Agnieszka Kurzajewska

Nr indeksu: 244994

Sprawozdanie

Lista 3

Zadanie 1.

Zadanie polega na implementacji funkcji obliczającej miejsce zerowe danej funkcji f metodą bisekcji. Jako argumenty wejściowe przyjmuje się wzór funkcji f, granice przedziału, w którym szukane będzie miejsce zerowe oraz deltę i epsilon, które są dokładnościami obliczeń. Funkcja ma zwracać obliczone miejsce zerowe, wartość funkcji dla tego miejsca, liczbę iteracji oraz informację, czy wystąpił błąd.

Metoda została zaimplementowana w następujący sposób:

* Sprawdzenie, czy granice przedziału mają różne znaki, ponieważ warunkuje to wystąpienie pierwiastka funkcji w danym przedziale
* Umieszczenie tymczasowej wartości x w połowie przedziału
* W pętli kończącej działanie, kiedy podane dokładności obliczeniowe zostaną spełnione:

Sprawdzenie, czy wartość funkcji początku czy końca przedziału ma znak przeciwny do wartości funkcji wartości tymczasowej. Jeśli tak, to drugi koniec przedziału zostaje zastąpiony przez tymczasową zmienną i następuje kolejna iteracja ze zmienioną jedną granicą przedziału. Gdy pętla zakończy działanie, wynikiem obliczeń funkcji jest wartość tymczasowa x.

Zadanie 2.

Zadanie polega na implementacji funkcji obliczającej miejsce zerowe danej funkcji f metodą Newtona (metodą stycznych). Jako argumenty wejściowe przyjmuje się wzór funkcji f, wzór pochodnej funkcji f, wartość początkową x, deltę i epsilon, które są dokładnościami obliczeń oraz maksymalną liczbę iteracji pętli. Funkcja ma zwracać obliczone miejsce zerowe, wartość funkcji dla tego miejsca, liczbę iteracji oraz informację, czy wystąpił błąd.

Metoda została zaimplementowana w następujący sposób:

* Ustalenie punktu początkowego x, którego wartość będzie zmieniana aż do osiągnięcia wartości mieszczącej się w podanych dokładnościach obliczeniowych
* W pętli kończącej działanie, kiedy podane dokładności obliczeniowe zostaną spełnione:

Ustawianie kolejnej wartości punktu x za pomocą wzoru rekurencyjnego dla tej metody:

x2 = x1 - , która wynika z wyprowadzenia wartości x2 poprzez obliczenie punktu przecięcia się stycznej f(x1) z osią OX.

Zadanie 3.

Zadanie polega na implementacji funkcji obliczającej miejsce zerowe danej funkcji f metodą siecznych. Jako argumenty wejściowe przyjmuje się wzór funkcji f, granice przedziału, w którym szukane będzie miejsce zerowe, deltę i epsilon, które są dokładnościami obliczeń oraz maksymalną liczbę iteracji pętli. Funkcja ma zwracać obliczone miejsce zerowe, wartość funkcji dla tego miejsca, liczbę iteracji oraz informację, czy wystąpił błąd.

Metoda została zaimplementowana w następujący sposób:

* Sprawdzenie, czy granice przedziału mają różne znaki, ponieważ warunkuje to wystąpienie pierwiastka funkcji w danym przedziale
* Wyliczanie rekurencyjne kolejnej wartości metody, aż do osiągnięcia odpowiednich dokładności obliczeń za pomocą wzoru:

c = (f(b)\*x0 - f(a)\*b)/(f(b) - f(a))

a = b

b = c,

gdzie a, b i c to kolejne wartości wyznaczone rekurencyjnie za pomocą pętli.

Zadanie 4.

Zadanie polega na obliczeniu miejsca zerowego funkcji zadanej wzorem za pomocą metod:

1. bisekcji z przedziałem początkowym [1.5, 2] i δ = , epsilon =

2. Newtona z przybliżeniem początkowym x0 = 1.5 i δ = , epsilon = , 3.siecznych z przybliżeniami początkowym x0 = 1, x1 = 2 i δ = , epsilon = .

Otrzymane wyniki:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Otrzymany pierwiastek x | Wartość funkcji dla x | Liczba iteracji pętli | Numer błędu |
| 1 | 1.9337539672851562 | -2.7027680138402843e-7 | 16 | 0 |
| 2 | 1.933753779789742 | -2.2423316314856834e-8 | 4 | 0 |
| 3 | 1.933753644474301 | 1.564525129449379e-7 | 5 | 0 |

Wszystkie metody dały wynik bliski dokładnej wartości, ale najbardziej dokładny wynik zwróciła metoda Newtona, jednocześnie wykonując najmniejszą liczbę operacji. Niestety metoda ta wymaga obliczenia pochodnej, przez co czas obliczeń się zwiększa. Drugi najbardziej dokładny wynik dała metoda siecznych, również wykonując małą liczę iteracji równą 5. Najmniej dokładny wynik dała metoda bisekcji, wykonując 3-krotnie większą liczbę iteracji. Liczba ta będzie się zmieniała wraz z obranym przedziałem, im bliżej granicy przedziału znajduje się miejsce zerowe, tym więcej iteracji będzie musiała wykonać pętla metody bisekcji.

