

**Università degli Studi di Napoli Federico II
Accademia Aeronautica**

**Laurea in
Gestione dei Sistemi Aerospaziali per la Difesa
(GESAD)**

**Corso di
MECCANICA DEL VOLO**

Virata – Decollo – Atterraggio

Prof. A. De Marco

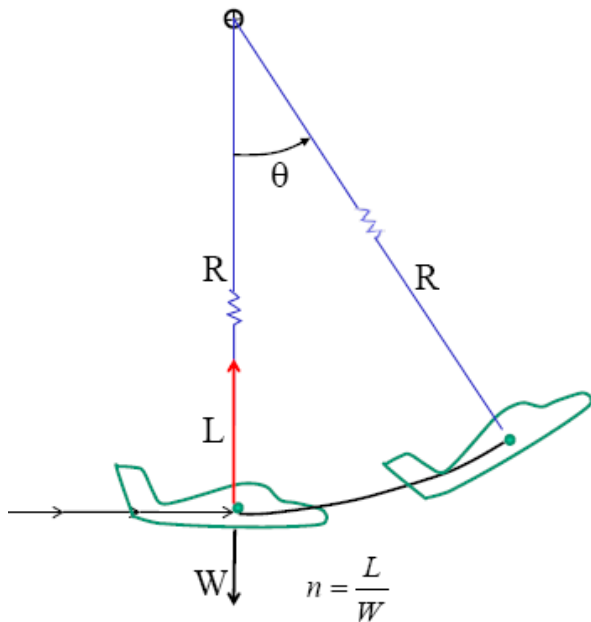
VOLO MANOVRATO

Il Volo manovrato si riferisce a condizioni di volo in presenza di accelerazioni.

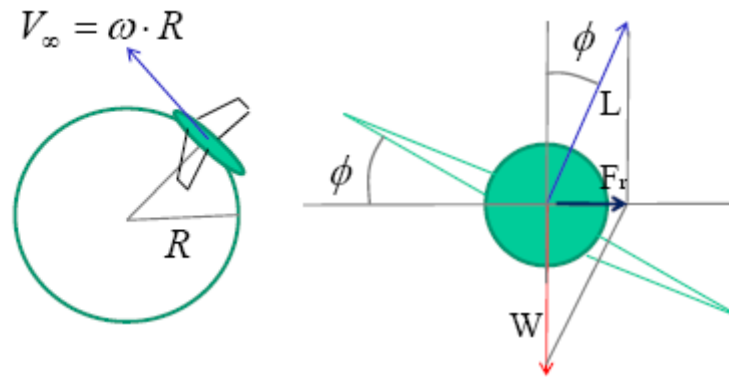
In particolare coinvolge condizioni di equilibrio in cui è presente una accelerazione, molto spesso accelerazione centripeta connessa a traiettorie di volo curvilinee.

Tali manovre vengono chiaramente provocate dal pilota attraverso azione sui comandi.

In tali condizioni la portanza aerodinamica non è più perfettamente uguale al peso del velivolo, ma è maggiore o minore di esso. Si può definire il fattore di carico, come il rapporto tra la portanza ed il peso. Tale fattore rappresenta di fatto l'accelerazione agente sul velivolo secondo un'asse praticamente perpendicolare alla traiettoria (e quindi al piano alare, se la velocità V è parallela all'asse del velivolo). Sarà quindi anche l'accelerazione percepita dal pilota.



Manovra di richiamata (*pull-up*)



Manovra di virata (*turn*)

Si introduce il Fattore di carico n

$$n \equiv \frac{L}{W}$$

VOLO MANOVRATO

Equilibrio asse verticale

Forza risultante

$$L \cos \phi = W$$

$$F_r = \sqrt{L^2 - W^2}$$

Ma la forza F_r deve eguagliare la forza centripeta

$$F_r = m \frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g} \frac{V_\infty^2}{R}$$

$$n \equiv \frac{L}{W}$$

Si introduce il **Fattore di carico n**

$$\phi = a \cos\left(\frac{W}{L}\right) = a \cos\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\phi = 30^\circ \Rightarrow n = 1.15$$

$$\phi = 45^\circ \Rightarrow n = 1.41$$

$$\phi = 60^\circ \Rightarrow n = 2$$

Eguagliando la forza centripeta e l'espressione in funzione del fattore di carico n

$$F_r = W \sqrt{n^2 - 1} = \frac{W}{g} \frac{V_\infty^2}{R}$$

$$R = \frac{V_\infty^2}{g \sqrt{n^2 - 1}}$$

Il raggio di virata ed il rateo di virata (vel. angolare) dipendono dalla velocità e da n.

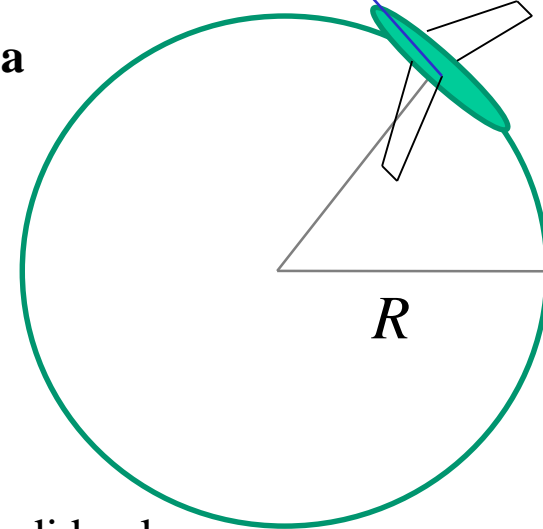
N.B. La virata è intesa a quota costante e senza accelerazione lungo la traiettoria.

Stabilizzata è relativo al fatto che R ed omega sono intesi costanti.

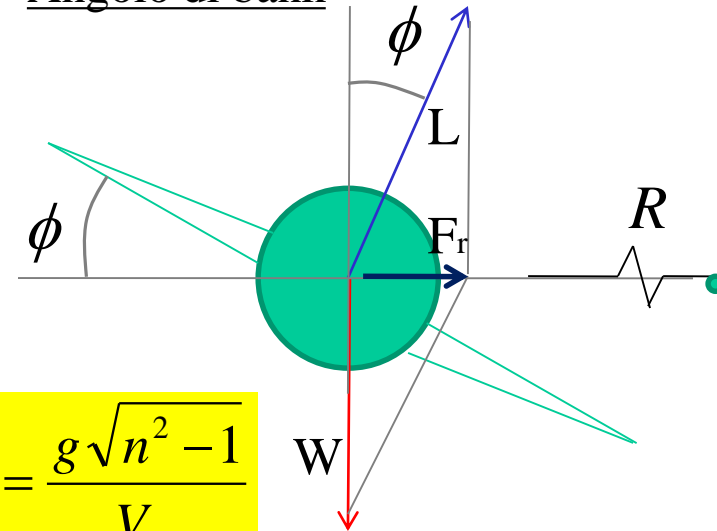
VIRATA stabilizzata

$$V_\infty = \omega \cdot R$$

Traiettoria circolare
raggio R



Angolo di bank



$$\omega = \frac{V_\infty}{R} = \frac{g \sqrt{n^2 - 1}}{V_\infty}$$

VOLO MANOVRATO

VIRATA

$$R = \frac{V_{\infty}^2}{g \sqrt{n^2 - 1}}$$

$$\omega = \frac{V_{\infty}}{R} = \frac{g \sqrt{n^2 - 1}}{V_{\infty}}$$

Essendo, per l'equilibrio $L \cos \phi = W$

$$\frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L \cdot \cos \phi = W \quad \cos \phi = \frac{W}{L} = \frac{1}{n}$$

$$V_{turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n \cdot W}{S} \frac{1}{C_L}}$$

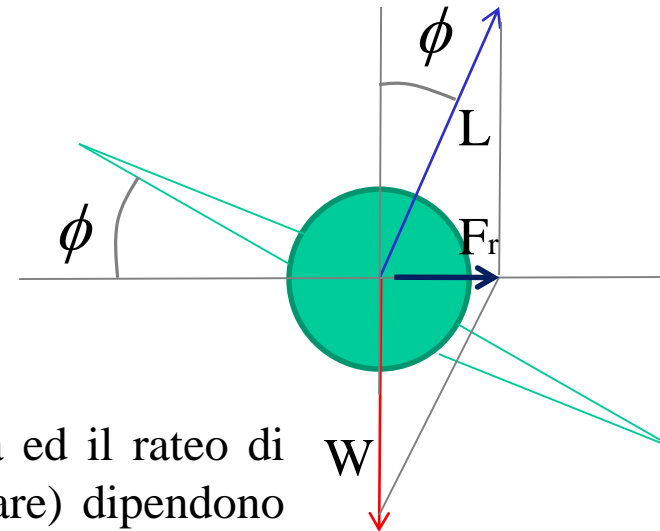
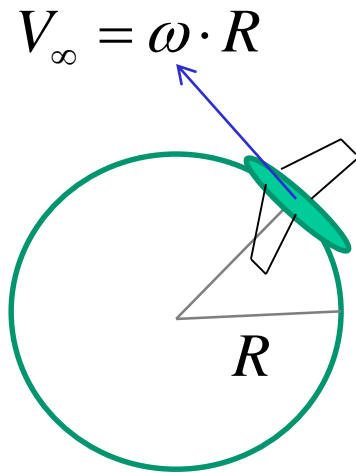
Velocità di equilibrio
(quota costante) in virata

Sostituendo l'espressione di V si ricavano le espressioni di R e di omega:

$$R = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_L} \frac{n}{g \sqrt{n^2 - 1}}$$

Raggio di virata

Il raggio di virata ed il rateo di virata (vel. angolare) dipendono dal fattore di carico (angolo bank), dall'assetto, dal carico alare (dato progetto) e dalla quota.

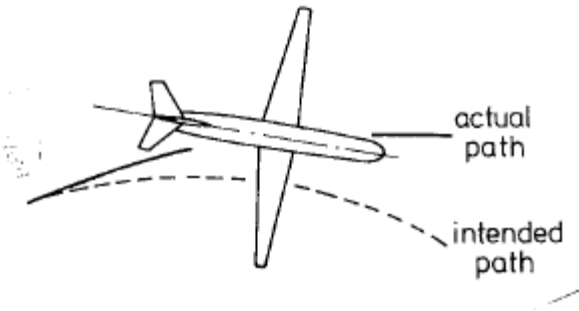


VOLO MANOVRATO

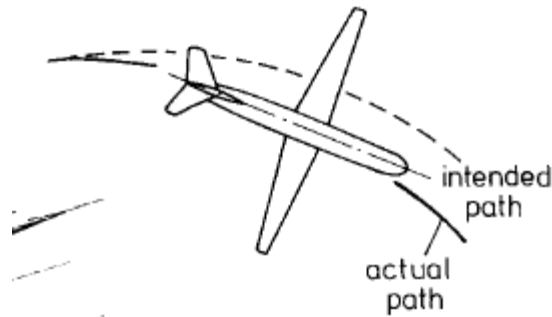
VIRATA

Se non c'è perfetto equilibrio tra la traiettoria impostata e l'inclinazione (ed il conseguente fattore di carico) si ha una virata non corretta.

Se l'angolo di bank è troppo piccolo, si ha una virata con forza centrifuga non bilanciata a sufficienza ed il velivolo tende ad uscire fuori della traiettoria.

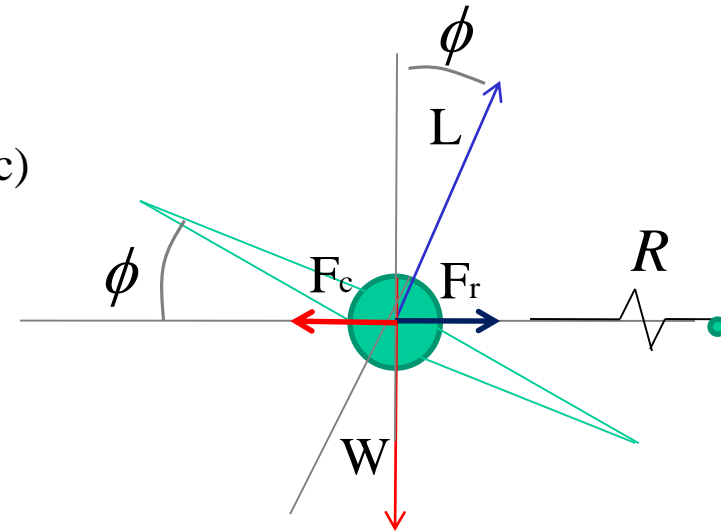
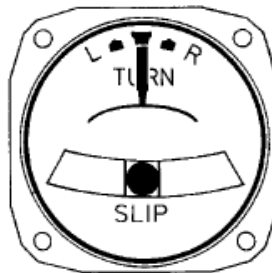


angolo di bank troppo piccolo
(il velivolo scivola fuori perché $F_r < F_c$)



angolo di bank troppo grande
(il velivolo entra perché $F_r > F_c$)

Turn and slip Indicator



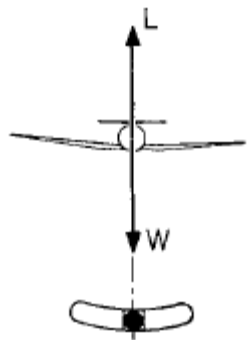
VOLO MANOVRATO

VIRATA

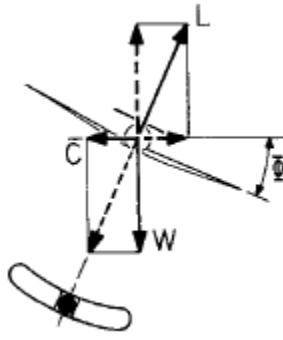
Una virata in equilibrio viene detta corretta (*coordinated turn*).

Il virobandometro è uno strumento che il pilota ha sul cockpit e che consente al pilota di valutare la tipologia di virata e di impostare una virata corretta.

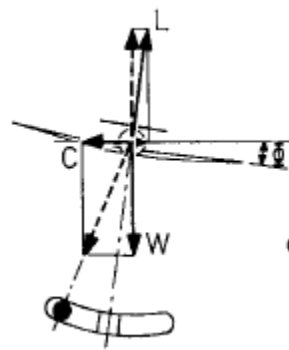
Lo strumento si basa su di una pallina che scorre in un condotto circolare (con liquido). La pallina sarà al centro se non c'è accelerazione residua e cioè la risultante delle forze in gioco è perpendicolare al piano alare (e quindi allo strumento che si inclina insieme al velivolo).



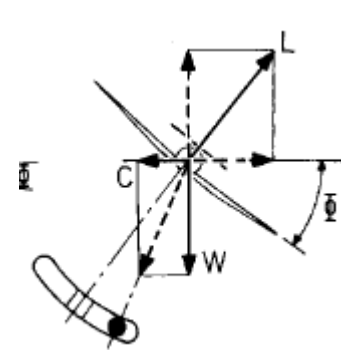
volo
simmetrico



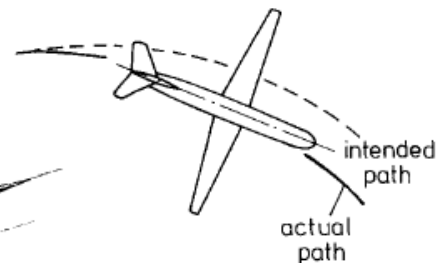
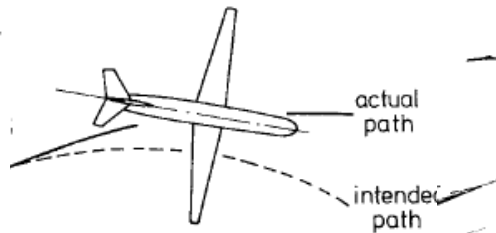
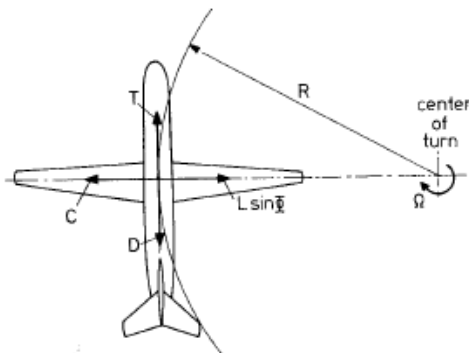
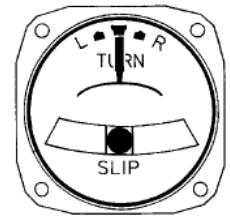
Virata corretta



scivolata verso
l'esterno



scivolata verso
l'interno



VOLO MANOVRATO

Equilibrio asse verticale

Forza risultante

$$L \cos \phi = W \quad F_r = \sqrt{L^2 - W^2}$$

$$n \equiv \frac{L}{W} \quad \text{Fattore di carico}$$

$$\phi = a \cos\left(\frac{1}{n}\right)$$

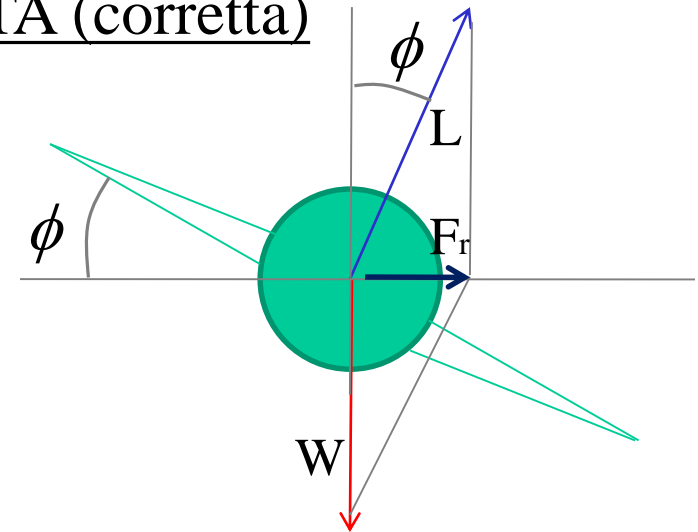
$\phi = 30^\circ \Rightarrow n = 1.15$
 $\phi = 45^\circ \Rightarrow n = 1.41$
 $\phi = 60^\circ \Rightarrow n = 2$

La velocità di stallo (velocità minima), per dato carico alare, dipende dalla radice del fattore di carico !

$$V_{S_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n \cdot W}{S} \frac{1}{C_{L_{max}}}}$$

$$V_{S_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{max}}}} \cdot \sqrt{n} = V_S \cdot \sqrt{n}$$

VIRATA (corretta)



La portanza deve aumentare perché solo una parte di essa equilibra il peso

Se un pilota si trova ad una velocità prossima a quella di stallo ed imposta una virata, tenderà facilmente a stallare, se non dà potenza ed aumenta la velocità di volo.

Ad esempio, se un velivolo ha una velocità di stallo di 50 m/s in volo livellato, in virata a 30° ($n=1.15$) la velocità di stallo sarà pari a $50 \times 1.07 = 54$ m/s. In virata a 60° ($n=2$) sarà $= 50 \cdot \sqrt{2} = 70.7$ m/s

VOLO MANOVRATO

VIRATA

$$R = \frac{V_{\infty}^2}{g \sqrt{n^2 - 1}}$$

Raggio di virata

$$\omega = \frac{g \sqrt{n^2 - 1}}{V_{\infty}}$$

Rateo di virata

Per le prestazioni di manovra di un aeroplano, sia militare che civile, è abitualmente vantaggioso avere il più piccolo R ed il rateo di virata maggiore possibile.

- **Fattore di carico n + alto possibile (limiti strutturali)**
- **Velocità più bassa possibile (a quel valore di n)**

Per avere minimo R, si deve cercare di avere alto valore dell'angolo di bank (alto valore di n) ed assumere la minima velocità (velocità di stallo) compatibile con quel valore di n. Il massimo valore di n, assumiamo che sia quello compatibile con resistenza strutturale, diciamo n_{MAX} . (vedi **diagramma di manovra** successivo).

Teniamo presente che la velocità minima (velocità di stallo) dipende però da n e quindi la minima velocità (vel. di stallo) ad $n=n_{MAX}$ sarà:

$$V_{\min} = V_{S_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n_{MAX} \cdot W}{S} \frac{1}{C_{L_{max}}}}$$

e con
questa V_{\min}

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{g \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

VOLO MANOVRATO

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{g \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

**Raggio di virata
minimo**

con $V_{\min} = V_{S_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n_{MAX} \cdot W}{S} \frac{1}{C_{L_{max}}}}$

VIRATA

$$\omega_{MAX} = \frac{g \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}{V_{\min}}$$

**Rateo di virata
massimo**

- **Fattore di carico $n=n_{max}$**
- **Velocità più bassa possibile
(a quel valore di n)**

In effetti, assunto che l'assetto sia quello massimo (stallo), cioè $C_L = C_{L_{max}}$

La dipendenza da n è blanda, poiché il raggio varia come :
ed il rateo come l'inverso di tale rapporto.

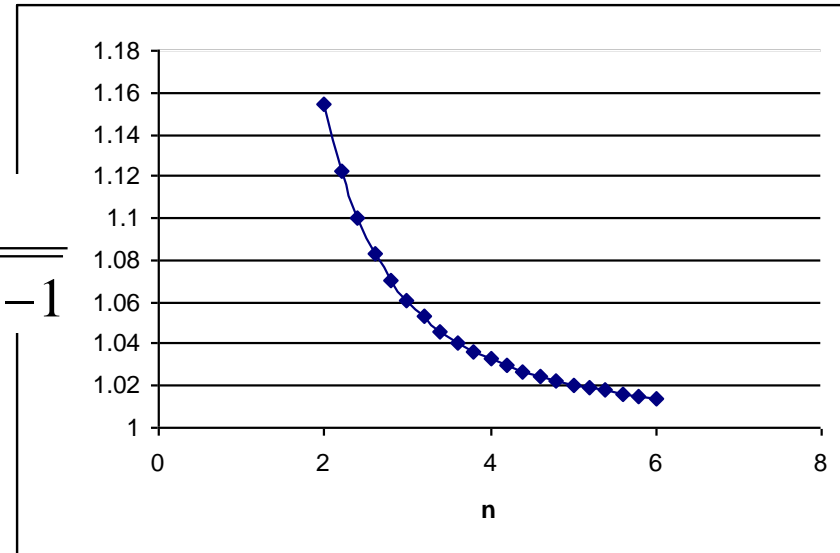
$$R \propto \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

E' evidente che se n assume valori elevati tale rapporto
tende ad 1. In ogni caso

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{max}}} \frac{n_{MAX}}{g \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

Si vede quindi che il minimo raggio ed il
massimo rateo di virata saranno ottenuti al
massimo fattore di carico realizzabile

$$\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}$$



$$R_{\min} = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L\max}} \frac{n_{MAX}}{g \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

**Raggio di virata
minimo**

$$\omega_{MAX} = \frac{g \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}{V_{\min}}$$

**Rateo di virata
massimo**

- **Fattore di carico $n=n_{\max}$**
- **Velocità più bassa possibile
(a quel valore di n), cioè**
$$C_L = C_{L\max}$$
- **quota più bassa
(il raggio minimo si ottiene a S/L)**

$$V_{\min} = V_{S_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n_{MAX} \cdot W}{S} \frac{1}{C_{L\max}}}$$

$$R = \frac{V_{\infty}^2}{g \sqrt{n^2 - 1}} \quad \text{Raggio di virata}$$

$$\omega = \frac{g \sqrt{n^2 - 1}}{V_{\infty}} \quad \text{Rateo di virata}$$

Se n è grande.. $n+1 \approx n$ e $n-1 \approx n$ ed $n^2 - 1 \approx n^2$

$$R = \frac{V_{\infty}^2}{gn} \quad \omega = \frac{gn}{V_{\infty}} \quad \text{ma} \quad L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 SC_L \quad V_{\infty}^2 = \frac{2L}{\rho_{\infty} SC_L}$$

$$R = \frac{2L}{\rho_{\infty} SC_L g (L/W)} = \frac{2}{\rho_{\infty} C_L g} \frac{W}{S} \quad \Rightarrow \quad R_{\min} = \frac{2}{\rho_{\infty} C_{L_{\max}} g} \frac{W}{S}$$

$$\omega = \frac{gn}{\sqrt{2L/(\rho_{\infty} SC_L)}} = \frac{gn}{\sqrt{[2n/(\rho_{\infty} C_L)](W/S)}} = g \sqrt{\frac{\rho_{\infty} C_L n}{2(W/S)}}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_{\max} = g \sqrt{\frac{\rho_{\infty} \cdot C_{L_{\max}} \cdot n_{\max}}{2(W/S)}}$$

VOLO MANOVRATO

VIRATA – EQ APPROSSIMATE (nel caso $n \gg 1$)

$$R = \frac{2}{\rho_{\infty} C_L g} \frac{W}{S}$$

$$\omega = g \sqrt{\frac{\rho_{\infty} C_L n}{2(W/S)}}$$

*caso n ad esempio
pari a 3-4*

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho_{\infty} C_{L\max} g} \frac{W}{S}$$

$$\omega_{\max} = g \sqrt{\frac{\rho_{\infty} \cdot C_{L\max} \cdot n_{\max}}{2(W/S)}}$$

Velivoli con W/S + piccolo \Rightarrow migliori prestazioni virata

Tuttavia il progetto del carico alare di un aeroplano è determinato di solito da fattori diversi da quelli di manovra, come il carico pagante, l'autonomia e la velocità massima. Di conseguenza, i carichi alari per aerei leggeri dell'aviazione generale sono relativamente bassi, ma quelli per aerei militari ad alte prestazioni sono abbastanza grandi.

Le formula sopra sono approssimate (forniscono risultato prossimo a quello della formula corretta per n molto grande), ma la loro semplice espressione rende chiaramente il legame con il carico alare.

VOLO MANOVRATO

VIRATA – EQ APPROSSIMATE

$$R = \frac{2}{\rho_{\infty} C_L g} \frac{W}{S}$$

$$\omega = g \sqrt{\frac{\rho_{\infty} C_L n}{2(W/S)}}$$

Aeroplani	W/S, kg/m²
Wright Flyer	5.86
Beechcraft Bonanza	91.79
Mc Donnell Douglas F-15	322.24
General Dynamics F-16	361.30

VOLO MANOVRATO

VIRATA – EQ APPROSSIMATE

$$R = \frac{2}{\rho_{\infty} C_L g} \frac{W}{S}$$

$$\omega = g \sqrt{\frac{\rho_{\infty} C_L n}{2(W/S)}}$$

Per fissato velivolo , quali condizioni forniscono R piccolo ed ω grande ?

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho_{\infty} g C_{L,\max}} \frac{W}{S}$$

$$\omega_{\max} = g \sqrt{\frac{\rho_{\infty} C_{L,\max} n_{\max}}{2(W/S)}}$$

Bisogna considerare anche se la spinta riesce ad eguagliare la resistenza che è aumentata perché $L=nW$

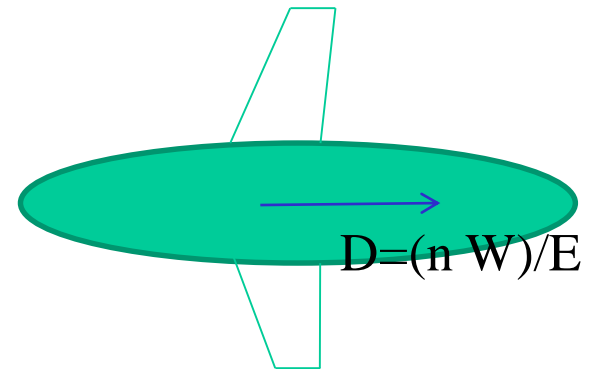
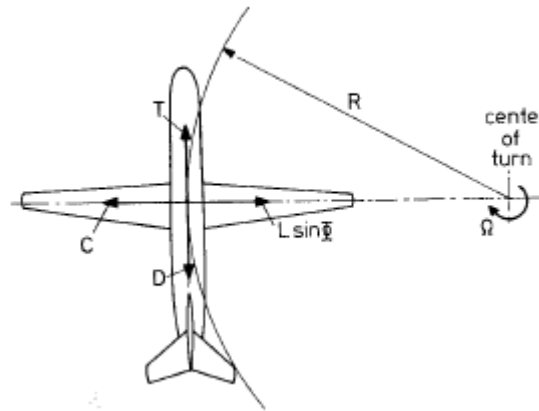
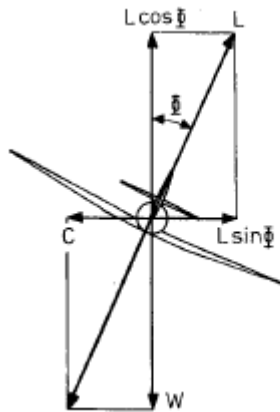
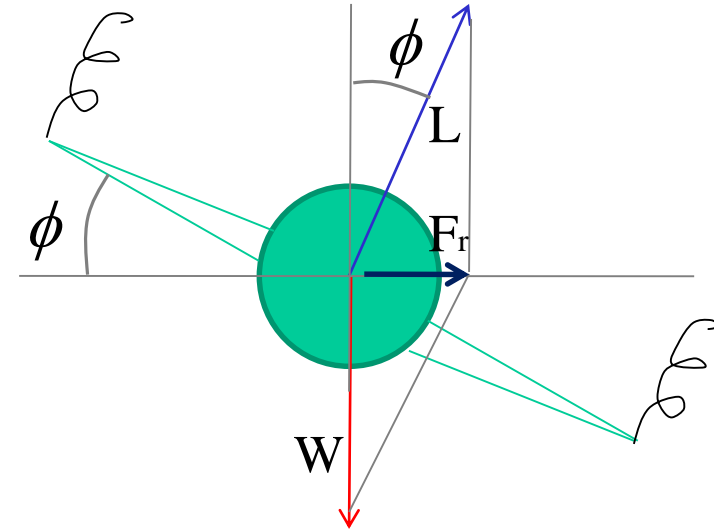
$$n = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_L}{W} \quad n_{\max} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \frac{C_{L,\max}}{W/S} \quad \underline{\text{Alle basse velocità}}$$

Bisogna considerare anche se la spinta riesce ad eguagliare la resistenza che è aumentata perché $L=nW$

A resistenza, per dato assetto, non sarà più uguale al peso / efficienza, ma = ad $n \cdot W / E$. E' come se il peso del velivolo risultasse aumentato di n volte (con n fattore di carico).

Oltre alla resistenza, anche la potenza aumenta. Tra l'altro ricordo che la potenza dipende dal peso elevato ad una potenza di 1.5.

Quando siamo in virata, le curve di potenza necessaria al volo a quota costante si spostano verso l'alto e verso destra.



La resistenza aumenta e la potenza aumenta.

