

Lasagne er godt, og bildetekst er nødvendig.  
Også, jeg klarte ikke å få meg selv til å sette  
inn et bilde av en elgtunge her...

# OPPGAVE ELGTUNGE

(men uten en elgtunge)

## Sammendrag

Temperatur av lasagne til 3 og for én ekstra som ikke gadd å komme.

Agnes Wenting Björkman, Ida Marie Klev Holck og Karoline Pethick

agneswb@stud.ntnu.no

## Om forsøket

Vi på gruppen laget en lasagne for fire, en del til alle tre av oss, og en til Skybert. Dessverre kunne ikke Skybert komme, så vi satte av porsjonen som egentlig skulle være til han og stakk et termometer i det og sjekket temperaturen med "jevne" mellomrom (*figur 2*). (Blir ikke veldig jevnt og nøyaktig når man sitter og spiller Catan samtidig.)

## Teoretisk resultat

Med utgangspunkt i Newtons avkjølingslov (*figur 1*), kunne jeg lage et generelt uttrykk for temperaturen basert på tiden (*figur 3*). Enkelt og greit, som å stjele godteri fra et barnehagebarn som jeg for så vidt heller burde ha overtalt til å gjøre hele oppgaven for meg, ettersom alle barn i barnehagen kan løse differensiallikninger. Så kanskje jeg burde ha gitt en unge godteri imot at de skrev denne rapporten. Jaja, det er lett å være etterpåklok. (Liten digresjon. Jeg skriver dette her klokken fire på natten med en gjennomsnittssøvn 4 timer de siste ukene. Jeg overlever på én energidrikk og har nettopp sittet med kjemi i fire timer, da kan jeg faktisk ikke stå ansvarlig til hva enn som ender opp på dette dokumentet.)

NEWTONS AVKJØLINGSLOV

$$\dot{T}(t) = \alpha (T(t) - T_{\infty}) \quad T(0) = T_0$$

Figur 1: Newtons Avkjølings Lov. (Soleklart fra overskriften, men har fått høre at man alltid skal ha bildetekst i akademiske rapporter. (Hvor enn akademisk det her kan kalles.)

Når vi hadde laget lasagnen kunne jeg finne  $\alpha$  basert på første målte lasagne-temperatur og temperaturen i rommet (*figur 4*). Og hvis noen spør, nei, jeg brukte ikke kalkulator, den la jeg pent i bosset mens jeg regnet ut svaret i Python (*figur 5*).

Til slutt kunne jeg sette  $\alpha$  inn i det generelle uttrykket og lage en vakker teoretisk graf med stort sett den eneste programmeringen jeg kan, altså å plote grafer (*figur 6*). (Hah, lykke til til meg på ITGK-eksamen). I tillegg la jeg inn en graf for de eksperimentelle verdiene vi målte mens vi spilte Catan. Dessverre tapte jeg, fordi som den nauten jeg er, så glemte jeg at «lengste-vei-kortet» var mulig å stjele fra andre. Uansett. Tilbake til oppgaven.

## Eksperimentelle verdier

Så, vi kan se på grafen (*figur 7*) at de eksperimentelle dataene ligger noen lunde i tråd med de teoretiske dataene. Den eksperimentelle grafen ligger litt over den teoretiske, noe kan være forårsaket av ekstra varme i omgivelsene, som kan skje når tre mennesker skriker på hverandre over ett brett av Catan. (Neida, alle var veldig hyggelig, untatt Skybert som ikke en gang tok seg bryet med å komme). Andre grunner kan være feil i måleverktøyene, fysiske prosesser som vi ikke tok hensyn til, (tilsvarende hvordan man skal se bort ifra tyngdekraften i fysikk på VGS,) og også hvis målt temperatur i rommet var litt upresis.

## Konklusjon

Lasagne er godt, Newton hadde noen gode ideer, Catan suger når man glemmer reglene, Skybert er en sviker (se figur 8), og jeg er trøtt.

## Figurer

### EKSPERIMENTELLE MÅLINGER

Temperatur / °C	Tid / minutter
95,2	0
68,7	10
57,8	20
46,3	30
38,8	45
34,9	60
31,2	75
28,2	95
26,2	115
25,0	135

Figur 2: Noen lunde jevne temperaturmålinger.

### REGNE UT $\alpha$ I NEWTONS AVKJØLINGSLOV

Bruker målingene etter 10 min

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k) e^{-\alpha t}$$

$$T_0 = 95,2 \text{ °C}$$

$$T_k = 24 \text{ °C}$$

$$T(10) = 68,7 \text{ °C}$$

$$68,7 = 24 + (95,2 - 24) \cdot e^{-\alpha \cdot 10}$$

$$68,7 = 24 + 71,2 \cdot e^{-\alpha \cdot 10}$$

$$44,7 = 71,2 \cdot e^{-\alpha \cdot 10}$$

$$0,628 = e^{-\alpha \cdot 10}$$

$$\ln(0,628) = -\alpha \cdot 10$$

$$\alpha = -\frac{\ln(0,628)}{10} = 0,0465$$

Figur 4: Finner  $\alpha$  basert på første lasagnemålinger.

