



Python para Ingeniería de Telecomunicación

Curso 2022 - 2023

**Práctica Guiada 3: Modulaciones** 

# Índice

1.	Resumen y objetivos				
2.	Modulaciones analógicas				
	2.1.	Modulación AM	4		
	2.2.	Modulación FM	8		
3. Modulaciones digitales					
	3.1.	Modulación FSK	11		
	3.2.	Modulación ASK	13		
	3.3.	Modulación PSK	15		
	3.4	Modulación QAM	19		

# 1. Resumen y objetivos

Las técnicas de modulación permiten transportar la información sobre una onda de mayor frecuencia, denominada portadora. Esta conversión permite transmitir la información de forma más eficiente, aprovechando las características del medio de transmisión. Un ejemplo muy evidente es el de la fibra óptica, donde la señal se transmite a frecuencias casi ópticas y a través de la cual sería imposible transmitir la información sin modular.

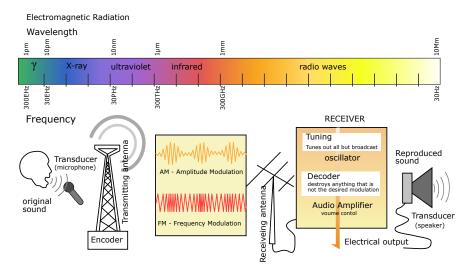


Figura 1: Proceso de radiodifusión de señales de audio.

Otro caso muy obvio de la conveniencia de la modulación es la trasmisión de las ondas por la atmósfera terrestre (radiopropagación). El empleo de frecuencias más altas permite simplificar los circuitos transmisores y receptores y reducir el tamaño de las antenas. En la Figura 1 se muestra el proceso de radiodifusión de la voz, incluyendo su captación, modulación, transmisión por el aire, recepción y reproducción. Este es el caso actual de la difusión de radio analógica, donde las modulaciones empleadas son las de amplitud (AM) y frecuencia (FM).

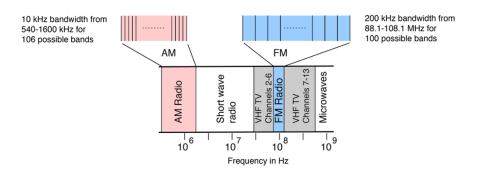


Figura 2: Bandas de frecuencia para la difusión de radio analógica.

Una ventaja adicional de la modulación, pero no menos importante, es la posibilidad de multiplexar información sobre un mismo medio de transmisión. Así por ejemplo, todas las emisoras de radio se transmiten de forma simultánea al espacio libre, pero cada una modulada a una frecuencia diferente. Este hecho permite que el receptor pueda discriminar el canal deseado en

frecuencia, filtrando el resto. En la Figura 2 se muestran las bandas de frecuencias empleadas en la radio analógica y la subdivisión en canales (uno por emisora). Esta canalización del espectro electromagnético permite enviar una gran cantidad de información por el mismo medio: radio, televisión, telefonía móvil, redes inalámbricas (Wi-Fi), ...

En esta práctica se van a revisar las técnicas de modulación básicas de una señal. Se comenzará por las modulaciones de las señales analógicas, todavía empleadas en determinados ámbitos, pasando posteriormente a las modulaciones digitales, las más usadas en la actualidad. Como en las anteriores prácticas, se puede emplear el software online de Jupyter Notebook y se aplicarán algunos de los comandos vistos en sesiones anteriores.

# 2. Modulaciones analógicas

Las modulaciones analógicas son aquellas que se aplican a la señal sin digitalizar, como en la radiodifusión de señales de audio. Estas modulaciones varían algún parámetro de la señal portadora en función de la información a transmitir. La portadora es una señal senoidal de frecuencia  $f_c$ , definida como:

$$c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

donde  $A_c$  es la amplitud de la portadora,  $\phi_c$  su fase y  $\omega_c = 2\pi f_c$  su pulsación. Los dos tipos de modulación analógica más básicos son aquellos que modifican la amplitud de la portadora (AM)

o su frecuencia instantánea (FM), explicados a continuación.

## 2.1. Modulación AM

La modulación AM cambia la amplitud de la portadora en función de las variaciones de la información a transmitir. El esquema básico se muestra en la Figura 3. La señal de información (moduladora), por ejemplo una señal de audio de voz, se modula con una portadora de mayor frecuencia  $f_c$ , dando lugar a la señal modulada AM. En el caso de radiodifusión sonora, la frecuencia de la portadora será aquella sobre la cual la emisora tiene licencia de transmisión.

La modulación de amplitud tiene diferentes variantes, pero la más común es aquella que obtiene la señal modulada s(t) a partir de la información x(t) y la portadora c(t) como:

$$s(t) = (1 + m \cdot x(t))\cos(\omega_c t)$$

siendo m el denominado coeficiente de modulación.

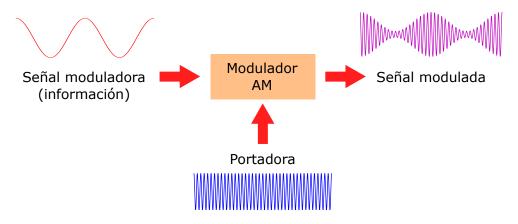


Figura 3: Esquema de modulación AM.