La resistenza aumenta del fattore n rispetto a quella in volo livellato

$$D_{turn} = \frac{n \cdot W}{E} \quad \text{Per dato assetto è lineare con } n$$

Le velocità di equilibrio (ipotizzando nessuna perdita di quota) si spostano a destra (velocità maggiori) al variare dell'angolo di bank e quindi di n

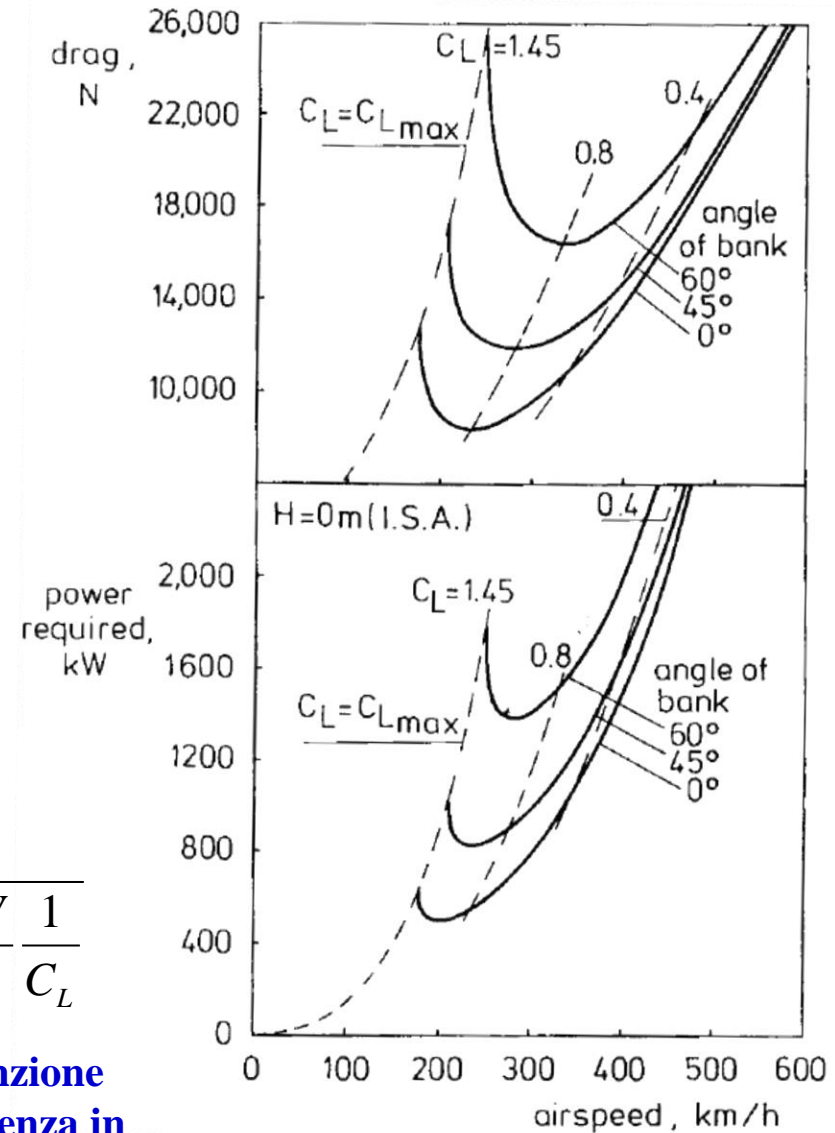
$$V_{turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n \cdot W}{S} \frac{1}{C_L}} \quad \begin{array}{l} \text{Per dato assetto dipende} \\ \text{Dalla radice di } n \end{array}$$

La potenza necessaria = $D \cdot V$ dipenderà da n elevato ad $3/2$.

$$\Pi_{n_turn} = D_{turn} \cdot V_{turn} = \frac{nW}{E} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n \cdot W}{S} \frac{1}{C_L}}$$

$$\Pi_{n_turn} = \Pi_{no} \cdot n^{3/2}$$

Per dato assetto è funzione della equivalente potenza in volo livellato per n elevato a $3/2$



VOLO MANOVRATO

VIRATA

In virata la resistenza aumenta e la potenza aumenta.

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n_{\max} \cdot W}{S} \frac{1}{C_{L_{\max}}}}$$

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{g \sqrt{n_{\max}^2 - 1}}$$

Il minimo raggio di virata, quindi potrebbe essere legato non al valore di n massimo strutturale, (vedi formule sopra relative al punto S in figura) ma al valore di n massimo realizzabile con la potenza disponibile dell'impianto propulsivo.

(in figura un esempio di velivolo ad elica).

Seguendo la linea ad assetto massimo $C_L = C_{L_{\max}}$

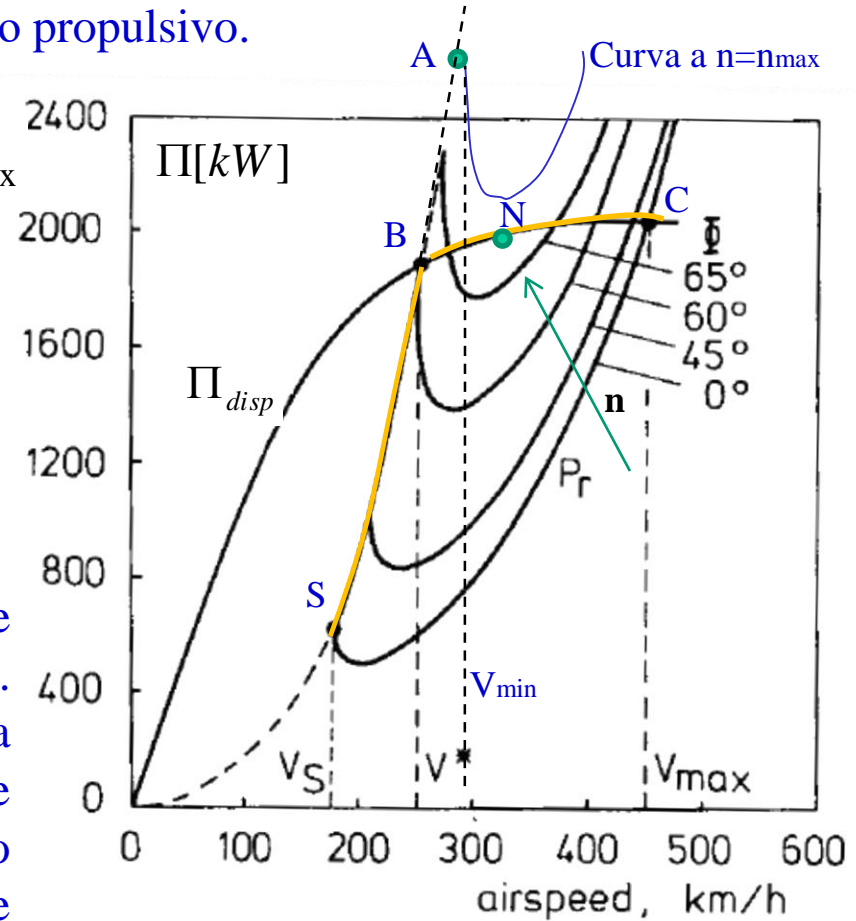
mi muovo, all'aumentare del fattore di carico (virata sempre più stretta) sulla linea S-B.

Il fattore di carico aumenta, la V anche e in B

Si raggiungerà il minimo raggio:

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{\max}}} \frac{n_B}{g \sqrt{n_B^2 - 1}}$$

E' evidente che il fattore di carico in B potrebbe essere inferiore a quella massimo strutturale(n_{\max}). Per velocità maggiori di V_B (V^*), mi muovo sulla curva B-C, con fattore di carico variabile (e massimo nel punto N indicato, che non è detto coincida con il massimo strutturale). Il valore massimo di n in B ad esempio sarebbe quello relativo ad un angolo massimo di circa 68° .



VOLO MANOVRATO

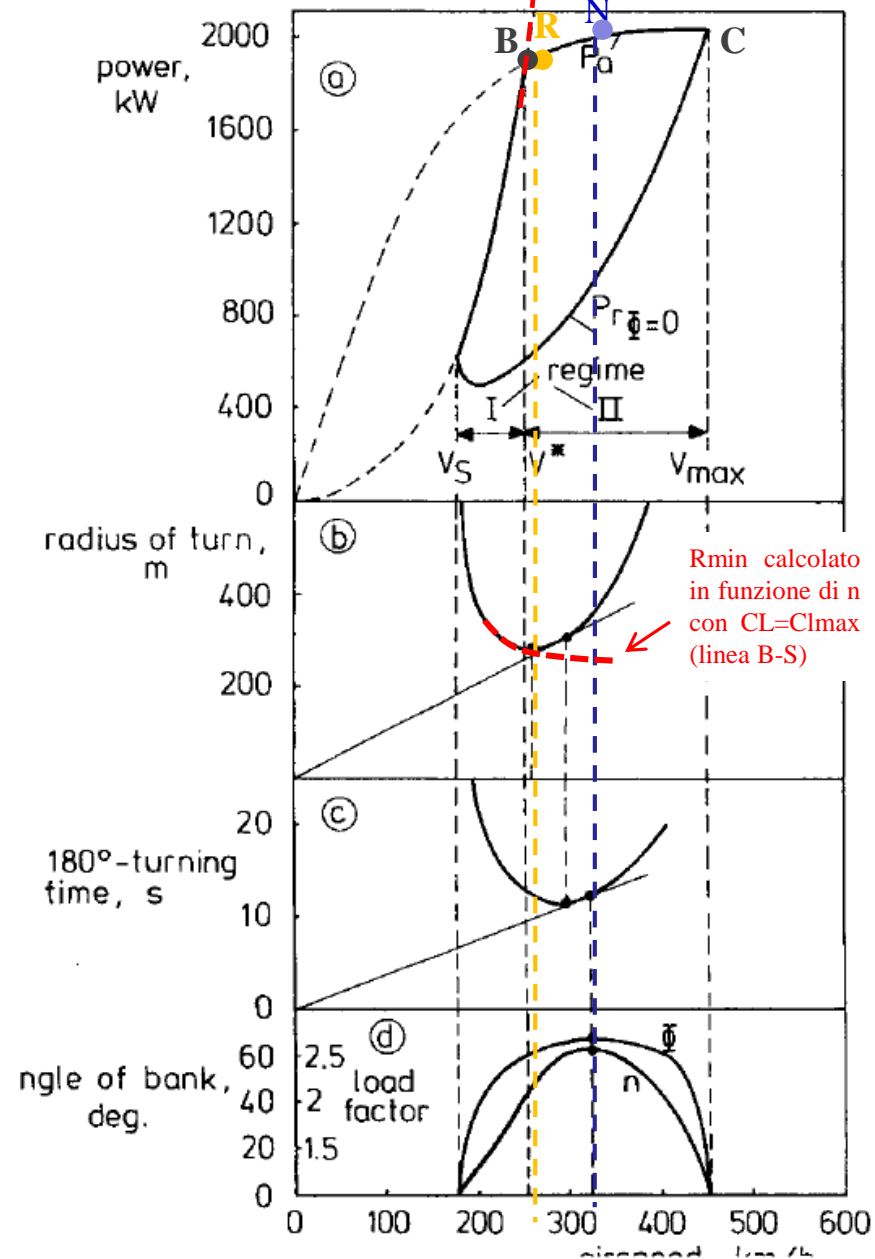
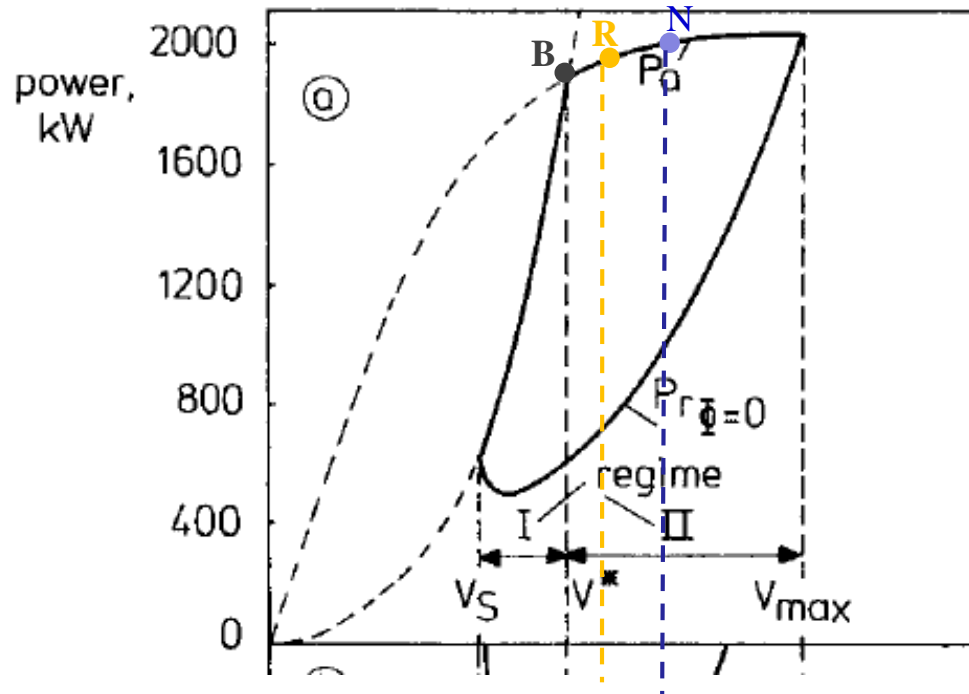
VIRATA

Il raggio di virata minimo si trova molto vicino a quello calcolato nel punto B, cioè $V=V^*$.

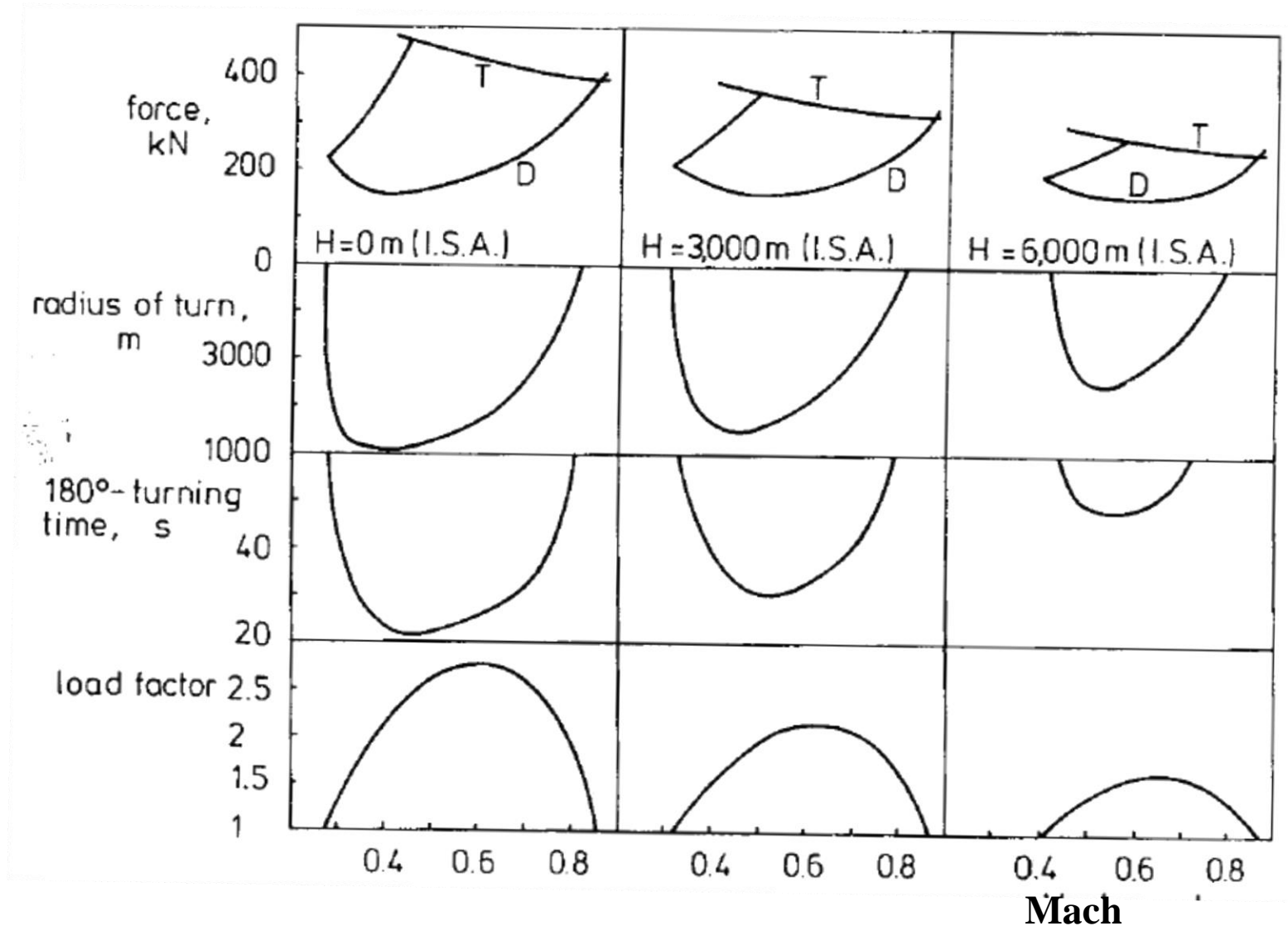
In effetti è più a destra (V maggiori) perché V aumenta di poco, ma n aumenta di più.

La velocità di massimo rateo di virata si ha a velocità leggermente superiori (vedi figura).

La velocità di massimo fattore di carico (massimo angolo di bank), punto N, a velocità ancora più elevate. Tutto questo per una data quota.



Al variare della quota, le prestazioni di virata precedenti, ovviamente peggiorano. Infatti la potenza disponibile si riduce e la potenza necessaria aumenta.



ESEMPIO APPLICATIVO – P2006T

VELIVOLO P2006T

$W=1180 \text{ Kg}$ $S=14.8 \text{ m}^2$ $b=11.4 \text{ m}$
 $C_{Do}=0.028$ $e=0.83$ (con winglet) $C_{LMAX}=1.6$
 $POT \text{ motori}=2 \times 100 \text{ hp}=200 \text{ hp}$ (149.1 kW)
 $Rendim \text{ elica } \eta_p := 0.78$



Fattore carico massimo strutturale $n_{max} = 3.8$

Con i dati assegnati è possibile ricavare il minimo raggio ed il massimo rateo compatibili con il massimo fattore di carico strutturale. La condizione è quella del punto A (V minima con $n=n_{max}$)

$$R_{min} = \frac{V_{min}^2}{g \cdot \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

Con la velocità minima
 pari alla velocità di
 stallo ad $n=n_{max}$

$$V_{min} = V_{S_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n_{MAX} \cdot W}{S} \frac{1}{C_{Lmax}}}$$

Che diventa, al livello del mare (S/L):

$$V_{min} = 55.1 \text{ m/s} = 198 \text{ Km/hr}$$

$$R_{min} = \frac{(55.1)^2}{9.81 \cdot \sqrt{3.8^2 - 1}} = 84.3 \text{ m}$$

$$\omega_{MAX} = \frac{V_{min}}{R_{min}} = \frac{g \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}{V_{min}} = \frac{9.81 \sqrt{3.8^2 - 1}}{55.1} = 0.65 [\text{rad/s}] = 37.4 [\text{deg/s}]$$

ESEMPIO APPLICATIVO- P2006T - continua

Notiamo che l'espressione che viene fuori sostituendo l'espressione della velocità minima nella formula è:

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{\max}}} \frac{1}{g \sqrt{n_{\max}^2 - 1}} = 84.3 \text{ m}$$



Si può anche calcolare il raggio minimo con l'espressione approssimata (ottenuta, come detto, assumendo che nella formula precedente n_{\max} sia tanto grande rispetto ad 1 che:

$$\frac{n_{\max}}{\sqrt{n_{\max}^2 - 1}} = 1 \quad \Rightarrow \quad R_{\min_approx} = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{\max}}} \frac{1}{g} = 81.3 \text{ m}$$

Non molto diverso rispetto a quello esatto

Tale virata, con $n = n_{\max}$, sarà effettuata ad un angolo di bank pari a:

$$\phi_{\max} = \phi(n = n_{\max}) = a \cos\left(\frac{1}{n_{\max}}\right) = a \cos\left(\frac{1}{3.8}\right) = 74.7 \text{ deg}$$

BISOGNA VERIFICARE CHE L'IMPIANTO PROPULSIVO RIESCA A MANTENERE TALE VIRATA, CIOE' CHE LA POTENZA MAX DISPONIBILE SIA MAGGIORE O UGUALE A QUELLA NECESSARIA !

ESEMPIO APPLICATIVO- P2006T - continua

Verifichiamo che però la potenza disp. del motore sia in grado di equilibrare il velivolo in tale condiz.



Calcolo potenza necessaria in virata nella condizione assunta (S/L). Conosco l'assetto (allo stallo), cioè $C_L = C_{L_{\max}}$ Nota la velocità (V_{\min}) posso calcolare la resistenza e la potenza necessaria:

Nella ipotesi semplificativa di validità della polare parabolica fino allo stallo

$$q = \frac{1}{2} \rho V_{\min}^2 S = 1857 \text{ Pa} \quad \text{Pressione din.} \quad D_{\text{turn}} = q_{\min} \cdot C D_{\max} \cdot S = 3880 \text{ N}$$

Potenza necessaria in virata

$$\Pi_{n_turn} = D_{\text{turn}} \cdot V_{\min} = 213.6 \text{ kW}$$

La POTENZA
DISPONIBILE (max
ammissione e quota S/L) è:

$$\Pi_{\text{disp}} = \Pi_{ao} \cdot \eta_P = 116.3 \text{ kW}$$

La POTENZA DISPONIBILE e' inferiore, QUINDI IL VELIVOLO NON CE LA FARA' A TENERE TALE CONDIZIONE DI VOLO !

Calcolo, tenendo sempre assetto di stallo, la velocità compatibile con tale potenza (punto B e V^* dei grafici precedenti)

$$\Pi_{n_turn} = D_{\text{turn}} \cdot V_{\text{turn}} = \Pi_{\text{disp}}$$

$$\Pi_{n_turn} = \frac{1}{2} \rho \cdot V_{\text{turn}}^3 \cdot S \cdot C_{D_{\max}} = \Pi_{\text{disp}}$$

ESEMPIO APPLICATIVO- P2006T - continua

Verifichiamo che però la potenza disp. del motore sia in grado di equilibrare il velivolo in tale condiz.

$$\Pi_{n_turn} = D_{turn} \cdot V_{turn} = \Pi_{disp}$$

$$\Pi_{n_turn} = \frac{1}{2} \rho \cdot V_{turn}^3 \cdot S \cdot C_{Dmax} = \Pi_{disp}$$

E si può calcolare la velocità di equilibrio compatibile con $CL=Cl_{max}$ e la potenza effettivamente disponibile.

$$V_{turn} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \Pi_{disp}}{\rho \cdot S \cdot C_{Dmax}}} = 44.96 \text{ m/s}$$

Che è inferiore a quella compatibile con n massimo strutturale che era 55.1 m/s

Che, dalla relazione che lega V ed n , sempre assumendo di trovarci ad assetto di stallo $C_L = C_{Lmax}$

$$V_{turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n_{turn} \cdot W}{S} \frac{1}{C_{Lmax}}}$$

Ci permette di trovare il massimo fattore di carico compatibile con la potenza disponibile a S/L ed il massimo angolo di bank corrispondente

$$n_{turn} = \frac{V_{turn}^2 \cdot (\rho \cdot S \cdot C_{Lmax})}{2 \cdot W} = 2.53$$

$$\phi_{MAX} = \phi(n = n_{turn}) = a \cos\left(\frac{1}{n_{turn}}\right) = a \cos\left(\frac{1}{2.53}\right) = 66.7 \text{ deg}$$



VOLO MANOVRATO

VIRATA

ESEMPIO APPLICATIVO- P2006T - continua



$$n_{turn} = \frac{V_{turn}^2 \cdot (\rho \cdot S \cdot C_{Lmax})}{2 \cdot W} = 2.53$$

Fattore carico massimo compatibile con la potenza disponibile

$$\phi_{MAX} = \phi_{turn} = \phi(n = n_{turn}) = 66.7 \text{ deg}$$

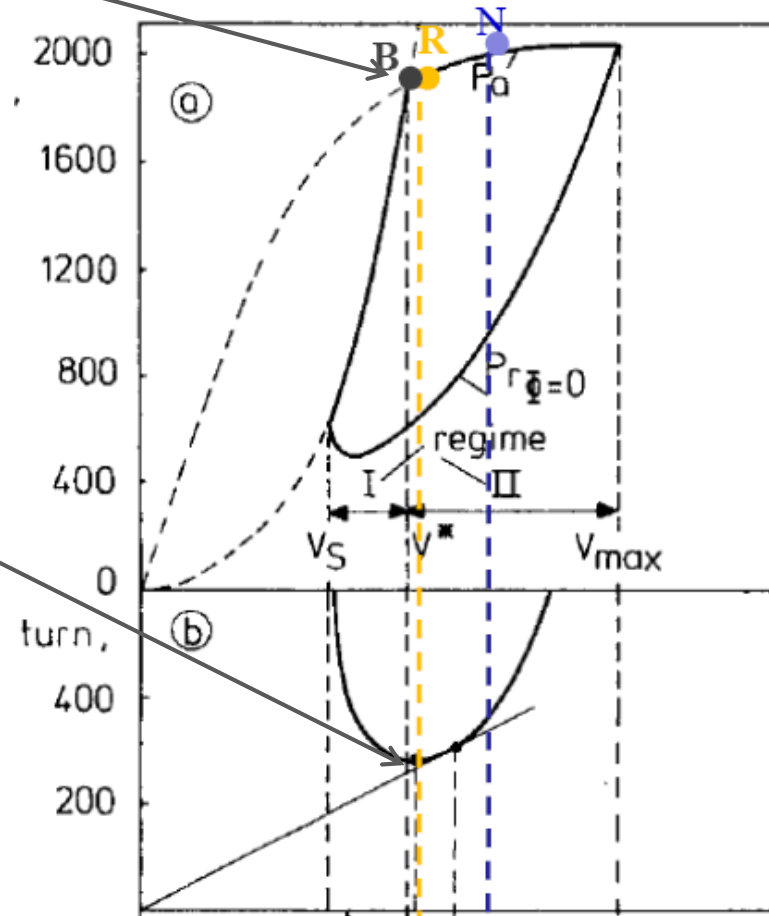
Minore dei 74.7 deg ad $n = n_{MAX} = 3.8$

Ci permette di trovare (sempre a S/L) i valori finali effettivi di Rmin e rateo max (compatibili con tale valore di n).

$$R_{min_eff} = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{Lmax}} \frac{n_{turn}}{g \sqrt{n_{turn}^2 - 1}} = 88.5 \text{ m}$$

$$\omega_{MAX_eff} = \frac{V_{turn}}{R_{min_eff}} = 29.1 [\text{deg/s}]$$

Che risultano effettivamente maggiore e minore dei valori trovati solo con il massimo fattore di carico strutturale (limite strutturale) che erano rispettivamente **84.3 m e 37.4 deg/s**



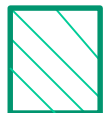
VOLO MANOVRATO

DIAGRAMMA DI MANOVRA

n_{max}

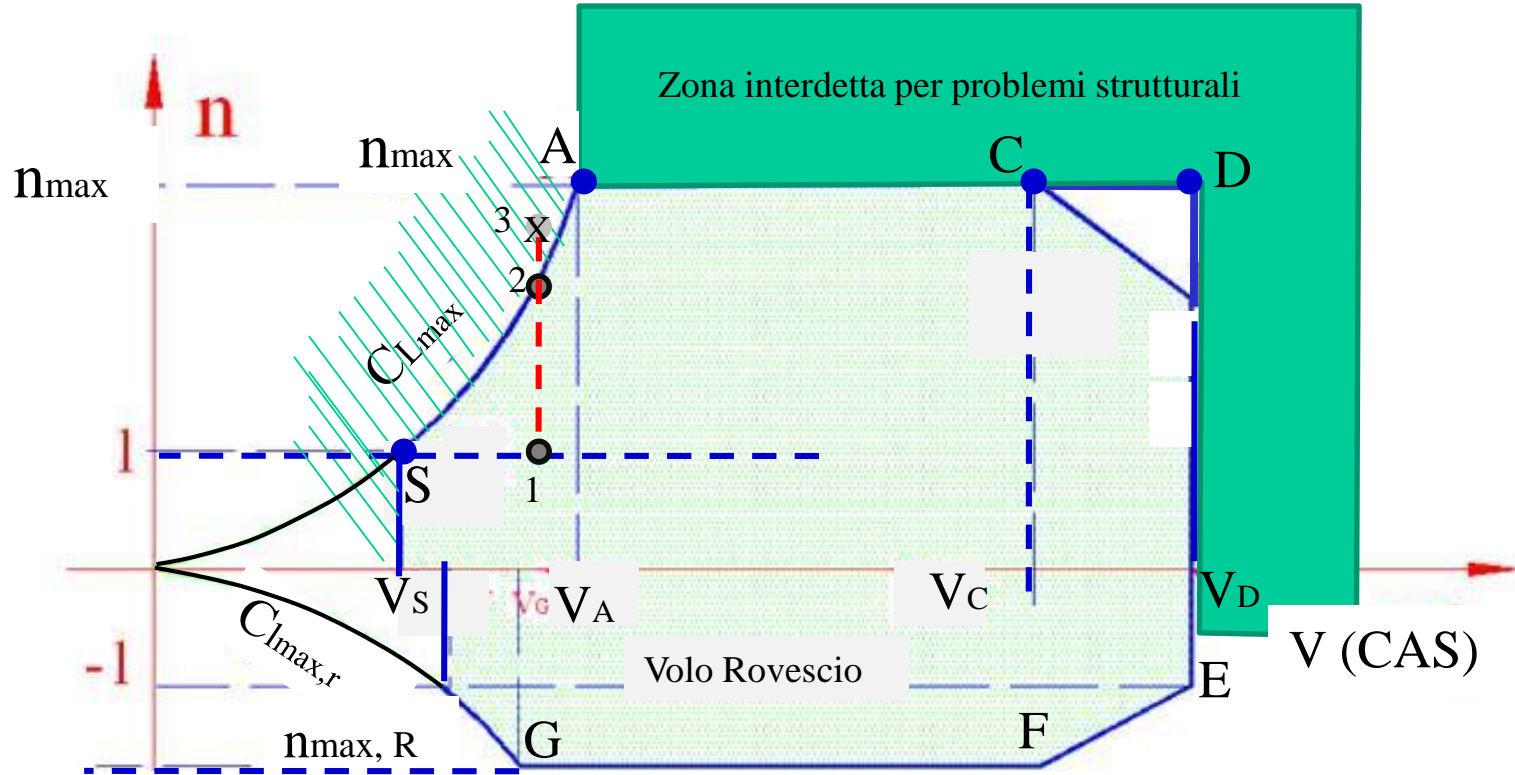
Dipende dalla categoria del velivolo:

Civili trasp =	2.5
FAR23 =	3.2-3.8
Leggeri =	4
Acrobatici =	7-10
Militari =	6-8

 Limiti Aerodinamici

Tipicamente:

$$n_{max, R} = 0.5 * n_{max}$$



Il Diagramma di manovra è l'involuppo del fattore di carico in funzione della velocità di volo (scelta tipicamente con la CAS o EAS per avere un diagramma valido per tutte le quote).