### GENÉRELLT UTRYKK

$$\frac{dT}{dt} = -\alpha (T - T_k) \quad T(t) = T$$

$$\frac{1}{T - T_k} dT = -\alpha dt$$

$$\int \frac{1}{T - T_k} dT = \int -\alpha dt \quad | \int$$

$$-\ln|T - T_k| + C_1 = -\alpha t + C_2 \quad | \cdot (-1)$$

$$\ln|T - T_k| = -\alpha t - C_1 + C$$

$$\ln|T - T_k| = -\alpha t - C$$

$$T - T_k = e^{-\alpha t - C}$$

$$T - T_k = e^{-\alpha t} \cdot e^{-C} = e^{-\alpha t} \cdot A$$

$$T = T_k + A e^{-\alpha t}$$

Finner et uttrykk for A

$$T(0) = T_k + A e^{-\alpha \cdot 0} = T_k + A = T_0$$

$$A = T_0 - T_k$$

Ferdig uttrykk

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k) e^{-\alpha t}$$

Figur 3: Igjen, bare å lese overskriften. Om håndskriften min er vanskelig å forstå, ta kontakt med advokaten min.



Figur 5: Kalkulatoren i bosset, og en rudimentær utregning i Python.

```
# TEMPERATURENDRING TIL LASAGNE

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Konstanter

TK = 24.0 # Temperatur av omgivelsene
T0 = 95.2
alfa = 0.0465

# Teoretisk
tid_verdier = np.linspace(0, 135, 100)
temperatur_verdier = TK + (T0 - TK) * np.exp(-alfa * tid_verdier)

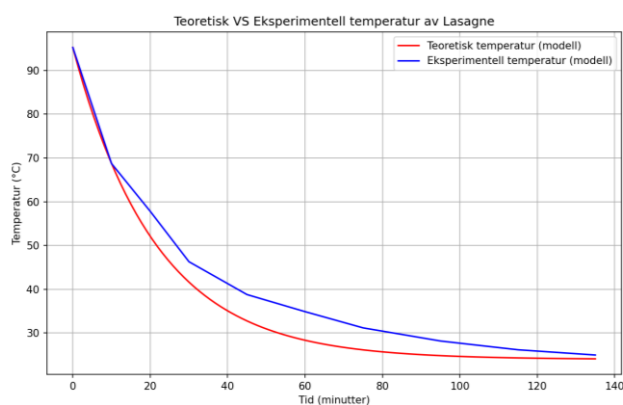
# Eksperimentell
eksp_tider = [0, 10, 20, 30, 45, 60, 75, 95, 115, 135]
eksp_temperaturer = [95.2, 68.7, 57.8, 46.3, 38.8, 34.9, 31.2, 28.2, 26.2, 25.0]

# Plot av figuren
plt.figure(figsize=(10,6))
plt.plot(tid_verdier, temperatur_verdier, label="Teoretisk temperatur (modell)", color='red')
plt.plot(eksp_tider, eksp_temperaturer, label="Eksperimentell temperatur (modell)", color='blue')
plt.xlabel("Tid (minutter)")
plt.ylabel("Temperatur (°C)")
plt.title("Teoretisk VS Eksperimentell temperatur av Lasagne")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

Figur 6: 90 % av min programmeringskunnskap samlet på ett bilde.



Figur 8: Bevis på at Skybært er en sviker som tydeligvis har bedre ting å gjøre enn å spise lasagne med oss, men som for så vidt er greit i og med at vi uansett måtte stikke et termometer i maten hennes.



Figur 7: Lasagne temperatur i graf form.

## Kilder

*Agnes W.B.* (2024), *Hjernen min*

*Morten Andreas Nome/Polynome* (20??), TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS, MTKJ og MTTK høsten 2024, (<https://wiki.math.ntnu.no/tma4101/2024h/start>)

Bildekilde av Garfield/Pusur om du trengte det: (<https://no.pinterest.com/pin/almost-paleo-lasagna--449585975284615485/>)

*P.S.:* Wow, du la faktisk merke til denne vage greien på slutten av dokumentet. Og hvis du ikke gjorde det, så snakker jeg til meg selv. Jeg ville bare si at jeg beklager hvis dette er en ikke-særlig-artig rapport. Det er i utgangspunktet ikke et forsøk på å være artig, så hvis du synes det var kleint som helsike, så beklager jeg igjen for at jeg er klein som helsike (.Går utfra at å banne i en rapport ikke er en god ide, så du får helsike istedenfor «Helvete». (Og i den settingen er Helvete skrevet med stor bokstav som gjør det til en stedsbeskrivelse og ikke et banneord.))  
Takk for meg. Ha en fin dag videre.