Para comprobar el efecto de la modulación, se va a tomar un tono de 1 kHz como señal de información y una frecuencia de portadora de 20 kHz. El siguiente código calcula la onda modulada y representa las diferentes señales involucradas, obteniendo la Figura 4.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
t = np.linspace(0, 2, 500)*1e-3 # vector de tiempos (entre 0 y 2 ms)
info = np.cos(2*np.pi*1000*t) # señal de información
port = np.cos(2*np.pi*20000*t) # portadora
m = 0.75 # indice de modulación
modAM = (1 + m*info)*port # señal modulada AM
plt.figure(figsize=(14,8))
plt.subplot(311)
plt.plot(t*1000, info, 'r')
plt.ylabel('Informacion'); plt.grid(axis='y')
plt.xlim(0,2)
plt.subplot(312)
plt.plot(t*1000, port, 'b')
plt.ylabel('Portadora'); plt.grid(axis='y')
plt.xlim(0,2)
plt.subplot(313)
plt.plot(t*1000, modAM, 'm')
plt.plot(t*1000, m*info+1,'--')
plt.ylabel('Señal AM'); plt.grid(axis='y')
plt.xlim(0,2)
plt.xlabel('Tiempo (ms)')
```

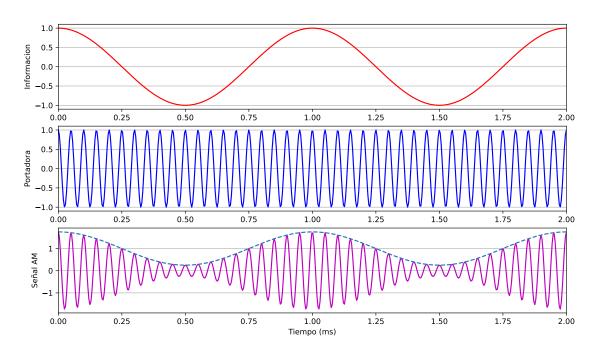


Figura 4: Señal moduladora, portadora y señal modulada AM (de arriba a abajo).

Como se aprecia en la Figura 4, la señal de información de baja frecuencia (arriba), se modula con la señal de portadora de alta frecuencia (medio), para obtener la señal modulada AM (abajo). Esta señal AM tiene la misma frecuencia que la portadora pero una amplitud que varía conforme a la información a transmitir. De hecho, la información modulada se encuentra en la envolvente, representada en azul discontinuo, siendo muy fácil de recuperar.

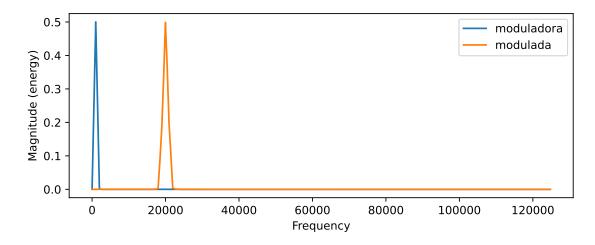


Figura 5: Espectro de la señal moduladora y modulada AM.

Como se ha visto, la modulación convierte la información en una señal de alta frecuencia, lo cual se puede comprobar calculando el espectro de la señal original y de la modulada AM, mediante el siguiente código. El resultado se muestra en la Figura 5. El espectro de la señal de información original (moduladora) está en las bajas frecuencias (banda base) en torno a 1 kHz. La modulación AM consigue subir la señal en frecuencia hasta la frecuencia de la portadora (20 kHz).