Il punto S rappresenta lo stallo in volo livellato ($n=1$). Se aumento la V , sempre all'assetto $CL=CL_{max}$, mi muovo sulla curva S-A. Il punto A è caratterizzato dalla velocità alla quale arrivo al massimo fattore di carico strutturale, sempre con massimo CL . **La V del punto A viene detta velocità di manovra.** Se $V > V_A$ il pilota dovrà fare molta attenzione perché con manovra intensa potrebbe superare il massimo fattore di carico e portare a rottura le ali. Partendo da una condizione di volo "1" posso infatti arrivare a "2" ma non alla condizione "3" (che prevederebbe un CL maggiore del massimo). Il punto D è l'affondata (DIVE speed) maggiore di C (crociera). La parte inferiore (relativa a fattore di carico negativo) si riferisce al volo "rovescio" cioè con ali con ventre verso l'alto.

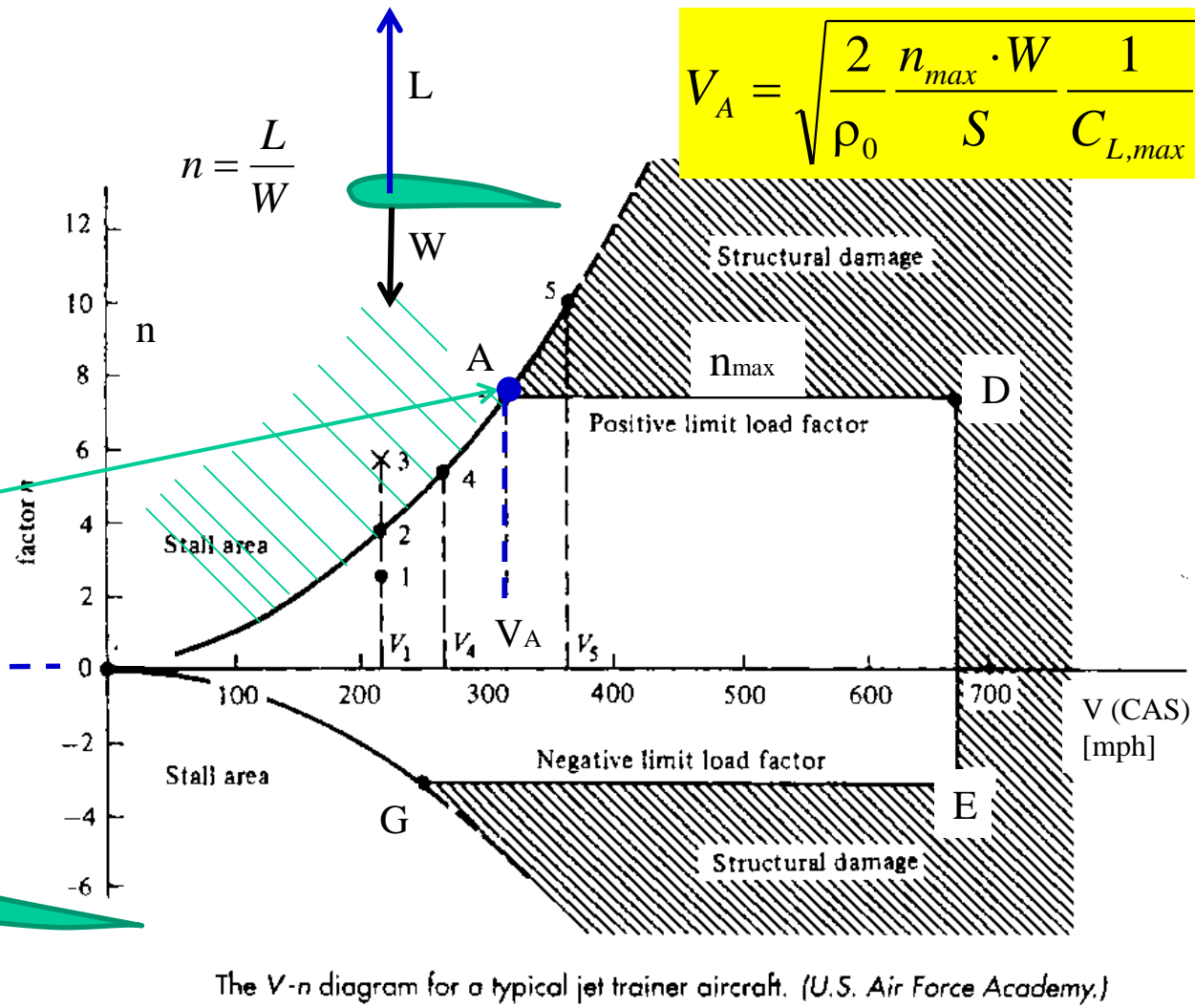
DIAGRAMMA DI MANOVRA

E' la velocità del punto in cui abbiamo inizialmente calcolato il minimo raggio di virata legato quindi solo ai limiti strutturali del velivolo(senza limiti propulsivi).

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L\max}} \frac{n_{MAX}}{g \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

Portanza diretta verso il ventre del profilo alare, considerata negativa.

$$n = \frac{L}{W}$$



VOLO MANOVRATO

ALTRE MANOVRE

Vediamo un'altra manovra che, a differenza della virata, si svolge nel piano longitudinale.

Forza Centripeta risultante:

$$F_r = L - W = W(n - 1)$$

$$F_r = m \frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g} \frac{V_\infty^2}{R}$$

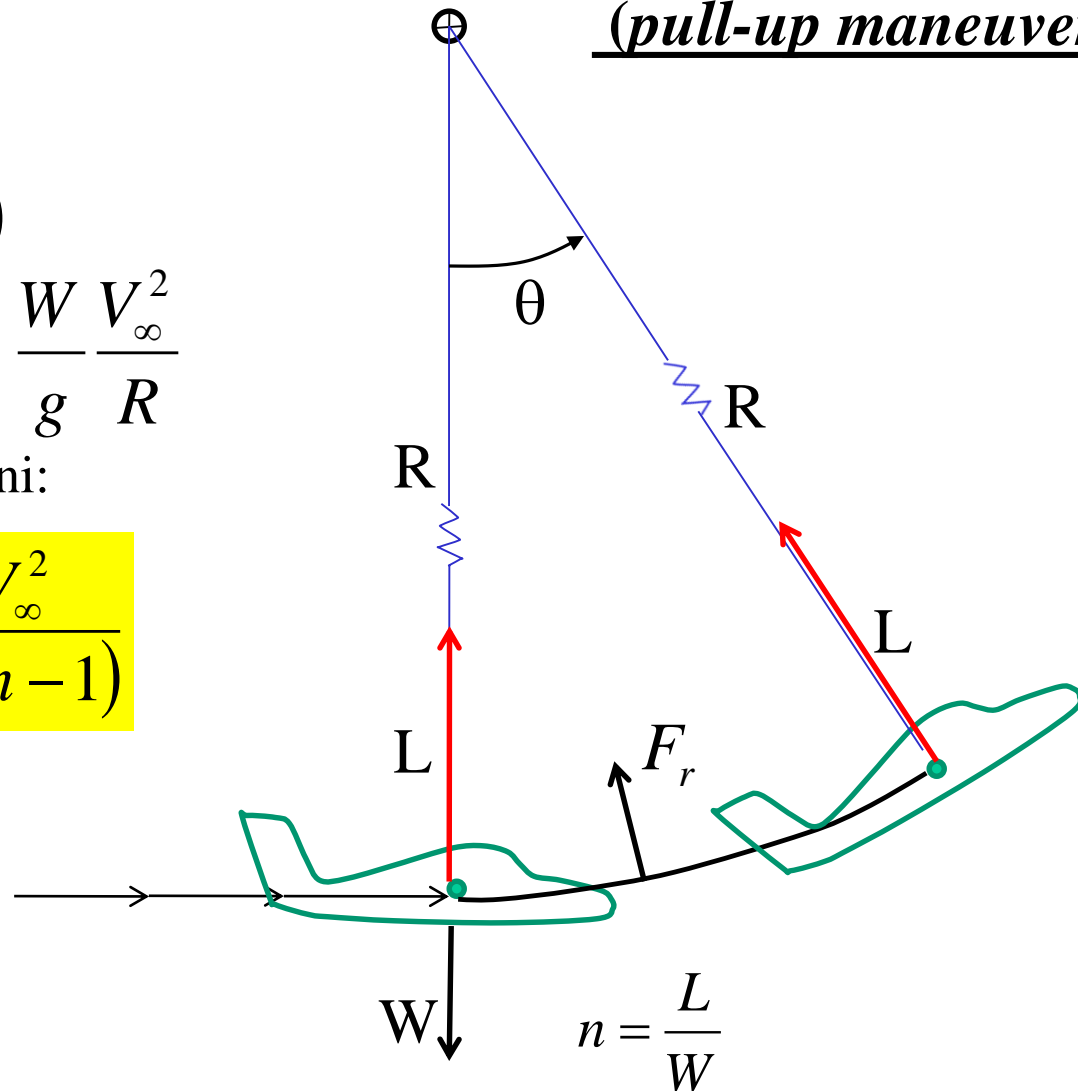
Eguagliando le due espressioni:

$$\rightarrow R = \frac{V_\infty^2}{g(n - 1)}$$

e $\omega = V_\infty / R$

$$\omega = \frac{g(n - 1)}{V_\infty}$$

Manovra di richiamata (pull-up maneuver)



$$F_r = L + W = W(n + 1)$$

Forza Centripeta risultante:

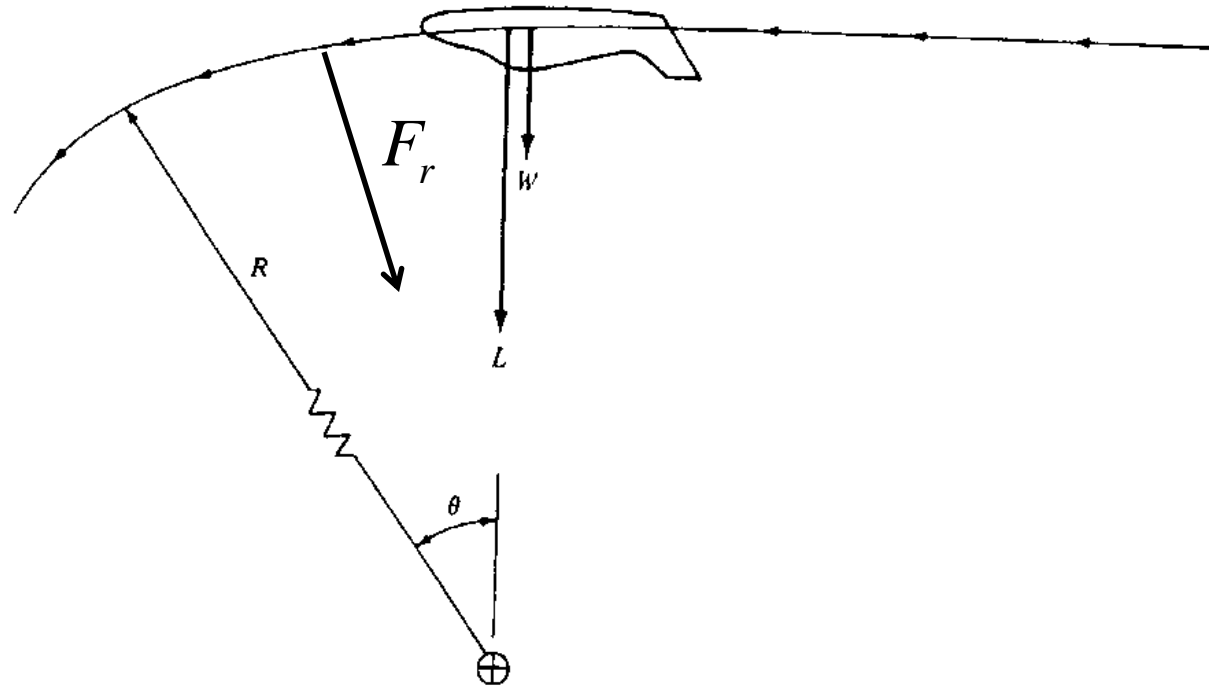
$$F_r = m \frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g} \frac{V_\infty^2}{R}$$

$$\rightarrow R = \frac{V_\infty^2}{g(n + 1)}$$

$$\omega = V_\infty / R$$

$$\omega = \frac{g(n + 1)}{V_\infty}$$

Richiamata in volo rovescio (Pull-down maneuver)



The pull-down maneuver.

DECOLLO

S_G : Corsa al suolo (rullaggio) (*Ground roll*)

S_A : Corsa di involo (*Airborne distance*)

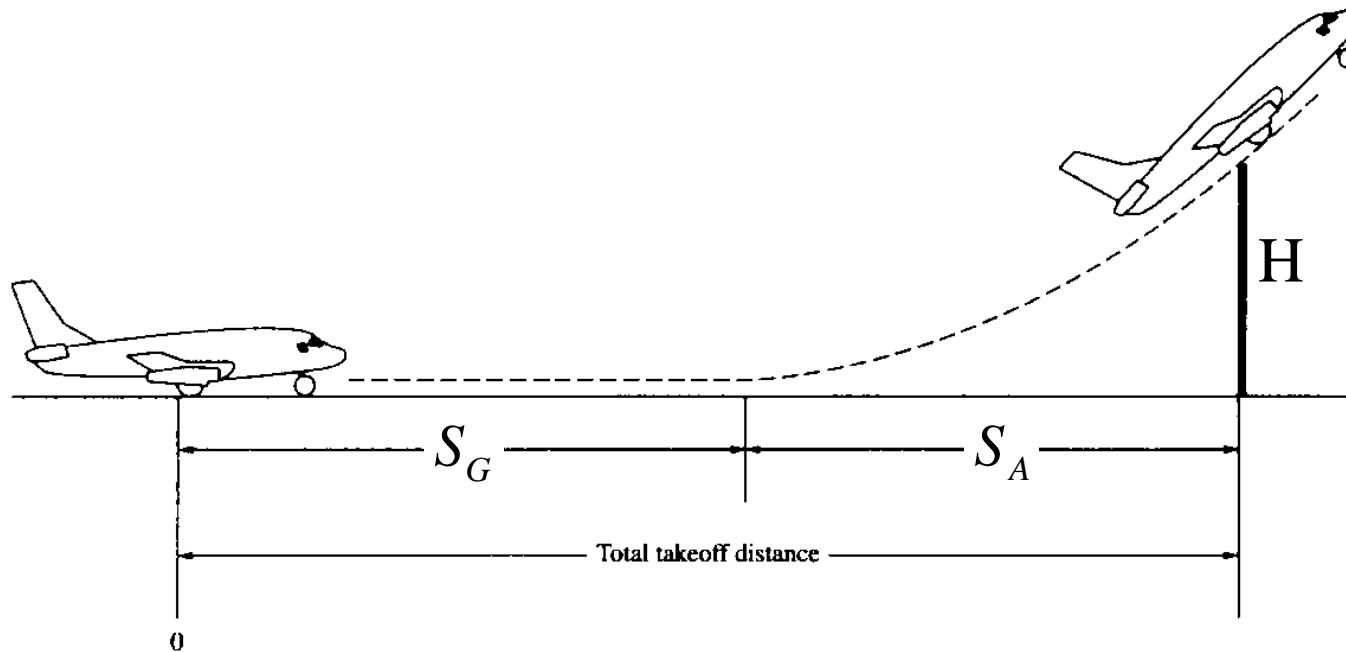


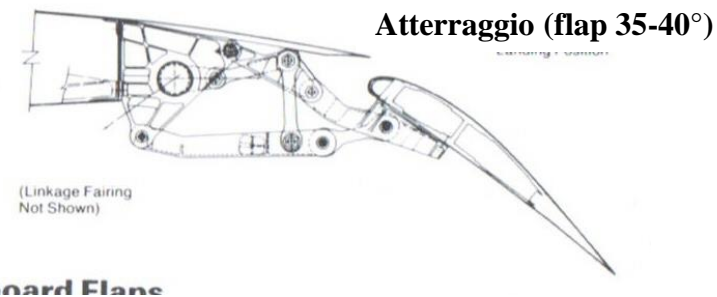
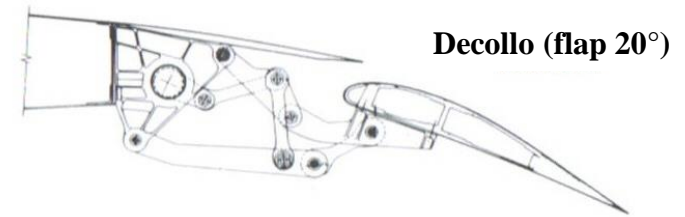
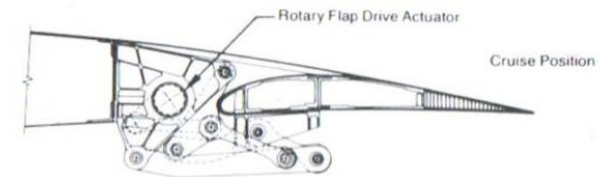
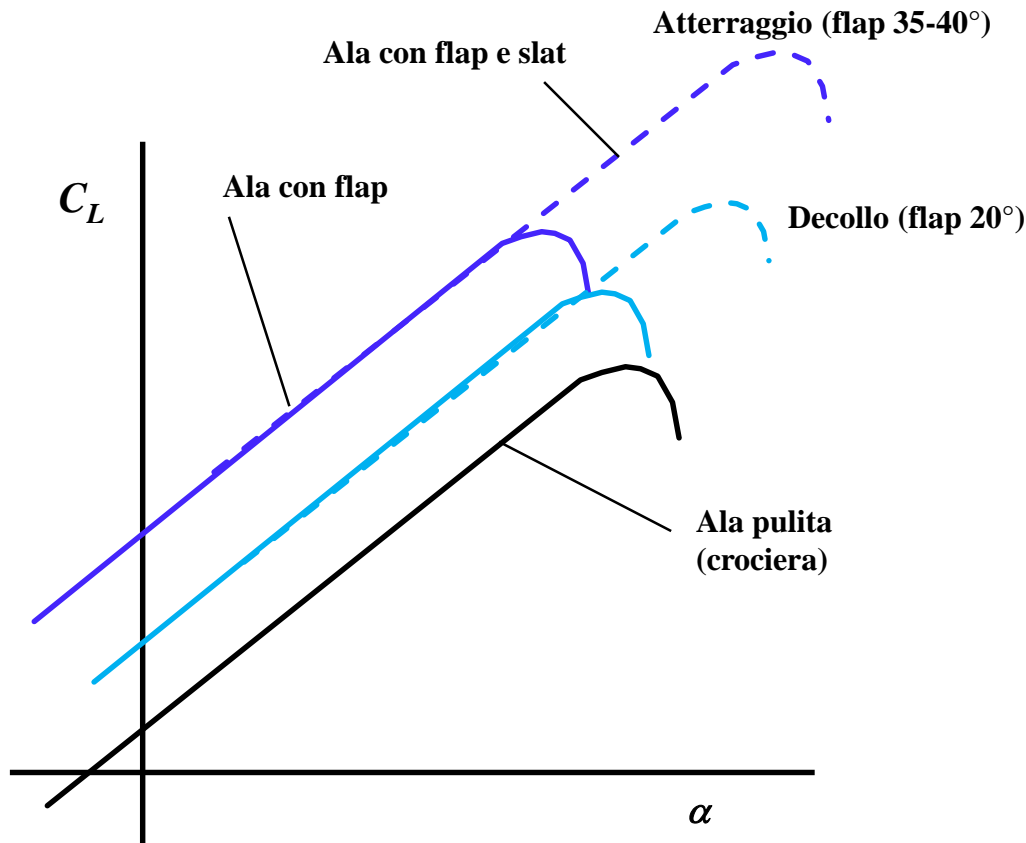
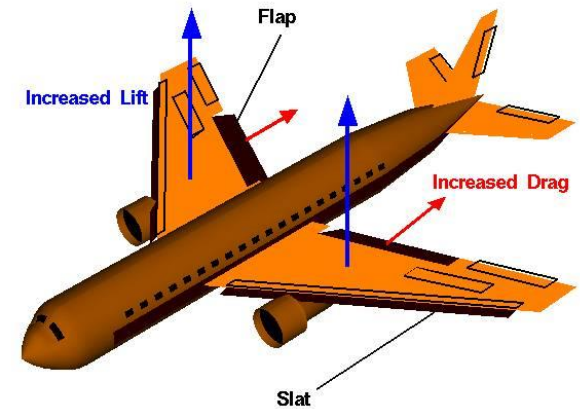
Illustration of ground roll s_g , airborne distance s_a , and total takeoff distance.

Ostacolo “virtuale”
di fine corsa decollo:
=> 50 ft vel elica FAR23
=> 35 ft vel trasp getto
(FAR 25)

$$S_G = \int_0^{V_{LO}} dS = \int_0^{V_{LO}} \frac{V dV}{a}$$

DECOLLO

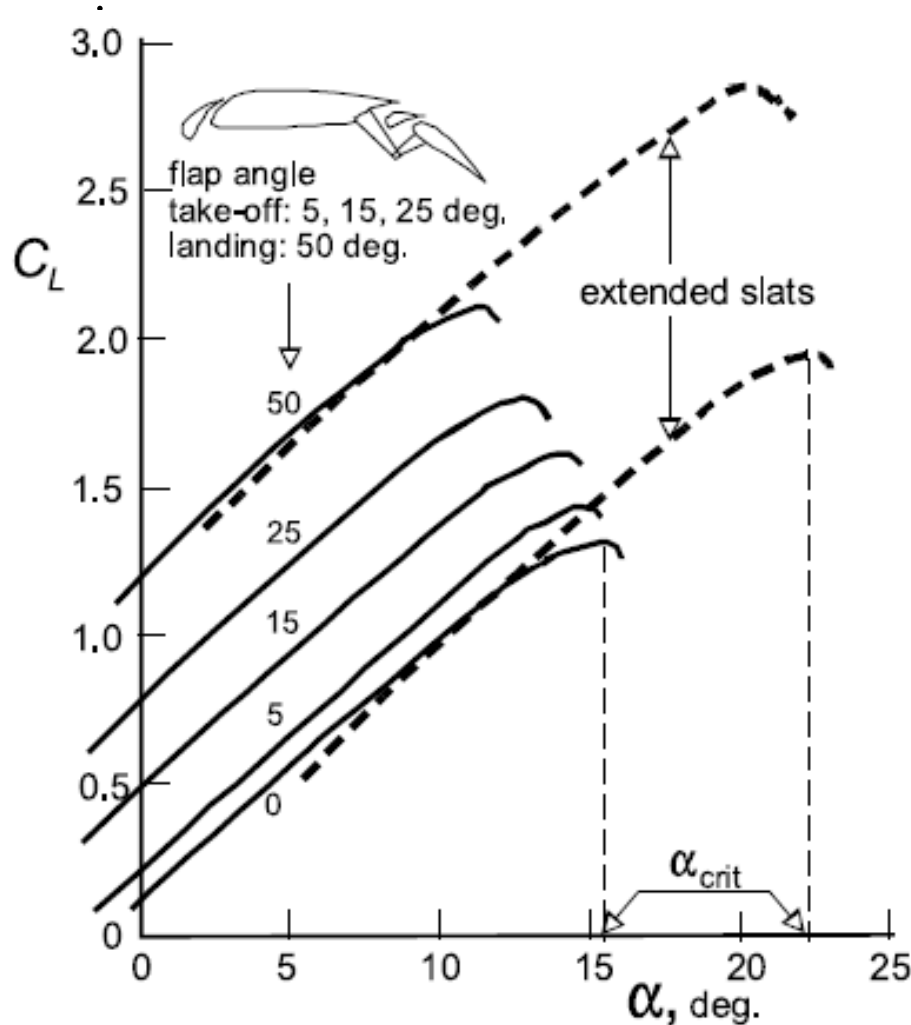
Durante la corsa di decollo, il velivolo deve acquistare velocità. Per ridurre la corsa, si adotta una configurazione con sistemi di ipersostentazione (flap/slat) parzialmente estesi. La velocità di stallo (velocità minima di sostentamento) risulterà quindi ridotta rispetto a quella in configurazione di crociera. In decollo si usano deflessioni più basse per non incrementare però eccessivamente la resistenza aerodinamica.



thoard Flare

DECOLLO

Per ridurre la corsa, si adotta una configurazione con sistemi di ipersostentazione (flap/slat) parzialmente estesi. La velocità di stallo (velocità minima di sostentamento) risulterà quindi ridotta rispetto a quella in configurazione di



Pulito (crociera)

Decollo (flap e slat 15-20°)

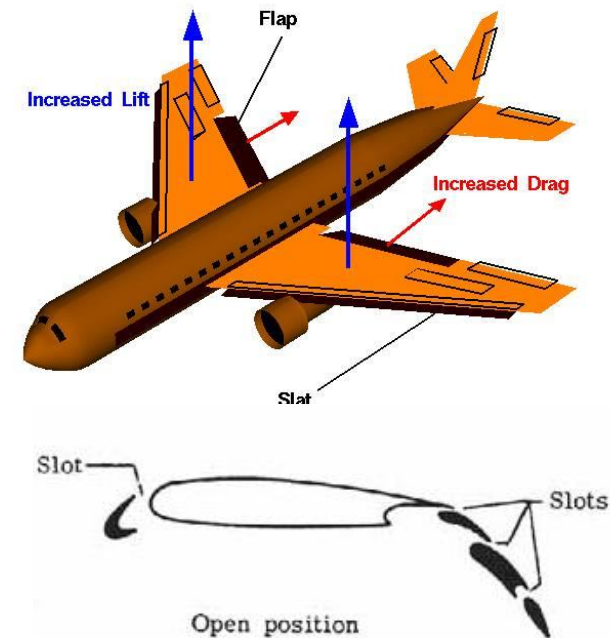
Atterraggio (flap 35-40° e slat)

$C_{L\ max}$

1.4-1.6

1.8-2.2

2.3-2.9



DECOLLO

Per ridurre la corsa, si adotta una configurazione con sistemi di ipersostentazione (flap/slat) parzialmente estesi. La velocità di stallo (velocità minima di sostentamento) risulterà quindi ridotta rispetto a quella in configurazione di crociera.

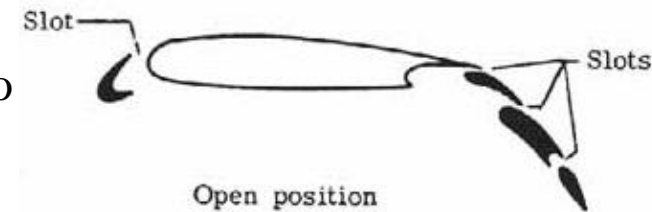
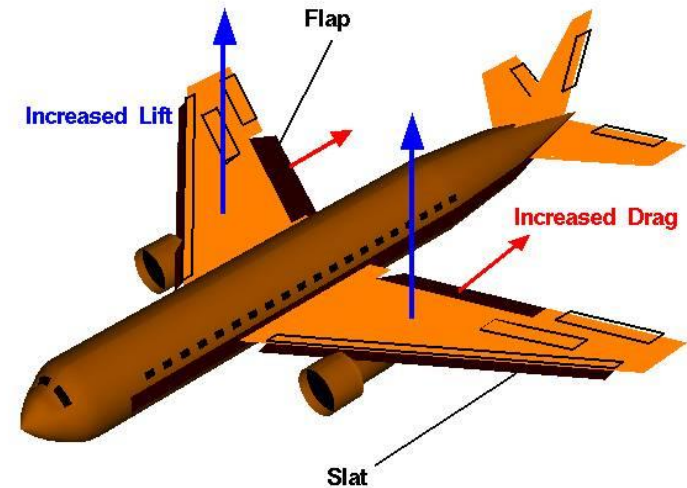
	$C_{L_{max}}$
<i>Pulito (crociera)</i>	<i>1.4-1.6</i>
<i>Decollo (flap e slat 15-20°)</i>	<i>1.8-2.2</i>
<i>Atterraggio (flap 35-40° e slat)</i>	<i>2.3-2.9</i>

Per un B747 ($W=360000$ Kg, $S=540$ m²), ad esempio, assumendo un massimo C_L in configurazione pulita pari a 1.6 ed uno in decollo $C_{L_{maxTO}}$ di 2.2, ed atterraggio 2.9 , a S/L:

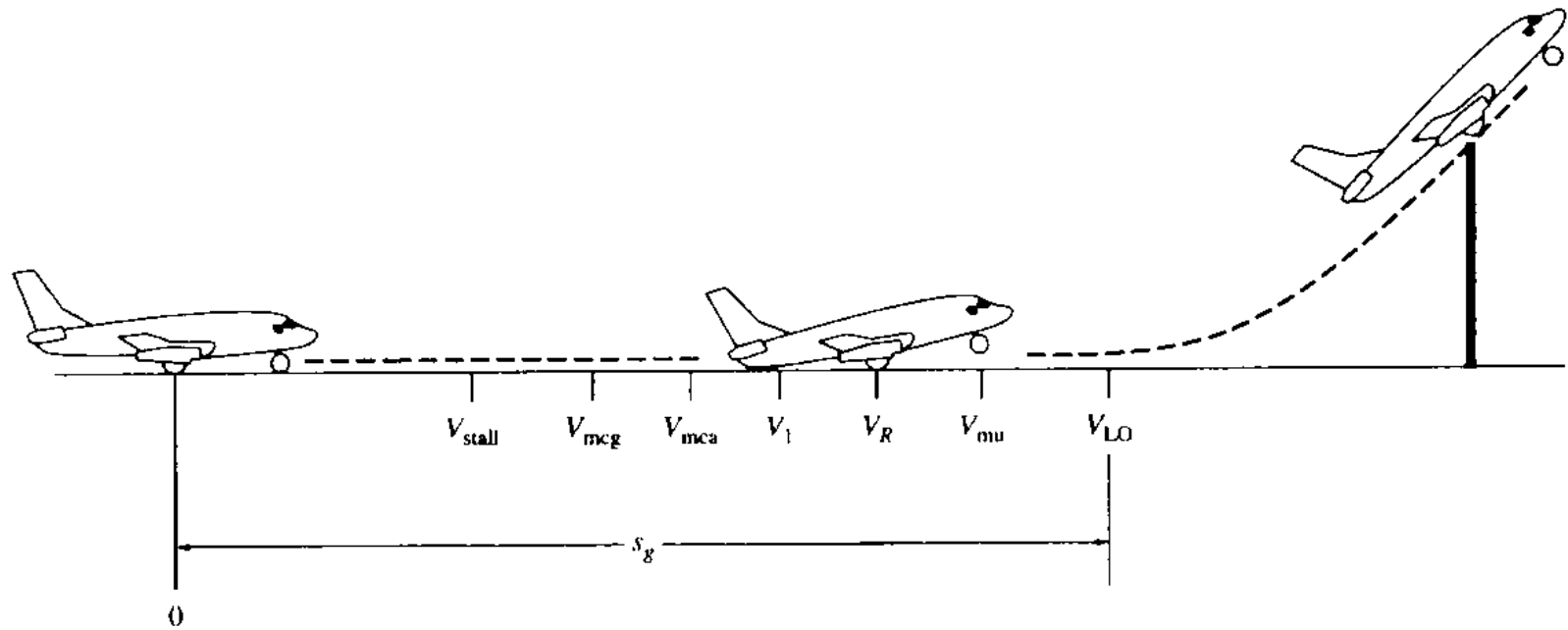
$$V_S = \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{max}}}} = 81.7 \text{ m/s} = 294 \text{ Km/hr} \quad \text{Pulita (crociera)}$$

$$V_{sTO} = \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{maxTO}}}} = 69.7 \text{ m/s} = 251 \text{ Km/hr} \quad \text{decollo}$$

$$V_{SL} = \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{MAX_L}}}} = 60.7 \text{ m/s} = 218 \text{ Km/hr} \quad \text{atterraggio}$$



DECOLLO



Intermediate segments of the ground roll.

