Università degli Studi di Napoli Federico II
Accademia Aeronautica

Laurea in
Gestione dei Sistemi Aerospaziali per la Difesa
(GESAD)

Corso di
MECCANICA DEL VOLO

Prestazioni di Autonomia

(di distanza ed oraria)

Prof. A. De Marco

AUTONOMIE

Quando Charles Lindberg effettuò il suo spettacolare volo trans-atlantico nel 1927, non era particolarmente attento agli aspetti di velocità massima, di rateo di salita o di tempo di salita. La cosa più importante era, per quel volo, la massima distanza che avrebbe potuto percorrere con il carico di combustibile a disposizione del suo "Spirit of St. Louis". Quindi l'autonomia di distanza fu la specifica più importante nel progetto e nella costruzione di quel celebre aeroplano. L'autonomia di distanza è stata per tutti i velivoli progettati fino ad oggi un requisito fondamentale di progetto, in particolar modo per quelli destinati al trans-oceanico o trans-continentale che oggi trasportano milioni di passeggeri da un continente all'altro.
Si è oggi arrivati ad autonomie che consentono a particolari aeroplani civili di percorrere distanze pari a 8000-9000 nm (miglia nautiche), pari a circa 15500 Km.

AUTONOMIE

L'*autonomia di distanza* (*range*, in inglese) di un velivolo si definisce come la distanza totale, misurata al suolo, percorsa con il combustibile a disposizione. Un'altra grandezza legata al consumo di carburante è invece l'*autonomia di durata* (*endurance*, in inglese), definita come il tempo totale per il quale un velivolo è capace di volare con una data quantità di combustibile. A seconda dell'impiego tipico di un velivolo è importante avere un'autonomia di distanza oppure un'autonomia di durata massima possibile.

Nell'analisi di questo capitolo verranno studiate le condizioni di volo che, per velivolo propulso ad elica e per velivolo propulso a getto, garantiscono al velivolo la massima autonomia di distanza o la massima autonomia oraria.

Si arriverà quindi a definire delle formule utilizzabili per calcolare l'autonomia (la distanza percorribile o il tempo di volo) relativa ad un dato velivolo, con data aerodinamica e date caratteristiche propulsive e assegnata quantità di carburante, in date condizioni di volo.

Al fine di ricavare tali relazioni bisogna innanzitutto richiamare il concetto di consumo specifico di carburante nel caso di motore di velivolo ad elica (che produce una potenza all'albero) e nel caso di motore turbogetto/turbofan (che produce spinta).

AUTONOMIE

Come già detto, per alcuni velivoli è particolarmente rilevante stimare l'autonomia di distanza (*Range)*, o la massima autonomia di distanza, mentre per altri (con altro tipo di impiego) è importante la massima autonomia oraria (*endurance*).

I velivoli da trasporto (passeggeri e merci) intercontinentali di oggi sono progettati considerando l'autonomia di distanza come una delle fondamentali prestazione di volo, ad esempio moderni velivoli come il B777-300 ER (*Extended Range*) o il nuovo Airbus A380-800.

B777-300 ER
7,930 nm (14,685 km)
Los Angeles - Sydney
New York - Hong Kong
Paris - Los Angeles
(Approx. 15 hours)

Altri velivoli, come ad esempio gli UAV (velivoli Unmanned) non hanno bisogno di percorrere particolari lunghe distanze, ma hanno invece bisogno di stare in volo per molto tempo.

A380-800

A380-800
8,500 nm (15,700 km)

Peso Massimo al decollo W_{TO} = 560 tonn.
Peso massimo combustibile W_f = 210 tonn.

UAV - Predator
Endurance 27-32 hr

UAV – Global Hawk
Endurance 36 hr
Max altitude 20000 m

NASA Helios (Alt. 97,000 ft)
Endurance 38 hr.

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Consumo specifico di combustibile (*specific fuel consumption)* per velivolo propulso ad elica:

$$SFC = \frac{(kg)\, di\, combust.}{(hp)\cdot(h)} \qquad SFC = \frac{(lb)\, di\, combust.}{(hp)\cdot(h)}$$

dove *kg* (il peso di carburante), *hp (*i cavalli di potenza all'albero), ed *h (*ore di funzionamento), sono unità di misura del sistema "tecnico". Generalmente viene però usata a numeratore l'unità di misura del peso anglosassone (libbre o pound, *lb*). Tali unità vengono solitamente usate per definire il consumo specifico.

Se lo volessimo esprimere in unità consistenti, cioè dimensionalmente corrette e rispondenti al sistema internazionale avrei un consumo espresso in Newton di carburante consumati per Watt di potenza prodotta all'albero e per ogni secondo di funzionamento.[N]/[W][s] che indicherò con c:

$$c = \frac{(N)}{(W)\cdot(s)} \qquad c = \frac{[N]}{[\,N\cdot\frac{m}{s}\,]\cdot[\,s\,]} \quad => \quad \frac{1}{[m]}$$

Il consumo specifico *c* ha le dimensioni dell'inverso di lunghezza

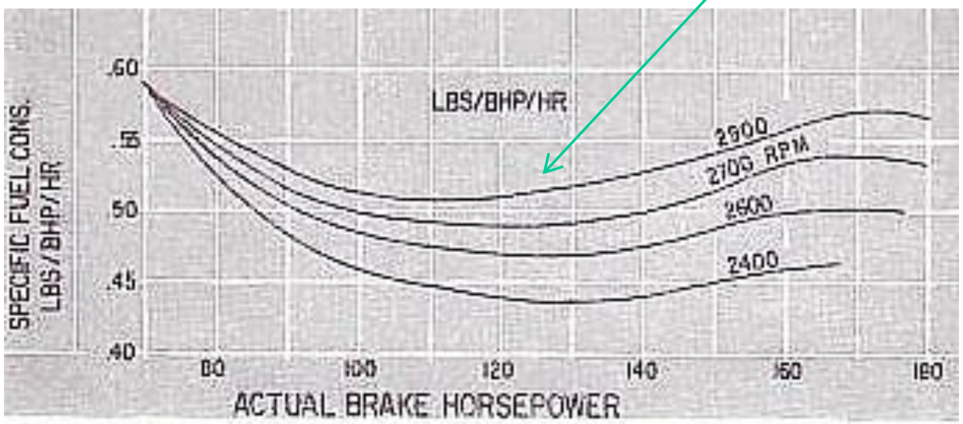
E' da chiarire che **il consumo specifico è una caratteristica del motore** (impianto propulsivo) e non riguarda il velivolo. E' bene quindi ricordare che a denominatore compare la potenza erogata all'albero dal motore, senza nemmeno includere le caratteristiche dell'elica.

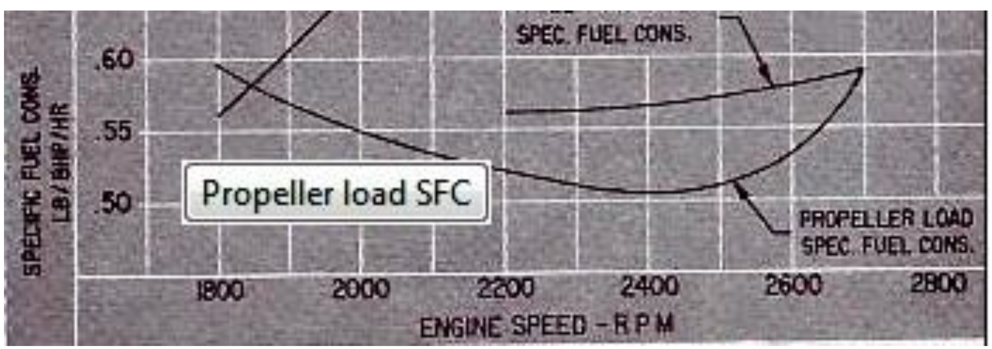
AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Si può capire dagli esempi sotto che il consumo specifico non è molto variabile con il regime di potenza per un motore motoelica (alternativo aspirato) o turboelica.

$$c = \frac{dW_f}{(\Pi_a)\cdot(dt)}$$

Notare che il consumo specifico è leggermente minore ai regimi di crociera (75-80% della potenza massima)





Il consumo specifico è una caratteristica di un dato motore. Il consumo specifico varia leggermente con il regime di potenza e con il numero di giri (vedi a lato).

Notare però che le variazioni, a regimi di potenza usualmente usati per volare, possono essere di circa il 10%.

Noi lo assumeremo costante.

Valori tipici :

	SFC
Motori alternativi aspirati 80-120 hp	0.45
Motori Diesel	0.37-0.40
Motori Turboprop	0.45-0.60

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Qualitativa

Si consideri inizialmente l'autonomia di durata. Intuitivamente è naturale pensare che per rimanere in volo per un periodo più lungo possibile è necessario utilizzare la quantità minima possibile di combustibile per unità di tempo (il numero minimo di kg di combustibile per ora). In termini dimensionali questa quantità è proporzionale alla potenza all'albero richiesta ed al consumo specifico. Chiaramente la potenza richiesta al motore all'albero sarà naturalmente legata ed uguale alla potenza richiesta al volo.

$$\frac{(kg)\, di\, combust.}{(h)} \propto (SFC) \cdot (hp_{no})$$

La massima autonomia di durata per un velivolo ad elica si ottiene con un volo in condizioni di minima potenza richiesta (necessaria) al volo (livellato).

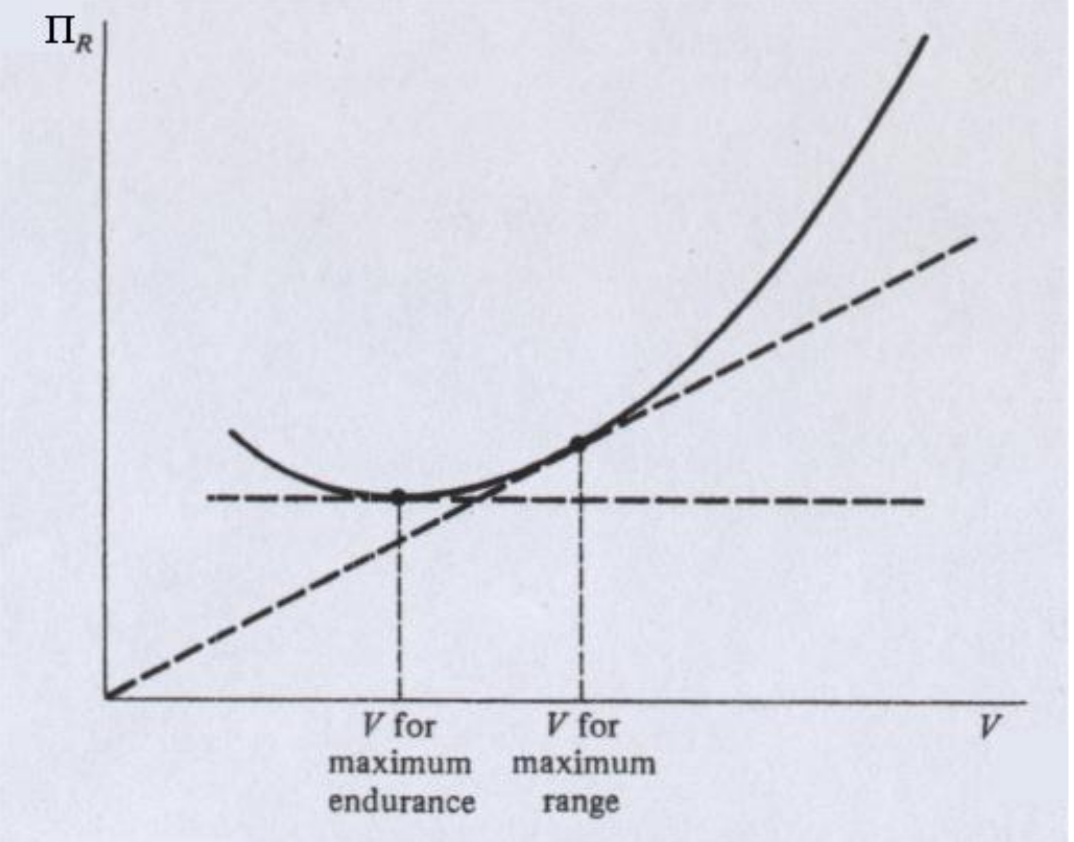
AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Qualitativa

La massima autonomia di durata di un velivolo ad elica si ottiene con un volo ad una velocità tale che il rapporto

$$C_L^{3/2} / C_D$$

sia massimo



Points of maximum range and endurance on the power-required curve for a propeller-driven airplane.