```
plt.figure(figsize=(15,5))
plt.magnitude_spectrum(info, Fs=1/(t[1]-t[0]))
plt.magnitude_spectrum(modAM, Fs=1/(t[1]-t[0]))
plt.legend(['moduladora', 'modulada'])
```

## **Ejercicio:** Representa la suma de estas dos señales:

- Señal modulada AM con una señal moduladora de 1 kHz y una portadora de 20 kHz (índice de modulación de 0.75).
- Señal modulada AM con una señal moduladora de 1.1 kHz y una portadora de 25 kHz (índice de modulación de 0.75).

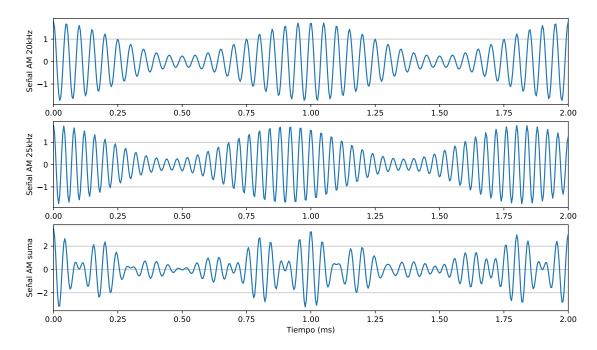


Figura 6: Señales moduladas AM con diferente portadora y su suma.

La Figura 6 muestra la señal modulada a 20 kHz (arriba), la modulada a 25 kHz (medio) y la suma de ambas (abajo). Esta última representaría la señal recibida cuando dos emisoras AM están transmitiendo simultáneamente. Se puede comprobar que la envolvente ya no representa a ninguna de las dos señales de información. No obstante, éstas se pueden recuperar si previamente se filtra la señal deseada, ya que se han modulado con portadoras diferentes. Esta propiedad es una de las ventajas principales de las modulaciones: la multiplexación de diferentes mensajes a través del mismo medio. Como prueba, en la Figura 7 se muestra el espectro de la señal suma, distinguiéndose claramente las dos señales AM moduladas a dos portadoras diferentes (20 kHz y 25 kHz).

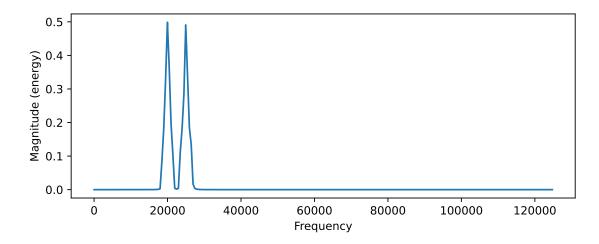


Figura 7: Espectro de dos señales moduladas AM con diferente portadora.

## 2.2. Modulación FM

A contrario de modulación AM, la modulación FM modifica la frecuencia de la portadora en función de las variaciones de la información a transmitir, manteniendo su amplitud constante. El esquema básico se muestra en la Figura 8.

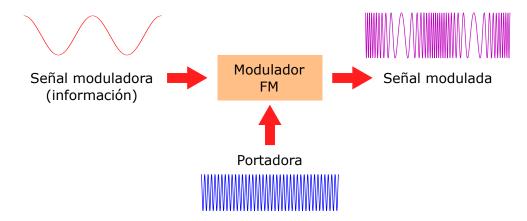


Figura 8: Esquema de modulación FM.

Respecto a la modulación AM, la señal modulada FM presenta en general mayor inmunidad ante el ruido e interferencias ya que éstos no suelen afectar tanto a la frecuencia de la señal. Sin embargo, los dispositivos demoduladores de FM suelen ser más caros y complejos. Además, la señal modulada FM ocupa un mayor ancho de banda en el espectro. En general, la modulación FM se emplea cuando se requiere una mayor calidad de la señal transmitida.

La expresión de la señal modulada FM es más compleja que la AM, y está fuera del alcance de esta práctica. No obstante, se va a ejecutar un ejemplo en el que se modula en FM un tono de 1 kHz con una portadora de 20 kHz. El siguiente código calcula y representa todas las señales involucradas.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
t = np.linspace(0, 2, 1000)*1e-3 # vector de tiempos (entre 0 y 2 ms)
finfo = 1000 # frecuencia de información
fport = 20000 # frecuencia de portadora
info = np.cos(2*np.pi*1000*t) # señal de información
port = np.cos(2*np.pi*20000*t) # portadora
mfm = 10 # índice de modulación FM
# señal modulada FM
modFM = np.cos(2*np.pi*fport*t + mfm*np.sin(2*np.pi*finfo*t))
plt.figure(figsize=(14,8))
plt.subplot(311)
plt.plot(t*1000, info, 'r')
plt.ylabel('Informacion'); plt.grid(axis='y')
plt.xlim(0,2)
plt.subplot(312)
plt.plot(t*1000, port, 'b')
plt.ylabel('Portadora'); plt.grid(axis='y')
plt.xlim(0,2)
plt.subplot(313)
plt.plot(t*1000, modFM, 'm')
plt.ylabel('Señal FM'); plt.grid(axis='y')
plt.xlim(0,2)
plt.xlabel('Tiempo (ms)')
```

En la Figura 9 se muestra la señal moduladora (arriba), la portadora (medio) y la modulada FM (abajo). Como se puede apreciar, la frecuencia de la señal modulada varía en función de la información a transmitir. Cuando la señal moduladora presenta valores positivos altos, la frecuencia instantánea de la señal modulada es mayor. Ocurre lo contrario cuando la moduladora alcanza el mínimo negativo y por tanto la señal modulada oscila más lentamente. Éste es el comportamiento típico de una señal modulada FM.

**Ejercicio:** Prueba a aumentar y disminuir el valor de mfm en el código y observa el cambio en la señal modulada FM. Este valor es el índice de modulación FM y controla cuánto varía la frecuencia de la señal modulada en función de la señal moduladora.

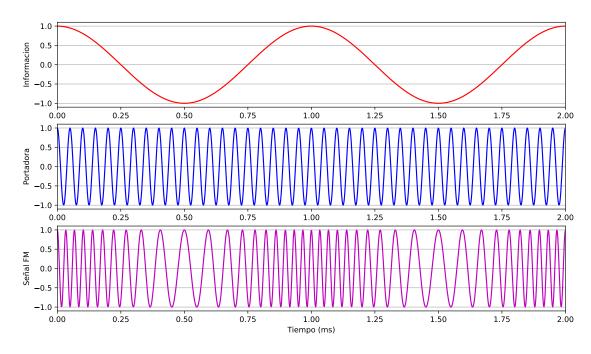


Figura 9: Señal moduladora, portadora y señal modulada FM (de arriba a abajo).