Zadanie 5.

Zadanie polega na obliczeniu miejsc przecięcia się funkcji f(x)=3x i g(x)=e^x.

Kiedy funkcje się przecinają, ich rzędne i odcięte są takie same.

Wartości y obu funkcji w punkcie przecięcia są takie same, więc można wyprowadzić równanie:

Można z tego wyprowadzić dwa inne równania:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Punkty przecięcia funkcji:

A picture containing indoor

Description automatically generated

Funkcje przecinają się w dwóch miejscach. W Obliczeniu wybrałam przedział od 1 do 2, ponieważ dla metody bisekcji w podanym przedziale może znajdować się tylko jeden pierwiastek

Wyniki obliczeń:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Otrzymany pierwiastek x | Wartość funkcji dla x | Liczba iteracji pętli | Numer błędu |
| 1 | 1.5120849609375 | 7.618578602830439e-5 | 12 | 0 |
| 2 | 1.5120849609375 | -7.618578602830439e-5 | 12 | 0 |

Oba działania popranie obliczyły miejsca zerowe, ponieważ wartość funkcji dla punktów przecięcia wynosi 0. Został wybrany dość mały przedział, dzięki czemu metoda bisekcji wykonała tylko 12 operacji, jak na tę metodę jest to niewiele iteracji. Wartości obu funkcji są prawie takie same, ale różnią się znakami, co wynika z obliczania „z dwóch przeciwnych stron”.

Zadanie 6.

Zadanie polega na obliczeniu miejsc zerowych funkcji:

|  |  |
| --- | --- |
| f(x) = e^(1-x)-1 | g(x)=x\*e^(-x) |
|  |  |

Wyniki działania programów:

f(x):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Otrzymany pierwiastek x | Wartość funkcji dla x | Liczba iteracji pętli | Numer błędu |
| 1 | 1.000091552734375 | -9.154854355131192e-5 | 16 | 0 |
| 2 | 0.9999844521538975 | 1.5547966970785865e-5 | 10 | 0 |
| 3 | NaN | NaN | 801 | 1 |

g(x):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Otrzymany pierwiastek x | Wartość funkcji dla x | Liczba iteracji pętli | Numer błędu |
| 1 | 17.0 | 7.037894121934789e-7 | 1 | 0 |
| 2 | 19.5 | 6.626622248015396e-8 | 1 | 0 |
| 3 | 40.0 | 1.6993417021166392e-16 | 11 | 0 |

Metoda Newtona dla x0 = 1:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Otrzymany pierwiastek x | Wartość funkcji dla x | Liczba iteracji pętli | Numer błędu |
| f(x) | 1.0 | 0.0 | 1 | 0 |
| g(x) | nothing | 0.36787944117144233 | 0 | 0 |

Metoda Newtona dla x0 = 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Otrzymany pierwiastek x | Wartość funkcji dla x | Liczba iteracji pętli | Numer błędu |
| f(x) | 0.9999999810061003 | 1.899389978632371e-8 | 5 | 0 |
| g(x) | 12.228417566135983 | 5.9791023657819373e-5 | 8 | 0 |

Jako przedział dla metody Newtona i siecznych wybrałam [-1, 40], dla metody tycznych x0 = -1.

Dwukrotnie udało się znaleźć pierwiastek przy pierwszej próbie, zarówno w przypadku funkcji f jak i g.

Wystąpiły błędy obliczeniowe w obu funkcjach. Metoda siecznych zwróciła typ NaN (NotaNumber) dla funkcji f(x) i bez względu na liczbę operacji nie była w stanie znaleźć pierwiastka dla danego przedziału, jeżeli górna granica przedziału jest mniejsza od 8, to zwraca miejsce zerowe równe 7.487708084560966 przy 4 operacjach. Funkcja g dla metody Newtona nie zwróciła popranego wyniku. Metoda Newtona nie zadziałała także dla funkcji g(x), ponieważ zwróciła komunikat, że pochodna jest zbyt zbliżona do zera. Dla funkcji g(x) najbardziej zbliżony wynik podała metoda siecznych, ale w przypadku tej funkcji zawsze górna granica przedziału będzie wynikiem, a im dalej przesuniemy tę granicę, tym dokładniejszy będzie wynik.

Podane wyniki są mniej więcej zbliżone, ale dla pewnych danych granicznych dla poszczególnych metod generowanych jest dużo błędów. Można zauważyć, że przedziały i dane początkowe, od których zaczynamy i które w teorii nie powinny mieć wpływu na wynik, czasami powodują duże odchylenia. Przy zaobserwowanych wynikach można zauważyć, że mimo największej liczby iteracji, metodą, która generuje najmniej błędów jest metoda bijekcji.