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Qualitativa

Adesso si consideri l'autonomia di distanza. Per coprire la massima distanza si deve avere la minor quantità possibile di kg di combustibile usato per unità di distanza percorsa, cioè per km. In termini dimensionali si può scrivere la relazione di proporzionalità:

$$\frac{(kg)\, di\, combust.}{(km)} \propto \frac{(SFC)\cdot(hp_{no})}{V}$$

dove compare la velocità di volo V in *km/h*. Quindi il minimo consumo *chilometrico* di combustibile, *kg* per *km*, si ottiene in condizioni di minimo di hp_{no}/V. Ma dividendo la potenza per la V si ottiene la resistenza D=W/E.

La massima autonomia di distanza di un velivolo ad elica si ottiene con un volo ad una velocità di minima resistenza (o massima efficienza) o comunque tale che il rapporto C_L / C_D ***sia massimo.***

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa

consumo specifico   Unità di misura *consistenti*

$$\frac{(kg)\, di\, combust.}{(kg \cdot m/s)\cdot s} \quad oppure \quad \frac{(N)\, di\, combust.}{(J/s)\cdot s} \qquad c = \frac{[N]_{fuel}}{[Watt]_{\Pi a} \cdot \sec_{funz}}$$

$$c \cdot \Pi_a \cdot dt = \frac{(N)\, di\, combust.}{(N \cdot m/s)\cdot s} \cdot N \cdot m/s \cdot s = (N)\, di\, combust.\, consumati$$

$$c = \frac{-dW_f}{\Pi_a \cdot dt} \qquad c \cdot \Pi_a \cdot dt = -dW_f$$

Quantità di combustibile consumata (variazione di peso carburante negativa).

Ed ovviamente :

$$c \cdot \Pi_a \cdot dt = -dW_f = -dW$$

In quanto la quantità di combustibile consumata è pari proprio alla variazione di peso del velivolo (anch’essa negativa).

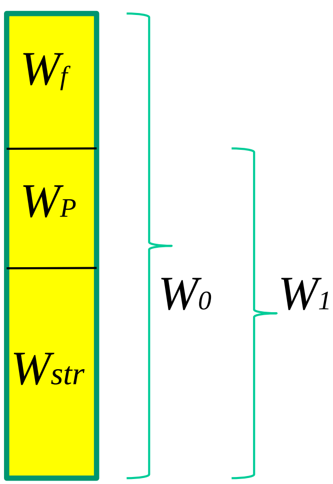
AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa

Il peso totale W del velivolo è la somma del peso strutturale e del carico pagante, contributi questi invarianti nel tempo, e del peso del combustibile, contributo variabile durante la missione di volo.

Variazione di W => variazione di combustibile. Si indichi con W_0 il *gross weight*, cioè il peso del velivolo con pieno di combustibile (*Fuel*) e carico pagante (*Payload*) a bordo, con W_F il peso del combustibile e con W_1 il peso dell'aeroplano (con carico pagante a bordo) senza combustibile, cioè alla fine della missione con carburante esaurito.

$$W_1 = W_0 - W_f$$



Da queste definizioni si ha (in termini istantanei e differenziali) :

$$dW_f = dW = -c \cdot \Pi_a \cdot dt$$

$$dt = -\frac{dW}{c\,\Pi_a}$$

$$-\frac{dW}{dt} = c \cdot \Pi_a$$

Consumo di carburante nell'unità di tempo

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa

$$\int_0^{En} dt = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c \cdot \Pi_a}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c \cdot \Pi_a}$$

Autonomia di durata in [sec]

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa

Per ottenere un’analoga espressione dell’autonomia di distanza si può moltiplicare l’eq. precedente per la velocità *V*, infatti :

$$ds = V \cdot dt = -\frac{V \cdot dW}{c \cdot \Pi_a}$$

$\mathrm{d}s = V\mathrm{d}t$ Incremento di percorso coperto nel tempo infinitesimo dt a velocità V

E quindi il Range (distanza percorribile) *R* sarà:

$$R = \int_0^R ds = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c \cdot \Pi_a}$$

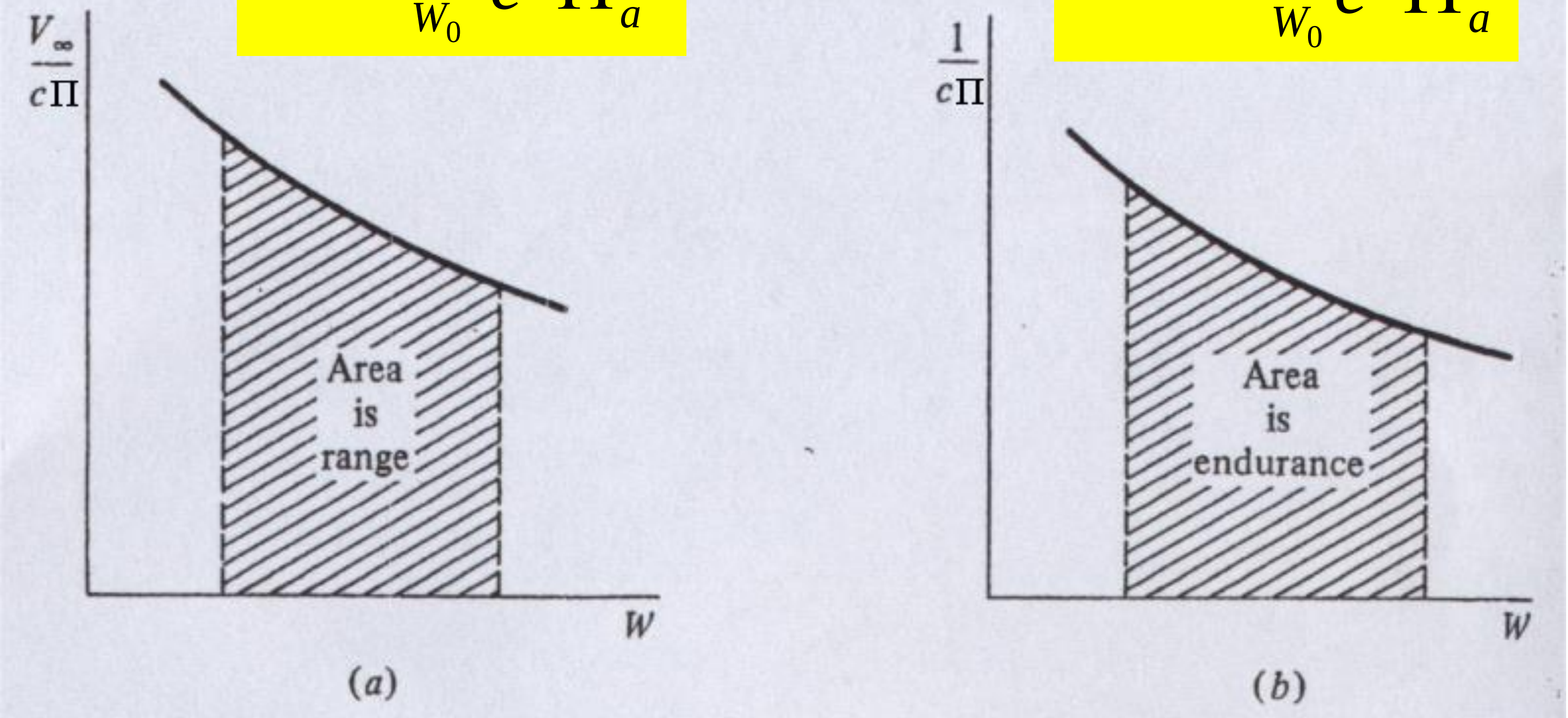
$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c \cdot \Pi_a}$$

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c \cdot \Pi_a}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c \cdot \Pi_a}$$



Determination of range and endurance.

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

$$\Pi_a = \frac{\Pi_d}{\eta_P} = \frac{T_d \cdot V}{\eta_P} = \frac{D \cdot V}{\eta_P}$$

La Potenza all'albero è legata alla potenza disponibile, che, in volo livellato uniforme, deve eguagliare la potenza necessaria al volo.
Ricordiamo anche che in volo livellato uniforme L=W , oltre che T=D.

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c \cdot \Pi_a} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot \eta_P \cdot dW}{c \cdot D \cdot V} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P \cdot dW}{c \cdot D}$$

Ma in volo livellato L=W e come noto : $D = \frac{W}{E} = W \frac{C_D}{C_L}$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P \cdot dW}{c \cdot D} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P}{c} \cdot E \cdot \frac{dW}{W} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W}$$

IPOTESI VOLO LIVELLATO ed UNIFORME

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W}$$

Facendo delle ipotesi sulla costanza durante il volo di alcune variabili si può ottenere la formula che esprime l'autonomia di distanza di velivoli propulsi ad elica. Le formule (anche più in generale quelle dell'autonomia di durata) vengono chiamate formule di Breguet dal pilota e progettista aeronautico Louis Charles Breguet (1880-1955). http://en.wikipedia.org/wiki/Louis_Charles_Breguet

Ipotizzando che il rendimento dell'elica sia costante (per l'elica a passo variabile è oltre tutto abbastanza indipendente da V) e che il consumo specifico sia costante, nella ipotesi di volo ad assetto costante si ha:

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \int_{W_1}^{W_0} \frac{dW}{W}$$

$$\boxed{R = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}}$$

formula di Breguet per l'autonomia di distanza vel. ad elica

$$\boxed{(F.A.)_{prop} = \frac{\eta_P}{c} \cdot E}$$

FATTORE DI AUTONOMIA VEL ELICA

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1} \qquad R = \frac{\eta_P}{c} \cdot E \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

Quindi l'autonomia di distanza (nella ipotesi di volo ad assetto costante) dipende dal fattore di autonomia per velivoli ad elica e dalla quantità di carburante (rapportata al peso del velivolo). Dalla formula si può notare che l'autonomia si massimizza se:

- Efficienza dell'elica massima possibile
- consumo specifico del motore più basso possibile
- rapporto W_0/W_1 massimo possibile (grande quantità carburante)
- massima efficienza aerodinamica

Questo ultimo aspetto conferma quanto ottenuto preliminarmente in via qualitativa.

Per avere una massima autonomia di distanza (*Range*) per un velivolo propulso ad elica si deve volare alla massima efficienza aerodinamica, cioè all'assetto del punto E (minima resistenza). E' chiaro quindi che in fase di progetto, se voglio ottenere elevate autonomie di distanza devo ottimizzare l'efficienza aerodinamica (in particolare quella massima).

Si deve notare che **l'autonomia** (nella ipotesi di c e rendim elica costanti) **NON DIPENDE dalla quota (QUESTO VALE SOLO PER I VELIVOLI AD ELICA) !**

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot E \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$(F.A.)_{prop} = \frac{\eta_P}{c} \cdot E$$

Si può vedere che il fattore di autonomia contiene 3 rendimenti:

- Il rendimento dell'elica
- il rendimento termico e meccanico del motore (rappresentato dal consumo specifico)
- il rendimento aerodinamico del velivolo (la sua efficienza).

Riformulando il rapporto tra i pesi, con l'introduzione della **frazione di carburante**:

$$con\ \zeta = \left(\frac{W_f}{W_0}\right) = \left(\frac{W_0 - W_1}{W_0}\right)$$

$$\frac{W_0}{W_1} = \frac{W_0}{W_0 - W_f} = \frac{1}{1-\zeta}$$

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot E \cdot \ln\left(\frac{1}{1-\zeta}\right)$$

L'autonomia non dipende proprio dal solo peso del carburante, ma dipende dalla frazione di carburante (cioè il peso del carburante rapportato al peso massimo al decollo del velivolo). In altri termini due velivoli che hanno pesi molto diversi, ma stessa frazione di combustibile(e stesse caratteristiche di consumo, aerodinamica ed elica) avranno stessa autonomia.

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

$$R_{MAX} = \frac{\eta_P}{c} \cdot E_{MAX} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$(F.A.)_{prop} = \frac{\eta_P}{c} \cdot E$$

$$R_{MAX} = \frac{\eta_P}{c} \cdot E_{MAX} \cdot \ln\left(\frac{1}{1-\zeta} \right) \quad con\ \zeta = \left(\frac{W_f}{W_0} \right)$$

E' chiaro quindi che si può ricavare l'espressione della massima autonomia di distanza per un velivolo propulso ad elica. Si risegnala la indipendenza dalla quota. In effetti, all'aumentare della quota non è detto che il consumo specifico si mantenga invariato (spesso il consumo del motore è ottimizzato proprio in quota) e non è detto che il rendimento sia invariato.

Ma nelle ipotesi fatte non c'è dipendenza dalla quota.