# 3. Modulaciones digitales

Hoy en día, la mayor parte de la información se transmite de forma digital debido a numerosas ventajas como la mayor inmunidad frente a interferencias y ruido, la posibilidad de comprimir los datos y aumentar la capacidad de transmisión o la mejora de seguridad mediante la encriptación. Aunque la información digital se puede enviar en banda base (sin modular), por ejemplo en un cable Ethernet, en la mayoría de sistemas los datos se modulan para adaptarse al medio de transmisión y multiplexar la información. Este es el caso de la transmisión vía aérea o por fibra óptica.

La modulación digital se encarga de, a partir de unos datos binarios (información), generar una señal modulada a la frecuencia de la portadora. El esquema se dibuja en la Figura 10.

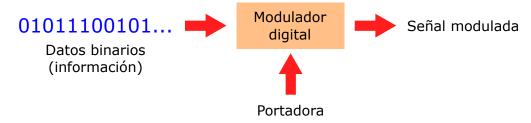


Figura 10: Esquema de modulación digital.

En las modulaciones digitales, los datos binarios se dividen en unidades mínimas de transmisión llamadas *símbolos*. Así por ejemplo, la modulación BPSK es binaria y cada símbolo se corresponde con un bit, por lo que se tendrán dos posibles símbolos. En cambio, la modulación 8PSK presenta 8 símbolos diferentes (3 bits). En todos estos casos, cada símbolo se modula con una señal

senoidal de diferentes características y una determinada duración (tiempo de símbolo,  $T_s$ ). La concatenación de estos símbolos formará la señal modulada.

Un símbolo en una modulación digital está representado por una señal s(t) de duración  $T_s$ :

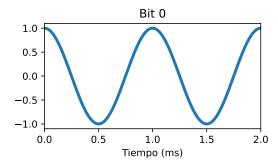
$$s_k(t) = A_k \cos(2\pi f_k t - \phi_k)$$

Existen diferentes tipos de modulaciones digitales en función de qué parámetro de la señal senoidal cambia para distinguir los diferentes símbolos: la frecuencia  $f_k$  (modulación FSK), la amplitud  $A_k$  (modulación ASK), la fase (modulación PSK) o la combinación amplitud-fase (modulación QAM). Estos tipos de modulación se tratarán a continuación.

# 3.1. Modulación FSK

La modulación FSK emplea señales de diferente frecuencia para representar cada uno de los símbolos. El caso más sencillo es la modulación FSK binaria (BFSK), para la cual se emplea una señal de frecuencia más baja para transmitir el bit 0 y una de frecuencia mayor para el bit 1:

- Bit 0:  $s_0(t) = A\cos(2\pi f_c t)$
- Bit 1:  $s_1(t) = A\cos(2\pi(f_c + \Delta f)t)$



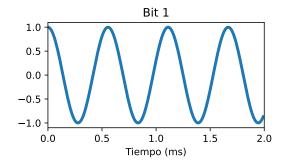


Figura 11: Símbolos de una modulación BFSK.

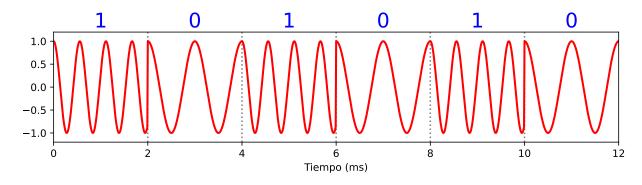
Como ejemplo, se considera una modulación BFSK con frecuencias  $f_c=1\,\mathrm{kHz}\,\mathrm{y}\,\Delta f=0.8\,\mathrm{kHz},$  con un tiempo de símbolo de 2 ms. Los dos posibles símbolos (bit 0 o 1) se muestran en la Figura 11.Con estos datos, se recrea un ejemplo de señal modulada BFSK correspondiente a los datos 101010, ejecutando el siguiente código:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