DECOLLO

velocità di stallo conf. Di decollo V_{stall} anche indicata con V_{S_TO}

minima velocità di controllo al suolo, indicata con V_{mcg}

minima velocità di controllo in aria, indicata con V_{mca} **L'aeroplano è ancora a terra**

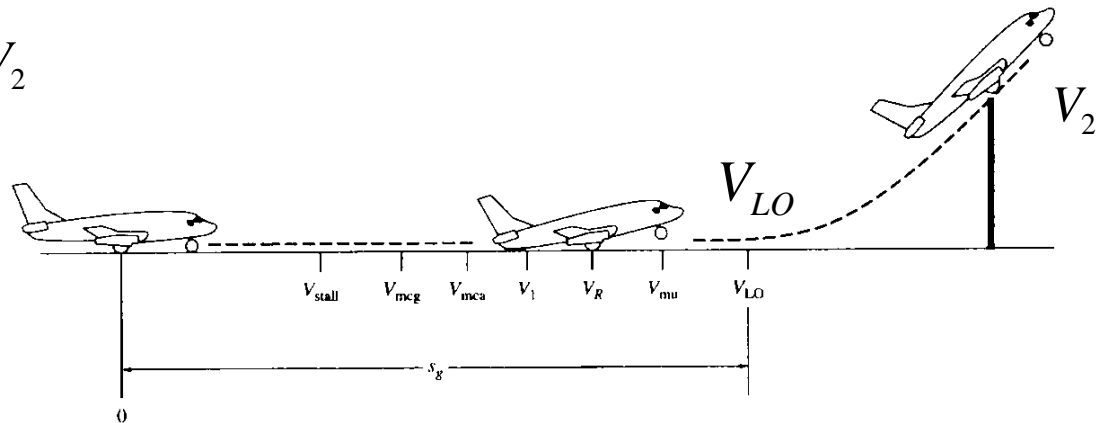
velocità di decisione, indicata con $V_1 > V_{mc}$

velocità di rotazione al decollo, indicata con V_R **la coda può toccare il suolo**

minima velocità di distacco, indicata con V_{mu} ,

velocità di decollo, indicata con V_{LO} **Detta anche velocità di LIFT-OFF**

velocità di passaggio sull'ostacolo, indicata con V_2



Intermediate segments of the ground roll.

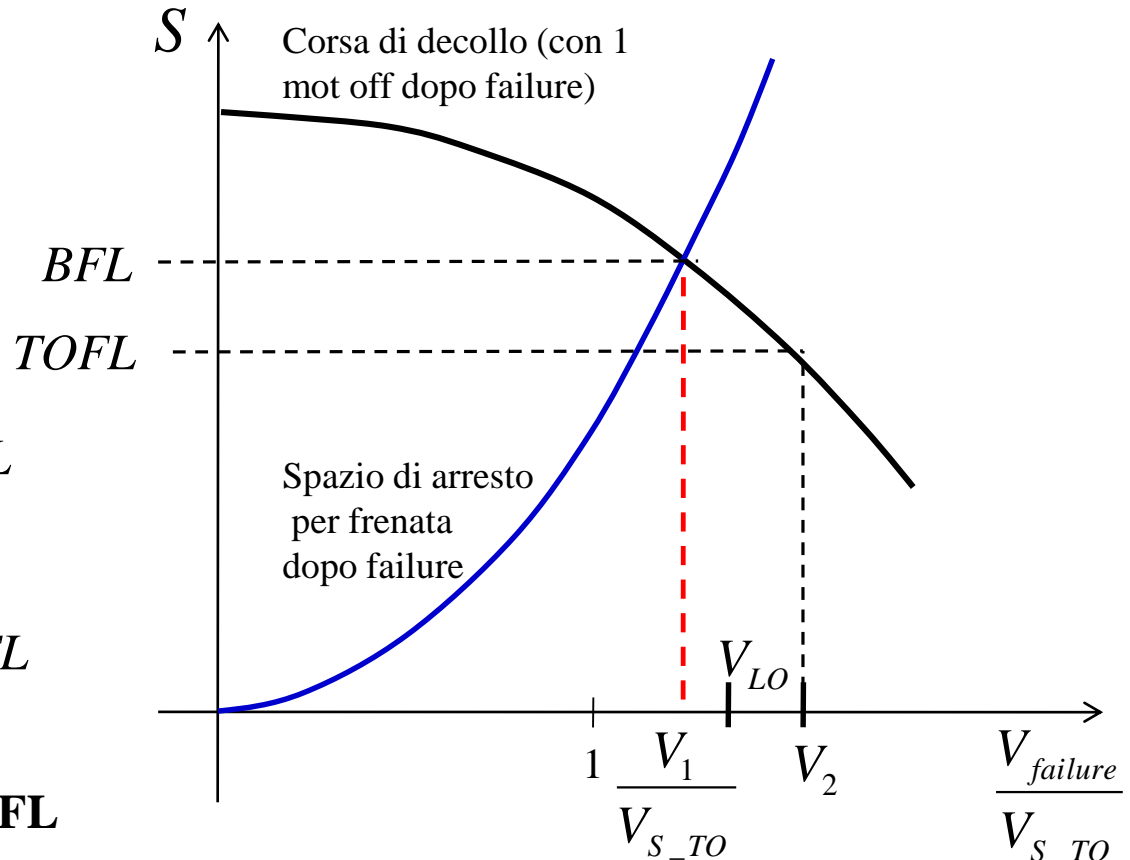
DECOLLO

Distanza bilanciata di decollo. E' maggiore della distanza normale e si riferisce al caso di piantata (failure) di un motore. La V_1 viene chiamata velocità di decisione. Se la V è inferiore a V_1 il pilota dovrà frenare ed abortire il decollo, altrimenti dovrà continuare.

La distanza bilanciata (BFL) è quella che si ottiene se ho il riconoscimento della failure proprio alla V_1 . In tal caso la distanza di arresto o di decollo continuato con solo 1 motore sono uguali.

Distanza di decollo normale
(Take-Off Field Length) $TOFL$

Distanza bilanciata di decollo $BTOFL$
(Balanced Field Length)



Tipicamente $BTOFL = 1.15 - 1.25 TOFL$

E' la maggiore tra le distanze di decollo possibili per un velivolo.

(E' quella che determina la possibilità di decollare da una data pista con dato peso, data quota e data temperatura).

DECOLLO

Distanza bilanciata di decollo. E' maggiore della distanza normale e si riferisce al caso di piantata (failure) di un motore. La V_1 viene chiamata velocità di decisione. Se la V è inferiore a V_1 il pilota dovrà frenare ed abortire il decollo, altrimenti dovrà continuare.

La distanza bilanciata è quella che si ottiene se ho il riconoscimento della failure proprio alla V_1 . In tal caso la distanza di arresto o di decollo continuato con solo 1 motore sono uguali.

Se la failure avviene prima si vede chiaramente che se procedo con l'aborto (frenata) ho uno spazio di arresto molto ridotto (curva rossa) rispetto invece all'ipotesi di continuare il decollo con 1 motore in meno (curva blu) che mi porterebbe a distanze notevoli.

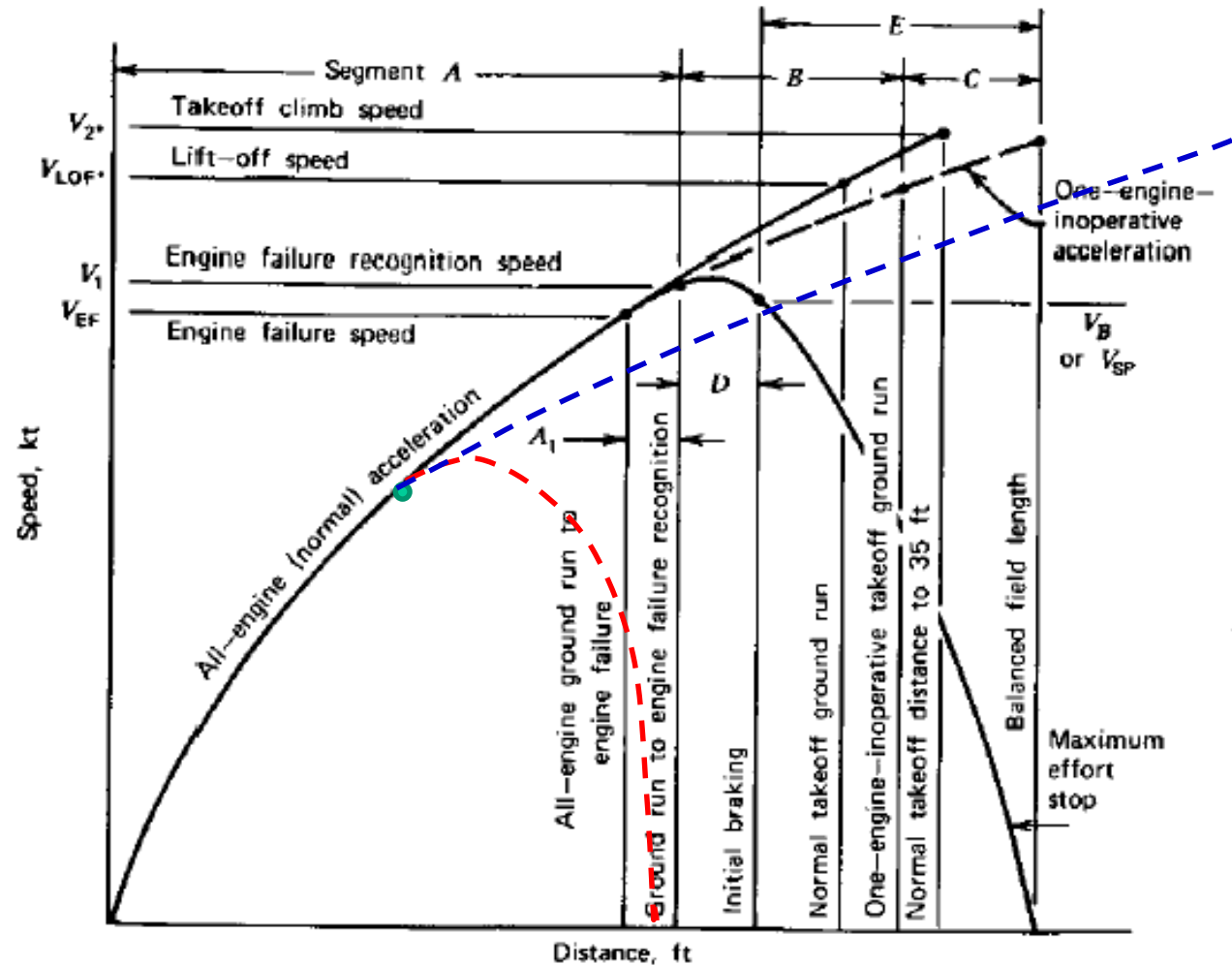


Figure 7.11 Definition of balanced field length.

DECOLLO

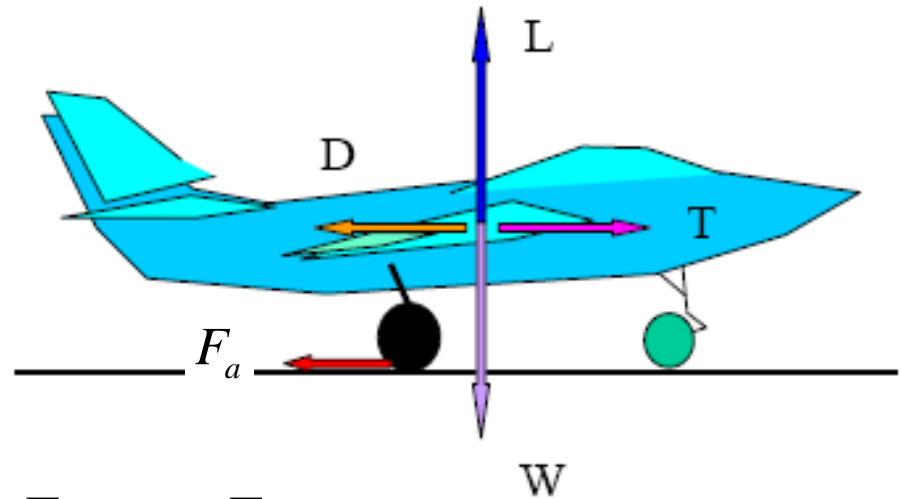
CORSA AL SUOLO S_g

Equazione della dinamica

Secondo asse x:

$$m \cdot a = F_{TOT}$$

$$\frac{W}{g} a = [T - D - \mu F_z]$$

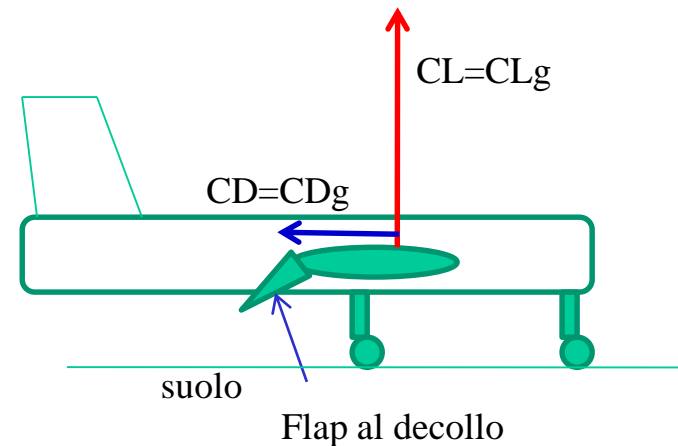


$$F_a = \mu \cdot F_z$$

$$F_z = (W - L) \quad \text{Forza netta verticale sulle ruote}$$

μ = coeff. attrito volvente tra ruota e pista ($\approx 0.020 \div 0.030$)

Durante la corsa di decollo l'assetto non cambia (fino alla rotazione e distacco). Il coefficiente di portanza e quello di resistenza, conseguentemente, sono costanti. Il coefficiente di portanza del velivolo, detto CL_g (*g sta per ground*) è il coefficiente a basso assetto (la fusoliera è ad un angolo tra 1 e -2° con il suolo), ma tenendo conto della curva di portanza del velivolo con flap deflessi al decollo.

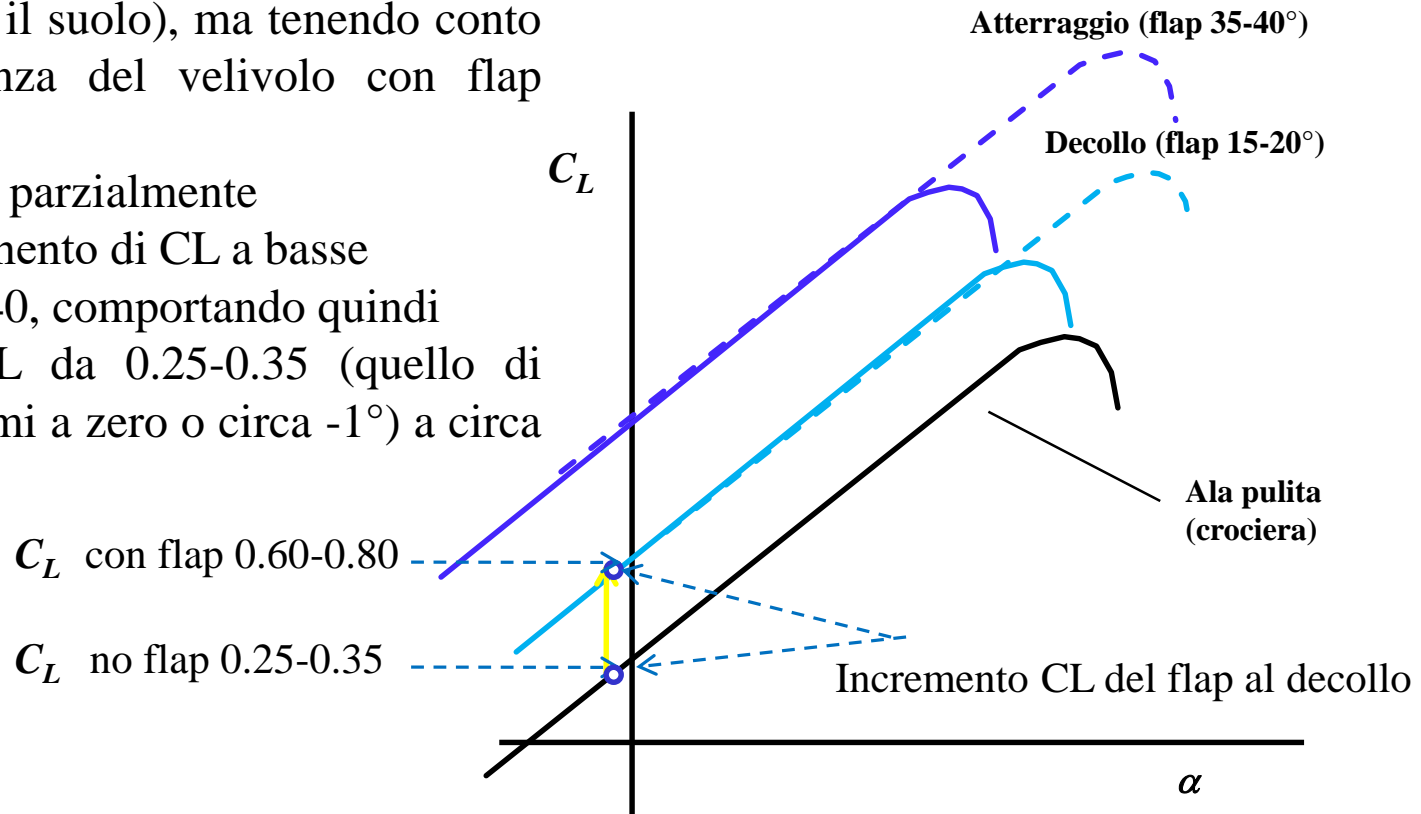
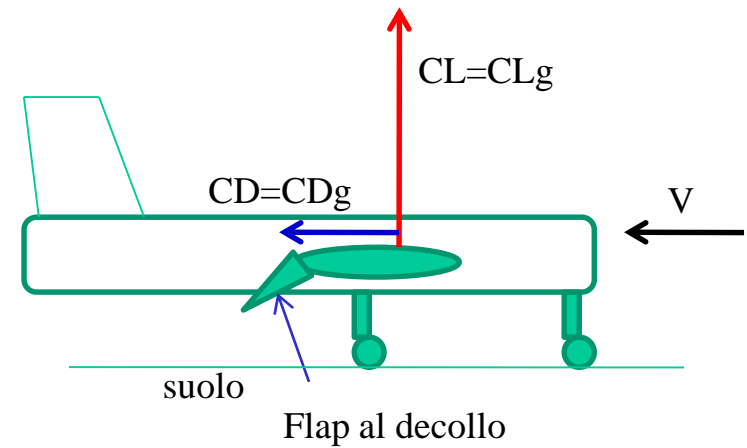


DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

Durante la corsa di decollo l'assetto non cambia (fino alla rotazione e distacco). Il coefficiente di portanza e quello di resistenza, conseguentemente, sono costanti. Il coefficiente di portanza del velivolo, detto CL_g (*g sta per ground*) è il coefficiente a basso assetto (la fusoliera è ad un angolo tra 1 e -2° con il suolo), ma tenendo conto della curva di portanza del velivolo con flap deflessi al decollo.

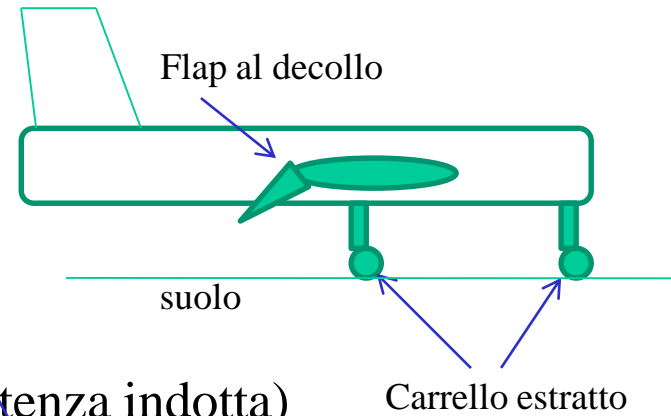
Con flap e slat deflessi parzialmente (circa $15-20^\circ$), l'incremento di CL a basse incidenze è di circa 0.40 , comportando quindi un incremento di CL da $0.25-0.35$ (quello di crociera ad α prossimi a zero o circa -1°) a circa $0.70-0.80$.



DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

$$C_{Dg} = C_{D0} + \Delta C_{D0_{FLAP}} + \Delta C_{D0_{CARR}} + \frac{C_{Lg}^2}{\pi AR \cdot e_{TO}} \cdot K_{ES}$$



Polare del velivolo in configurazione di decollo
(flap+carrello+effetto del flap ed effetto suolo sulla resistenza indotta)

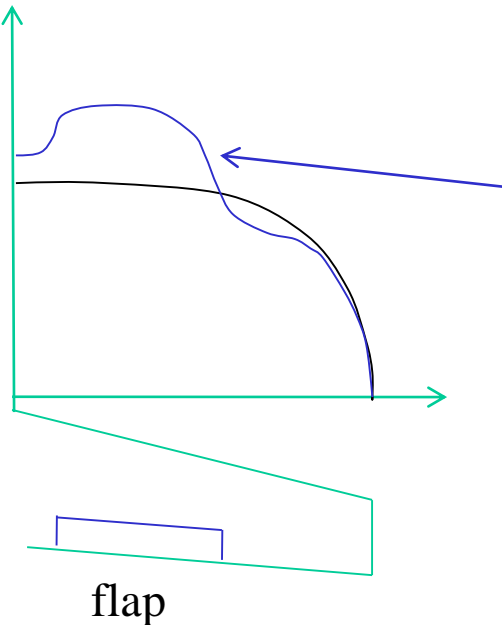
$\Delta C_{D0_{FLAP}}$ dovuto alla deflessione del flap in decollo ($\cong 15^\circ$) : tip. 0.015 ÷ 0.020

$\Delta C_{D0_{CARR}}$ dovuto al carrello : tip. 0.010 ÷ 0.015

Il fattore di Oswald con i flap (che modificano il carico aerodinamico in apertura) può ridursi di qualche punto %, quindi, ad esempio:

$$e = 0.80 \quad e_{TO} = 0.76 \div 0.80$$

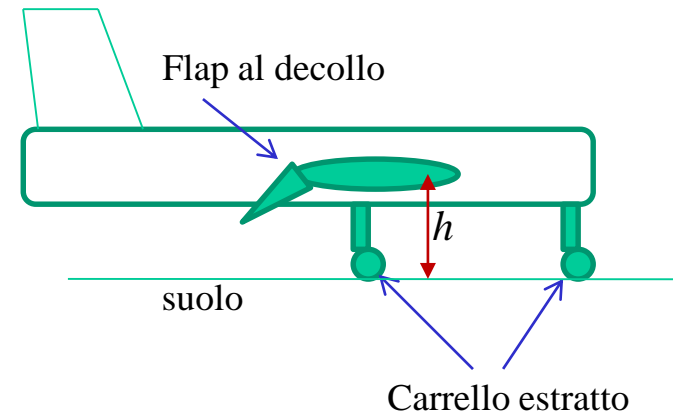
Fattore riduzione resistenza indotta in effetto suolo (vedi pag. seguente)



DECOLLO

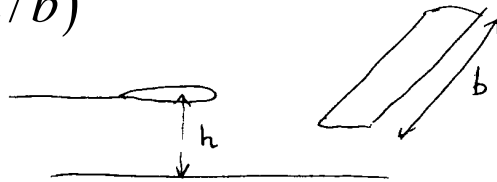
CORSA AL SUOLO S_g

$$C_{Dg} = C_{D0} + \Delta C_{D0_{FLAP}} + \Delta C_{D0_{CARR}} + \frac{C_{Lg}^2}{\pi AR \cdot e_{TO}} \cdot K_{ES}$$



Riduzione resistenza indotta in effetto suolo

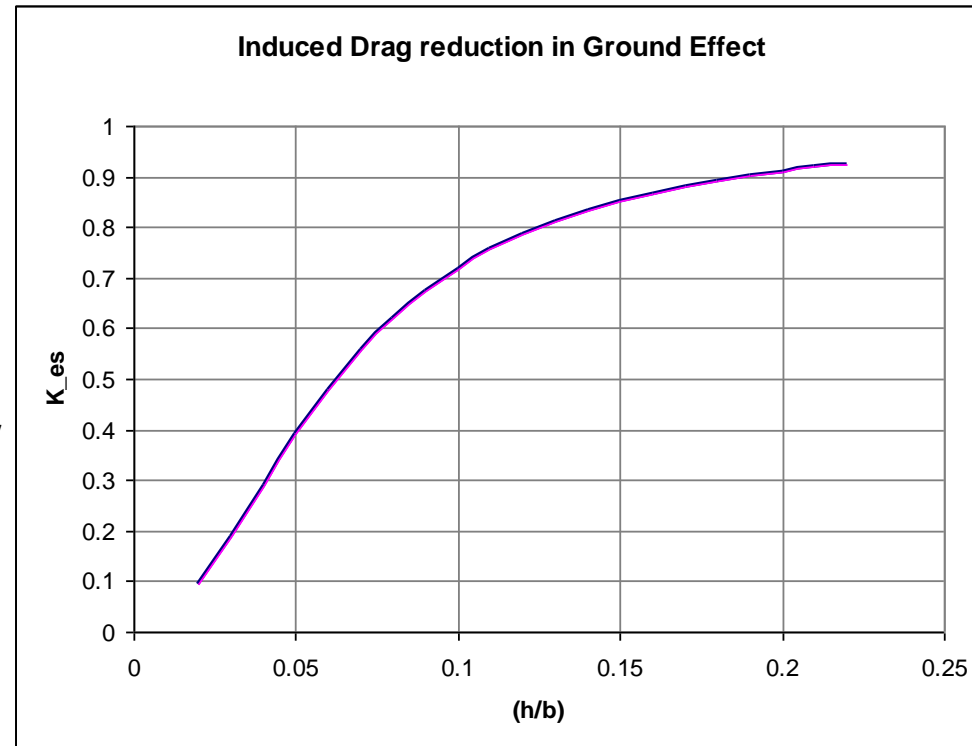
$$K_{ES} = \frac{(16h/b)^2}{1 + (16h/b)^2}$$



Velivolo ad ala bassa $(h/b) \approx 0.10 - 0.12$
(tipo trasporto a getto) $K_{ES} = \text{circa } 0.72 - 0.77$

Velivolo ad ala alta $(h/b) \approx 0.20$
(ad es ATR72) $K_{ES} = \text{circa } 0.90$

In generale $K_{ES} = \text{circa } 0.75 - 0.90$



DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

$$\frac{W}{g}a = [T - D - \mu F_z]$$

$$\frac{a}{g} = \left[\frac{T}{W} - \frac{D}{W} - \mu + \mu \frac{L}{W} \right]$$

$$\frac{a}{g} = \left[\frac{T}{W} - \mu - \left(C_{D0} + \Delta C_{D0_{to}} + \frac{C_{Lg}^2}{\pi A Re} K_{ES} - \mu C_{Lg} \right) \frac{\rho_0 \sigma S}{2W} V^2 \right]$$

$$\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$$

Solitamente il C_L di rullaggio è pari a circa 0.6-0.7 (vedi pag. 38)

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

$$\frac{a}{g} = \left[\frac{T}{W} - \mu - \left(C_{D0} + \Delta C_{D0_{to}} + \frac{C_{Lg}^2}{\pi A Re} K_{ES} - \mu C_{Lg} \right) \frac{\rho_0 \sigma S}{2W} V^2 \right]$$

Potrei trovare il C_{Lg} ottimale derivando rispetto al C_{Lg} e $=0$

$$2 \frac{C_{Lg}}{\pi A Re} K_{ES} - \mu = 0$$

$$C_{Lg} = \frac{1}{2} \mu (\pi \cdot AR \cdot e) \frac{1}{K_{ES}}$$

= circa 0.40 per valori tipici di μ AR e K_{ES}

Sarebbe corrispondente ad alfa bassi (negativi con flap al decollo)

Solitamente il C_L di rullaggio è pari a circa 0.6-0.7 (vedi pag. 38)

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

$$\frac{a}{g} = \left[\frac{T}{W} - \mu - (C_{Dg} - \mu C_{Lg}) \frac{\rho_0 \sigma S}{2W} V^2 \right]$$

$$\text{Poiché } a = \frac{dV}{dt} \quad \text{e} \quad V = \frac{ds}{dt} \quad \Rightarrow \quad ds = \frac{VdV}{a}$$

$$V_{LO} = 1.1 V_{S_{TO}} = K_{VLO} V_{S_{TO}}$$

Conoscendo il $C_{L_{MAX_{10}}}$ ($C_{L_{MAX}}$ in configurazione di decollo) cioè con flap deflessi di circa $15^\circ \div 20^\circ$, è possibile ricavare $V_{S_{TO}}$ e quindi V_{LO}

$$S_G = \int_0^{V_{LO}} dS = \int_0^{V_{LO}} \frac{VdV}{a}$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

$$S_G = \int_0^{V_{LO}} dS = \int_0^{V_{LO}} \frac{V dV}{a}$$

$$\frac{a}{g} = \left[\frac{T}{W} - \mu - (C_{Dg} - \mu C_{Lg}) \frac{\rho_0 \sigma S}{2W} V^2 \right]$$

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_0^{V_{LO}} \frac{d(V^2)}{\left[\frac{T}{W} - \mu - \frac{\rho_0 \sigma S}{2W} C_{D_1} V^2 \right]}$$

$$C_{D_1} = C_{Dg} - \mu C_{Lg}$$

Spinta media durante la corsa
(costante quindi con V)

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_0^{V_{LO}} \frac{d(V^2)}{A + B V^2}$$

$$A = \frac{\bar{T}}{W} - \mu \quad B = -\frac{\rho_0 \sigma S}{2W} C_{D_1}$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_G

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_0^{V_{LO}} \frac{d(V^2)}{A + BV^2} \quad A = \frac{\bar{T}}{W} - \mu \quad B = -\frac{\rho_0 \sigma S}{2W} C_{D_1}$$

$$S_G = \frac{1}{B} [\ln(A + BV_d^2) - \ln A] = \frac{1}{B} \ln \left(\frac{A + BV_d^2}{A} \right)$$

$$S_G = \frac{1}{2g} \frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} \ln \left[\frac{\frac{\bar{T}}{W} - \mu}{\frac{\bar{T}}{W} - \mu - \frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAXTO}}} K_{VLO}^2} \right]$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

$$S_G = \frac{1}{2g} \frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} \ln \left[\frac{\frac{\bar{T}}{W} - \mu}{\frac{\bar{T}}{W} - \mu - \frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAXTO}}} K_{VLO}^2} \right]$$

se $K_{VLO} = \frac{V_{LO}}{V_{S_TO}} = 1.1$

Nei velivoli a getto il K_{VLO} tende ad essere intorno ad 1.1, ma nei velivoli ad elica può anche arrivare a valori prossimi ad 1.2.