Per avere autonomia massima (quindi minimo consumo chilometrico) il velivolo dovrà volare all'assetto di massima efficienza (cioè alla V del punto E). Ovviamente la V (in quanto TAS) varia invece con la quota. In definitiva viaggiando in quota (ad esempio a 20,000 ft) un velivolo ad elica potrà andare leggermente più veloce.

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot E \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

E' bene chiarire che l'equazione trovata, nella ipotesi di volo ad assetto costante (l'efficienza $E=C_L/C_D$ è stata portata fuori dall'integrale) presuppone la variazione di quota o della velocità (con quota costante) perché variando il peso , dalla equazione emerge che, in caso di coefficiente di portanza costante, dovrà variare V o la quota:

$$W = L = \frac{1}{2} \cdot \rho(z) \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L$$

Nel caso di volo ad assetto (con efficienza E) e quota costante, la velocità varierà e si avrà :

$$V_{in} = \sqrt{\frac{2}{\rho(z)} \frac{W_0}{S} \frac{1}{C_L}}$$

Inizio crociera(peso = W_0)

$$V_{fin} = \sqrt{\frac{2}{\rho(z)} \frac{(W_0 - W_f)}{S} \frac{1}{C_L}}$$

Fine crociera(peso = W_1) , velocità minore

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot E \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$W = L = \frac{1}{2} \cdot \rho(z) \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L$$

Se si volesse invece tenere la **velocità costante (oltre che l'assetto)**, si dovrebbe tenere una quota variabile (a salire), quindi una crociera in salita con quota che aumenta (e densità che si riduce) mano a mano che consumo carburante:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho(z_{in})} \frac{W_0}{S} \frac{1}{C_L}}$$

$$\rho(z_{in}) = \frac{2}{V^2} \frac{W_0}{S} \frac{1}{C_L}$$

Quota ad inizio crociera(peso = W_0)

$$\rho(z_{fin}) = \frac{2}{V^2} \frac{(W_0 - W_f)}{S} \frac{1}{C_L}$$

Fine crociera(peso = W_1) , densità minore
E quindi QUOTA MAGGIORE

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \int_{W_1}^{W_0} \frac{dW}{W} \qquad W = L = \frac{1}{2} \cdot \rho(z) \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L$$

Nel caso più generale, si potrebbe, esprimendo il C_L in funzione del peso, anche ricavare l'equazione del Range nel caso di volo a velocità (TAS) e quota costante ed assetto invece variabile:

$$C_L = \frac{2}{\rho(z)} \frac{W}{S} \frac{1}{V^2} \qquad C_D = C_{D0} + K \cdot C_L^{\ 2}$$

$$C_L = C_L(W) \qquad C_D = C_D(W)$$

E si dovrebbe procedere con l'integrale :

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot k_1 \int_{W_1}^{W_0} \frac{W}{(C_{Do} + k_2 \cdot W^2)} \frac{dW}{W} = \frac{\eta_P}{c} \cdot k_1 \int_{W_1}^{W_0} \frac{dW}{(C_{Do} + k_2 \cdot W^2)}$$

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

Formula di Breguet per l'autonomia di durata (*Endurance*)

$$En = \int_{W_0}^{W_1} dt = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c \cdot \Pi_a} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P \cdot dW}{c \cdot (D \cdot V)} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{E}{V} \cdot \frac{dW}{W}$$

E' chiaro quindi che si può ricavare l'espressione della massima autonomia di distanza per un velivolo propulso ad elica, dato che :

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_L}}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \frac{\sqrt{C_L}}{\sqrt{2}} \sqrt{\rho\, S} \frac{dW}{W^{3/2}}$$

<u>Nella ipotesi di volo ad assetto e quota costante (velocità variabile) :</u>

$$En = -\frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{\rho\, S} \cdot \int_{W0}^{W_1} \frac{dW}{W^{3/2}} = 2\frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{\frac{\rho\, S}{2}} \left(W^{-1/2} \Big|_{W_0}^{W_1} \right)$$

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

Breguet - Elica   formula di Breguet per l'autonomia di durata

$$En = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2\ \rho\ S} \cdot \left(W_1^{-1/2} - W_0^{-1/2} \right)$$

$$En = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2\ \rho\ S} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}} \right)$$

La massima autonomia di durata (Endurance) per un velivolo propulso ad elica quindi:

- E' massima se si minimizza "c" e massimizza il rendimento dell'elica
- In corrispondenza dell'assetto di minima potenza , cioè max $\left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D} \right)$
- Dipende dalla quota ed è massima a quota 0 (S/L)
- Cresce con la superficie alare
- Ovviamente dipende dalla quantità di carburante (e cresce con essa).

Le cose principali sono : **Massima Endurance volando nel punto P**

Effetto della quota (massima a quota 0)

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

E’ da chiarire che se non ipotizzo assetto e quota costante, ma ad esempio assetto e velocità costanti (**e quindi quota variabile**) avrei :

$$En = \int_{W_0}^{W_1} dt = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c \cdot \Pi_a} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P \cdot dW}{c \cdot (D \cdot V)} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{E}{V} \cdot \frac{dW}{W}$$

$$En = -\frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{E}{V} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W} = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{E}{V} ln \frac{W_0}{W_1}$$

E la massima Endurance sarebbe:

$$En_{MAX} = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_{L_P}}{C_{D_P}} \frac{1}{V_P} \cdot ln \frac{W_0}{W_1}$$

Formula nella ipotesi di volo a velocità ed assetto costanti (quota variabile)

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

Le formule di Breguet (sia Range che Endurance) trovate non risultano di facile uso, dato che è presente il consumo "c" in unità consistenti (unità sistema internazionale) e non il consumo SFC (tipicamente espresso in lb/(hp hr)) che è quello tipicamente caratterizzante un motore (di velivolo ad elica).

La conversione può essere effettuata poiché possiamo trasformare il consumo specifico "c", che è espresso in [N/(Watt sec)]=[1/m] in SFC [lb/(hp hr)] :

Sapendo che:

1 N = (1 Kgf /9.81) = (1/(9.81*0.454)) lb = (1/4.45) lb = => 1 lb=4.45 N

1 Watt = (1/1000) kW e 1kW=0.746 hp 1W=1 hp/(746) => 1 hp=746 W

1 sec = (1 hr/3600) = (1/3600) hr => 1 hr = 3600 sec

$$c = \frac{N}{W \cdot s} \quad ; \qquad \frac{1}{4.45}\,\frac{746}{1}\,\frac{3600}{1}\,\frac{4.45 \cdot N}{1} \cdot \frac{1}{746 \cdot W} \cdot \frac{1}{3600 \cdot s} =$$

$$c \cdot \left(\frac{746 \cdot 3600}{4.45} \right) = 1 \cdot \frac{lb}{hp \cdot hr} \quad => \quad 603500 \cdot c = SFC \quad => \quad c = \frac{SFC}{603500}$$

Il Range sarebbe quindi sempre espresso in [m].

Quindi la formula di Breguet per l'autonomia di distanza diventa (il consumo è a denominatore, quindi il coefficiente passa a numeratore) :

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

Breguet RANGE - Elica

$$R[\,m\,] = 603500 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

che fornisce il valore di R in [m] con SFC in [lb/(hp h)] (intorno a 0.40-0.50 per un motore a pistoni, motoelica e 0.6-0.7 per un turboelica).

O anche, con Range in chilometri:

$$R[\,Km\,] = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

E quindi la massima autonomia di distanza :

$$R_{MAX}\,[\,Km\,] = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot E_{MAX} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

Breguet ENDURANCE - Elica

$$En = \frac{\eta_P}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2\ \rho\ S} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}} \right)$$

En espressa in secondi, con tutte le quantità nel sistema internazionale

E, sostituendo a “c” SFC ed esprimendo il peso in Kg (e non in N) avrei:

$$En[sec] = \frac{603500}{\sqrt{9.81}} \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2\ \rho\ S} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}} \right)$$

$$En[\,hr\,] = \frac{1}{3600} \frac{603500}{\sqrt{9.81}} \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2\ \rho\ S} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}} \right)$$

E, quindi:

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica

Breguet ENDURANCE - Elica

$$En[hr] = \frac{1}{3600}\frac{603500}{\sqrt{9.81}}\frac{\eta_P}{SFC}\cdot\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\sqrt{2\,\rho\,S}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{W_1}}-\frac{1}{\sqrt{W_0}}\right)$$

E, sostituendo a “c” SFC ed esprimendo il peso in Kg (e non in N) avrei:

$$En[hr] = 53.5\frac{\eta_P}{SFC}\cdot\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\sqrt{2\,\rho\,S}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{W_1}}-\frac{1}{\sqrt{W_0}}\right)$$

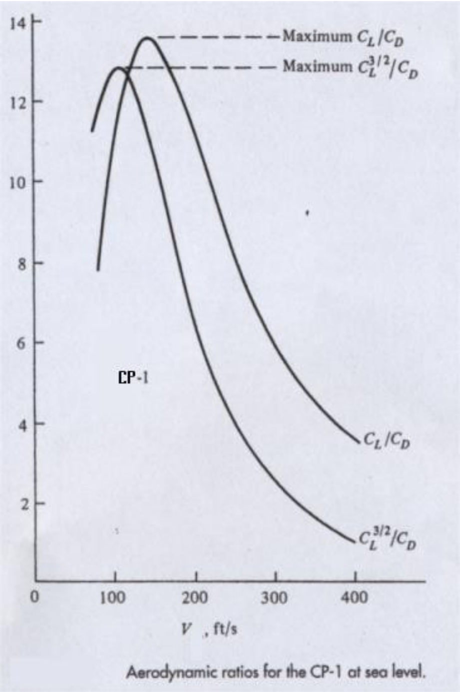
Con W [Kg]
SFC [lb/(hp hr)]
S [m^2]

E, quindi:

$$En_{MAX}[hr] = 53.5\frac{\eta_P}{SFC}\cdot\left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\right)_P\sqrt{2\,\rho\,S}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{W_1}}-\frac{1}{\sqrt{W_0}}\right)$$

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Elica



Aerodynamic ratios for the CP-1 at sea level.

Breguet - Elica

Le formule possono essere usate per valutare:

- MAX RANGE (Punto o assetto "E")

$$R_{MAX}\,[\,Km\,] = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot E_{MAX}\, \ln \frac{W_0}{W_1}$$

- MAX ENDURANCE (Punto o assetto "P")

$$En_{MAX}\,[\,hr\,] = 53.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\right)_{MAX} \sqrt{2\,\rho\,S} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_o}}\right]$$

punto "P"

Con W [Kg]

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – ESEMPIO APPLICATIVO Elica

$$R_{MAX}\,[\,Km\,] = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot E_{MAX}\; ln \frac{W_0}{W_1}$$

Velivolo ad elica tipo Cessna :

$W = 1100 Kg \quad S = 16\ m^2 \quad W_f = 100 Kg$

$AR = 7.5 \quad C_{Do} = 0.0300 \quad e = 0.8 \quad \eta_P = 0.75 \quad SFC = 0.45\ [lb/(hp \cdot hr)]$

Da cui :

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{AR \cdot e}{C_{Do}}} = 12.53 \quad W_0 = W = 1100 Kg \quad W_1 = 1100 - 100 = 1000 Kg$$

$$\boxed{R_{MAX}\,[\,Km\,] = 603.5 \cdot \frac{0.75}{0.45} \cdot 12.5\, ln \frac{1100}{1000} = 1198\ \ Km}$$

$$C_{L_E} = \sqrt{\pi \cdot AR \cdot e \cdot C_{Do}} = 0.75$$

$$V_E = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_E}}} = 46.7\ m/s = 168\ Km/h$$

TAS Inizio crociera

A quota h=4000 m

$$V_E = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W_1}{S} \frac{1}{C_{L_E}}} = 44.5\ m/s = 160\ Km/h$$

TAS Fine crociera

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – ESEMPIO APPLICATIVO Elica

Velivolo ad elica tipo Cessna :

$$\boxed{R_{MAX}\ [\ Km\ ] = 603.5 \cdot \frac{0.75}{0.45} \cdot 12.5\, ln \frac{1100}{1000} = 1198\ \ Km}$$

Chiaramente, sempre ipotizzando assetto costante, se voglio mantenere la TAS costante (paria quella iniziale di 168 Km/h) dovrò far variare la quota mano a mano che il velivolo si alleggerisce ed avere quindi:

$$Quota\ \ iniziale\quad h_{in} = 4000\, m$$

$$Quota\quad finale: \quad \left(\frac{W_{in}}{\sigma_{in}}\right) = \left(\frac{W_{fin}}{\sigma_{fin}}\right) => \quad \sigma_{fin} = \sigma_{in} \cdot \left(\frac{W_{fin}}{W_{in}}\right)$$

$$\sigma_{fin} = \sigma_{in} \cdot \left(\frac{W_{fin}}{W_{in}}\right) = 0.67 \cdot \left(\frac{1000}{1100}\right) = 0.608\ \ => h_{fin} = 4890m$$

Per avere la massima autonomia di distanza il velivolo deve avere un minimo consumo per unità di distanza percorsa. La velocità che deve avere (punto E) non è particolarmente elevata. Se volesse invece mantenere una velocità elevata, prossima alla massima (ad esempio pari a 210 Km/h):

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – ESEMPIO APPLICATIVO Elica

Alla velocità assegnata (V=210 Km/h) :

$$R[\,Km\,] = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot E \cdot ln \frac{W_0}{W_1}$$

Devo quindi calcolare dalla V assegnata il CL ed il CD e calcolare l’efficienza (che non sarà massima):

$$C_L = \sqrt{\frac{2}{\rho_0 \cdot \sigma} \frac{W}{S} \frac{1}{V^2}} = \sqrt{\frac{2}{1.225 \cdot 0.67} \frac{1100 \cdot 9.81}{16} \frac{1}{(58.3)^2}} = 0.48$$

$$C_D = C_{Do} + \frac{C_L^{\;2}}{\pi \cdot AR \cdot e} = 0.0402 \qquad\qquad E = \frac{C_L}{C_D} = 11.4$$

$$R[\,Km\,] = 603.5 \cdot \frac{0.75}{0.45} \cdot 11.4 \cdot ln \frac{1100}{1000} = 1096\ Km$$

Con una velocità abbastanza maggiore ho una leggera riduzione (10%) dell’autonomia di distanza. I velivoli solitamente volano a velocità maggiori di quella di minimo consumo chilometrico.