TO = 2e-3 # duracion de símbolo (bit)
```

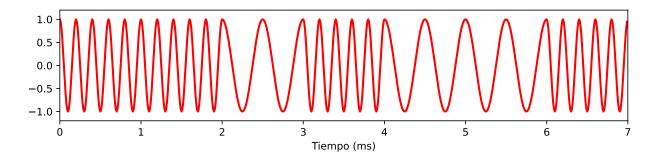
```
t0 = np.arange(0, T0, 0.01e-3) # variable temporal de símbolo
fc = 1000 # frecuencia bit 0
df = 800 # desplazamiento frecuencia bit 1
data = [1,0,1,0,1,0] \# datos
modFSK=[]; tFSK=[]; # inicializacion de variables
# blucle de datos
for n in range(len(data)):
    modFSK_new = np.cos(2*np.pi*(fc+data[n]*df)*t0) # nuevo símbolo
    modFSK = [*modFSK, *modFSK_new] # se añade a la señal
    t0_new = t0+n*T0 # tiempo del nuevo símbolo
    tFSK = [*tFSK, *t0 new] # se añade a la variable temporal
tFSK = np.array(tFSK); modFSK = np.array(modFSK) # convertir a array
# representación
plt.figure(figsize=(15,4))
plt.plot(tFSK*1000,modFSK)
plt.axis([0,12,-1.2,1.2])
plt.xlabel('Tiempo (s)')
```

El código contiene un bucle que recorre el vector de datos y para cada bit genera la señal que lo representa (a frecuencia fc o fc+df). La señal modulada total se almacena en la variable modFSK y la variable temporal es tFSK, añadiendo cada símbolo nuevo a los anteriores. Finalmente las variables se transforman de una lista a un array para poder operar con ellas. La señal modulada se muestra en la Figura 12, donde se han sobreimpuesto los bits transmitidos y la duración de cada símbolo (2 ms).



**Figura 12:** Señal modulada BFSK ( $T_s = 2 \text{ ms}$ ).

**Pregunta:** Con una duración de símbolo de 1 ms, ¿a qué datos (bits) corresponde la señal modulada de la Figura 13? ¿Cuántos bits por segundo se estarán transmitiendo?

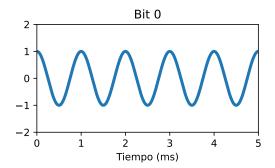


**Figura 13:** Señal modulada BFSK con diferente información ( $T_s = 1$  ms).

# 3.2. Modulación ASK

La modulación ASK, a diferencia de FSK, discrimina los diferentes símbolos cambiando la amplitud de la señal modulada y manteniendo constante su frecuencia  $f_c$ . A modo de ejemplo, se va a considerar una modulación ASK binaria donde los dos símbolos se modularán como:

- Bit 0:  $s_0(t) = \cos(2\pi f_c t)$
- Bit 1:  $s_1(t) = 2\cos(2\pi f_c t)$



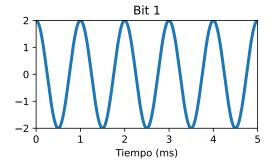


Figura 14: Símbolos de una modulación ASK binaria.

Por tanto, el bit 0 se representa por un tono de amplitud 1, mientras que el bit 1 se transmite con un tono de amplitud 2. Con una frecuencia de portadora de 1 kHz y una duración de símbolo de 5 ms, ambos símbolos serán los de la Figura 14. Un ejemplo de una señal modulada ASK se representa ejecutando el código siguiente:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

T0 = 5e-3  # duracion de símbolo (bit)
t0 = np.arange(0, T0, 0.01e-3)  # variable temporal de símbolo

fport = 1000  # frecuencia de portadora
amp = [1, 2, 1, 2, 1, 2]  # vector de amplitudes
```

```
modASK=[]; tASK=[]; # inicializacion de variables

for n in range(len(amp)): # blucle de datos

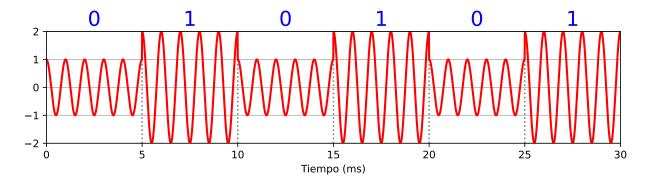
modASK_new = amp[n]*np.cos(2*np.pi*fport*t0) # nuevo símbolo
modASK = [*modASK, *modASK_new] # se añade a la señal

t0_new = t0+n*T0 # tiempo del nuevo símbolo
tASK = [*tASK, *t0_new] # se añade a la variable temporal

tASK = np.array(tASK); modASK = np.array(modASK) # convertir a array

# representación
plt.figure(figsize=(15,5))
plt.plot(tASK*1000,modASK)
plt.grid(axis='y'); plt.xlabel('Tiempo (ms)')
```

La estructura del código es prácticamente idéntica a la vista anteriormente para la señal FSK. En este caso cada símbolo está codificado por la amplitud del tono definida en el vector amp. El resultado para los bits 010101 se muestra en la Figura 15.



**Figura 15:** Señal modulada ASK binaria ( $T_s = 5$  ms).

**Pregunta:** Para la misma modulación ASK anterior, ¿a qué datos (bits) se corresponde la señal modulada de la Figura 16? ¿Cuántos bits por segundo se estarán transmitiendo?

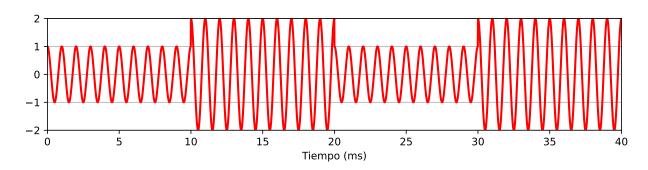


Figura 16: Señal modulada ASK binaria con diferente información.

# 3.3. Modulación PSK

Una última forma de distinguir entre los símbolos transmitidos es modificar la fase de la portadora. A este tipo de modulación digital se le denomina PSK.

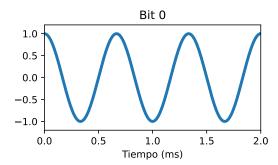
#### Modulación BPSK

Se denomina BPSK a la modulación PSK binaria, es decir, aquella con dos símbolos posibles. En este caso la diferencia entre el bit 0 y el bit 1 será la fase (desplazamiento) de la señal senoidal, de esta forma:

```
• Bit 0: s_0(t) = \cos(2\pi f_c t - \pi)
```

• Bit 1:  $s_1(t) = \cos(2\pi f_c t)$ 

Los dos símbolos posibles se muestran en la Figura 17, con una duración de símbolo de 2 ms y una frecuencia de portadora de 1500 Hz. Se puede apreciar que la forma de onda del bit 0 es la misma que la del bit 1, pero desplazada medio período.