La velocità di passaggio sull'ostacolo V_2 è invece generalmente sempre posta uguale ad 1.2

$$S_G = \frac{1}{2g} \frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} \ln \left[\frac{\frac{\bar{T}}{W} - \mu}{\frac{\bar{T}}{W} - \mu - \frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAXTO}}} 1.21} \right]$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

$$S_G = \frac{1}{2g} \frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D1}} \ln \left[\frac{\frac{\bar{T}}{W} - \mu}{\frac{\bar{T}}{W} - \mu - \frac{C_{D1}}{C_{L_{MAX_{TO}}}} 1.21} \right] \quad (TO-1)$$

La relazione (TO-1) (con $K_{VLO} = 1.1$) quindi è stata ricavata nell'approssimazione di spinta costante durante il decollo.

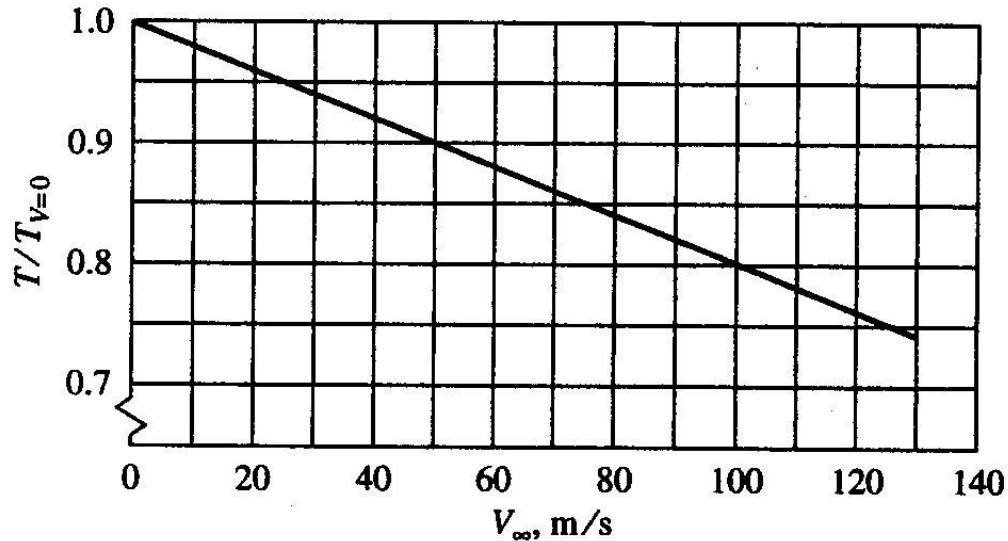
Si noti anche l'effetto della quota (direttamente su sigma, ma anche sulla spinta. La temperatura (giornata calda influisce anche sulla densità (condizioni non-ISA) e sulla spinta T.

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g

Si assume la T in corrisp. di $0.7 V$

$$\bar{T} = [T]_{V=0.7 V_{LO}} = \left[\frac{\Pi_a \cdot \eta_P}{0.7 \cdot V_{LO}} \right] \quad \text{ELICA}$$



JET

$$\bar{T} = \frac{\bar{T}}{T_o} \cdot T_o$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg – Relazioni semplificate

$$S_G = \frac{1}{2} \int \frac{dV^2}{a}$$

$$a = \frac{g}{W} [T - D - \mu(W - L)]$$

$$S_G = \frac{W}{2g} \int \frac{dV^2}{[T - D - \mu(W - L)]}$$

$$S_G = \frac{W}{2g} \cdot V_{LO}^2 \cdot \frac{1}{[T - D - \mu(W - L)]_{0.7V_{LO}}}$$

$$V_{LO}^2 = (1.1 \cdot V_{S_TO})^2 = 1.21 \cdot V_{S_TO}^2$$

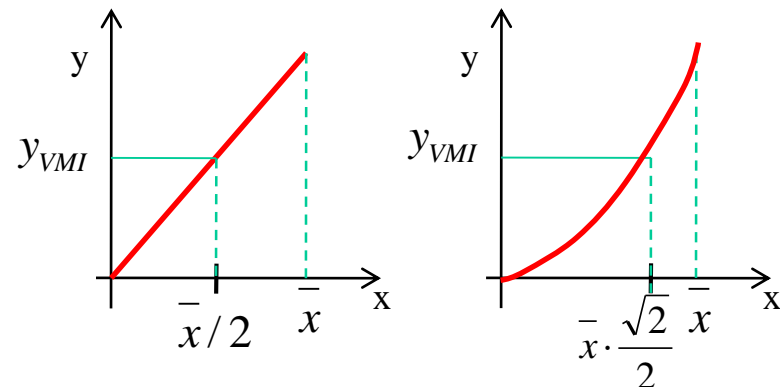
$$= 1.21 \cdot \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{LMAX_TO}}$$

Assumo la forza agente pari ad un valore medio e quindi elimino la variabilità con V.

Il valore medio viene calcolato ad una velocità pari a 0.70 della velocità finale (lift-off).

Il fattore 0.70 (e non magari 0.50) deriva dal fatto che essendo la variabilità delle forze (almeno quelle aerodinamiche) essenzialmente quadratica con V, la $x=0.70$ è la x che fornisce il valore medio integrale di una funzione parabolica.

$$0.70 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g – Relazioni semplificate

$$V_{LO}^2 = (1.1 \cdot V_{S_TO})^2 = 1.21 \cdot V_{S_TO}^2 = 1.21 \cdot \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{LMAX_TO}}$$

$$S_G = \frac{W}{2g} \cdot 1.21 \cdot (W / S) \cdot \left(\frac{2}{\rho} \right) \cdot \frac{1}{C_{LMAX_TO}} \cdot \frac{1}{[T - D - \mu(W - L)]_{0.7V_{LO}}}$$

(TO-2)

O in generale...

$$S_G = \frac{W}{2g} \cdot K_{VLO}^2 \cdot (W / S) \cdot \left(\frac{2}{\rho} \right) \cdot \frac{1}{C_{LMAX_TO}} \cdot \frac{1}{[T - D - \mu(W - L)]_{0.7V_{LO}}}$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g – Relazioni semplificate

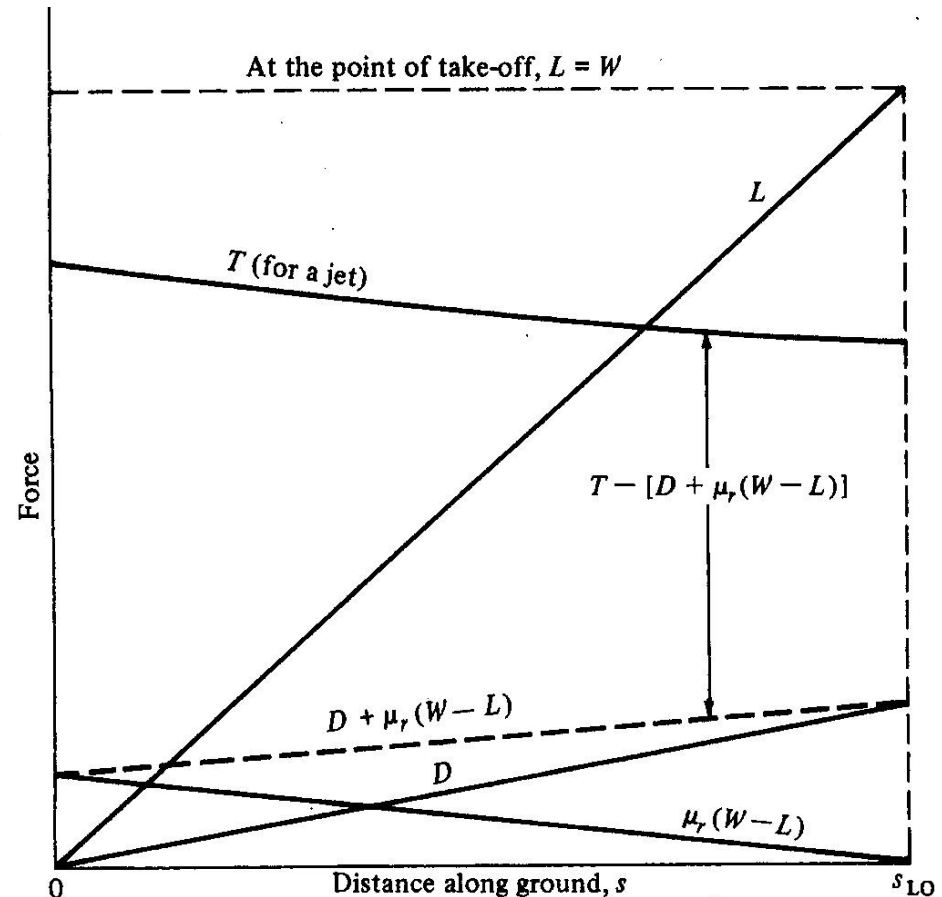
$$S_G = \frac{W}{2g} \cdot 1.21 \cdot (W / S) \cdot \left(\frac{2}{\rho} \right) \cdot \frac{1}{C_{LMAX_TO}} \cdot \frac{1}{[T - D - \mu(W - L)]_{0.7V_{LO}}} \quad (TO-2)$$

$$[T - D - \mu(W - L)]$$

È abbastanza cost

ULTERIORE APPROSSIMAZIONE

$$[T - D - \mu(W - L)] \approx T$$



DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg – Relazioni semplificate

ULTERIORE APPROSSIMAZIONE $[T - D - \mu(W - L)] \approx T$

$$\bar{T} = [T]_{0.7V_{LO}}$$

$$S_G = \frac{1.21 \cdot (W / S)}{\rho g \cdot C_{LMAX_TO} \cdot \left(\frac{\bar{T}}{W} \right)} \quad (TO-3)$$

- Il carico alare (W/S) ,
al crescere di (W/S) aumenta la corsa, ecco perché è piccola
- Il rapporto tra la spinta ed il peso (ovviamente riduce)
- Il CL massimo al decollo (con flap al decollo)
- La quota sul livello del mare (densità)

DECOLLO

CORSA AL SUOLO S_g - Riepilogo

$$S_G = \frac{1}{2g} \frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} \ln \left[\frac{\frac{\bar{T}}{W} - \mu}{\frac{\bar{T}}{W} - \mu - \frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAX_{TO}}}} (K_{VLO})^2} \right]$$

$$K_{VLO} = \frac{V_{LO}}{V_{S_{TO}}} \approx 1.1 - 1.15$$

$$S_G = \frac{W}{2g} \cdot (K_{VLO})^2 \cdot (W / S) \cdot \left(\frac{2}{\rho} \right) \cdot \frac{1}{C_{L_{MAX_TO}}} \cdot \frac{1}{[T - D - \mu(W - L)]_{0.7V_{LO}}}$$

$$S_G = \frac{(K_{VLO})^2 \cdot (W / S)}{\rho g \cdot C_{L_{MAX_TO}} \cdot \left(\frac{\bar{T}}{W} \right)}$$

Si noti una dipendenza quadratica con il peso W.

DECOLLO – FASE DI INVOLTO (*Airborne*)

$$F_r = L - W = W(n - 1)$$

$$F_r = m \frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g} \frac{V_\infty^2}{R}$$

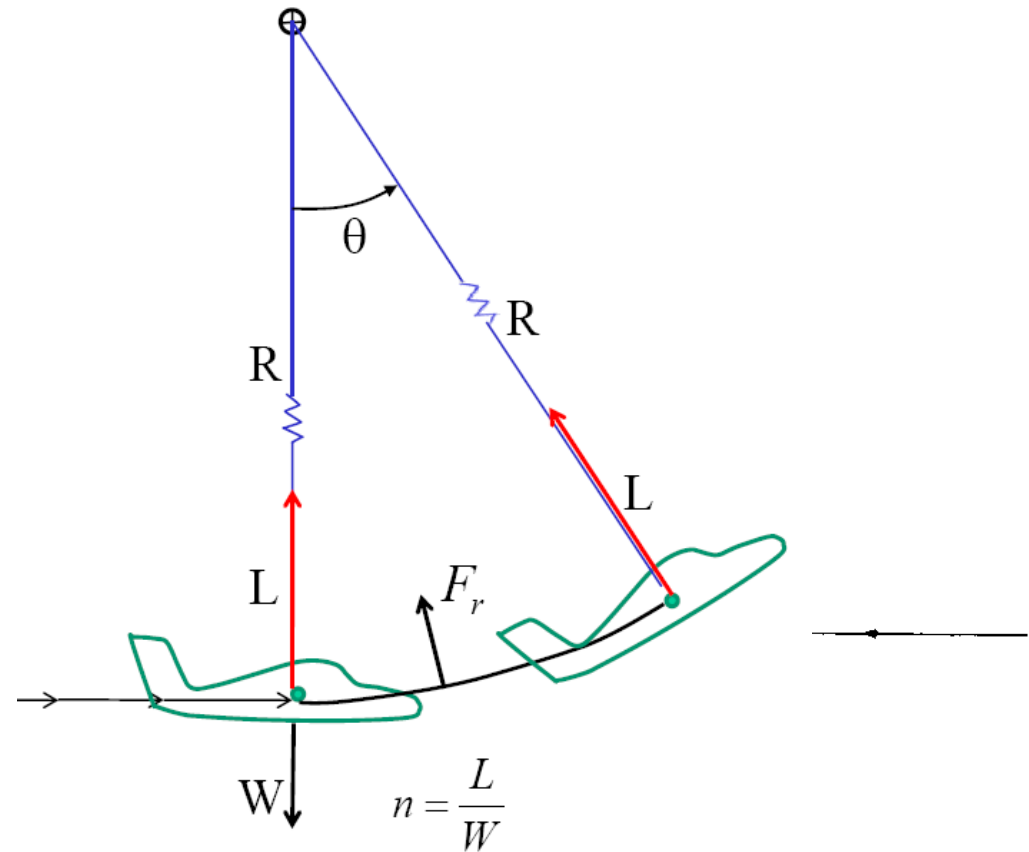
$$\rightarrow R = \frac{V_\infty^2}{g(n - 1)}$$

ma $\omega = V_\infty / R$

$$\omega = \frac{g(n - 1)}{V_\infty}$$

Manovra di richiamata

$$n = \frac{L}{W} \quad \text{Fattore di carico } n$$



DECOLLO

CORSA DI INVOLTO

Durante la traiettoria circolare di involo la portanza sviluppata deve eguagliare la somma del peso e della forza centripeta.

$$L_{Air} > W \rightarrow L = W + \frac{W}{g} \frac{V_{Air}^2}{R}$$

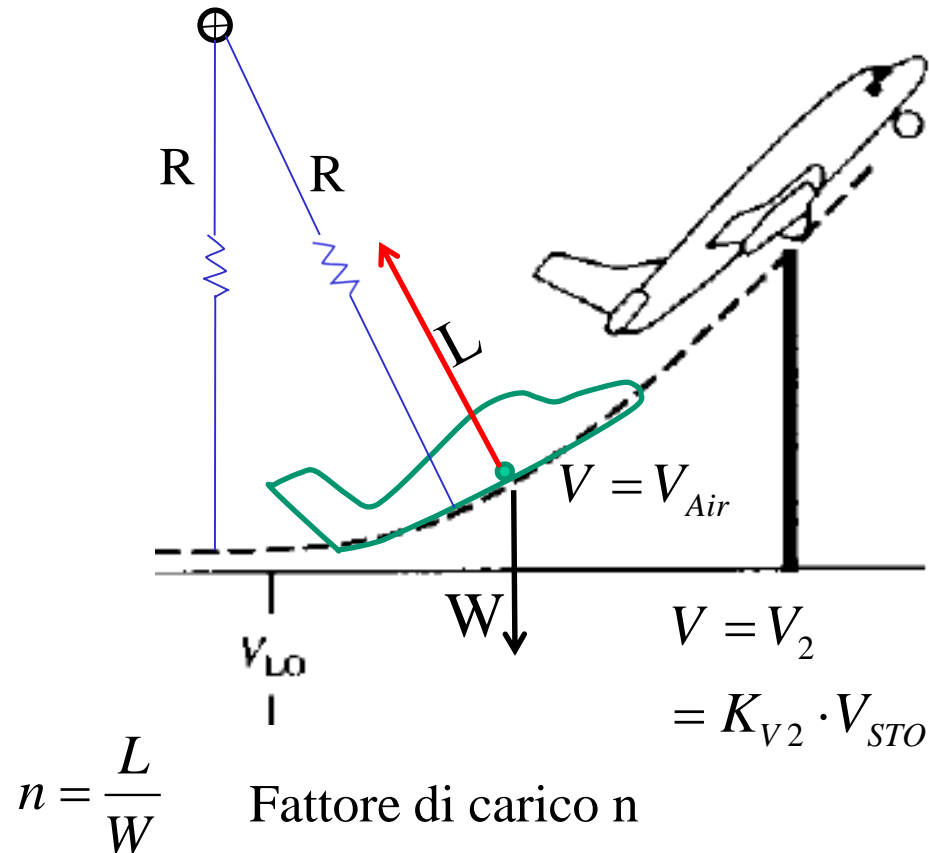
Dividendo tutto per W

$$n_{Air} = 1 + \frac{V_{Air}^2}{gR} \quad (n_{Air} - 1) = \frac{V_{Air}^2}{gR}$$

$$R = \frac{V_{Air}^2}{g(n_{Air} - 1)} = \frac{K_{VAir}^2 \cdot V_{S_TO}^2}{g \cdot (n_{Air} - 1)}$$

La V nella fase di involo V_{Air} si può assumere costante e pari alla media tra la V al distacco V_{LO} (es. 1.1 V_{S_TO}) e la V al supermento dell'ostacolo V_2 (es. 1.20 V_{S_TO}), quindi ad esempio $= 1.15 V_{S_TO}$

$$V_{Air} = K_{VAir} \cdot V_{S_TO} = \left(\frac{K_{VLO} + K_{V2}}{2} \right) \cdot V_{S_TO}$$



DECOLLO

CORSA DI INVOLTO

$$R = \frac{V_{Air}^2}{g \cdot (n_{Air} - 1)}$$

Per ricavare R è necessario conoscere V ed n

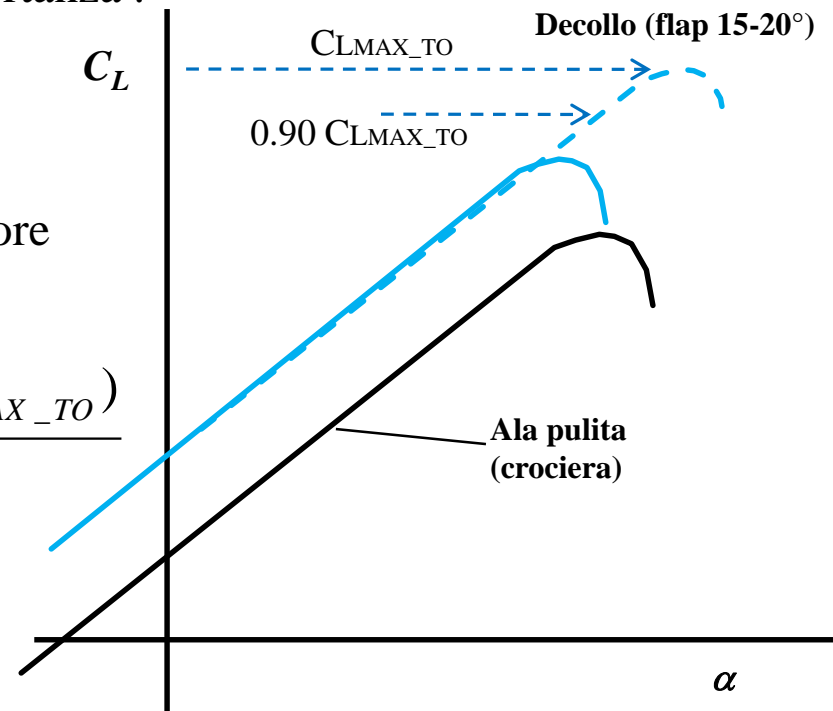
Come dicevamo la V si può assumere costante e pari alla media tra la V al distacco V_{LO} (es. $1.1 V_{S_TO}$) e la V al supermanto dell'ostacolo (es. $1.20 V_{S_TO}$), quindi ad esempio $= 1.15 V_{S_TO}$

Durante la traiettoria curvilinea di involo, si può assumere che il pilota si porti in prossimità dello stallo, cioè degli angoli di salita massimi, ma ovviamente con un certo margine di sicurezza. Assumiamo che l'angolo di attacco (alfa) conseguito sia tale da arrivare al 90% del massimo coefficiente di portanza :

$$C_L = 0.90 C_{LMAX_TO} \quad C_L = K_{CLAir} \cdot C_{LMAX_TO}$$

Con i valori di V e C_L assunti, si può ricavare il fattore di carico n durante la fase di involo (airborne)

$$n_{Air} = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho \cdot (K_{VAir} \cdot V_{S_TO})^2 \cdot S \cdot (K_{CLAir} \cdot C_{LMAX_TO})}{W}$$



$$n_{Air} = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho \cdot (K_{VAir} \cdot V_{S_TO})^2 \cdot S \cdot (K_{CLAir} \cdot C_{LMAX_TO})}{W}$$

Ricordando la definizione di velocità di stallo:

$$W = \frac{1}{2} \rho \cdot V_{S_TO}^2 \cdot S \cdot C_{LMAX_TO}$$

Quindi:

$$n_{Air} = (K_{VAir})^2 \cdot (K_{CLAir})$$

Con : $K_{VAir} = \frac{K_{VLO} + K_{V2}}{2}$

E quindi:

$$R = \frac{(K_{VAir} \cdot V_{S_TO})^2}{g \cdot (n_{Air} - 1)}$$

Ad esempio,

con: $K_{VAir} = 1.15$

$K_{CLAir} = 0.90$

$$R = \frac{(1.15 \cdot V_{S_TO})^2}{g \cdot (1.19 - 1)}$$

N.B.

Teniamo presente che il valore di $n=1.19$ è legato al fattore 1.15 (media tra 1.10 e 1.20) e all'aver assunto un CL di involo pari a 0.90 del C_{Lmax_TO} . Se, ad esempio, si ha in input che invece la velocità di lift-off da assumere è 1.14 della V_{S_TO} e quella di involo (V_2) è 1.20, il valore medio è 1.17. In tal caso il fattore di carico da usare sarebbe:

$$n = (1.17)^2 \cdot (0.90) = 1.23$$

In effetti, in molti testi di Meccanica del volo è riportato che il fattore di carico durante la fase di involo è pari all'incirca ad 1.20.

DECOLLO

$$R = \frac{(K_{VAir} \cdot V_{S_TO})^2}{g \cdot (n_{Air} - 1)}$$

Ad esempio con $V_{S_TO} = 65 \text{ m/s}$

CORSA DI INVOLTO

Formula con velocità media pari a 1.15 (media tra 1.10 ed 1.20) e CL pari a 0.90 del CL massimo.

$$R = \frac{(1.15 \cdot 65)^2}{g \cdot (1.19 - 1)} = 2998 \text{ m}$$

Per un velivolo da trasporto R di involo è all'incirca pari a 3000 m.

Ricavato R si può ricavare Sa

$$S_A = R \cdot \sin \theta_{OB}$$

Per ricavare l'angolo di traiettoria di superamento dell'ostacolo si usa ancora una costruzione geometrica.

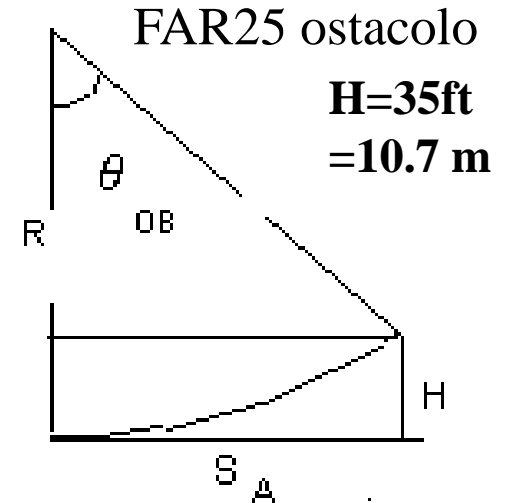
da cui: $(R - H) = R \cdot \cos \theta_{OB}$

$$\theta_{OB} = \arccos \left[1 - \frac{H}{R} \right]$$

Angolo piccolo ... circa 4-5°.

Ad esempio, assumendo $R=3000 \text{ m}$, essendo $H=35\text{ft}=10.7 \text{ m}$ (oppure $50\text{ft}=15 \text{ m}$):

$$\theta_{OB} = \arccos \left[1 - \frac{10.7}{3000} \right] = 4.8^\circ$$



DECOLLO

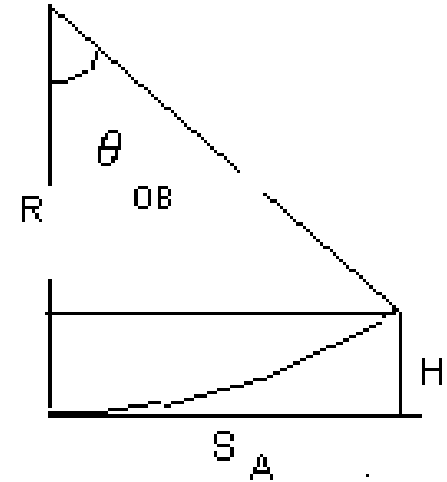
CORSA DI INVOLTO

E quindi :

$$R = \frac{(1.15 \cdot 65)^2}{g \cdot (1.19 - 1)} = 2998 \text{ m}$$

$$S_A = R \cdot \sin \theta_{OB}$$

$$\theta_{OB} = \arccos \left[1 - \frac{10.6}{3000} \right] = 4.8^\circ$$



Ricavato R e l'angolo si può ricavare S_A

$$S_A = 2998 \cdot \sin \theta_{OB} = 2998 \cdot 0.083 = 249 \text{ m}$$

Ovviamente questo è solo un esempio e si riferisce ad un velivolo con una velocità di stallo al decollo pari a circa 65 m/s.

Per velivoli di grosse dimensioni R può arrivare anche a 3500-4000 m e lo spazio di involo a 400 m circa.

In ogni caso la parte di involo è sempre più corta di quella di corsa al suolo. Tipicamente la corsa al suolo varia tra 800 e 1500 m (velivoli pesanti) e quella di involo tra 200 e 400 m (sempre nel caso di velivoli a getto pesanti, tipo B747 o A380).



Dati Input:

$$W = W_{TO} = 360,000 \text{ Kg} \quad S = 540 \text{ m}^2 \quad b = 64.4 \text{ m} \quad AR = 7.68$$

$$C_{D_o} = 0.0180 \quad e_{TO} = e = 0.83 \quad \Delta C_{D_o_TO} = 0.020$$

$$C_{L_g} = 0.70 \quad C_{L_{MAX_TO}} = 2.1$$

$$K_{ES} = 0.80 \quad \mu = 0.030 \quad K_{VLO} = 1.1 \quad K_{V2} = 1.2 \quad K_{CLAir} = \frac{C_{L_{Air}}}{C_{L_{MAX_TO}}} = 0.90$$

$$T_0 = 4 \cdot 25,000 \text{ Kg} = 100,000 \text{ Kg}$$

$$V_{STO} := \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho_0 \cdot S \cdot C_{L_{maxTO}}}} \quad V_{STO} = 71.294 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad V_{STO} = 256.658 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \quad V_{LO} := 1.1 \cdot V_{STO} \quad V_{LO} = 78.423 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ V_{LO} = 282.324 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

Calcolo della corsa al suolo

$$a = \frac{dV}{dt} \quad V = \frac{dS}{dt} \quad dS = \frac{V dV}{a} = \frac{1}{2} \frac{dV^2}{a} \quad S_g = \frac{1}{2} \int_0^{V_{LO}} \frac{dV^2}{a(V)} = \frac{1}{2} \frac{V_{LO}^2}{a_m}$$

$$\left(\frac{W}{g} \right) a_m = F_{x_tot\ m} = [T - D - \mu \cdot (W - L)]_m = [T - D - \mu \cdot (W - L)]_{V=0.70V_{LO}}$$

Calcoliamo tutte le forze aerodinamiche e la spinta in corrispondenza della V media pari a 0.70 della V di Lift-Off.

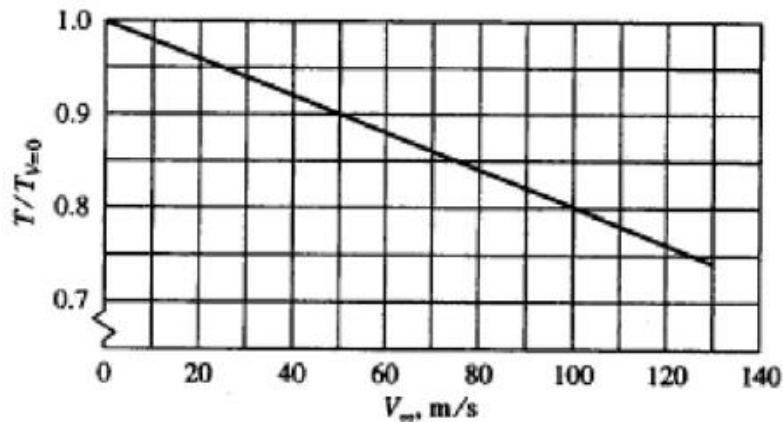
DECOLLO

Esempio applicativo B747

Calcoliamo tutte le forze aerodinamiche e la spinta in corrispondenza della V media pari a 0.70 della V di Lift-Off.

$$\underline{V} := 0.7 \cdot V_{LO} \quad V = 54.896 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad V = 197.627 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

Calcolo spinta media motori:



$$\underline{KT} := 1 - 0.20 \cdot \frac{V}{100 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad KT = 0.89 \quad \underline{T} := (KT) \cdot T_0$$

$$T = 8.73 \times 10^5 \text{ N}$$

$$T = 89021 \cdot \text{kgf}$$

Calcolo resistenza aerodinamica media durante corsa al suolo ($CL=CL_G$):

$$CD_{ind_TO} := \frac{CL_G^2}{\pi \cdot AR \cdot e} \cdot K_{ES} \quad CD_{ind_TO} = 0.02$$

$$CD_G := CD_0 + \Delta CD_0 + \frac{CL_G^2}{\pi \cdot AR \cdot e} \cdot K_{ES} \quad CD_G = 0.058$$

$$D := \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot V^2 \cdot CD_G \quad D = 57386.8 \text{ N}$$

$$D = 5852 \cdot \text{kgf}$$



DECOLLO

Esempio applicativo B747

Calcoliamo tutte le forze aerodinamiche e la spinta in corrispondenza della V media pari a 0.70 della V di Lift-Off.