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – ESEMPIO APPLICATIVO Elica

VELIVOLO ATR 72

$$W = 20000\ Kg \quad S = 60\ m^2 \quad W_f = 2000\ Kg$$

$$AR = 12 \quad C_{Do} = 0.0280 \quad e = 0.8 \quad \eta_P = 0.80 \quad SFC = 0.60\ [lb/(hp \cdot hr)]$$

Da cui :

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{\pi}{4}\frac{AR \cdot e}{C_{Do}}} = 16.4 \quad W_0 = W = 20000 Kg \quad W_1 = 18000 Kg$$

$$\boxed{R_{MAX}\ [\ Km\ ] = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot E_{MAX}\ ln\frac{W_0}{W_1} = 1390\ Km}$$

Valore indipendente dalla quota.
Volando a 6000 m di quota:

$$V_E = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L_E}}} = 103.8\ m/s = 374\ Km/h$$

TAS Inizio crociera (EAS=274 km/h)

$$V_E = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W_1}{S}\frac{1}{C_{L_E}}} = 98.5 m/s = 355\ Km/h$$

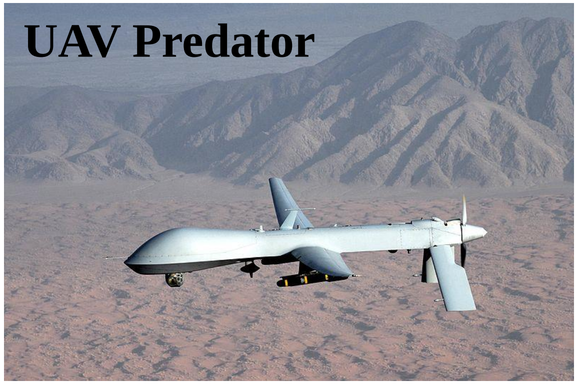
TAS Fine crociera (EAS=260 Km/h)

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – ESEMPIO APPLICATIVO Elica - ENDURANCE

Esempio calcolo Endurance Elica:

$$En_{MAX}\,[\,hr\,] = 53.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\right)_{MAX} \sqrt{2\;\rho\;S} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_o}}\right]$$



$$W = 1100\,Kg \quad S = 11.5\,m^2 \quad b = 14.8\,m \quad W_f = 200\,Kg$$

$$AR = 19 \quad C_{Do} = 0.0270 \quad e = 0.8 \quad \eta_P = 0.70$$

$$SFC = 0.45\,[lb/(hp \cdot hr)] \quad h = 5000\,m\,(\sigma = 0.60)$$

Da cui (ipotesi volo a quota ed assetto costanti):

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{\pi}{4}\frac{AR \cdot e}{C_{Do}}} = 21 \quad W_0 = W = 1100\,Kg \quad W_1 = 900\,Kg$$

$$C_{L_P} = \sqrt{3} \cdot C_{L_E} = 1.97 \quad C_{D_P} = 4 \cdot C_{Do} = 0.1080$$

Attenzione, in questo caso il CL del punto P è molto elevato ed addirittura maggiore del massimo CL (che può essere circa 1.6-1.7). Il punto P in tal caso è fuori della parte parabolica e quindi non sarà a rigore valido, ma assumiamo che sia ancora il punto di massimo CL^3/2 su CD.

$$En_{MAX}\,[\,hr\,] = 53.5 \cdot \frac{0.70}{0.45} \cdot \left(\frac{1.97^{3/2}}{0.108}\right) \sqrt{2 \cdot 1.22 \cdot 0.60 \cdot 11.5} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{900}} - \frac{1}{\sqrt{1100}}\right]$$

$$\boxed{En_{MAX}\,[\,hr\,] = 27.9\,hr}$$

LTR sta per Loitering (volo in attesa, cioè la missione)

Volando ad una V di:

$$V_P = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L_P}}} = 36.0\,m/s = 129.5\,Km/h$$ Inizio LTR

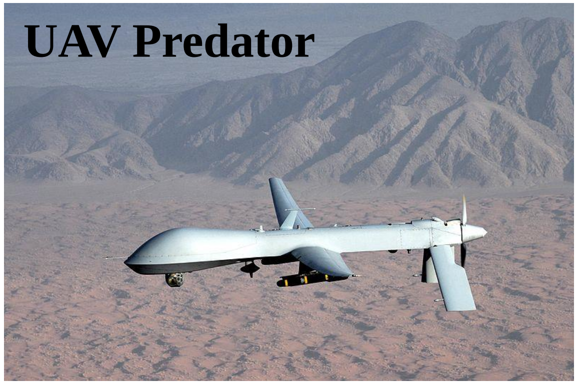
$$V_P = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W_1}{S}\frac{1}{C_{L_P}}} = 32.5\,m/s = 117\,Km/h$$ Fine LTR

AUTONOMIE – VELIVOLO AD ELICA

Formulazione Quantitativa – ESEMPIO APPLICATIVO Elica - ENDURANCE

Esempio calcolo Endurance Elica, VOLANDO nel punto E :

$$En\,[hr] = 53.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\right)_E \sqrt{2\,\rho\,S} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_o}}\right]$$



$$W = 1100\,Kg \quad S = 11.5\,m^2 \quad b = 14.8\,m \quad W_f = 200\,Kg$$

$$AR = 19 \quad C_{Do} = 0.0270 \quad e = 0.8 \quad \eta_P = 0.70$$

$$SFC = 0.45\ [lb/(hp \cdot hr)] \quad h = 5000\,m\,(\sigma = 0.60)$$

Da cui (ipotesi volo a quota ed assetto costanti) :

VOLANDO INVECE nel punto E (sicuramente valido)

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{\pi}{4}\frac{AR \cdot e}{C_{Do}}} = 21 \quad W_0 = W = 1100\,Kg \quad W_1 = 900\,Kg$$

$$C_{L_E} = 1.14 \quad C_{D_E} = 2 \cdot C_{Do} = 0.0540$$

$$En\,[hr] = 53.5 \cdot \frac{0.70}{0.45} \cdot \left(\frac{1.14^{3/2}}{0.054}\right) \sqrt{2 \cdot 1.22 \cdot 0.60 \cdot 11.5} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{900}} - \frac{1}{\sqrt{1100}}\right]$$

$$\boxed{En\,[hr] = 24.5\,hr}$$

Volando ad una V di:

$$V_E = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L_E}}} = 47.5\,m/s = 171\,Km/h \quad \text{Inizio LTR}$$

$$V_E = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W_1}{S}\frac{1}{C_{L_E}}} = 42.9\,m/s = 154\,Km/h \quad \text{Fine LTR}$$

LTR sta per Loitering (volo in attesa, cioè la missione)

AUTONOMIE - JET

Per un velivolo a getto il consumo specifico di combustibile si definisce come *peso di combustibile consumato per unità di spinta installata e per unità di tempo*. Si osservi che, a differenza dei velivoli ad elica (accoppiata con motore alternativo), in questa definizione è usata la spinta anziché la potenza. Questo è dovuto al fatto che per aeroplani a getto il consumo di combustibile dipende fisicamente dal livello di spinta prodotta dal motore mentre per i velivoli ad elica dipende fisicamente dalla potenza che il motore rende disponibile all'albero. Questa differenza porta allo sviluppo di formule di Breguet differenti per il calcolo dell'autonomia di distanza e di durata di velivoli a getto.

,

AUTONOMIE - JET

Il consumo specifico di motori di velivoli a getto (*thrust-specific fuel consumption*, in inglese; comunemente indicato con l'abbreviazione *TSFC oppure SFCJ*)

$$SFCJ = \frac{(kg)\, di\, combust.}{(kg)\, di\, spinta \cdot (hr)} \qquad \frac{lb\ di\ comb}{lb\ di\ spinta \cdot (hr)} \qquad \left[\frac{1}{hr}\right]$$

Nella formula sopra i Kg vanno intesi come forza (sistema tecnico), cioè Kgf.
Le formule sopra sono in unità di misura del sistema tecnico (si noti l'inconsistenza dell'unità di misura del tempo). Quella con le lb è quella maggiormente usata. Lo abbiamo chiamato SFCJ (la J finale sta per JET) per differenziarlo da quello dei velivoli ad elica.
In unità di misura consistenti (internazionali) il consumo sarebbe (il pedice j sta per jet):

$$c_j = \frac{N\ (carb\ consum)}{N\ di\ spinta \cdot (sec)} = \frac{1}{[\,s\,]}$$

O anche indicato con il simbolo (t sta per *thrust*, spinta) c_t

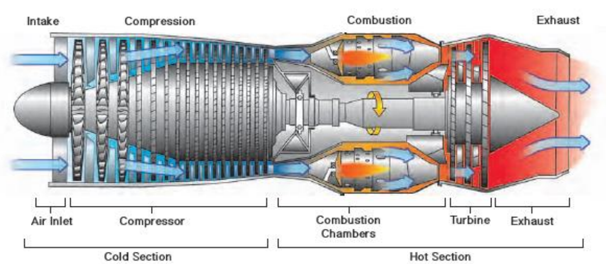
AUTONOMIE - JET

Consumo specifico di velivoli a getto (*thrust-specific fuel consumption*, in inglese; comunemente indicato con l'abbreviazione *TSFC o SFCJ:*

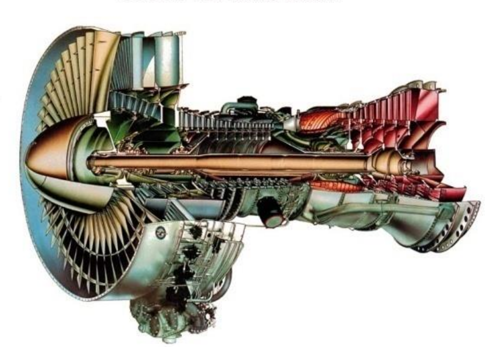
$$SFCJ = \frac{lb\ di\ comb}{lb\ di\ spinta \cdot (hr)}$$

Il consumo specifico di un motore turbofan è leggermente variabile con la velocità (poco con la quota). Passando da M=0.6 a M=0.8 ad esempio passa da **0.60 circa a 0.68** (lb/(lb hr)) a quota 30,000 ft per il motore JT9D.

