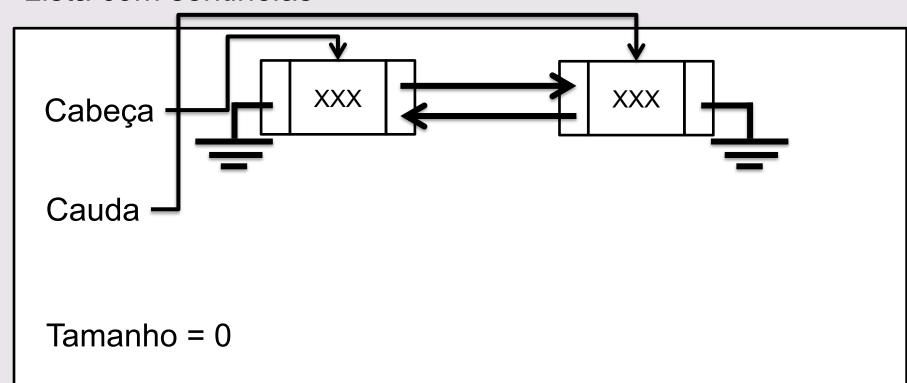
Lista sem sentinelas



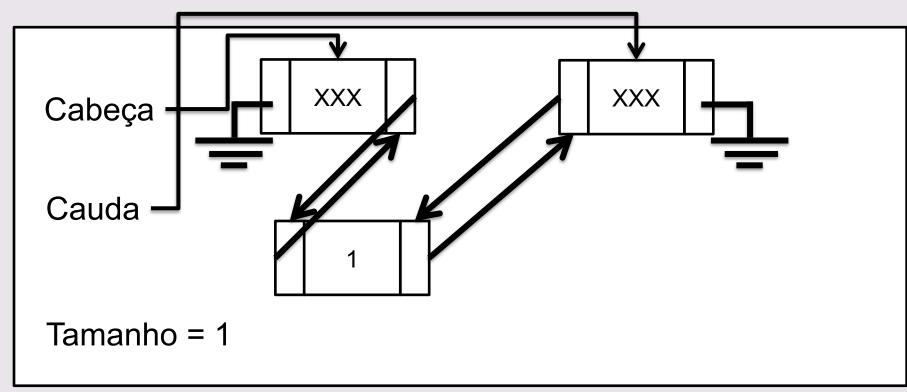
Lista sem sentinelas



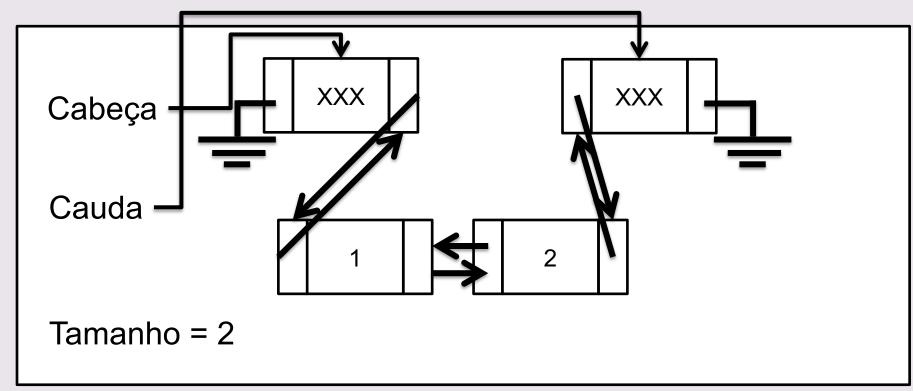
Lista com sentinelas



Lista com sentinelas



Lista com sentinelas



```
Estrutura Lista{
   No cabeça;
   No cauda;
   tamanho;
}
```

```
Estrutura No{
   conteúdo;
   No próximo;
   No anterior;
}
```

Criar lista

```
CriarLista( ):
   Lista lista = Alocar Memória Para Lista
   lista.cabeça = CriarNo( valor-qualquer )
   lista.cauda = CriarNo( valor-qualquer )
   lista.cabeça.próximo = lista.cauda
   lista.cauda.anterior = lista.cabeça
   lista.cabeça.anterior = NULO
   lista.cauda.próximo = NULO
   lista.tamanho = 0
```

Percorrer lista

Evita usar NULO

```
PercorrerLista( lista ):

No atual = lista.cabeça.próximo
ENQUANTO atual != lista.cauda FAÇA

// Faça alguma operação com nó da lista
atual = atual.próximo
FIM_ENQUANTO
FIM
```

Inserir no início

```
InserirInício( lista, valor ):
  No nó = CriarNo( valor )
  No cabeça = lista.cabeça
                                  Não precisa checar
                                       se é NULO
   nó.próximo = cabeça.próximo
   nó.anterior = cabeça
   nó.próximo.anterior = nó
   nó.anterior.próximo = nó
   lista.tamanho = lista.tamanho+1
FIM
```

Inserir no Fim

```
InserirFim( lista, valor ):
  No nó = CriarNo( valor )
  No cauda = lista.cauda
                                  Não precisa checar
                                       se é NULO
   nó.próximo = cauda
   nó.anterior = cauda.anterio
  nó.próximo.anterior = nó
   nó.anterior.próximo = nó
   lista.tamanho = lista.tamanho+1
FIM
```

Remover no início

```
RemoverInício( lista ):
   SE lista está vazia ENTÃO
      RETORNE ERRO-ListaVazia
   FIM SE
   No aRemover = lista_cabeça_próximo
   valor = aRemover.conteúdo
   nó.anterior.próximo = nó.próximo
   nó.próximo.anterior = nó.anterior
   delete nó
   lista.tamanho = lista.tamanho-1
FTM
```

Remover no fim

```
RemoverFim( lista ):
   SE lista está vazia ENTÃO
      RETORNE ERRO-ListaVazia
   FIM SE
   No aRemover = lista.cauda.anterior
   valor = aRemover.conteúdo
   nó.anterior.próximo = nó.próximo
   nó.próximo.anterior = nó.anterior
   delete nó
   lista.tamanho = lista.tamanho-1
FTM
```

- 1. Faça uma função que recebe uma lista duplamente encadeada e remover os nós com valores duplicados.
- 2. Dadas duas listas duplamente encadeadas com sentinelas cabeça (Head) e cauda (Tail), projete um algoritmo <u>iterativo</u> para a seguinte função:

List Merge(List L1, List L2) – Retorna uma nova lista contendo todos os elementos de L1 e L2 em ordem crescente. Pode assumir que as listas L1 e L2 já estão ordenadas em ordem decrescente.

Dica: Esta solução é apenas uma versão do algoritmo merge usado no MergeSort. No MergeSort visto em sala de aula, nós operamos sobre arrays. Para esta solução, deveremos operar sobre listas duplamente encadeadas.

3. Dada uma lista duplamente encadeada com sentinelas cabeça (Head) e cauda (Tail), projete um algoritmo **iterativo** para a seguinte função:

void RemoveRepeated(List L1) – Remove os elementos repetidos da lista L1, retornando quantos elementos foram removidos.

Obs.: Esta função não deverá remover todos os elementos cujos valores se repetem; ele deverá deixar o primeiro elemento na lista, removendo os seguintes. Ex.: A lista $\{ 7 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 4 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3 \leftrightarrow 9 \leftrightarrow 9 \leftrightarrow 3 \}$, após a execução da função deverá ficar igual a $\{ 7 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 4 \leftrightarrow 3 \leftrightarrow 9 \}$.





Estrutura de Dados

Conjuntos – Array

Profa. Anna Giselle Ribeiro