Calcolo portanza aerodinamica media (durante corsa al suolo):

$$L := \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot V^2 \cdot C_{L_G} \quad L = 6.977 \times 10^5 \text{ N}$$

$$L = 71148 \cdot \text{kgf}$$



Calcolo forza attrito media (durante corsa al suolo):

$$F_a := \mu \cdot (W - L) \quad F_a = 8.498 \times 10^4 \text{ N}$$

$$F_a = 8666 \cdot \text{kgf}$$

Forza attrito media

FORZA TOTALE MEDIA

$$F_{\text{xtot}} := T - D - \mu \cdot (W - L) \quad F_{\text{xtot}} = 7.306 \times 10^5 \text{ N} \quad F_{\text{xtot}} = 74503 \cdot \text{kgf}$$

Qui riassumo le forze medie in gioco:

$T=89021 \text{ Kgf}$ spinta media
 $D=5852 \text{ Kgf}$ resistenza aerodinamica media
 $F_a=8666 \text{ Kgf}$ forza attrito media

$F_{x_tot}= 74503 \text{ Kgf}$ forza tot media

La spinta è abbastanza maggiore delle altre forze.

DECOLLO

Esempio applicativo B747

Calcoliamo tutte le forze aerodinamiche e la spinta in corrispondenza della V media pari a 0.70 della V di Lift-Off.

Qui riassumo le forze medie in gioco:

$T=89021$ Kgf spinta media
 $D=5852$ Kgf resistenza aerodinamica media
 $F_a=8666$ Kgf forza attrito media
 $F_{x_tot}=74503$ Kgf forza tot media



calcolo accelerazione media con peso

$$a_c := \frac{T - D - \mu(W - L)}{\frac{W}{g}}$$

$$a_c = 2.03 \frac{m}{s^2}$$

$$S_g = \frac{1}{2} \int_0^{V_{LO}} \frac{dV^2}{a(V)} = \frac{1}{2} \frac{V_{LO}^2}{a_m}$$

$$S_g = \frac{1}{2} \frac{(78.42)^2}{2.03} = 1515 \, m$$

Se avessi usato solo la spinta per calcolare l'accelerazione, cioè trascurando tutte le altre forze (attrito + resistenza aerodinamica) avremmo:

$$a_{appr} = \frac{T_m}{W/g} = \frac{89,021}{360,000/9.81} = 2.42 \frac{m}{s^2}$$

Calcoliamo ora la **CORSA DI INVOLO**
(vedi pagina seguente)

$$S_{g_appr} = \frac{1}{2} \frac{(78.42)^2}{2.42} = 1270 \, m$$

CALCOLO CORSA DI INVOLO (Airborne Distance)

$$K_{VLO} = 1.10 \quad K_{V2} = 1.20 \quad K_{CLAir} = 0.90$$

$$K_{VAir} = \left(\frac{K_{VLO} + K_{V2}}{2} \right) = 1.15$$

$$V_{Air} = K_{VAir} \cdot V_{S_TO} = \left(\frac{K_{VLO} + K_{V2}}{2} \right) \cdot V_{S_TO} = 1.15 \cdot 71.29 = 81.99 \text{ m/s}$$

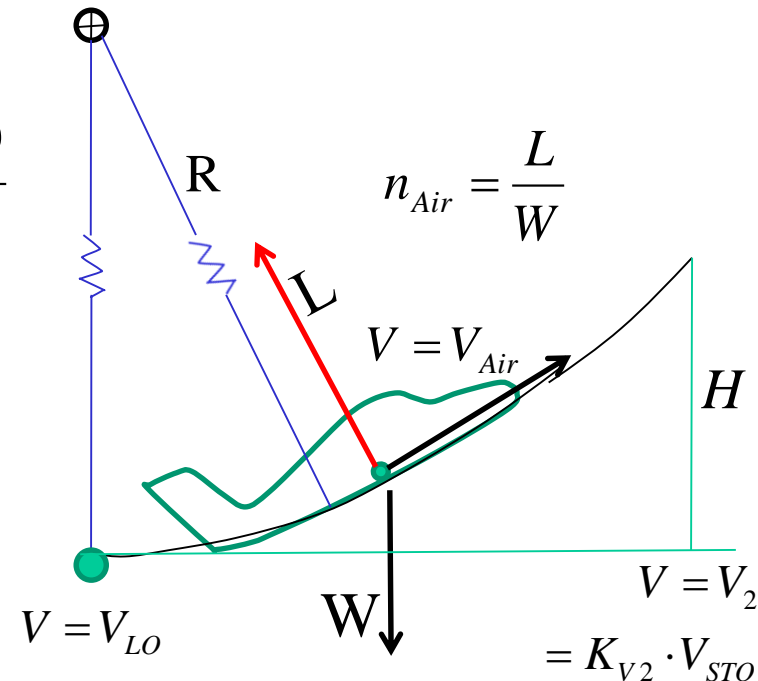


Calcolo fattore di carico n durante involo:

$$n_{Air} = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho \cdot (K_{VAir} \cdot V_{S_TO})^2 \cdot S \cdot (K_{CLAir} \cdot C_{LMAX_TO})}{W}$$

$$n_{Air} = (K_{VAir})^2 \cdot (K_{CLAir}) = (1.15)^2 \cdot (0.90) = 1.19$$

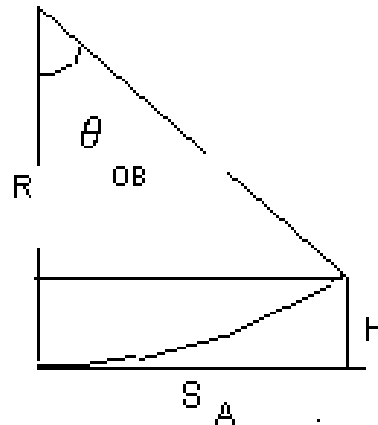
$$R = \frac{V_{Air}^2}{g \cdot (n_{Air} - 1)} = \frac{81.99^2}{9.81 \cdot 0.19} = 3603 \text{ m}$$



DECOLLO

Esempio applicativo B747

CALCOLO CORSA DI INVOLTO (Airborne Distance) (continua)



$$R = \frac{V_{Air}^2}{g \cdot (n_{Air} - 1)} = 3603 \text{ m}$$

$$H = 35 \text{ ft} = 10.7 \text{ m}$$

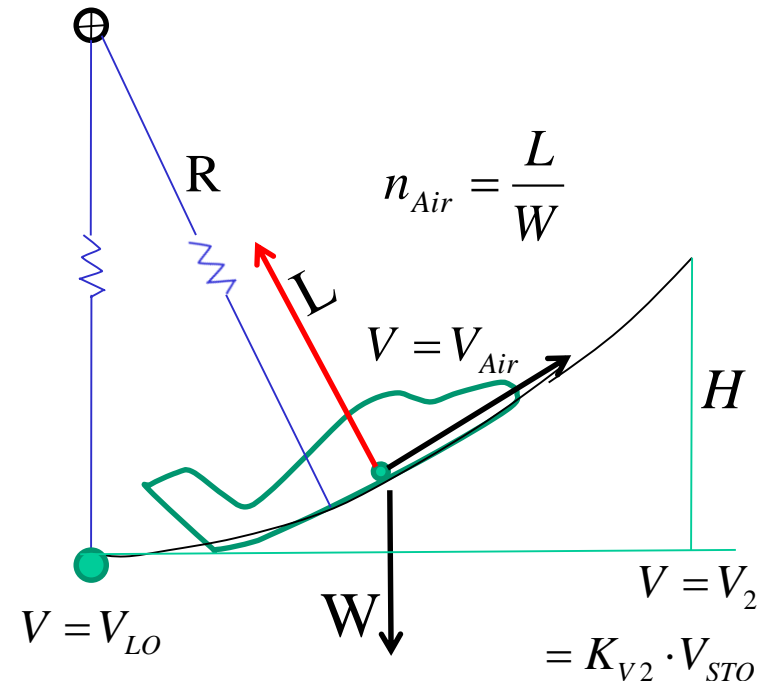
$$(R - H) = R \cdot \cos \theta_{OB}$$

$$\theta_{OB} = \arccos \left[1 - \frac{H}{R} \right] = \arccos \left(1 - \frac{10.7}{3603} \right) = 4.42^\circ$$

$$S_A = R \cdot \sin \theta_{OB} = 3603 \cdot \sin(4.42^\circ) = 278 \text{ m}$$

INFINE , Corsa Totale:

$$S_{TO} = S_G + S_A = 1515 + 278 = 1793 \text{ m}$$



ATTERRAGGIO

CORSA DI ATTERRAGGIO

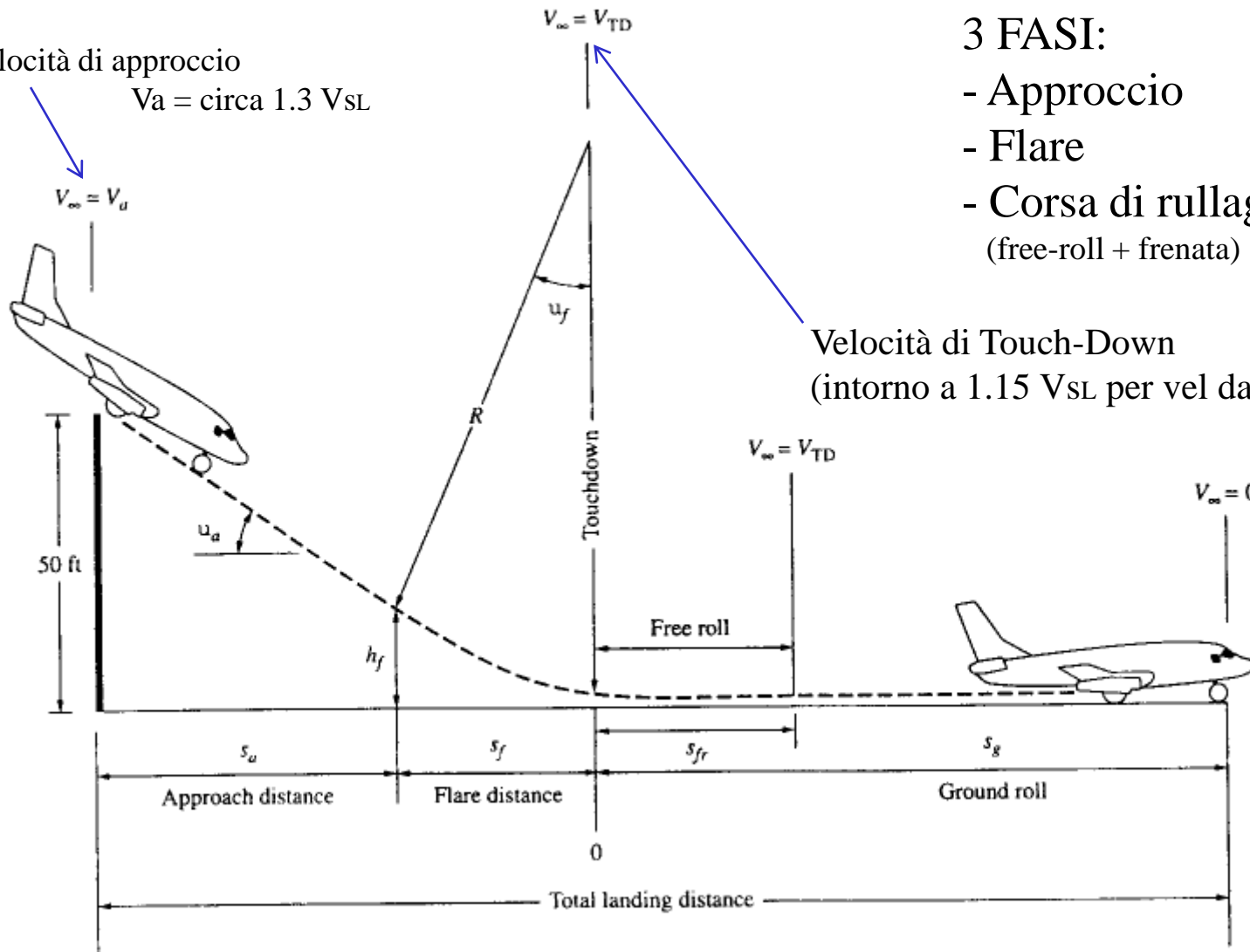
Velocità di stallo in configurazione di atterraggio (flap a 35-40°)

V_{SL} . Teniamo presente che il peso massimo all'atterraggio può essere minore di quello massimo al decollo, ad es. $W_L = 0.90 W_{TO}$

$$V_{SL} = \sqrt{\frac{2}{\rho_0} \frac{W_L}{S} \frac{1}{C_{L_{MAX_L}}}}$$

Velocità di approccio

$V_a = \text{circa } 1.3 V_{SL}$



3 FASI:

- Approccio

Sa

- Flare

Sf

- Corsa di rullaggio

Sg

(free-roll + frenata)

Velocità di Touch-Down

(intorno a 1.15 V_{SL} per vel da trasporto a getto)

ATTERRAGGIO

Distanza di approccio

$$L = W \cos \theta_a$$

$$D = T + W \sin \theta_a$$

$$\sin \theta_a = \frac{D - T}{W} = \frac{D}{W} - \frac{T}{W}$$

Angolo di approccio piccolo (circa 3° - 4°)

$$\cos \theta_a \approx 1 \quad L \approx W$$

$$\sin \theta_a = \frac{1}{L/D} - \frac{T}{W}$$

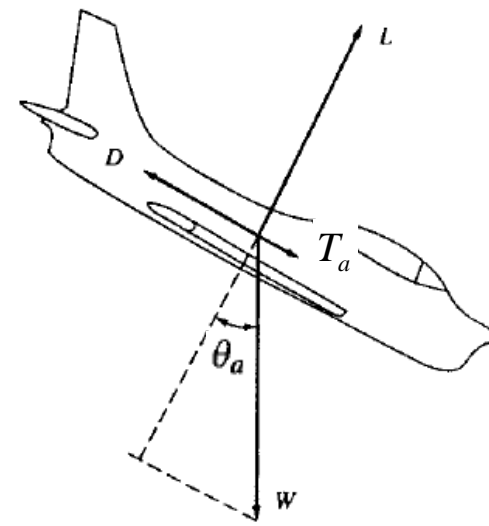
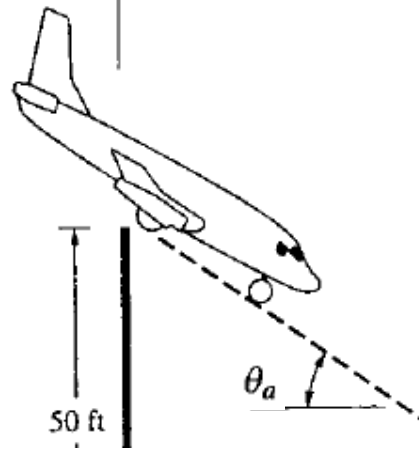
$$\sin \theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$

Assegnata la velocità di approccio : $V_A = 1.3 \cdot V_{SL}$ è possibile calcolare il CL

$$C_{La} = \frac{C_{L_{MAX_L}}}{(1.3)^2} = \frac{C_{L_{MAX_L}}}{1.69}$$

$$C_{Da} = C_{Do} + \Delta C_{Do_L} + \frac{C_{La}^2}{\pi \cdot AR \cdot e_L} \cdot K_{ES}$$

$$E_a = \frac{C_{La}}{C_{Da}}$$



T_a

Spinta motori nella fase di approccio (tipicamente intorno al 20%, quindi quasi al minimo).

$$T_a = \varphi_a \cdot T_0 \cdot K_{Ta}(V_a)$$

$$\varphi_a \approx 0.20$$

$$K_{Ta}(V)$$

Il delta_CDo è relativo (come al decollo) all'effetto di flap deflessi e carrello estratto. Come nel decollo c'è la resistenza indotta con un possibile diverso fattore Oswald e l'effetto suolo.

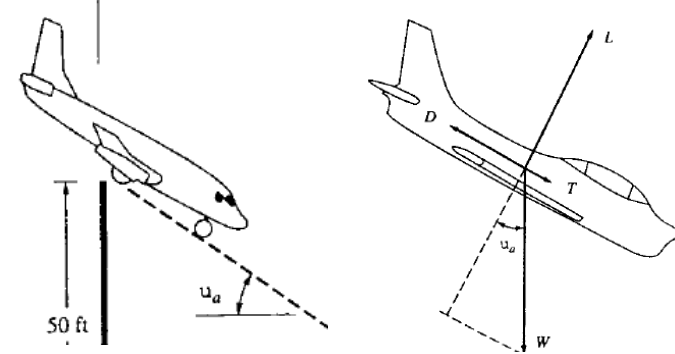
ATTERRAGGIO

Distanza di approccio

$$L = W \cos \theta_a$$

$$D = T + W \sin \theta_a$$

$$\sin \theta_a = \frac{D - T}{W} = \frac{D}{W} - \frac{T}{W}$$



Angolo di approccio piccolo (circa 3° - 4°)

Può essere calcolato con la formula (data la spinta T) oppure può essere assegnato.

$$\sin \theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$

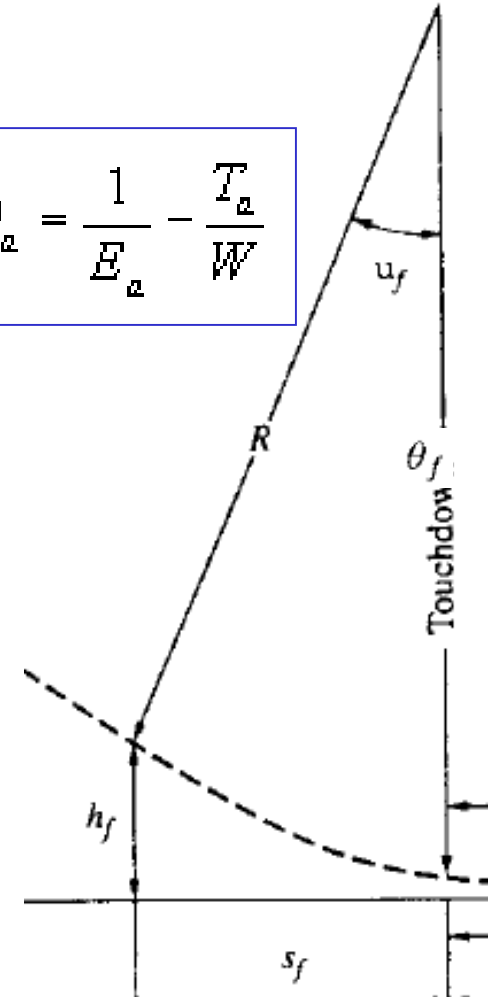
Ed inoltre : $\theta_f = \theta_a$ $h_f = R - R \cos \theta_f$

$$h_f = R(1 - \cos \theta_a)$$

Come ricavo R ?

=> traiettoria ed equazioni della richiamata

$$\sin \theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$



ATTERRAGGIO

Distanza di approccio

Come ricavo R ?

=> traiettoria ed equazioni della richiamata (FLARE)

$$R = \frac{V_{\infty}^2}{g(n-1)}$$

-Si assume per il *flare* una V pari alla media tra $1.3 V_{SL}$ (la V_a) e $V_{TD}=1.15 V_{SL}$ (al touch down), quindi una $V=1.23 V_{SL}$

$$V_f = 1.23 V_{SL}$$

-Assumendo un fattore di carico n durante il flare pari ad **n=1.2** (come nell'involto del decollo)

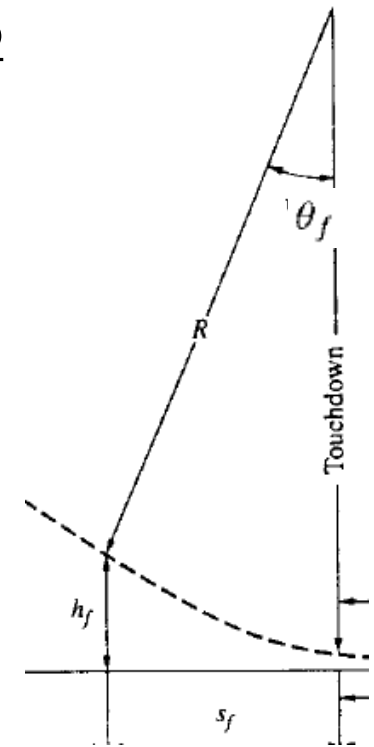
Avendo quindi calcolato :

$$\sin \theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$

Oppure assunto θ_a pari a pochi gradi (es = 3°)

$$R = \frac{V_f^2}{0.2g}$$

$$h_f = R(1 - \cos \theta_a)$$



Distanza di approccio e flare

70

ATTERRAGGIO

Free-Roll

Tale corsa viene calcolata semplicemente moltiplicando la V di touch-down per il tempo che occorre al pilota per azionare i freni, tipicamente 2-3 secondi:

$$S_{fr} = V_{TD} \cdot \Delta t_{fr}$$

Corsa di rullaggio (Ground roll)

V_{TD} = Velocità al touch-down T_{rev} Reversed Thrust

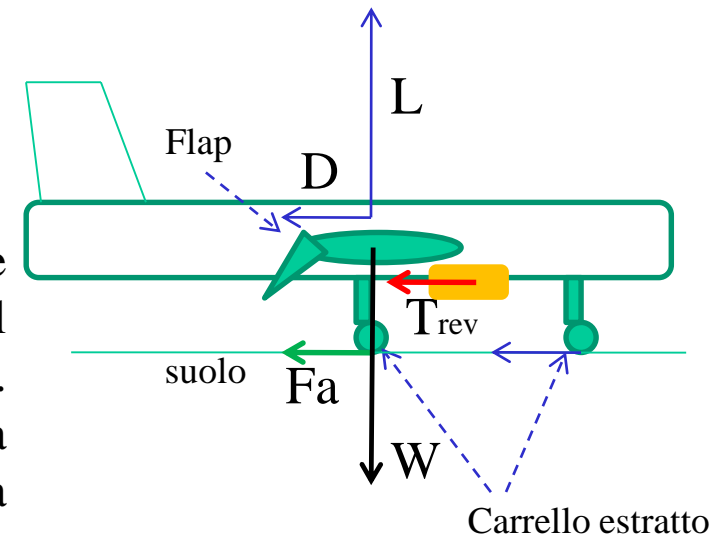
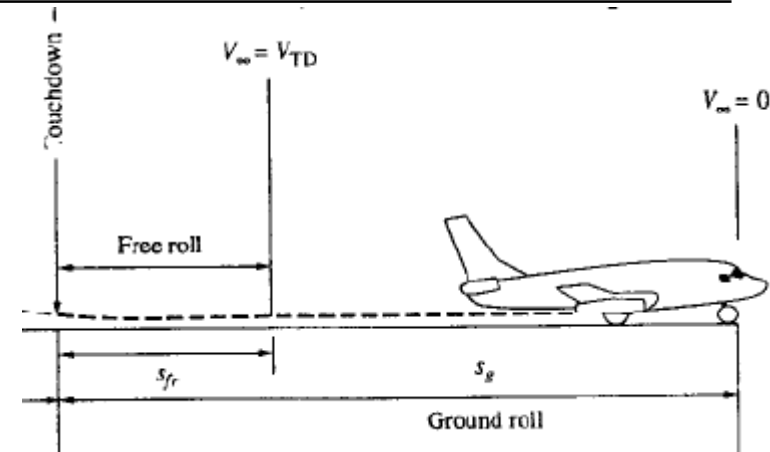
Spinta Invertita

Solitamente i velivoli sono in grado di sviluppare l'inversione di spinta con una T_{rev} (T reversed) che va dal 40% al 60% della T_0 (spinta massima positiva al decollo). Ovviamente la spinta invertita, nel caso di turbofan, deriva sempre dall'applicazione della formula per il decollo (bassa V con il K_T). La condizione più critica è però con $T=0$

Attrito

La forza di attrito è quella con frenatura applicata sulle ruote (non bloccate). Non è l'attrito "radente", ma è assolutamente maggiore di quello volvente (10 volte maggiore).

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN



$$F_a = \mu_R \cdot (W - L)$$

$$\text{con } \mu_R = 0.25 - 0.40$$

$$\text{Tipico} = 0.30$$

Corsa di rullaggio (Ground roll)

$$\frac{W}{g} a = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt} = \left[-T_{rev} - D - \mu_R (W - L) \right]$$

V_{TD} = Velocità al touch-down

$$L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_L \quad D = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_D \quad \boxed{C_{D_{o_L}} = C_{D_o} + \Delta C_{D_{o_L}}}$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{g}{W} \left[T_{rev} + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D + \mu_R \left(W - \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L \right) \right]$$

La resistenza aerodinamica è con flap deflessi all'atterraggio e con carrello estratto. Il delta C_{D_o} in tale condizione è circa 0.030-0.050 , cioè doppio (e più) rispetto all'incremento al decollo. Ovviamente va considerata anche la resistenza indotta.

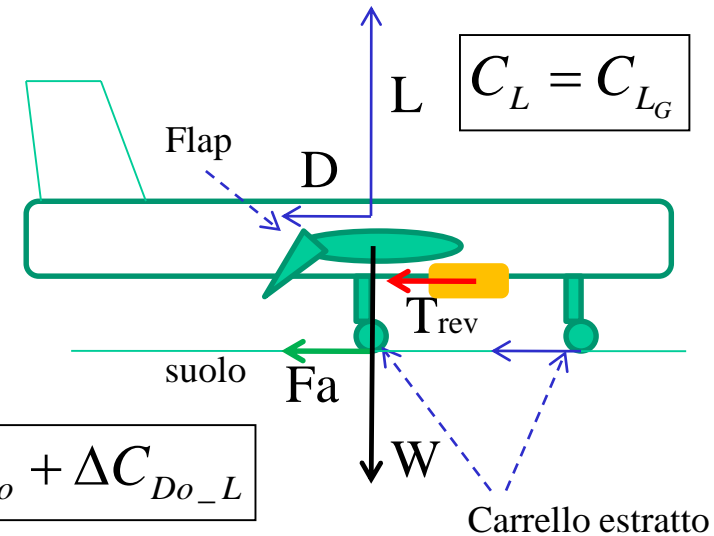
$$\boxed{C_D = C_{D_o} + \Delta C_{D_{o_L}} + \frac{C_{L_G}^2}{\pi \cdot AR \cdot e_L} \cdot K_{ES}}$$

$$\boxed{C_{L_G}}$$

Coefficiente di portanza al rullaggio, tipicamente intorno ad 1.0-1.2 cioè con alfa circa =0 e flap deflessi all'atterraggio

$$\boxed{e_L}$$

Fattore di Oswald in atterraggio. I flap modificano la distribuzione in apertura della portanza. Tipicamente più valere 10-15% in meno di quello in condiz. crociera.



Corsa di rullaggio (Ground roll)

$$C_{L_G}$$

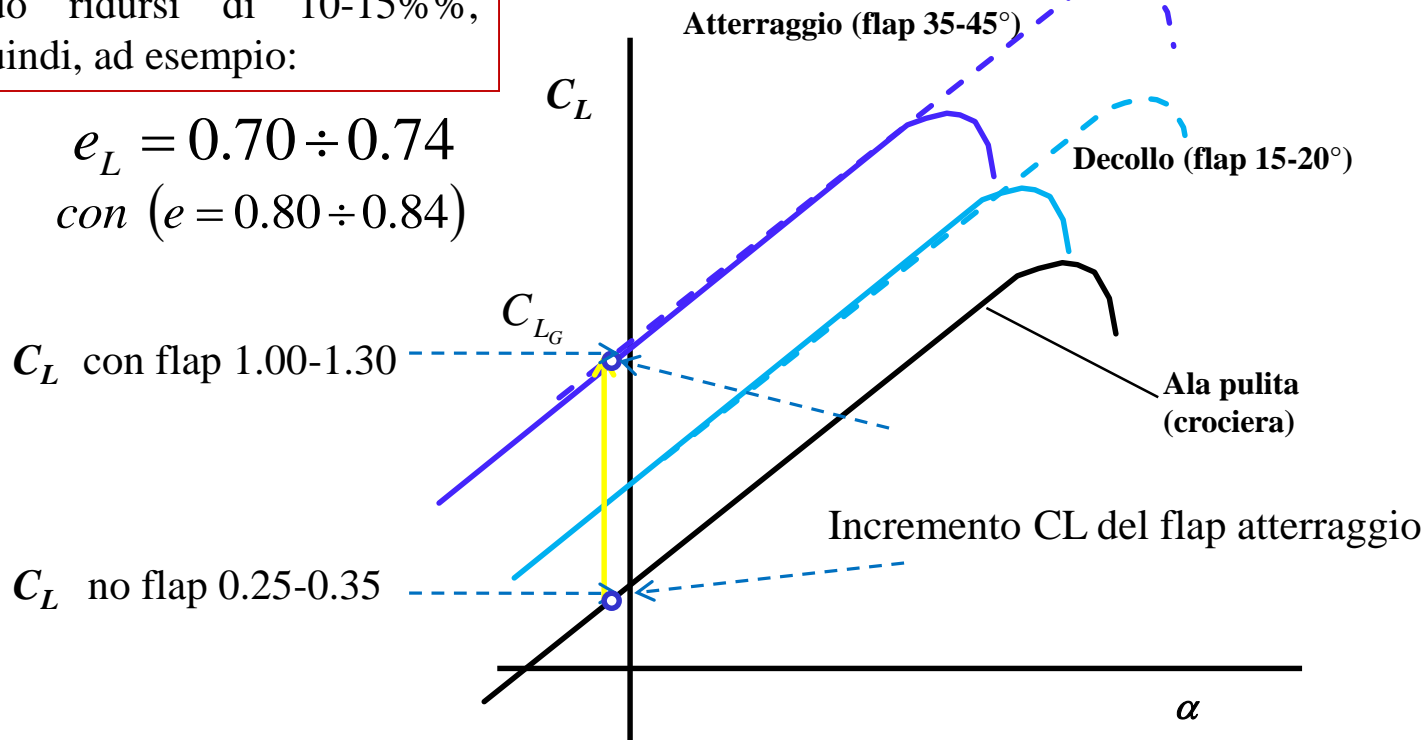
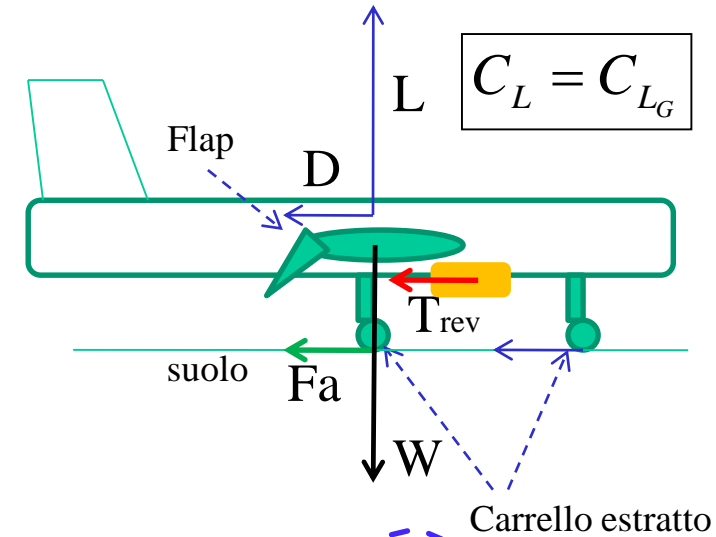
Coefficiente di portanza al rullaggio, tipicamente intorno ad 1.0-1.3 cioè con α circa ≈ 0 (magari anche leggermente negativo) e flap deflessi all'atterraggio ($35-45^\circ$).