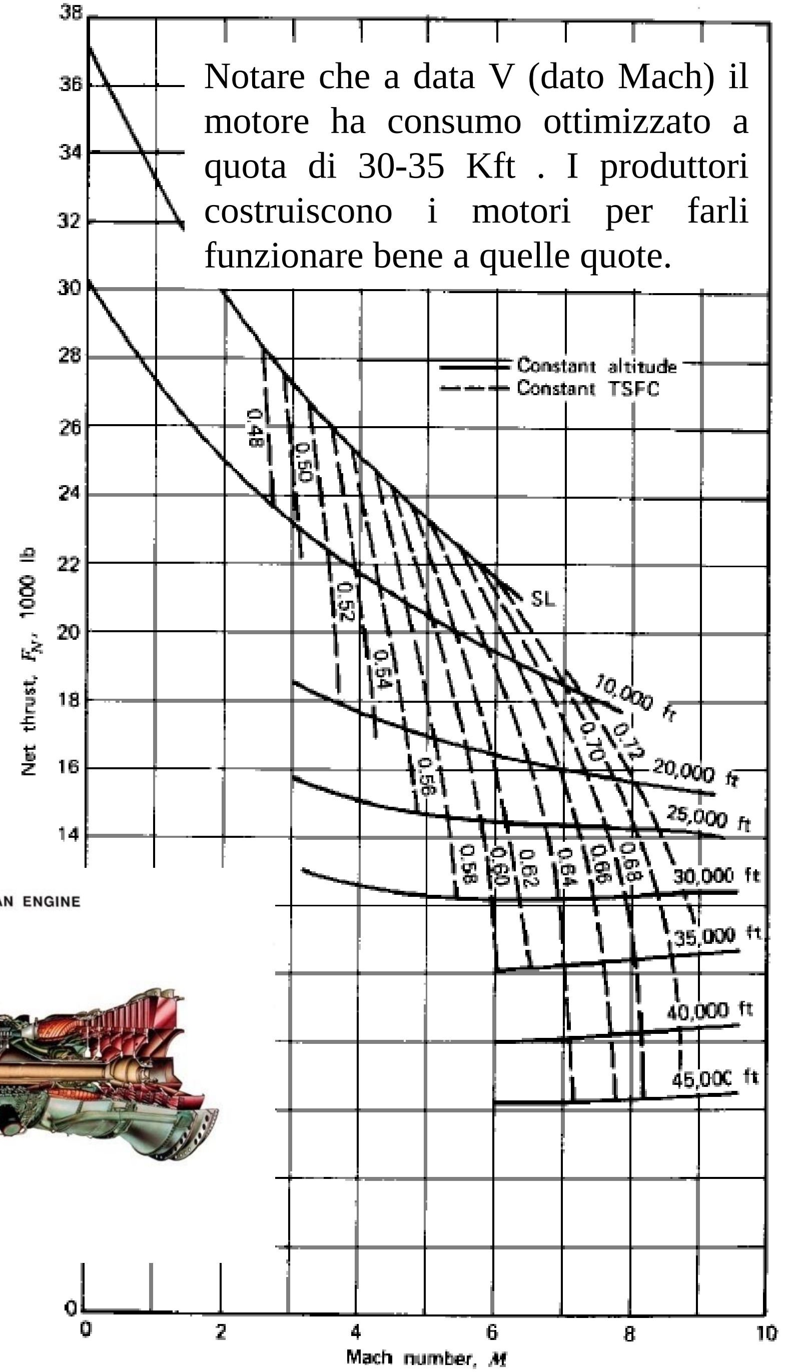
Ricordiamo che invece per un turbojet puro *SFCJ* è intorno a 1.1-1.4



JT9D-20 TURBOFAN ENGINE



Notare che a data V (dato Mach) il motore ha consumo ottimizzato a quota di 30-35 Kft . I produttori costruiscono i motori per farli funzionare bene a quelle quote.

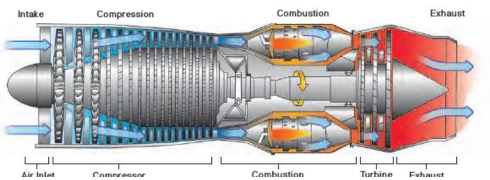


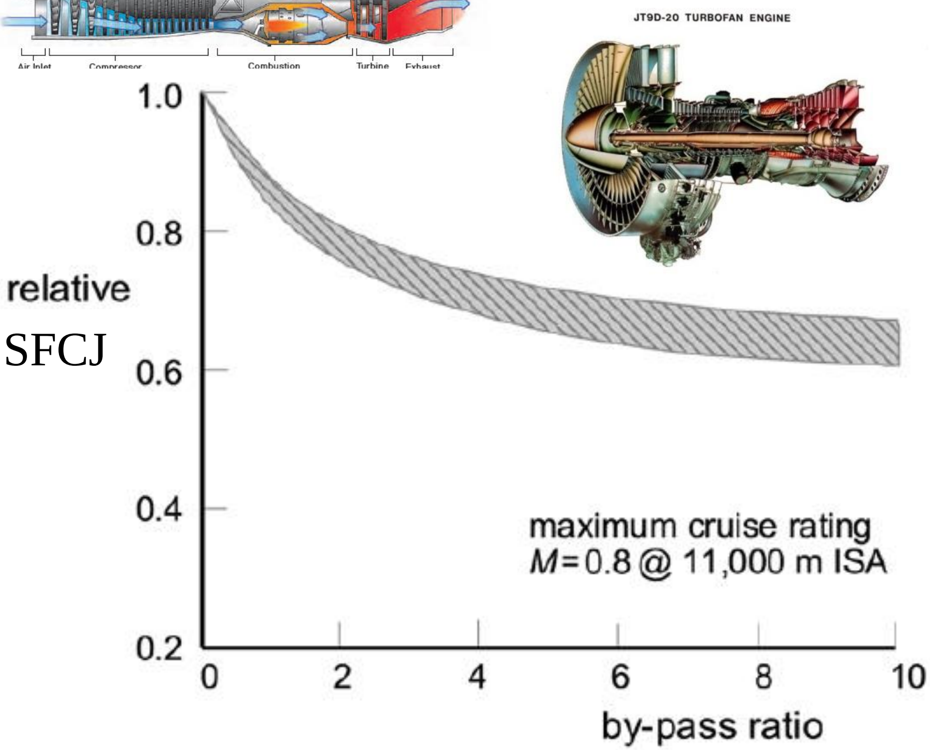
Noi assumeremo *SFCJ* costante (con V e quota) e caratteristico del motore turbofan.

AUTONOMIE - JET

Si ricorda che per i turbofan il consumo specifico SFCJ è funzione del rapporto di By-Pass :

$$SFCJ = \frac{lb\ di\ comb}{lb\ di\ spinta \cdot (hr)}$$





(a) Specific fuel consumption

<u>Valori tipici del consumo specifico:</u>

Condizioni di crociera (M=0.8, h=35000 ft)

BPR=0 (Turbojet)	SFCJ=1.1-1.4 lb/(lb hr)
BPR=1	SFCJ=0.9-1.2 lb/(lb hr)
BPR=5 (HBPR)	SFCJ=0.5-0.7 lb/(lb hr)

AUTONOMIE - JET

Considerazioni fisiche

Autonomia di durata massima

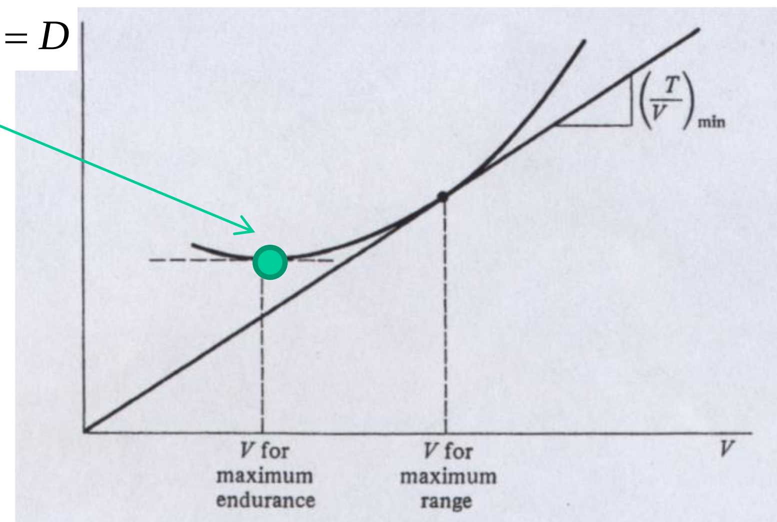
$$\frac{(kg)\, di\, combust.}{hr} = SFCJ \cdot T_d$$

Ma la spinta disponibile del motore deve eguagliare la spinta necessaria, cioè la resistenza aerodinamica

La massima autonomia di durata di un velivolo a getto si ottiene con un volo in condizioni di minima spinta necessaria , cioè di minima resistenza, cioè $\Rightarrow$Assetto o V di massima Efficienza

Quindi ***punto E***

$T_{no} = D$



La massima autonomia di durata di un velivolo a getto si ottiene con un volo ad una velocità tale che il rapporto C_L / C_D sia massimo.

AUTONOMIE - JET

Considerazioni fisiche

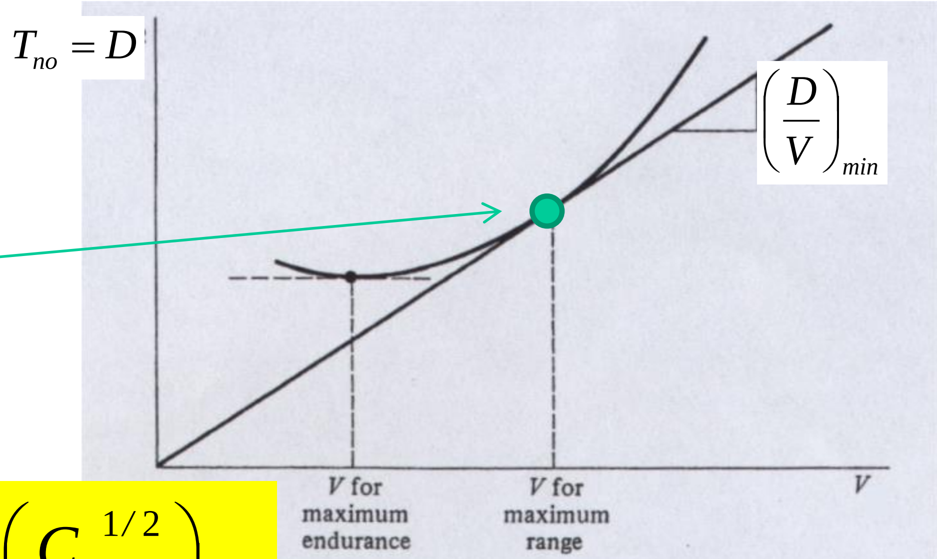
Autonomia di distanza massima

$$\frac{(kg)\, di\, combust.}{km} \propto \frac{(SFCJ)\cdot(T_d)}{V} \qquad T_d = T_{no} = D$$

Il minimo consumo di kg di combustibile per chilometro, in volo livellato uniforme (ovvero se $T_d = T_{no} = D$), per un velivolo propulso a getto, corrisponde a condizioni di volo in cui è minimo il rapporto.

$$D/V$$

Come visto nel capitolo 5, questo assetto (o velocità) corrisponde al ***punto A***



Points of maximum range and endurance on the thrust-required curve.

$$\left(\frac{D}{V}\right)_{min} \Rightarrow (E\cdot V)_{max} \Rightarrow \left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{max} \Rightarrow \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right)_{max}$$

AUTONOMIE - JET

Considerazioni fisiche

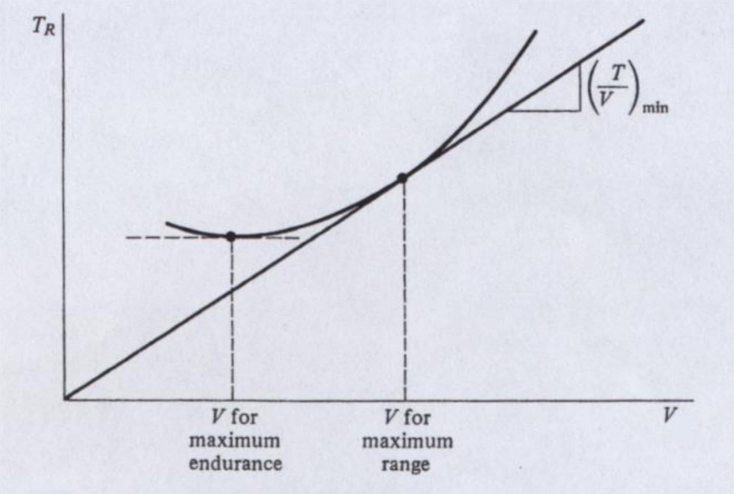
Autonomia di distanza massima

$$\frac{T_{no}}{V} = \frac{D}{V} = \frac{\frac{1}{2}\rho V^2 S C_D}{V} = \frac{1}{2}\rho V\, S\, C_D \qquad V = \sqrt{\frac{2\,W}{\rho\, S\, C_L}}$$

$$\frac{D}{V} = \frac{1}{2}\rho\, S\, C_D \sqrt{\frac{2W}{\rho\, S\, C_L}} \propto \frac{1}{C_L^{1/2}/C_D}$$

O anche :

$$\frac{D}{V} = \frac{W}{E}\frac{1}{V} \qquad dato\;\; che\;\; L = W \quad ed\;\; E = \frac{L}{D}$$



Points of maximum range and endurance on the thrust-required curve.