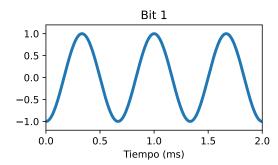


Figura 17: Símbolos de una modulación BPSK.

A continuación se muestra el código para generar y representar una señal PSK, donde el vector pha contiene la fase de los diferentes símbolos (0 para el bit 1 y  $\pi$  para el bit 0).

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

T0 = 2e-3  # duracion de símbolo
t0 = np.arange(0, T0, 0.01e-3)  # variable temporal de símbolo

fport = 1500  # frecuencia de portadora

pha = [0, np.pi, np.pi, 0, np.pi]  # vector de fases (símbolos)

modPSK=[]; tPSK=[];  # inicializacion de variables
```

```
# blucle de datos
for n in range(len(pha)):

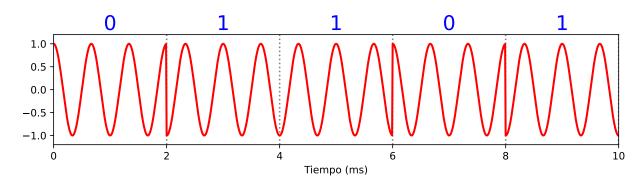
modPSK_new = np.cos(2*np.pi*fport*t0 - pha[n]) # nuevo símbolo
modPSK = [*modPSK, *modPSK_new] # se añade a la señal

t0_new = t0+n*T0 # tiempo del nuevo símbolo
tPSK = [*tPSK, *t0_new] # se añade a la variable temporal