Il fattore di Oswald con i flap (che modificano il carico aerodinamico in apertura) può ridursi di 10-15%, quindi, ad esempio:

$$e_L = 0.70 \div 0.74$$

con ($e = 0.80 \div 0.84$)

flap

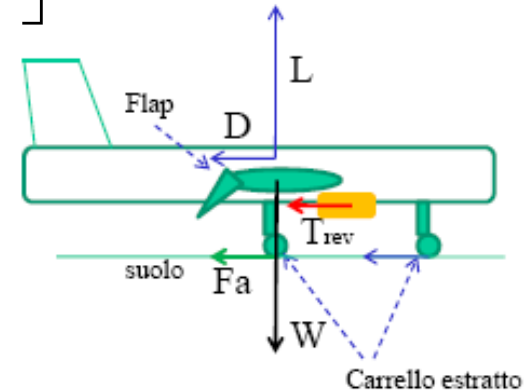


ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{g}{W} \left[T_{rev} + \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D + \mu_R (W - \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L) \right]$$

$$\frac{dV}{dt} = -g \cdot \left[\frac{T_{rev}}{W} + \mu_R + \frac{\rho}{2 \cdot (W / S)} \cdot (C_D - \mu_R \cdot C_L) \cdot V^2 \right]$$



$$\frac{dV}{dt} = -g \cdot \left\{ \overbrace{\frac{T_{rev}}{W} + \mu_R}^A + \overbrace{\frac{\rho}{2 \cdot (W / S)} \cdot \left[C_{D0} + \Delta C_{D0L} + \frac{C_{L_G}^2}{\pi A R \cdot e_L} - \mu_R \cdot C_{L_G} \right] \cdot V^2}^B \right\}$$

$$\frac{dV}{dt} = a = -g \cdot \{A + B \cdot V^2\} \quad \text{Decelerazione funzione di V}$$

$$ds_{g,roll} = \frac{dV^2}{2 \cdot a} = -\frac{dV^2}{g \cdot \{A + B \cdot V^2\}} \quad S_{g,roll} = \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{g \cdot \{A + B \cdot V^2\}}$$

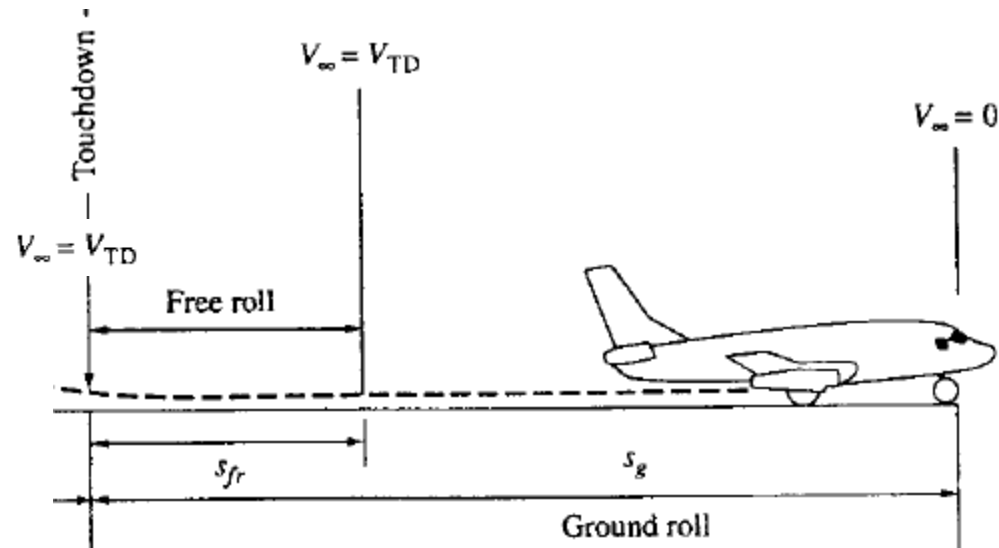
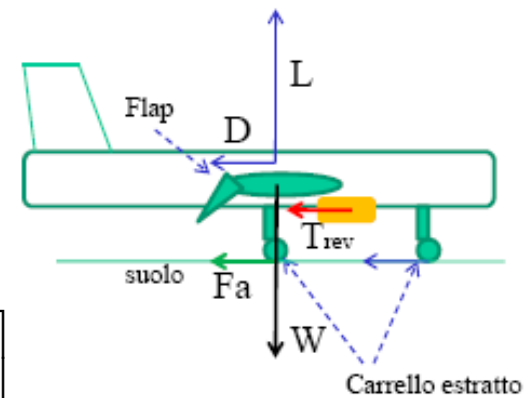
ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

$$\frac{dV}{dt} = a = -g \cdot \{A + B \cdot V^2\} \quad \text{Decelerazione funzione di } V$$

$$A = \frac{T_{rev}}{W} + \mu_R \quad B = \frac{\rho}{2 \cdot (W / S)} \cdot \left[C_{Do} + \Delta C_{DoL} + \frac{C_{L_G}^2}{\pi A R \cdot e_L} - \mu_R \cdot C_{L_G} \right]$$

$$ds_{g,roll} = \frac{dV^2}{2 \cdot a} = - \frac{dV^2}{g \cdot \{A + B \cdot V^2\}}$$



$$S_{g,roll} = \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{g \cdot \{A + B \cdot V^2\}} = \frac{1}{2 \cdot g \cdot B} \cdot \ln \left(\frac{A + B \cdot V_{TD}^2}{A} \right)$$

ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

Ma si può ricavare una espressione approssimata, come fatto per il decollo:

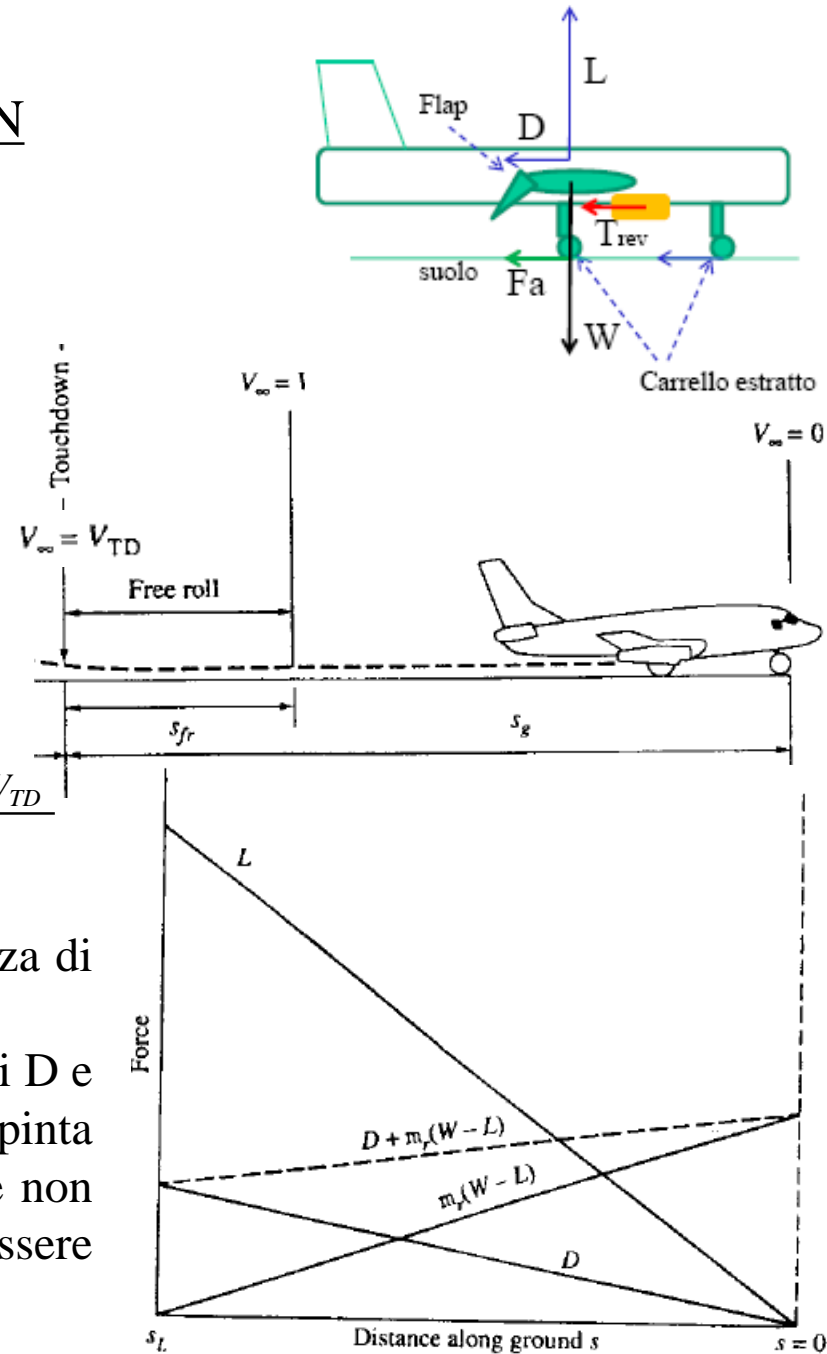
$$ds_{g,roll} = \frac{dV^2}{2 \cdot a_m}$$

$$S_{g,roll} = \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{2 \cdot a_m} = \frac{V_{TD}^2}{2 \cdot a_m}$$

$$a_m = \frac{F_{TOT_m}}{(W / g)} = \frac{[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)]_{V=0.70V_{TD}}}{(W / g)}$$

Cioè si calcolano tutte le forze agenti in corrispondenza di una V pari a 0.70 della V di touch-down.

Il diagramma a destra mostra che in effetti la somma di D e della forza di attrito sono abbastanza costanti. La spinta invertita è anch'essa non molto variabile e comunque non molto elevata (rispetto al decollo). Inoltre potrebbe essere considerata =0 (**caso critico**).



ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

Forma analitica che mette in evidenza i parametri:

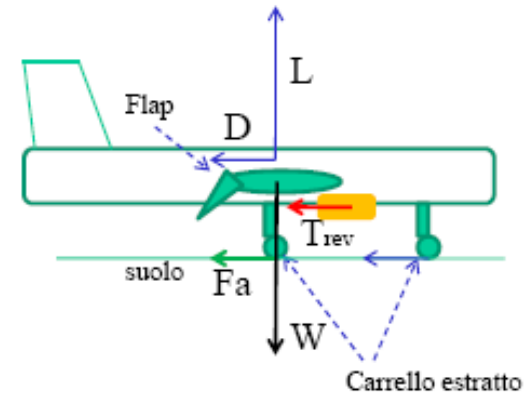
$$S_{g,roll} = \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{2 \cdot a_m} = \frac{V_{TD}^2}{2 \cdot a_m}$$

$$V_{TD} = 1.15 \cdot V_{SL}$$

$$a_m = \frac{F_{TOT_m}}{(W / g)} = \frac{[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)]_{V=0.70V_{TD}}}{(W / g)}$$

$$S_{g,roll} = \frac{V_{TD}^2}{2 \cdot a_m} = \frac{2 W (1.15)^2}{\rho S C_{LMAX_L}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{1}{[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)]_{V=0.7V_{TD}}}$$

$$S_{g,roll} = \frac{V_{TD}^2}{2 \cdot a_m} = \frac{(1.15)^2}{\rho_0 \cdot \sigma \cdot g \cdot C_{LMAX_L}} \cdot \frac{(W / S)}{\left[\frac{T_{rev}}{W} + \frac{D}{W} + \mu_R \cdot \left(1 - \frac{L}{W}\right) \right]_{V=0.7V_{TD}}}$$



La ground roll dipende :

- dal carico alare
- dal rapporto Trev/W
- dal CL massimo all'atterraggio
- dalla quota (densità)
- dall'attrito

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

$$W = W_L = 0.9 \cdot W_{TO} = 324,000 \text{ Kg} \quad S = 540 \text{ m}^2 \quad b = 64.4 \text{ m} \quad AR = 7.68$$

$$C_{D0} = 0.0180 \quad e_L = 0.70 \quad \Delta C_{D0_L} = 0.050$$

$$C_{Lg} = 1.10 \quad C_{L_{MAX_L}} = 2.8 \quad K_{ES_Air} = 0.90 \quad K_{ES} = 0.80$$

$$\mu_R = 0.30 \quad K_{Va} = 1.3 \quad K_{VTD} = 1.15 \quad n_{fl} = 1.2 \quad \Delta t_{free} = 2 \text{ sec}$$

$$T_0 = 4 \cdot 25,000 \text{ Kg} = 100,000 \text{ Kg} \quad \Phi_{rev} = 0.40 \text{ (spinta invertita pari al 40\%)}$$



FASE Approccio

Calcoliamo la velocità di stallo in configurazione di atterraggio e la velocità di approccio.

$$V_{SL} := \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho_0 \cdot S \cdot C_{L_{maxL}}}} \quad V_{SL} = 58.574 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad V_{SL} = 210.866 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

$$V_a := K_{Va} \cdot V_{SL} \quad K_{Va} = 1.3 \quad V_a = 76.146 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad V_a = 274.126 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

CL in approccio

$$C_{La} := \frac{C_{L_{maxL}}}{(K_{Va})^2} \quad C_{La} = 1.657$$

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

$$W = W_L = 0.9 \cdot W_{TO} = 324,000 \text{ Kg} \quad S = 540 \text{ m}^2 \quad b = 64.4 \text{ m} \quad AR = 7.68$$

$$C_{Do} = 0.0180 \quad e_L = 0.70 \quad \Delta C_{Do_L} = 0.050$$

$$C_{Lg} = 1.10 \quad C_{L_{MAX_L}} = 2.8 \quad K_{ES_Air} = 0.90 \quad K_{ES} = 0.80$$

$$\mu_R = 0.30 \quad K_{Va} = 1.3 \quad K_{VTD} = 1.15 \quad n_{fl} = 1.2 \quad \Delta t_{free} = 2 \text{ sec}$$

$$T_0 = 4 \cdot 25,000 \text{ Kg} = 100,000 \text{ Kg} \quad \Phi_{rev} = 0.40 \text{ (spinta invertita pari al 40\%)}$$



Approccio

$$CD_a := CD_0 + \Delta CD_{oL} + \frac{CL_a^2}{\pi \cdot AR \cdot e_L} \cdot K_{ES_a} \quad CD_a = 0.214$$

$$E_a := \frac{CL_a}{CD_a}$$

Angolo di approccio (discesa)

$\phi_a = 0.2$ Spinta al 20% in fase approccio

$$E_a = 7.732$$

$$\sin \theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$

$$KT := 1 - 0.20 \cdot \frac{V_a}{100 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad KT = 0.848$$

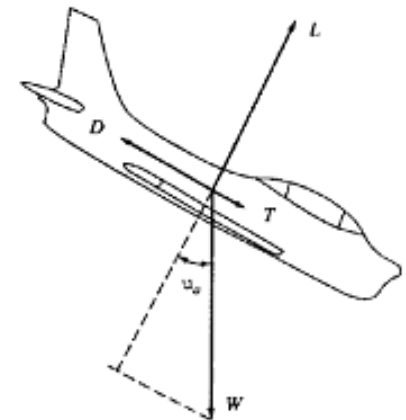
$$T_a := (\phi_a) \cdot T_0 \cdot (KT) \quad T_a = 16954 \cdot \text{kgf}$$

$$\theta_a := \arcsin \left(\frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W} \right)$$

$$\theta_a = 4.416 \cdot \text{deg}$$

$$\theta_{a_glide} := \left(\frac{1}{E_a} \right)$$

$$\theta_{a_glide} = 7.41 \cdot \text{deg}$$

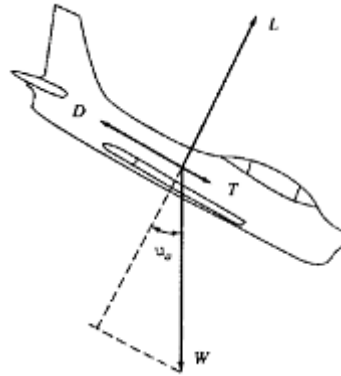


ATTERRAGGIO Applicazione B-747

Fase Approccio

$$\theta_a := \arcsin\left(\frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}\right)$$

$$\theta_a = 4.416 \cdot \text{deg}$$



$$h_f = R(1 - \cos \theta_a)$$

$$R = \frac{V_\infty^2}{g(n-1)}$$

$$n_{fl} = 1.2 \quad V_{fl} := K_{Vfl} \cdot V_{SL}$$

$$V_{fl} = 71.753 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$R_{fl} := \frac{V_{fl}^2}{g(n_{fl} - 1)}$$

$$R_{fl} = 2625 \text{ m}$$

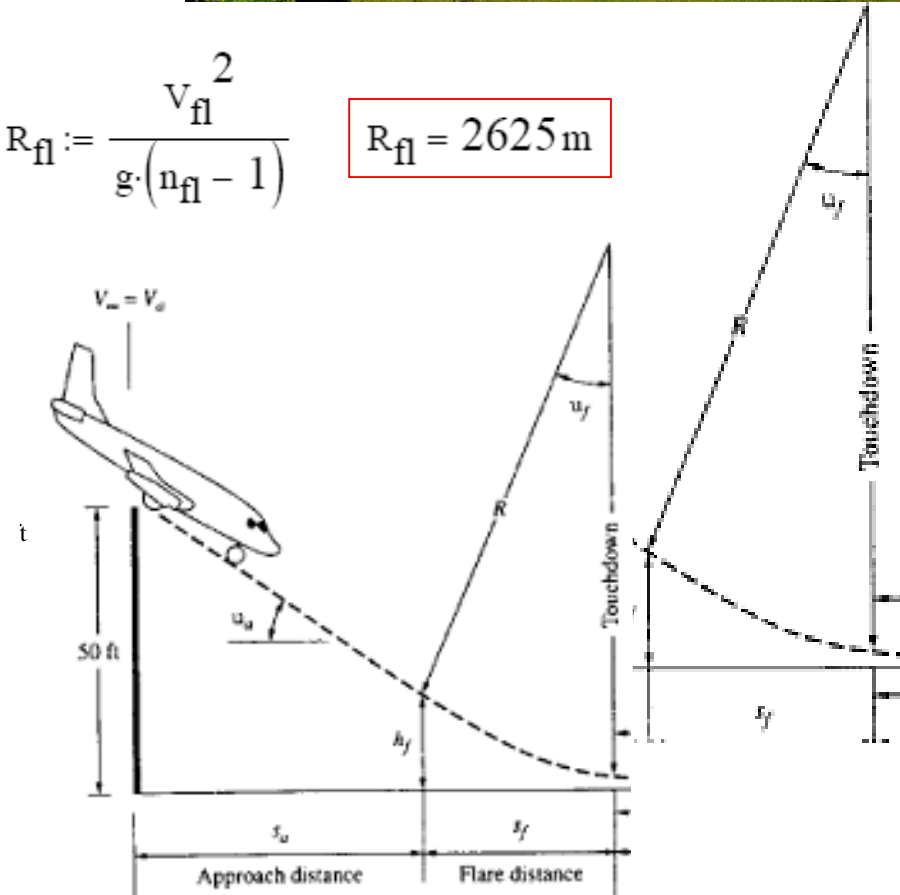
$$h_f = R \cdot (1 - \cos \theta_a)$$

$$h_{fl} = 7.778 \text{ m}$$

$$s_a = \frac{50 - h_f}{\tan \theta_a}$$

$$s_a := \frac{h_a - h_{fl}}{\tan(\theta_a)}$$

$$(1) \quad s_a = 96.716 \text{ m}$$



ATTERRAGGIO Applicazione B-747

Fase FLARE

$$\theta_a = 4.416 \cdot \text{deg}$$

$$s_f = R \sin \theta_a$$

$$R_{fl} := \frac{V_{fl}^2}{g \cdot (n_{fl} - 1)}$$

$$R_{fl} = 2625 \text{ m}$$

$$(2) \quad s_{fl} = 201.926 \text{ m}$$

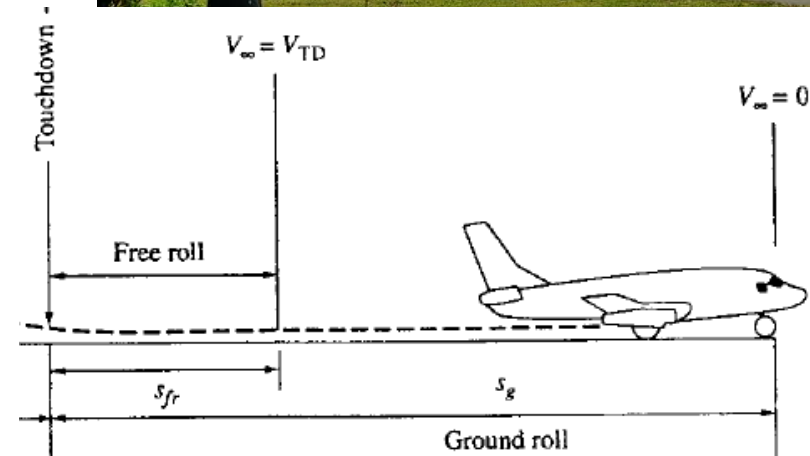
Free-Roll dopo Touch-down

$$V_{TD} = K_{VTD} \cdot V_{SL} \quad V_{TD} = 1.15 \cdot V_{SL}$$

$$V_{TD} = 67.4 \text{ m/s} \quad V_{TD} = 242 \text{ km/hr}$$

$$S_{fr} = V_{TD} \cdot \Delta t_{fr} = V_{TD} \cdot 2s$$

$$(3) \quad S_{fr} = 134.7 \text{ m}$$



Fase Ground Roll

$$S_g = \frac{1}{2} \int_{V_{TD}}^0 \frac{dV^2}{a(V)}$$

$$\left(\frac{W}{g} \right) a(V) = F_{x_tot}(V) = T_{rev}(V) + D(V) + \mu_r \cdot (W - L(V))$$

$$S_g = \frac{1}{2} \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{a(V)} = \frac{1}{2} \frac{V_{TD}^2}{a_m}$$

$$a_m = \frac{F_{TOT_m}}{(W/g)} = \frac{[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)]_{V=0.70V_{TD}}}{(W/g)}$$

$$V_{TD} = 67.4 \text{ m/s} \quad V = 0.7 \cdot V_{TD} = 47.15 \text{ m/s} = 169.7 \text{ km/hr}$$

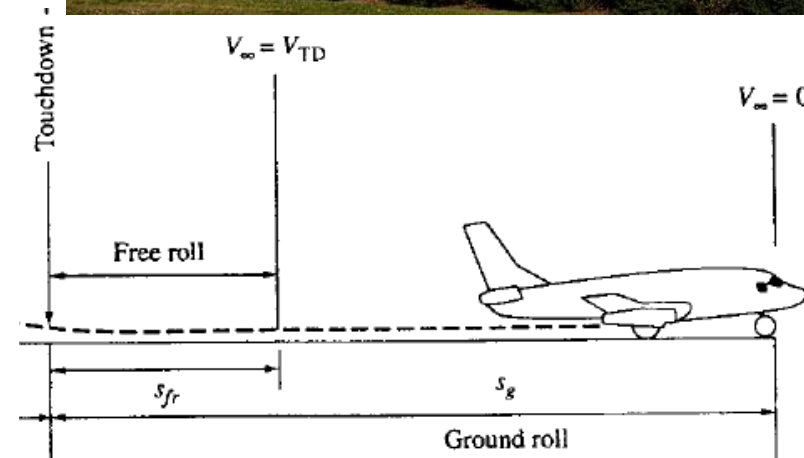
$$\text{KT} := 1 - 0.20 \cdot \frac{V}{100 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\text{KT} = 0.906$$

$$\phi_{rev} = 0.4$$

$$T_{rev} := (\text{KT}) \cdot \phi_{rev} \cdot T_0$$

$$T_{rev} = 36228 \cdot \text{kgf}$$



Fase Ground Roll

$$S_g = \frac{1}{2} \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{a(V)} = \frac{1}{2} \frac{V_{TD}^2}{a_m}$$

$$a_m = \frac{F_{TOT_m}}{(W/g)} = \frac{[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)]_{V=0.70V_{TD}}}{(W/g)}$$

$$V_{TD} = 67.4 \text{ m/s} \quad V = 0.7 \cdot V_{TD} = 47.15 \text{ m/s}$$

$$T_{rev} = 36228 \cdot \text{kgf}$$

$$C_{Do} = 0.0180 \quad e_L = 0.70 \quad \Delta C_{Do_L} = 0.050$$

$$CD_{roll} := CD_0 + \Delta CD_{oL} + \frac{CL_G^2}{\pi \cdot AR \cdot eL} \cdot K_{ES} \quad CD_{roll} = 0.125$$

$$D := \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot V^2 \cdot CD_{roll}$$

$$D = 92149.7 \text{ N}$$

$$D = 9397 \cdot \text{kgf}$$

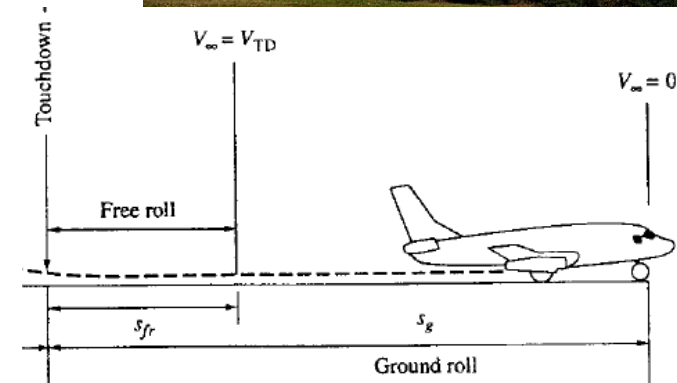
$$L = 8.089 \times 10^5 \text{ N}$$

$$L = 82484 \cdot \text{kgf}$$

$$\mu_r = 0.3$$

$$Fa := \mu_r \cdot (W - L)$$

$$Fa = 72455 \cdot \text{kgf}$$



ATTERRAGGIO Applicazione B-747

Fase Ground Roll

$$a_m = \frac{F_{TOT_m}}{(W / g)} = \frac{[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)]_{V=0.70V_{TD}}}{(W / g)}$$

Qui riassumo le forze medie in gioco:

T=36228 Kgf spinta media invertita
D=9397 Kgf resistenza aerodinamica media
Fa=72455 Kgf forza attrito media

Fx_tot= 118079 Kgf forza tot media

$W = W_L = 0.9 \cdot W_{TO} = 324,000 \text{ Kg}$ accelerazione media

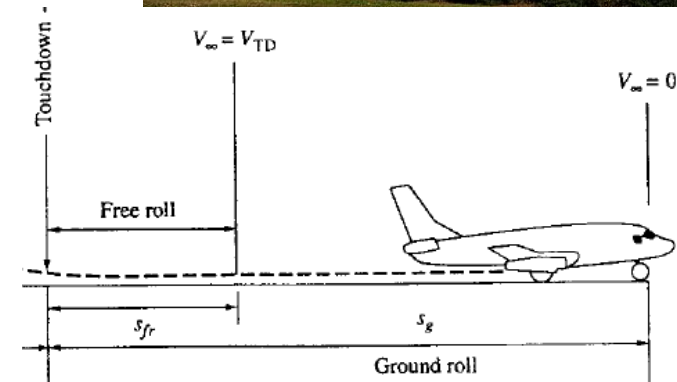
$$a_m = \frac{F_{TOT_m}}{(W / g)} = \frac{[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)]_{V=0.70V_{TD}}}{(W / g)}$$

$$a_m = 3.574 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Nella ipotesi di non usare l'inversione di spinta
(senza Reverse Thrust)

$$a_{m_noT} := \frac{D + \mu_R \cdot (W - L)}{\frac{W}{g}} = 2.477 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$S_{g_noT} = 916 \text{ m}$$



$$S_g = \frac{V_{TD}^2}{2 \cdot a_m} \quad (4) \quad S_g = 635 \text{ m}$$

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

Comlessivo:

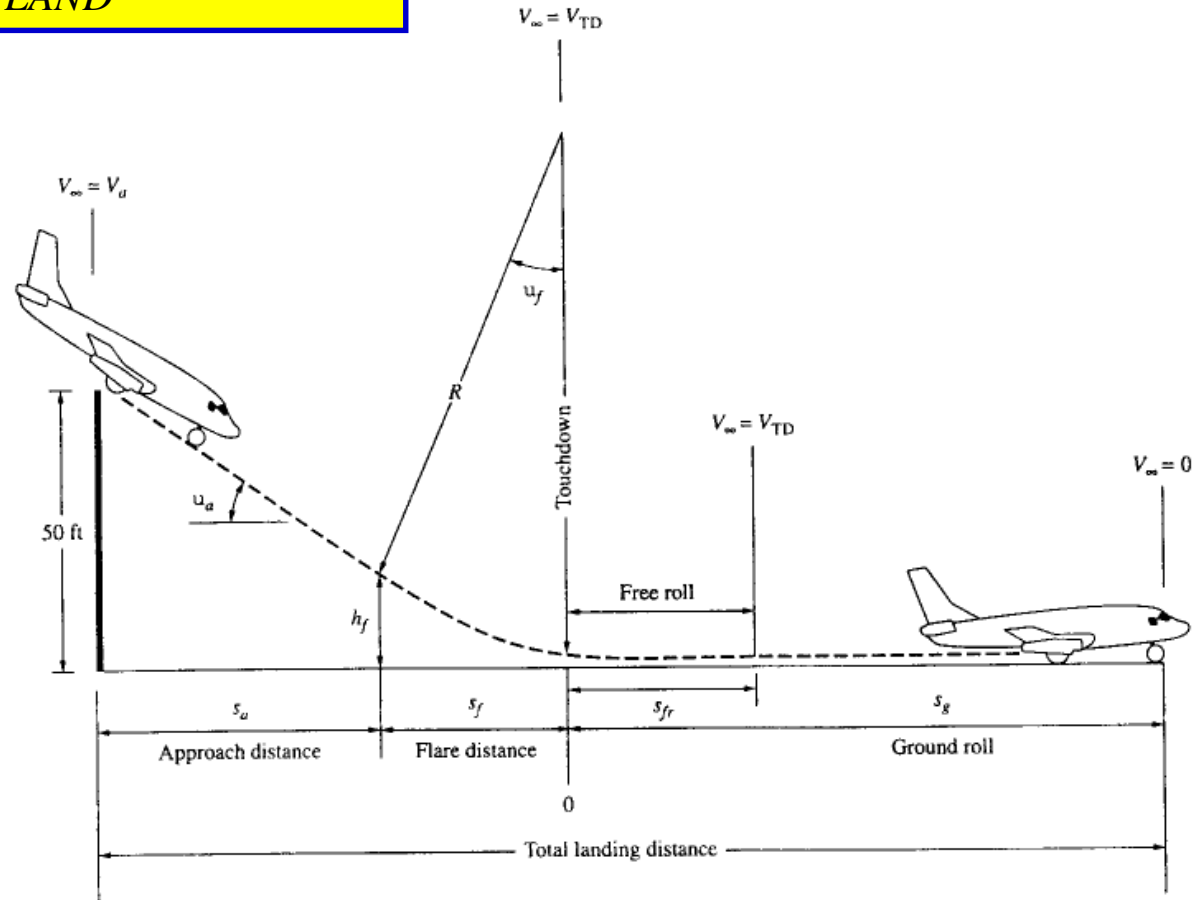
(1) $s_a = 96.716 \text{ m}$

(2) $s_{fl} = 201.926 \text{ m}$

(3) $s_{fr} = 134.7 \text{ m}$

(4) $s_g = 635 \text{ m}$

$S_{LAND} = 1069 \text{ m}$



Overview

- Energy Height (quota energia)
- Specific Excess Power
- P_s Charts
- Applicazioni
 - Minimo tempo di salita
 - Confronto velivoli

Motivo di H_e e P_s

- Il diagramma V-n mostra i limiti delle prestazioni dei velivoli
- Ad ogni modo, mostra solo una prestazione istantanea. Non si può determinare la sostenibilità di una manovra dal V-n diagram
- Energy height e specific excess power sono una misura di “sustained performance”

Energy Height

Energy Height è misura dell'energia meccanica totale posseduta (potenziale + cinetica) da un velivolo.

$$E = mgh + \frac{1}{2}mV^2$$

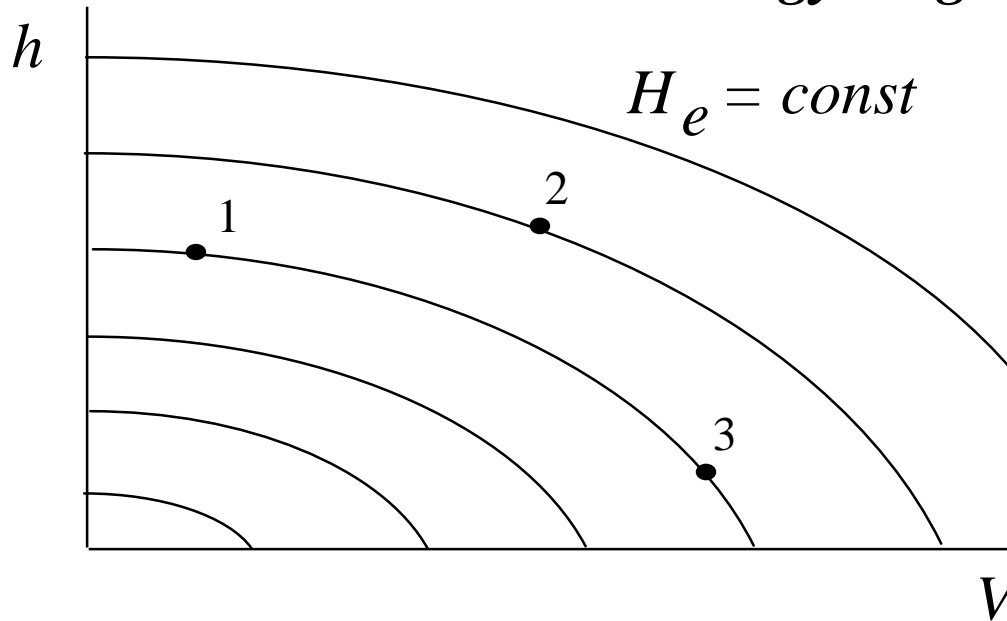
Per confrontare velivoli possiamo normalizzare rispetto al peso(mg).

$$H_e = h + \frac{V^2}{2g}$$

Energy Height

Energy Height

Plot di curve a costante energy height.