Quindi :

$$\frac{D}{V} = \frac{W}{E}\frac{1}{V} = W\,\frac{C_D}{C_L}\sqrt{\frac{\rho}{2}}\sqrt{\frac{S}{W}}\cdot\sqrt{C_L} = \sqrt{\frac{W\cdot S\cdot \rho}{2}}\cdot\frac{C_D}{C_L^{\;1/2}}$$

$$\frac{D}{V}\quad min\,imo \Rightarrow \left(\frac{C_L^{\;1/2}}{C_D}\right)\quad massimo$$

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

Si indichi con c_j il consumo specifico per velivoli a getto in unità di misura consistenti, espresso ad esempio in :

$$c_j = \frac{N\,(carb\,consum)}{N\,di\,spinta \cdot (sec)} = \frac{[\,N\,]}{[\,N\,]}\frac{1}{[\,s\,]} = \frac{1}{[\,s\,]} = \frac{-\Delta W_f}{T_d \cdot \Delta t}$$

E’ quindi evidente che la variazione di carburante istantanea (consumo, quindi variazione negativa) in corrispondenza di una condizione di volo livellato a spinta pari a Td (uguale alla resistenza) e per un tempo dt :

$$dW_f = -c_j \cdot T_d \cdot dt$$

Ovviamente la variazione di peso di carburante sarà uguale alla variazione di peso del velivolo :

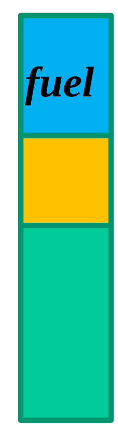
$$dW_f = dW$$

$$dt = -\frac{dW}{c_j\,T_d}$$

$$W_0 = W_{TO}$$

Il peso finale sarà il peso iniziale meno il carburante consumabile:

$$W_1 = W_0 - W_f$$



$$T_d = D$$

$$\int_0^{En} dt = En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c_j\,T_d} \qquad En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c_j\,T_d}$$

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c_j\, T_d}$$

Ma in volo livellato uniforme: $T_d = T_{no} = D$

$$D = \frac{W}{E}$$

Quindi:

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_j} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{dW}{W}$$

,

Nella ipotesi di consumo specifico c_t e **volo ad assetto costante** :

$$En = \frac{1}{c_j} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot ln \frac{W_0}{W_1}$$

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

$$En = \frac{1}{c_j} \cdot E \cdot ln\frac{W_0}{W_1}$$

$$En_{MAX} = \frac{1}{c_j} \cdot E_{MAX} \cdot ln\frac{W_0}{W_1}$$

L'autonomia di durata (Endurance) di un velivolo propulso a getto dipende dai seguenti fattori e per essere massima richiede :

un consumo specifico c_t minimo possibile,

un rapporto W_0/W_1 massimo possibile, ottenibile con un più elevato possibile carico di carburante W_F ,

una efficienza di volo pari a quella massima $(L/D)_{max}$. Questo conferma quanto osservato qualitativamente nelle pagine precedenti. Cioè che per un'autonomia di durata massima un velivolo a getto deve volare mantenendo un'efficienza aerodinamica $E = L/D$ massima.

Quindi la massima Endurance si ottiene volando nel punto E.
L'autonomia oraria NON DIPENDE DALLA QUOTA
(se il consumo ct non dipende da essa)

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

$$ds = V \cdot dt = -\frac{V \cdot dW}{c_j\, T_d}$$

Indicando con *R* la distanza percorribile , cioè il *RANGE*

$$\int_0^R ds = R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_j\, T_d}\, dW$$

$$\int_0^R ds = R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_j\, D}\, dW = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_j}\, E\, \frac{dW}{W}$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_j}\, \frac{C_L}{C_D}\, \frac{dW}{W}$$

ma la velocità :

$$V = \sqrt{\frac{2\,W}{\rho\, S\, C_L}}$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_j} \sqrt{\frac{2W}{\rho\, S\, C_L}}\, \frac{C_L}{C_D}\, \frac{dW}{W} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_j} \sqrt{\frac{2}{\rho\, S}}\, \frac{C_L^{1/2}}{C_D}\, \frac{dW}{W^{1/2}}$$

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_j} \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \frac{dW}{W^{1/2}}$$

Assumendo l'ipotesi di VOLO ad **ASSETTO COSTANTE e QUOTA COSTANTE** , sempre nella ipotesi di considerare costante il consumo specifico:

$$R = \frac{2}{c_j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot \left(\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1} \right)$$

IPOTESI :
QUOTA COSTANTE
ASSETTO COSTANTE

L'autonomia di distanza (Range) di un velivolo propulso a getto:

- È massima se il consumo specifico è minimo
- E' massima se ho grande quantità di carburante
- **DIPENDE DALLA QUOTA ed è massima a quota più elevata possibile**
- Dipende dal rapporto $\frac{C_L^{1/2}}{C_D}$ e quindi è massima volando nel punto A

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

$$R = \frac{2}{c_j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot \left(\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}\right)$$

1. un consumo specifico c_t minimo possibile,
2. un carico di carburante W_F più elevato possibile,
3. un volo ad una velocità tale da avere un rapporto $C_L^{1/2} / C_D$ massimo,
4. un volo ad elevata quota, cioè a bassi valori della densità dell'aria ρ, ma non al di sopra della quota critica oltre la quale le prestazioni del motore a getto si deteriorano con un aumento del consumo specifico. Ciò che è chiaro dalla (9.17) è che l'autonomia di distanza di un velivolo a getto, a parità degli altri parametri, è più bassa se si vola al livello del mare mentre cresce all'aumentare della quota entro i limiti posti dalle prestazioni del motore. Tipicamente i velivoli commerciali da trasporto civile subsonico volano in crociera a quote che vanno dai 30000 ai 40000 *ft*. Per il trasporto supersonico si passa a quote che vanno dai 50000 ai 60000 *ft*.

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

$$R_{MAX} = \frac{2}{c_j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right)_A \cdot \left(\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1} \right)$$

Questo quindi è stato ottenuto nella ipotesi di volo ad assetto e quota costante. Quindi, poiché il peso del velivolo varia, per mantenere l'equilibrio in volo livellato, la velocità di volo TAS (ma anche la CAS) deve variare durante la crociera e diventare sempre minore mano a mano che il velivolo si alleggerisce:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_L}}$$

Inizio crociera $W = W_0$ $\quad V_{in} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W_0}{S} \frac{1}{C_{L_A}}}$

Fine crociera $W = W_1 < W_0$ $\quad V_{fin} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W_1}{S} \frac{1}{C_{L_A}}}$

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

FORMULA di BREGUET Semplificata per AUTON. DISTANZA

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_j} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W}$$

Nella trattazione precedente abbiamo ipotizzato volo ad assetto e quota costante (e quindi V variabile). Se invece faccio **l'ipotesi di volo ad assetto e V costante** (quindi questa volta la quota sarà variabile con il ridursi del peso) avremo:

$$R = -\frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W} = \frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} ln \frac{W_o}{W_1} = \frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} ln\left(\frac{1}{1-\zeta}\right)$$

Questo tipo di approccio conduce quindi ad una formula alternativa per il calcolo del range di un velivolo propulso a getto. La procedura prevede una **crociera in salita** (***CRUISE-CLIMB***). Si nota che la formula (Comunemente detta formula di Breguet per velivoli a getto) è molto simile a quella usata per i velivoli ad elica con la sostituzione di V al posto del rendimento propulsivo dell'elica.

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

FORMULA di BREGUET Semplificata per AUTON. DISTANZA

$$R = \frac{V}{c_j}\frac{C_L}{C_D} ln\frac{W_o}{W_1} = \frac{V}{c_j}\frac{C_L}{C_D} ln\left(\frac{1}{1-\zeta}\right)$$

Formula di Breguet semplificata autonomia velivoli a jet (caso CRUISE-CLIMB)

$$con\ \zeta = \left(\frac{W_f}{W_0}\right)$$

Anche in questo caso si molto simile a quella usata per i velivoli ad elica con la sostituzione di V al posto del rendimento propulsivo dell'elica. Anche in questo caso del jet può essere definito il fattore di autonomia :

$$F.A. = \frac{V}{c_j} \cdot E$$

FATTORE DI AUTONOMIA VEL JET

Come nel caso del velivolo ad elica si vede **la dipendenza dalla frazione di carburante** e non dalla quantità di carburante. Si noti la differenza tra le due formule ottenute , quella sopra in caso di assetto e V costanti e quella precedente riportata di nuovo sotto (caso assetto e quota costanti) .

Si deve notare che la massima autonomia in entrambi i casi si ha nel **punto A**.

$$R = \frac{2}{c_j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot \left(\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}\right)$$

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

FORMULE di BREGUET di pratico uso Velivoli a getto

Anche per i velivoli a getto, volendo usare il consumo SFCJ (unità non consistenti, rispetto a Cj) si deve usare la conversione. Nel caso del jet la differenza è che Cj è di fatto espresso in (*1/s*) ed invece SFCJ in (*1/hr)*:

Quindi è evidente che tra i due c'è un fattore 3600 (cioè SFCJ è 3600 volte maggiore).

$$SFCJ = \frac{lb}{lb \cdot (hr)} = \left[\frac{1}{hr}\right]$$

Riguardo l'autonomia oraria Endurance, se viene espressa in [hr] ovviamente non serve nessun fattore di conversione:

$$c_j = \frac{N}{N \cdot (s)} = \left[\frac{1}{s}\right]$$

$$En\left[hr\right] = \frac{1}{SFCJ} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot ln\frac{W_0}{W_1}$$

,

$$En_{MAX}\left[hr\right] = \frac{1}{SFCJ} \cdot \left(\frac{C_L}{C_D}\right)_E \cdot ln\frac{W_0}{W_1}$$

FORMULA
di BREGUET
ENDURANCE JET

con SFCJ in (lb/(lb h)) (circa 0.6-0.7) e En in [ore]

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

FORMULE di BREGUET di pratico uso Velivoli a getto

Riguardo invece l'autonomia di distanza, usando la formula del caso ad assetto e quota costante :

$$SFCJ = \frac{lb}{lb \cdot (hr)} = \left[\frac{1}{hr}\right]$$

$$c_j = \frac{N}{N \cdot (s)} = \left[\frac{1}{s}\right]$$

$$c_j = \frac{SFCJ}{3600}$$

$$R\left[m\right] = \frac{2}{c_j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right) \cdot \left[\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}\right]$$

Usando il peso in Kg :

$$R\left[Km\right] = \frac{3600 \cdot \sqrt{9.81}}{1000} \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right) \cdot \left[\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}\right]$$

$$R\left[Km\right] = 11.27 \cdot \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right) \cdot \left[\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}\right]$$

con R in [Km] e peso W espresso in [Kg]

AUTONOMIE - JET

Formulazione Quantitativa – Formule di BREGUET Velivolo a GETTO

FORMULE di BREGUET di pratico uso Velivoli a getto

Se invece usiamo la formula relativa al caso a velocità ed assetto costanti (CRUISE_CLIMB) :

$$SFCJ = \frac{lb}{lb \cdot (hr)} = \left[\frac{1}{hr} \right]$$

$$R[m] = \frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

$$c_j = \frac{N}{N \cdot (s)} = \left[\frac{1}{s} \right]$$

$$c_j = \frac{SFCJ}{3600}$$

(con V in m/s), e quindi :

$$R[Km] = \frac{3600}{1000} \frac{V_{[m/s]}}{SFCJ} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1} = 3.6 \frac{V_{[m/s]}}{SFCJ} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

con R in [Km]
e V in [m/s]

Oppure:

,

$$R[Km] = \frac{V_{[km/hr]}}{SFCJ} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

AUTONOMIE - JET

Ricapitolando, le formule di Breguet per velivoli a getto:

MAX ENDURANCE JET

$$En_{MAX}\left[hr\right]=\frac{1}{SFCJ}\cdot E_{MAX}\cdot ln\frac{W_0}{W_1}$$

MAX RANGE JET – Assetto e quota costanti

$$R_{MAX}\left[Km\right]=11.27\cdot\frac{2}{SFCJ}\cdot\sqrt{\frac{2}{\rho\, S}}\cdot\left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right)_A\cdot\left[\sqrt{W_0}-\sqrt{W_1}\right]$$

peso W espresso in [Kg]