tPSK = np.array(tPSK); modPSK = np.array(modPSK) # convertir a array

# representación
plt.figure(figsize=(15,4))
plt.plot(tPSK*1000,modPSK)
plt.xlabel('Tiempo (ms)')
```

La señal modulada BPSK resultante se muestra en la Figura 18. Los datos modulados son 10010 correspondientes al vector de fases  $[0, \pi, \pi, 0, \pi]$ .



**Figura 18:** Señal modulada BPSK ( $T_s = 2 \text{ ms}$ ).

## Modulación QPSK

Si en lugar de considerar 2 posibles fases, se consideran 4 fases diferentes, a la modulación PSK resultante se le denomina QPSK. En este caso, cada símbolo representará 2 bits (4 posibles valores). Así, por ejemplo se podría definir la modulación QPSK como:

- Símbolo 00:  $s_{00}(t) = \cos(2\pi f_c t \pi/4)$
- Símbolo 01:  $s_{01}(t) = \cos(2\pi f_c t 3\pi/4)$
- Símbolo 11:  $s_{11}(t) = \cos(2\pi f_c t 5\pi/4)$
- Símbolo 10:  $s_{10}(t) = \cos(2\pi f_c t 7\pi/4)$

Estos 4 posibles símbolos se muestran en la Figura 19. Se puede comprobar que cada símbolo está desfasado un cuarto de período ( $\pi/2$  radianes) respecto al anterior.

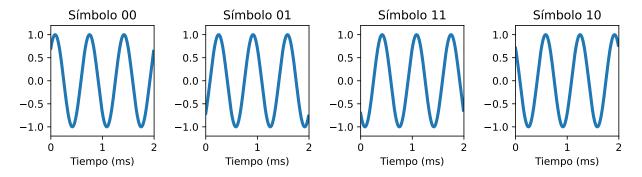


Figura 19: Símbolos de una modulación QPSK.

**Ejercicio:** Genera y representa una señal QPSK que module los datos 0100111000. Para ello, divide esos datos en símbolos de 2 bits y asigna a cada uno la fase correspondiente. Comprueba que en este caso sería  $[3\pi/4,\pi/4,5\pi/4,7\pi/4,\pi/4]$ . Asigna ese vector a la variable pha del código anterior y ejecútalo para obtener la señal de la Figura 20. ¿Cuántos bits por segundo se estarán transmitiendo en este caso?

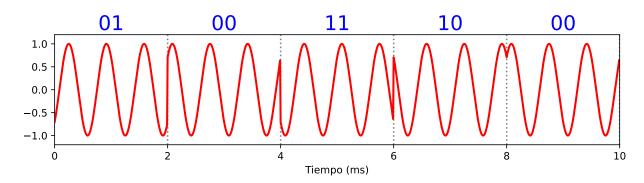


Figura 20: Señal modulada QPSK ( $T_s = 2 \text{ ms}$ ).

#### Modulación 8PSK

La modulación PSK puede extenderse a un mayor número de fases posibles, dando lugar las modulaciones 8PSK, 16PSK, ... En estos casos, una forma gráfica más sencilla de definir todos los posibles símbolos es representándolos en el plano complejo en formato amplitud-fase. A esta representación se le denomina *constelación*. A modo general, la forma de onda de un símbolo es:

$$s(t) = A\cos(\omega_c t - \phi) = A\cos\phi\cos(\omega_c t) + A\sin\phi\sin(\omega_c t) = A_r I(t) + A_i Q(t)$$

Por tanto, un símbolo se distingue del resto por su amplitud A y su fase  $\phi$ , del mismo modo que un número complejo. De esta forma, el símbolo se puede localizar en un plano complejo,

donde el eje real sería la señal  $I=\cos(\omega_c t)$  y el imaginario  $Q=\sin(\omega_c t)$ . La constelación de la modulación será la representación de todos los símbolos posibles sobre este plano.

En el caso de las modulaciones PSK, todos los símbolos tienen amplitud 1 y únicamente varía la fase. En la Figura 21a se muestra la constelación de la modulación BPSK anterior. El símbolo 1 tendría amplitud 1 y fase 0, mientras que el símbolo 0 tendría amplitud 1 y fase  $\pi$ . Por otro lado, la constelación QPSK anterior se muestra en la Figura 21b. En este caso, por ejemplo el símbolo 11 sería una señal de amplitud 1 y fase  $5\pi/4$ .

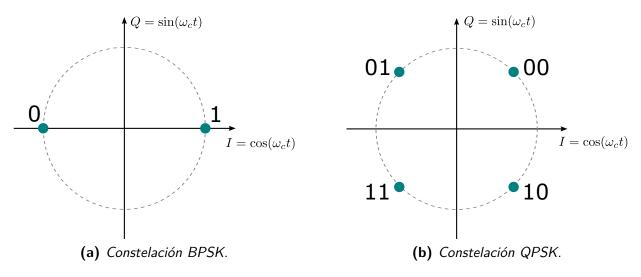


Figura 21: Constelaciones BPSK y QPSK.

Extendiendo los casos anteriores, la constelación de la modulación 8PSK se muestra en la Figura 22. Esta modulación tiene 8 posibles símbolos y por tanto cada uno de ellos representa 3 bits. Los símbolos se distribuyen a lo largo de la circunferencia de amplitud unidad, con una diferencia de fase de  $\pi/4$  entre dos consecutivos.

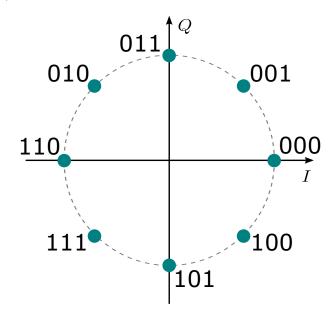


Figura 22: Constelación 8PSK.

**Ejercicio:** Utilizando el código anterior y modificando el vector de fases, genera y representa una señal 8PSK que module los datos 010011100101. En este caso habrá que dividir los datos en símbolos de 3 bits, obteniendo la señal mostrada en la Figura 23. ¿Cuántos bits por segundo se estarán transmitiendo en este caso?

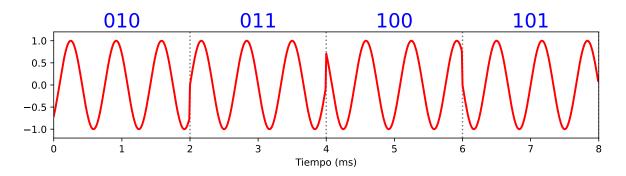
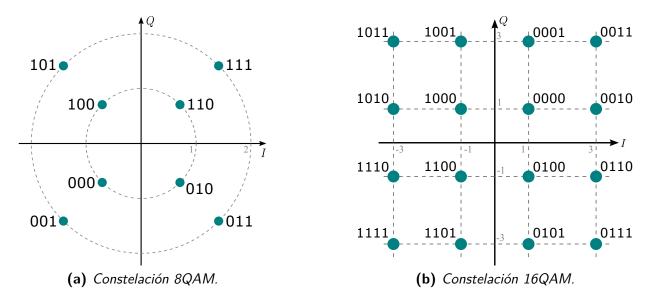


Figura 23: Señal modulada 8PSK.

# 3.4. Modulación QAM

La modulación PSK se puede extender arbitrariamente pero, con un número grande de símbolos, éstos se encuentran demasiado cercanos, dando lugar a errores de detección. Una forma de mantener los símbolos alejados consiste en variar tanto su fase como su amplitud, distribuyendo la constelación de forma más regular. A este tipo de modulación se le denomina QAM.

Por ejemplo, en la Figura 24a se muestra la constelación de una modulación 8QAM. Se puede apreciar que la distribución de los símbolos es similar a una QPSK pero con dos niveles de amplitud. En la Figura 24b se muestra una constelación 16QAM, donde los símbolos se distribuyen en una rejilla regular en el plano complejo. Esta constelación en forma de rejilla se puede extender fácilmente para definir las modulaciones 32QAM, 64QAM, 128QAM, 256QAM, ...



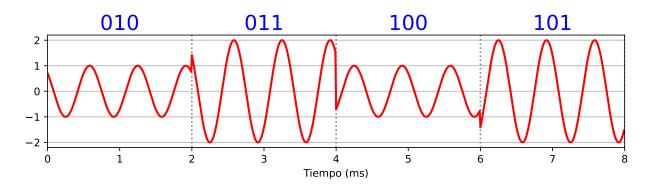
**Figura 24:** Constelaciones 8QAM y 16QAM ( $T_s = 2$  ms).

La señal QAM se genera de forma similar a una PSK con la diferencia de que ahora se debe establecer la amplitud y fase de cada símbolo. Como ejemplo se va a considerar los mismos datos binarios que con la modulación 8PSK anterior: 010011100101. Tomando la constelación 8QAM de la Figura 24a, la amplitud y fase de cada símbolo será:

Símbolo	Amplitud	Fase	
010	1	$7\pi/4$	
011	2	$7\pi/4$	
100	1	$3\pi/4$	
101	2	$3\pi/4$	

Estos valores de amplitud y fase se introducen en los vectores amp y pha respectivamente para generar la señal correspondiente a cada símbolo, ejecutando el siguiente código. Se puede comprobar que la única diferencia respecto a la modulación PSK es que la amplitud de cada símbolo es variable. La señal modulada 8QAM se muestra en la Figura 25.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
TO = 2e-3 # duracion de símbolo
t0 = np.arange(0, T0, 0.01e-3) # variable temporal de símbolo
fport = 1500 # frecuencia de portadora
amp = [1, 2, 1, 2] # vector de amplitudes (símbolos)
pha = [7*np.pi/4, 7*np.pi/4, 3*np.pi/4, 3*np.pi/4] # vector de fases (símbolos)
modQAM=[]; tQAM=[]; # inicializacion de variables
for n in range(len(pha)): # blucle de datos
    modQAM_new = amp[n] * np.cos(2*np.pi*fport*t0 - pha[n]) # nuevo símbolo
    modQAM = [*modQAM, *modQAM_new] # se añade a la señal
    t0_new = t0+n*T0
                     # tiempo del nuevo símbolo
    tQAM = [*tQAM, *t0_new] # se añade a la variable temporal
tQAM = np.array(tQAM); modQAM = np.array(modQAM) # convertir a array
# representación
plt.figure(figsize=(15,4))
plt.plot(tQAM*1000,modQAM)
plt.xlabel('Tiempo (ms)')
```