E' quello che ogni pilota sa: si può trasformare velocità in quota e viceversa e più si ha di entrambe le cose meglio è !

Specific Excess Power

Un pilota vuole iniziare un combattimento con quanta maggiore energia possibile.

Il velivolo che riesce a cambiare la propria “Energy height” più rapidamente avrà un significativo vantaggio:

Guardiamo la derivata rispetto al tempo di H_e :

$$\frac{dH_e}{dt} = \frac{dh}{dt} + \frac{V}{g} \frac{dV}{dt}$$

Questa è una misura della capacità del velivolo di salire e/o accelerare.

Specific Excess Power

$$\begin{aligned}\frac{dH_e}{dt} &\equiv P_s = \frac{dh}{dt} + \frac{V}{g} \frac{dV}{dt} \\ &= \frac{(T - D)V}{W} \\ &\approx \frac{(T_A - T_R)V}{W} \\ &\approx \frac{P_A - P_R}{W}\end{aligned}$$

*Specific
Excess
Power,
 P_s*

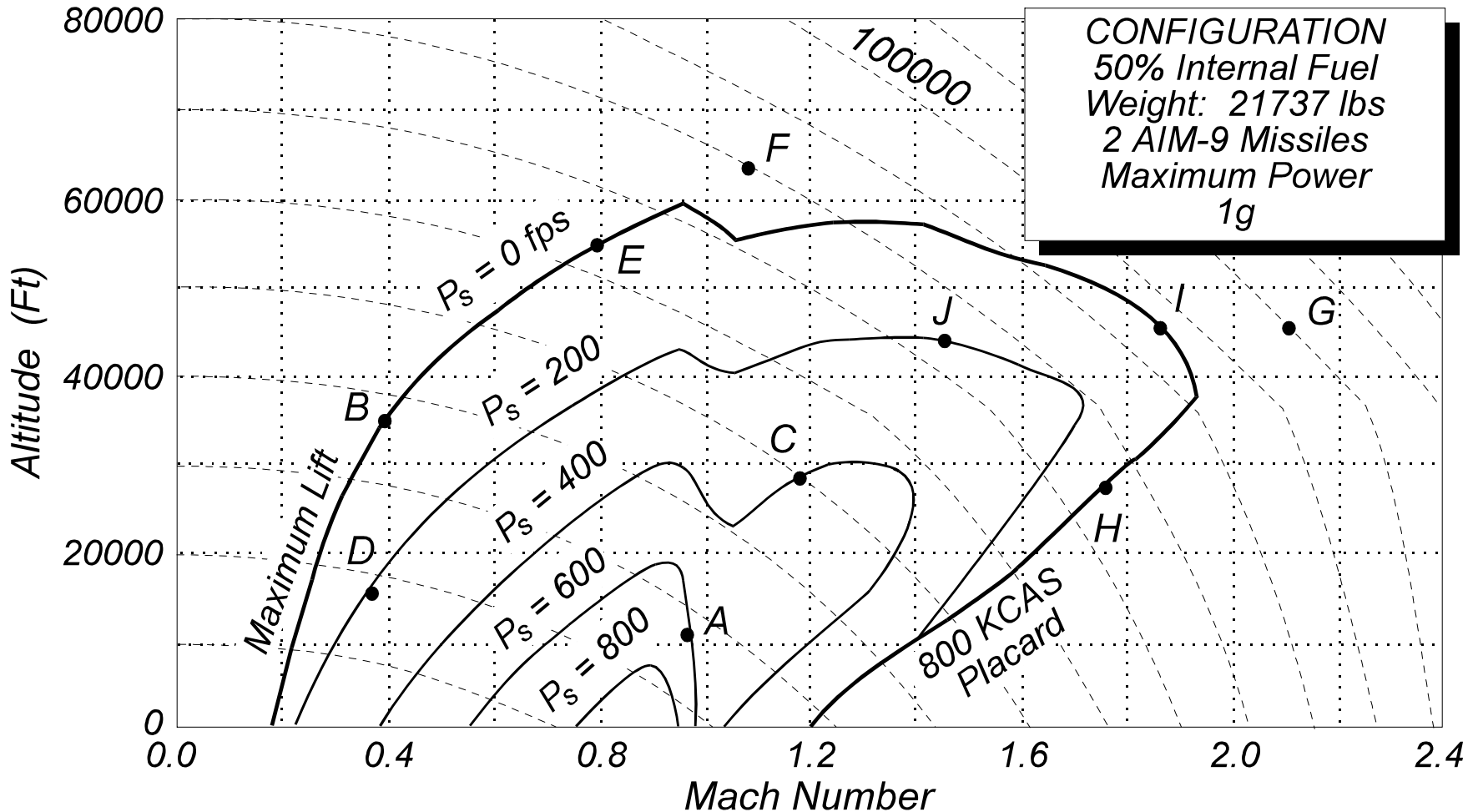
Specific Excess Power

- Se P_s è *positiva*, il velivolo può:
 - *Salire*
 - *Accelerare*
 - *O entrambe le cose*
- If P_s is *negative*, il velivolo può:
 - *Scendere (perdere quota)*
 - *Decelerare*
 - *O entrambe le cose*
- Se $P_s = 0$, il velivolo si stabilizza in volo diritto e livellato, non accelerato.
- Noi plottiamo P_s al di sopra di un plot di He (visto prima) (energy height plot).

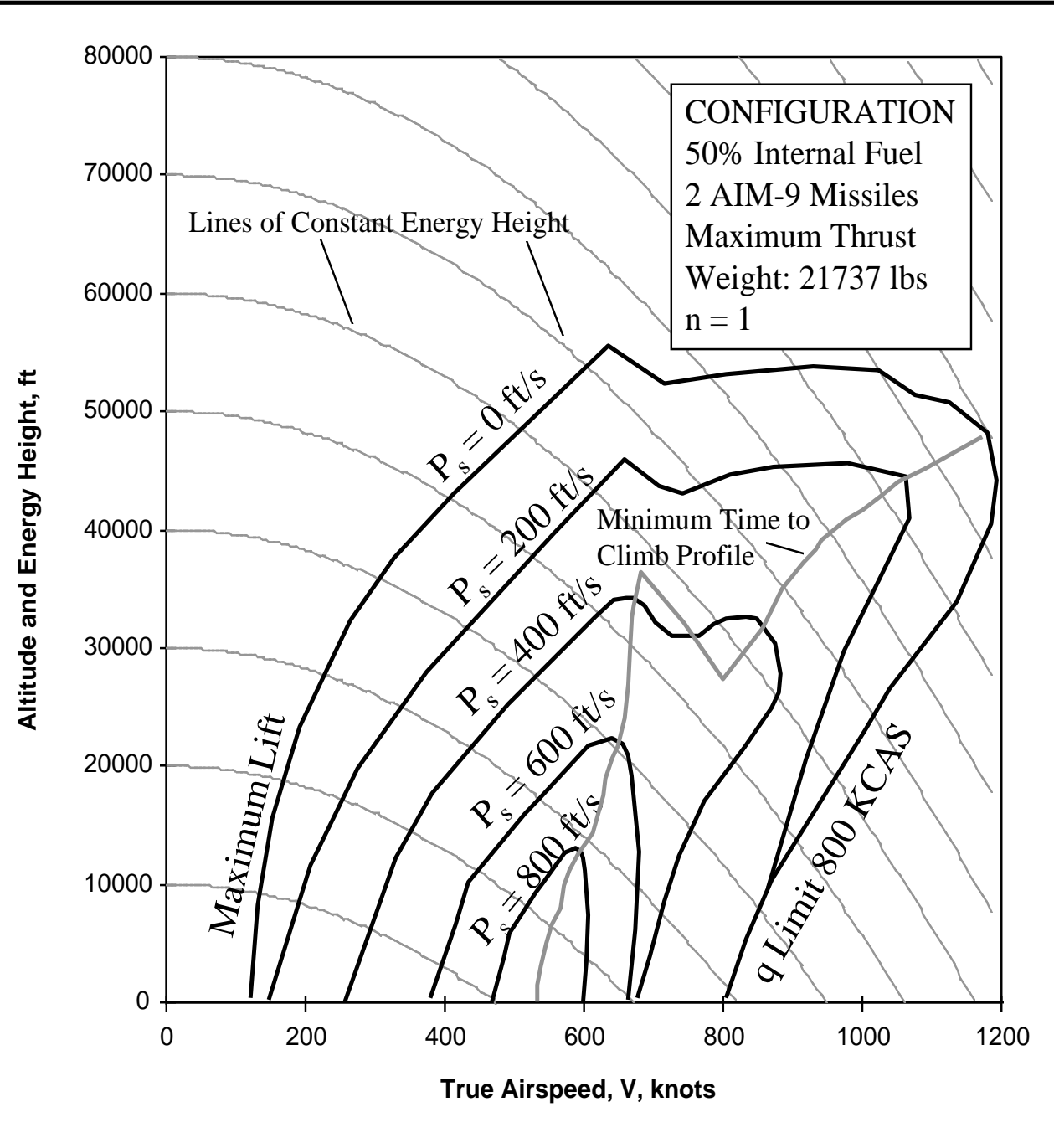
P_s Charts

F-16C

SPECIFIC EXCESS POWER



P_s Charts



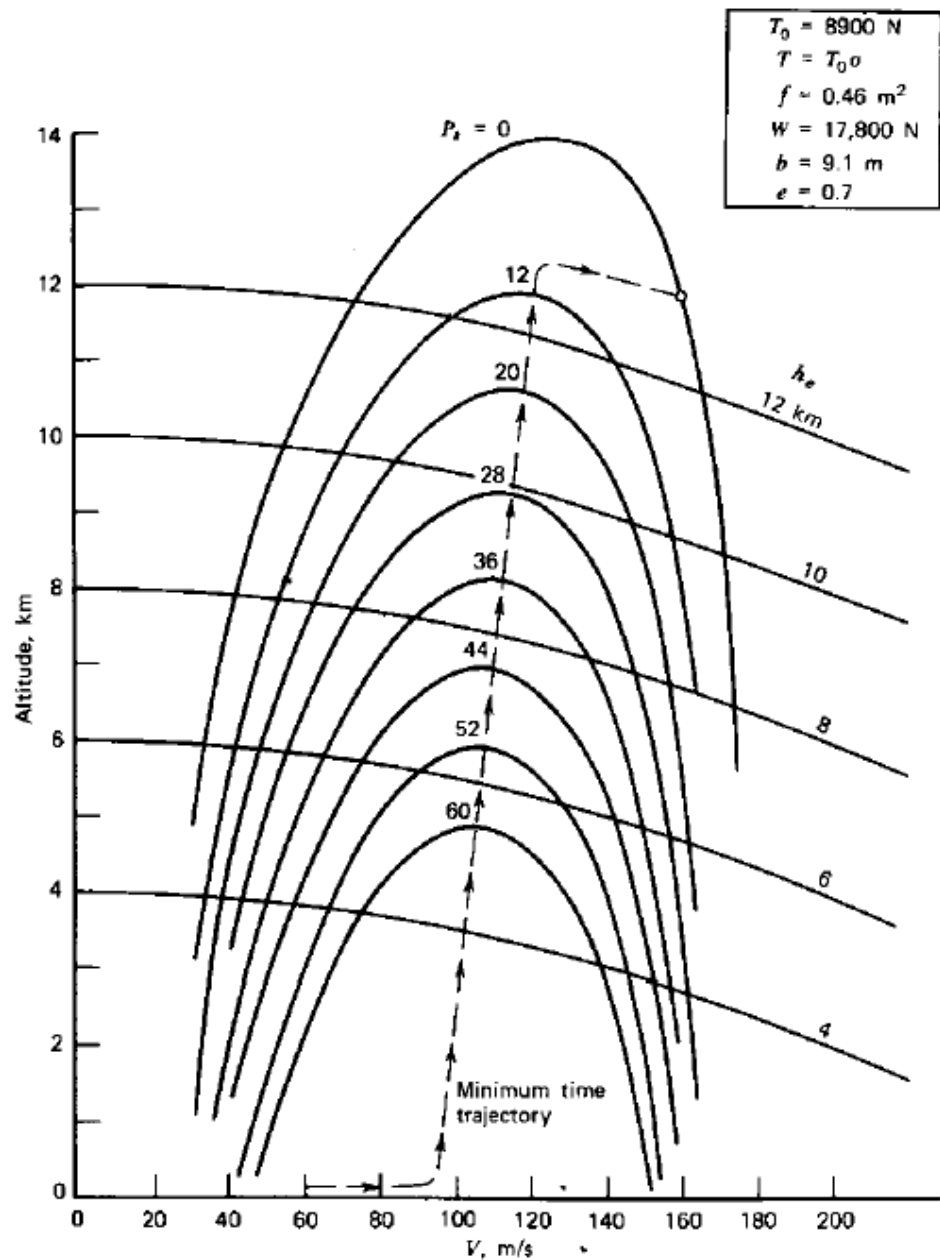


Figure 7.31 Excess specific power and specific energy for a hypothetical subsonic airplane.

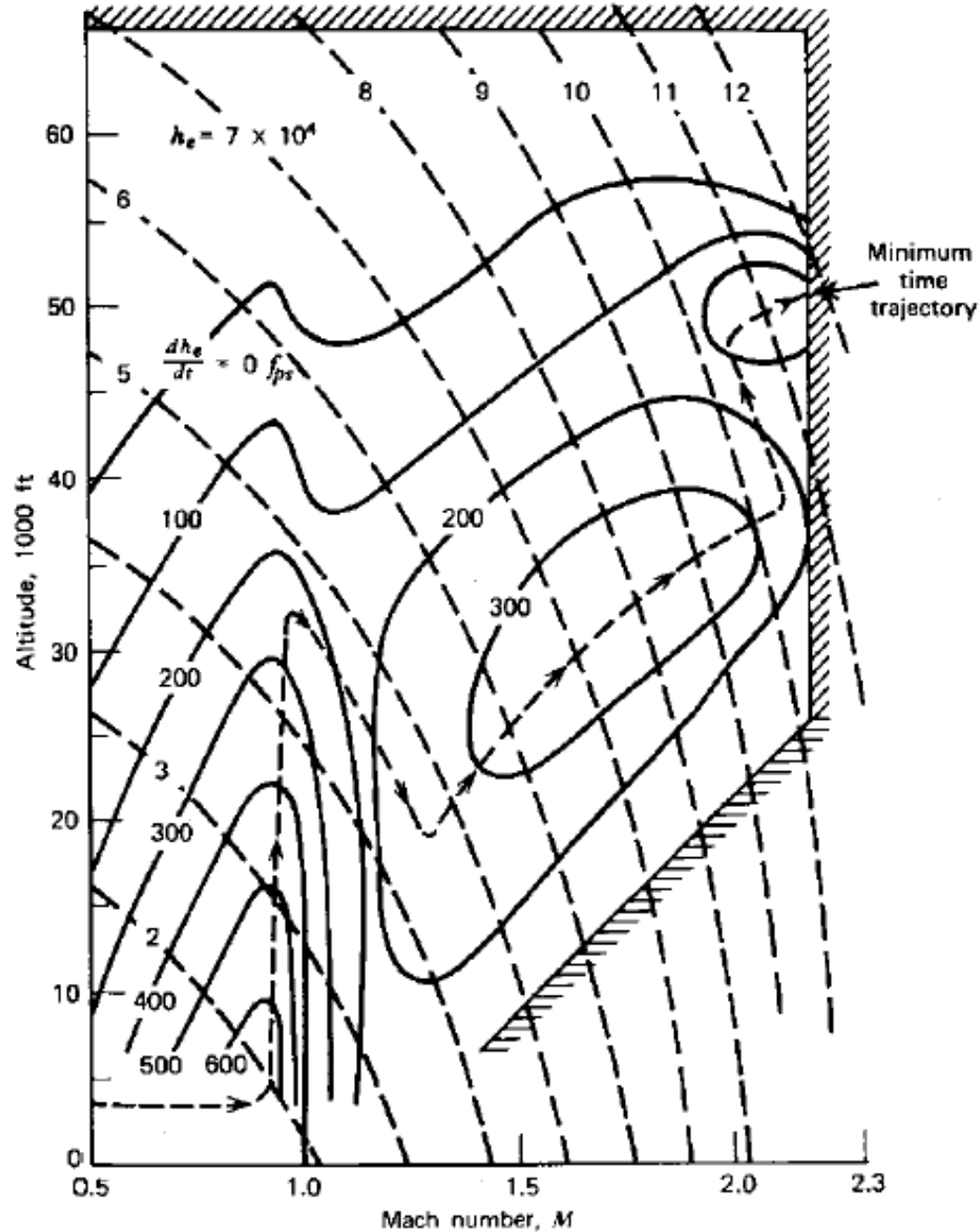


Figure 7.32 Excess specific power and specific energy for the F-104 at maximum power and a weight of 18,000 lb (80,064 N). (L. M. Nicolai, *Fundamentals*

P_s Charts

Un P_s chart è valido per:

- 1 Peso (ad es. 21737 lbs)
 - Se incremento il peso $P_s=0$ contour “shrinks”
- 1 configurazione (ad es. 2 AIM-9 missiles)
 - “Dirty” configuration shrinks plot
- 1 Throttle setting (Maximum power)
 - Lower throttle setting shrinks plot
- 1 Load factor (1 g)
 - Increased “g” shrinks plot

P_s Charts

Che informazioni posso ricavare da un P_s chart?

- Absolute ceilings (subsonic and supersonic)
- Maximum speed
- Maximum “zoom” altitude
- “Reachability” (sinistra di max He)
- Sustainability (On or inside $P_s=0$)

Applicazione: Minimum Time to Climb

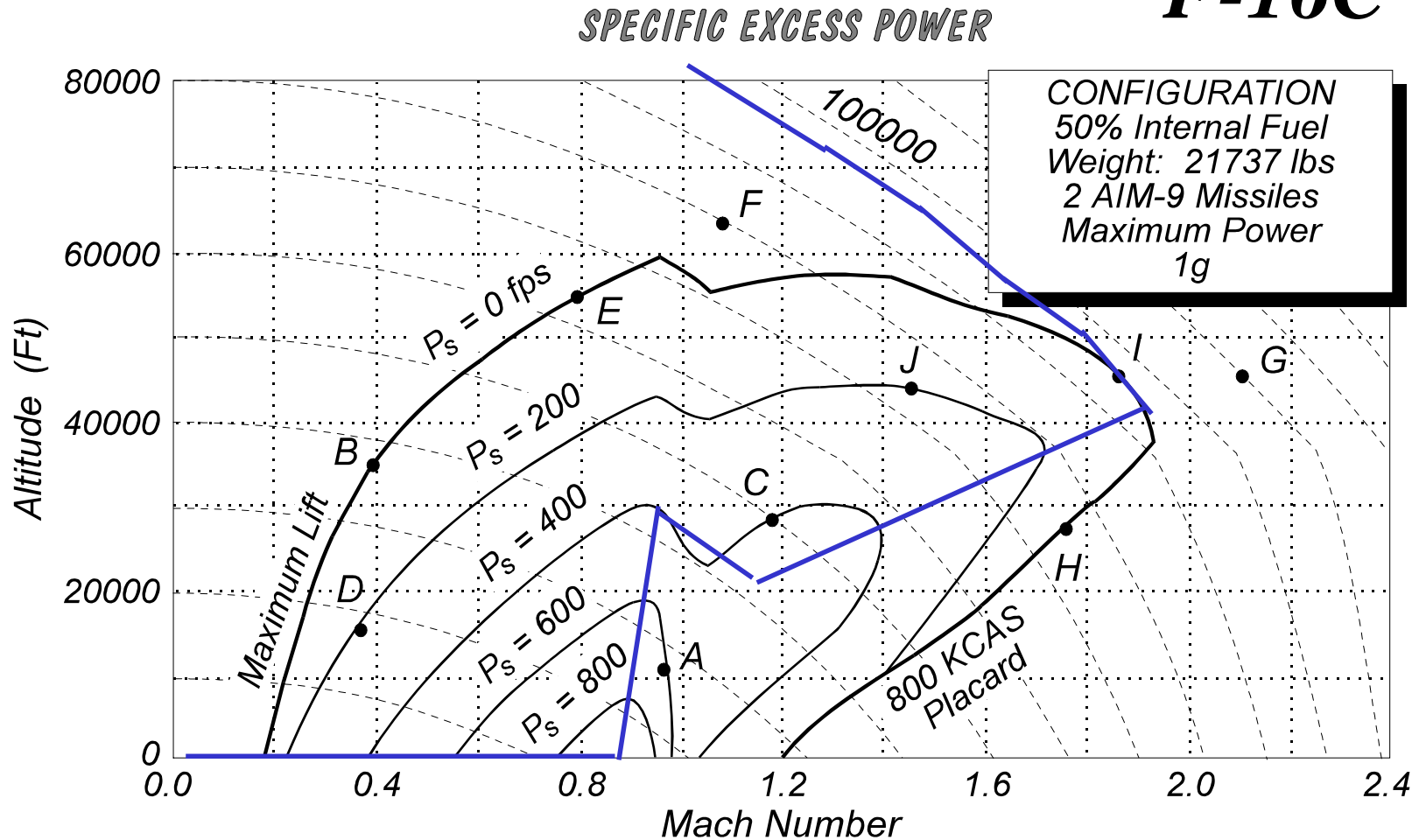
Recall:

$$P_s = \frac{dH_e}{dt} = \frac{dh}{dt} + \frac{V}{g} \frac{dV}{dt}$$

Per ottenere il minimo tempo di salita bisogna massimizzare il climb rate (dH_e/dt). Quindi bisogna attraversare ogni energy height curve (curva a costante H_e) alla massima possibile specific excess power P_s .

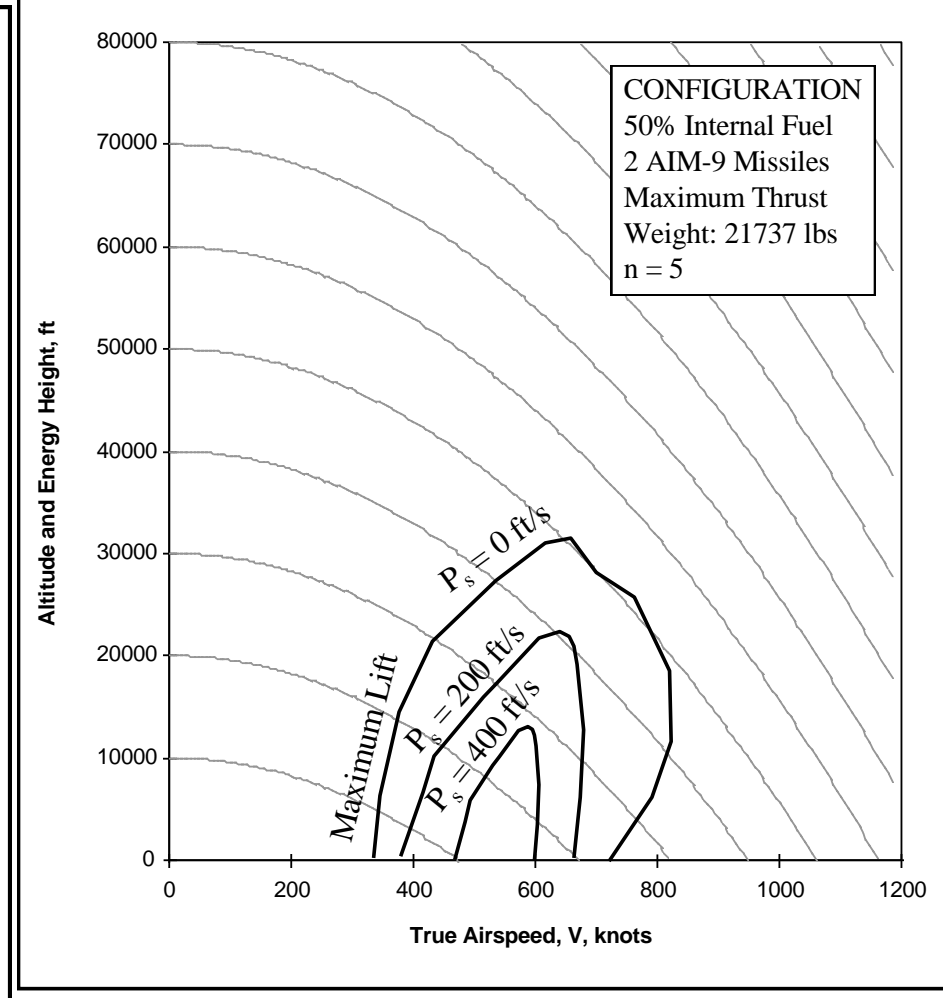
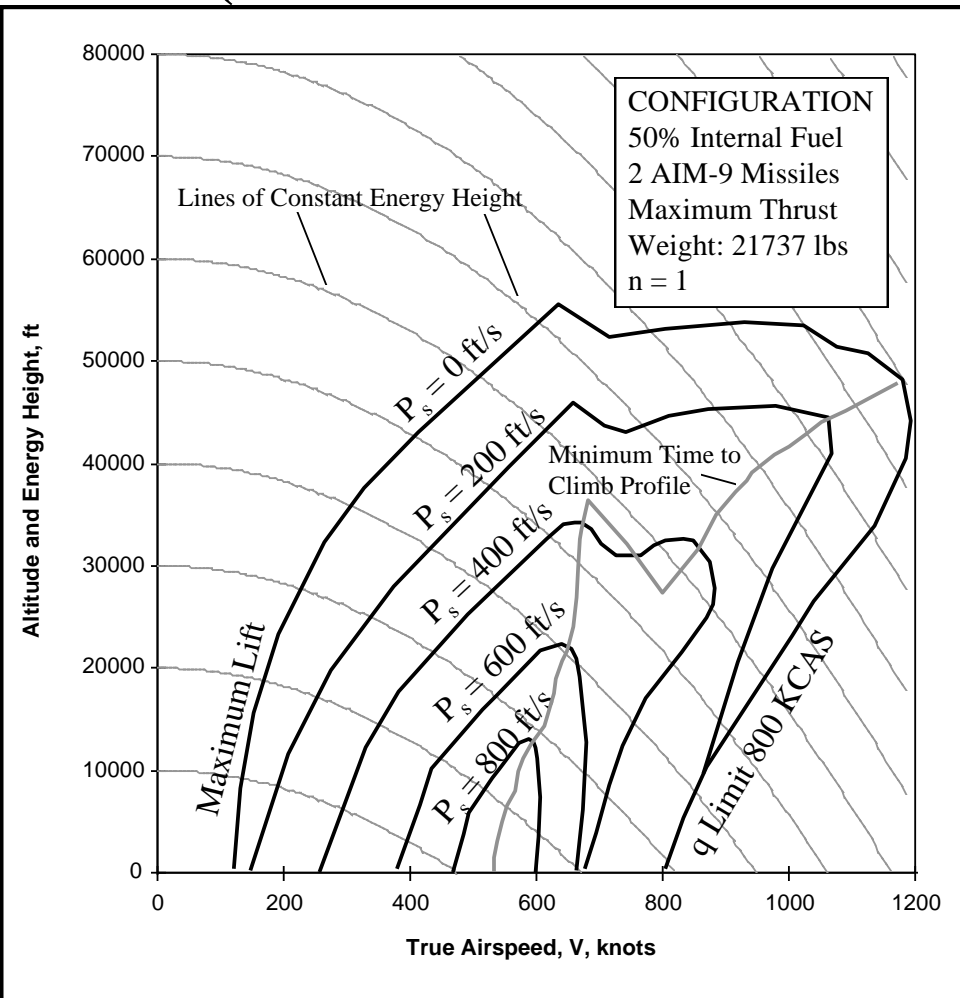
Applicazione: Minimum Time to Climb

F-16C



Applicazione: Maneuvering Ps

(Come cambia il Ps plot in caso di $n=5$)



Applicazione: Confronto fra velivoli

- Overlay(Sovrapporre) P_s charts per 2 velivoli
- Determinare chi ha un vantaggio
- Dove può volare e come ad esempio un velivolo vuole combattere.
- Tanti altri fattori da considerare