MAX RANGE JET – Assetto e V costanti (CRUISE-CLIMB)

$$R_{MAX}\left[Km\right]=\frac{V_{A\ [km/hr]}}{SFCJ}\left(\frac{C_L}{C_D}\right)_A ln\frac{W_o}{W_1}$$

peso W espresso in [Kg]

AUTONOMIE - JET

Esercizio: Autonomia di durata

W=10000 Kg   Wf=5000 Kg

(carico pagante 1000Kg (Peso a vuoto circa 4,000 Kg)

S=50 m^2

b=35.4 m   AR=25

CDo=0.025   e=0.80

1 motore da 3000 Kg => To=3,000 Kg

SFCJ=0.55 lb/lb hr

Global Hawk

$$E_{MAX} = 25.1 \qquad E_A = 21.7$$

$$C_{L_E} = 1.25 \qquad C_{L_A} = 0.72$$

$$C_{D_E} = 0.050 \qquad C_{D_A} = 0.0330$$

Calcolo MAX Endurance a quota 10,000 m $\sigma = 0.337$

L'autonomia di durata non dipende dalla quota !

$$W_0 = W = 10{,}000\,Kg \qquad \zeta = \frac{W_f}{W} = 0.50$$

$$En_{MAX}[hr] = \frac{1}{SFCJ} \cdot E_{MAX} \cdot ln\frac{W_0}{W_1} = \frac{1}{SFCJ} \cdot E_{MAX} \cdot ln\left(\frac{1}{1-\zeta}\right) = 31.6\,hr$$

Deve volare sempre all'assetto del punto E (max efficienza). V si RIDUCE (Oppure deve aumentare la quota se assumo V costante).

$$V_{in} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W_0}{S}\frac{1}{C_{L_E}}} = 313\,Km/hr \qquad V_{fin} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W_1}{S}\frac{1}{C_{L_E}}} = 221\,Km/hr$$

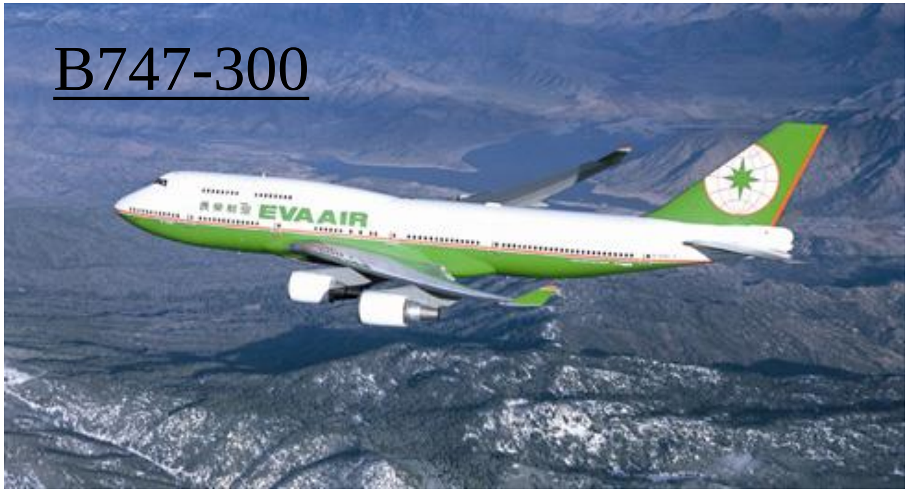
AUTONOMIE - JET

Esercizio: Autonomia di distanza

W=360000 Kg Wf=120000 Kg
(carico pagante 400 pass => Wp circa 60000 Kg)
(Peso a vuoto circa 180,000 Kg)

S=540 m^2
b=64.4 m AR=7.7
CDo=0.018 e=0.83 (con winglet)
4 motori da 25000 Kg => To=100,000 Kg
SFCJ=0.60 lb/lb hr

B747-300



$$E_{MAX} = 16.7 \qquad E_A = 14.4$$

$$C_{L_E} = 0.60 \qquad C_{L_A} = 0.35$$

$$C_{D_E} = 0.036 \qquad C_{D_A} = 0.0240$$

Calcolo MAX Range a quota 9,000 m

$\sigma = 0.381$

$$R_{MAX}\,[Km] = 11.27 \cdot \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho\, S}} \cdot \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right)_A \cdot \left[\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}\right] = 9046\, Km$$

peso W espresso in [Kg]

Oppure , con ipotesi CRUISE-CLIMB (a partire da 9000 m)

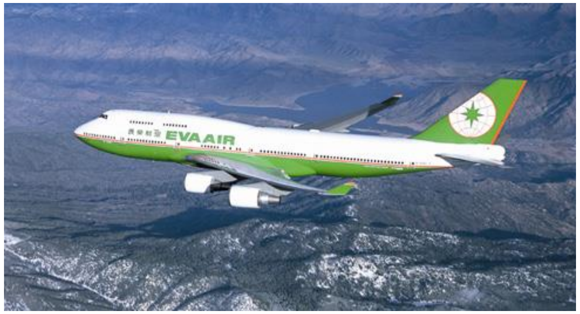
$$R_{MAX}\,[Km] = \frac{V_{A\ [km/hr]}}{SFCJ}\left(\frac{C_L}{C_D}\right)_A ln\frac{W_o}{W_1} = 9994\, Km$$

$$V_A = 1024\,\frac{Km}{hr}$$

Autonomia leggermente maggiore !

AUTONOMIE - JET

Esercizio: Autonomia di distanza B747-300



Bisogna notare alcuni aspetti.
Nella ipotesi di assetto e quota costante, il velivolo avrà:

Inizio crociera (W=360,000 Kg) $V_A = 1024 \dfrac{Km}{hr} \quad (632 Km/hr\ \ CAS)$

$$V_{in} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W_0}{S} \frac{1}{C_{L_A}}}$$

Fine crociera (W=280,000 Kg) $V_A = 836 \dfrac{Km}{hr} \quad (516 Km/hr\ \ CAS)$

$$V_{fin} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W_1}{S} \frac{1}{C_{L_A}}}$$

Nel caso di CRUISE-CLIMB invece:
(essendo crociera ad assetto e V costanti (V=1024 Km/hr) :

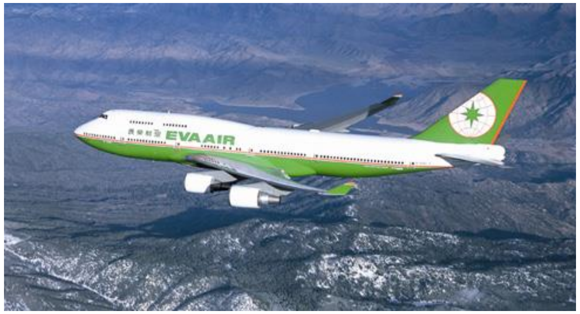
Inizio crociera (W=360,000 Kg) Quota h=9000 m ($\sigma = 0.381$)

Fine crociera (W=280,000 Kg) $\sigma_{fin} = \dfrac{2}{\rho_0} \dfrac{W_1}{S} \dfrac{1}{C_{L_A}} \dfrac{1}{V_A^{\,2}} = 0.25$ => $h_{fin} = 12{,}212\ \ m$

Si noti che, poiché la velocità del suono aumenta, il Mach aumenta (anche se la TAS, da ipotesi è costante.

AUTONOMIE - JET

Esercizio: Autonomia di distanza B747-300



Altra cosa da notare è che il punto A potrebbe corrispondere a valori di Mach troppo elevati e quindi i calcoli fatti non sarebbero del tutto affidabili (per la resistenza d'onda).

Nel caso precedente, infatti a 9000 m e V=1024 Km/hr il Mach è M=0.93 (superiore a M=0.86-0.88 , che è quello di divergenza).

E' chiaro che , se assegno io una velocità ed una quota e poi mi calcolo C_L e C_D potrò applicare le formule precedenti e calcolare l'autonomia di distanza a quella velocità.

Ad esempio : data una quota di volo di h=9000 m ed un mach iniziale **M=0.80**

a=303.6 m/s V=243 m/s = 874 Km/hr =>

$$C_L = \frac{2}{\rho_0 \sigma} \frac{W_0}{S} \frac{1}{V^2} = 0.47$$

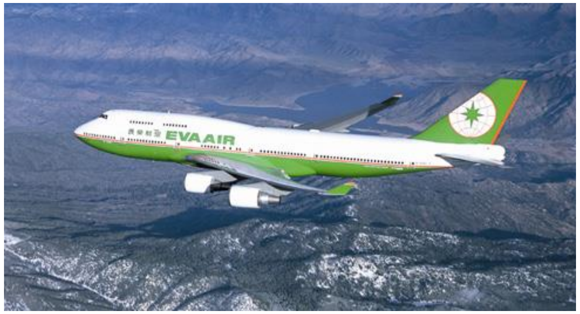
$$C_D = C_{Do} + \frac{C_L^{\,2}}{\pi \cdot AR \cdot e} = 0.0293 \qquad E = \frac{C_L}{C_D} = 16.2$$

$$R\left[Km\right] = 11.27 \cdot \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right) \cdot \left[\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}\right] = 8683\, Km$$

$$V_{fin} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W_1}{S} \frac{1}{C_L}} = 198 m/s = 714 Km/hr \quad => \quad M_{fin} = 0.65$$

AUTONOMIE - JET

Esercizio: Autonomia di distanza   B747-300



Nel caso invece di CRUISE-CLIMB a partire da quota 9000 m e con Mach iniziale ad esempio di M=0.80 si avrebbe:

Mi calcolo sempre C_L e C_D iniziali (che saranno costanti questa volta insieme alla V , cioè alla TAS) che sono quelli di prima e:

a=303.6 m/s   V=243 m/s = 874 Km/hr   => $C_L = \frac{2}{\rho_0 \sigma} \frac{W_0}{S} \frac{1}{V^2} = 0.47$

$$C_D = C_{Do} + \frac{C_L^{\ 2}}{\pi \cdot AR \cdot e} = 0.0293 \qquad E = \frac{C_L}{C_D} = 16.2$$

$$R\left[Km\right] = \frac{V_{[km/hr]}}{SFCJ}\left(\frac{C_L}{C_D}\right) ln \frac{W_o}{W_1} = 9593\,Km$$

Ipotesi V=cost

C_L=cost

Inizio crociera (W=360,000 Kg)   Quota h=9000 m ($\sigma = 0.381$)

Fine crociera (W=280,000 Kg) $\sigma_{fin} = \frac{2}{\rho_0} \frac{W_1}{S} \frac{1}{C_L} \frac{1}{V^2} = 0.25$ => $h_{fin} = 12{,}212\ m$

a=289.6 m/s

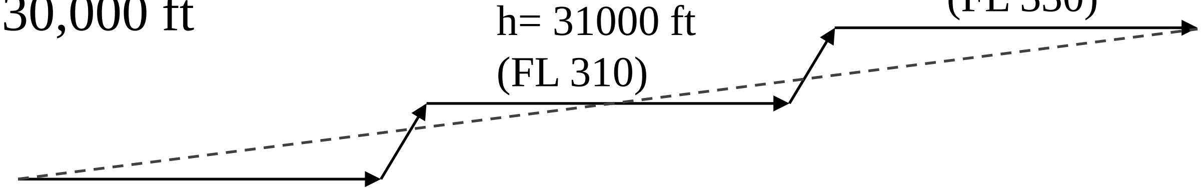
$$V_{fin} = V_{in} = 243\,m/s \qquad => \qquad M_{fin} = 0.839$$

AUTONOMIE - JET

L’ultimo esempio rappresenta quello che succede nella realtà.
I velivoli da trasporto effettuano una crociera a “gradini” che si avvicina molto alla cruise-climb.
Tipicamente partono da quote intorno a 8500-9000 m con Mach introno a 0.80-0.82 e poi ogni TOT miglia nautiche effettuano un cambio di quota in modo da mantenere all’incirca lo stesso assetto velocità simile (con peso inferiore). E’ evidente che, come visto, per problemi di Mach (*wave drag*) non è detto che si possa volare nel punto A.
Teoricamente la cruise-climb sarebbe la procedura ottimale (fornisce anche migliore autonomia di quella a quota costante) , ma il controllo del traffico aereo lo impedisce.
I velivoli devono volare (almeno per certe tratte) a quote stabilite e comunicate (anche attraverso il trasponder) alle torri di controllo. Le quote sono tipicamente espresse in (ft) come noto. Gli incrementi tipici sono di 2000 ft.
Si chiamano flight level FL , le quote QNE (barometriche con taratura ISA) espresse in centinaia di ft:

FL100 : quota 10,000 ft

FL300 : quota 30,000 ft



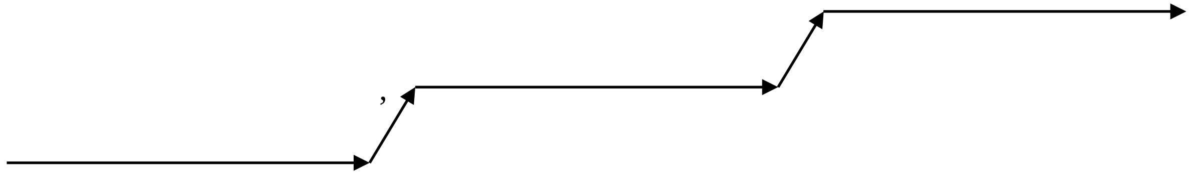
AUTONOMIE - JET

RANGE - Considerazioni

Nel caso del velivolo a getto potremmo quindi avere :

1) Volo a CL e quota costante
2) Volo a V e CL cost (la quota deve cambiare, CRUISE-CLIMB)
3) Volo a quota e Vel costante (cambia CL)

Come detto tipicamente il volo per tratte lunghe si svolge a tratte a quota costante che vengono incrementate di tanto in tanto su degli opportuni LEVEL FLIGHT



In realtà sarebbe desiderabile avere quota e Mach (quindi V) costante, cioè la terza ipotesi, che è quella che non abbiamo trattato ancora.