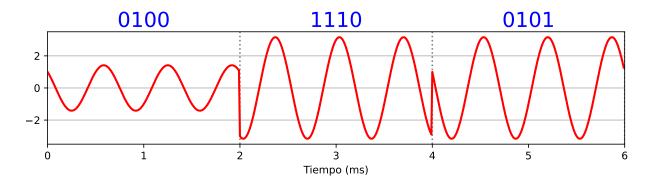
**Figura 25:** Señal modulada 8QAM ( $T_s = 2 \text{ ms}$ ).

**Ejercicio:** Genera y representa ahora la señal 16QAM que module los mismos datos 010011100101, empleando la constelación de la Figura 24b. Para ello, emplea el código anterior modificando adecuadamente los vectores amp y pha. Teniendo en cuenta que cada símbolo representa 4 bits (16 estados), comprueba que los valores de amplitud y fase de cada símbolo serían los siguientes:

Símbolo	Real	lmag.	Amplitud	Fase
0100	1	-1	$\sqrt{2}$	$7\pi/4$
1110	-3	-1	$\sqrt{10}$	-2.82
0101	1	-3	$\sqrt{10}$	-1.25

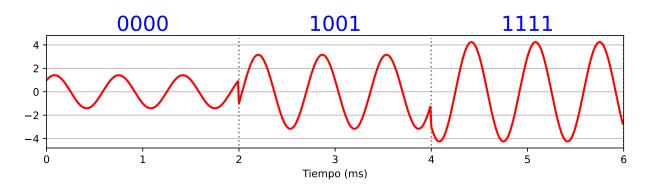
La amplitud A y fase  $\phi$  se obtienen a partir de la parte real  $A_r$  e imaginaria  $A_i$  del punto de la constelación como  $A=\sqrt{A_r^2+A_i^2}$  y  $\phi=\arctan(A_i/A_r)$ , respectivamente. Se debe tener en cuenta que la fase debe corresponder al cuadrante en el que se encuentra el punto.

La señal modulada 16QAM se muestra en la Figura 26. Como es lógico, con una misma duración de símbolo, la señal 16QAM (Figura 26) necesita menos tiempo que la modulación 8QAM (Figura 25) para transmitir la misma información. ¿Cuántos bits por segundo se estarán transmitiendo con la modulación 16QAM?



**Figura 26:** Señal modulada 16QAM ( $T_s = 2 \text{ ms}$ ).

**Ejercicio:** Genera y representa la señal 16QAM que transmita ahora los datos 000010011111. El resultado debe ser similar al mostrado en la Figura 27.



**Figura 27:** Señal modulada 16QAM con distinta información ( $T_s=2$  ms).

Aquí finaliza el contenido de esta sesión de prácticas donde se han revisado los diferentes tipos de modulaciones. Se recomienda al alumno salvar el cuaderno en un fichero .ipynb donde se guarden todos los ejemplos vistos en la práctica, con diferentes celdas tipo *Markdown* que sirvan para organizar el contenido.