Ricapitoliamo :

AUTONOMIE - JET

RANGE JET - Considerazioni

1) Volo a C_L e quota costante (Breguet tradizionale)

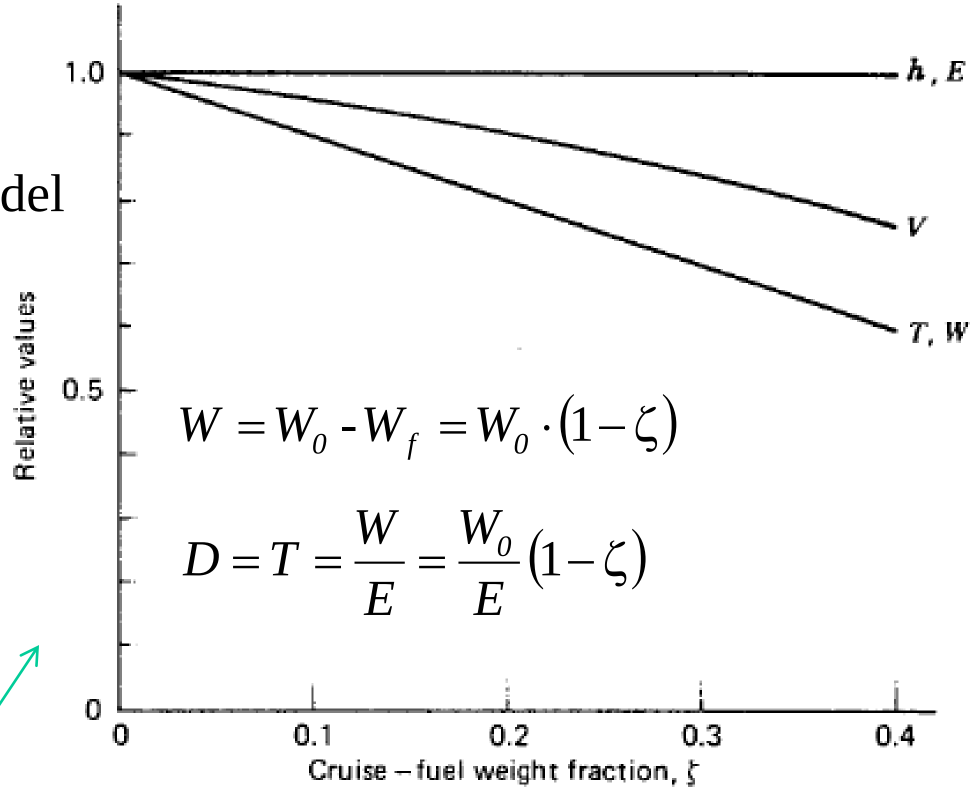
$$R = \frac{2}{c_j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right) \cdot \left[\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1} \right]$$

Raccogliendo nella parentesi la radice del peso iniziale

$$R = \frac{2}{c_j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right) \sqrt{W_0} \left[1 - \sqrt{\frac{W_1}{W_0}} \right]$$

$$R = 2 \cdot E \cdot V_{in} \frac{1}{c_j} \left[1 - \sqrt{(1-\zeta)} \right]$$

con $\zeta = \left(\frac{W_f}{W_o} \right) = \left(\frac{W_o - W_1}{W_o} \right)$



$$W = W_0 - W_f = W_0 \cdot (1 - \zeta)$$

$$D = T = \frac{W}{E} = \frac{W_0}{E} (1 - \zeta)$$

Come già visto, tale crociera prevede Velocità TAS (e quindi Mach) variabile in diminuzione, mano a mano che si consuma carburante, fino al valore finale della frazione utile. Si nota che anche la resistenza (e quindi la spinta necessaria) si riducono con il peso (l'assetto e quindi l'efficienza sono costanti).

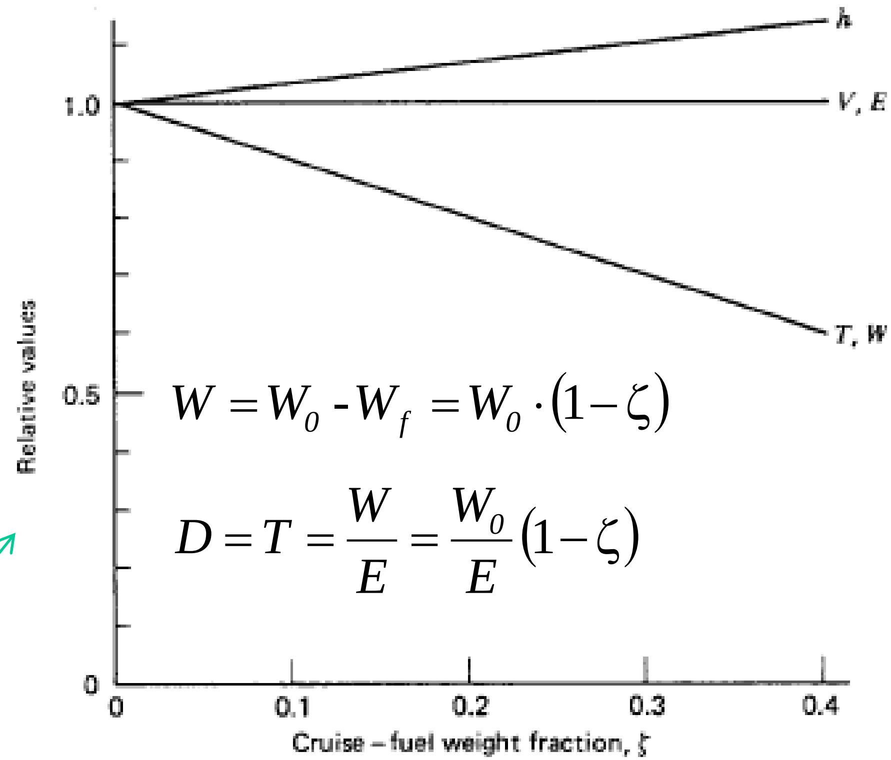
AUTONOMIE - JET

RANGE - Considerazioni

2) Volo a V e C_L costante (Breguet semplificata o CRUISE-CLIMB)

$$R = \frac{V}{c_j}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{W_o}{W_1} = \frac{V}{c_j}E\cdot\ln\left(\frac{1}{1-\zeta}\right)$$

con $\zeta = \left(\frac{W_f}{W_o}\right) = \left(\frac{W_o - W_1}{W_o}\right)$



$$W = W_0 - W_f = W_0\cdot(1-\zeta)$$

$$D = T = \frac{W}{E} = \frac{W_0}{E}(1-\zeta)$$

Attenzione V=cost, ma
Mach è variabile (leggermente)

Come già visto, tale crociera prevede Velocità TAS ed assetto costanti , quindi QUOTA VARIABILE in aumento, mano a mano che si consuma carburante, fino al valore finale della frazione utile. Si nota che anche la resistenza (e quindi la spinta necessaria) si riducono, come prima, con il peso.

AUTONOMIE - JET

RANGE - Considerazioni

3) Volo a quota e V costante

$$R = -\frac{V}{c_j}\int_{W_0}^{W_1}\frac{dW}{D}$$

$$D = q \cdot S \cdot (C_{Do} + K \cdot C_L^{\,2})$$

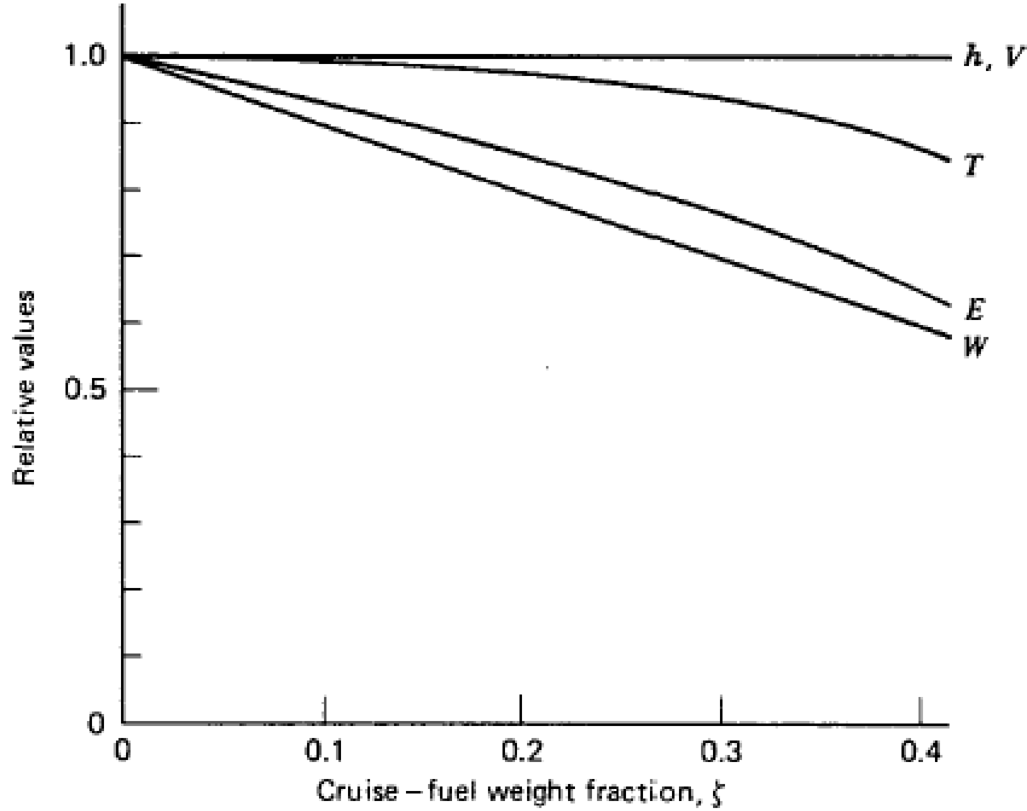
$$R = \frac{2 \cdot E_{MAX} \cdot V}{c_t} \arctan\left[\frac{\zeta \cdot E_o}{2 \cdot E_{MAX} \cdot (1 - K \cdot C_{L_o} \cdot E_o \cdot \zeta)}\right]$$

con $\zeta = \left(\frac{W_f}{W_o}\right) = \left(\frac{W_o - W_1}{W_o}\right)$

Formula molto complessa.

Non si riportano i passaggi analitici.

Questa volta quota e V sono costanti, mentre l'assetto varia, ed anche l'efficienza.



AUTONOMIE - JET

1) Quota "h" e C_L (V variabile)
2) V e C_L (Quota Var, CRUISE-CLIMB)
3) Quota "h" e V (Assetto variabile)

RANGE - Considerazioni

BEST RANGE – confronto fra i vari programmi di volo

Qui è riportato il confronto tra i vari casi rapportati tra loro.
Come si vede il caso (2) , con frazioni di carburante tipiche tra 0.20 e 0.30, comporta autonomia dal 5 al 10 % maggiore che negli altri casi.
Il CRUISE-CLIMB sarebbe il programma ottimale.

I programmi (3) ed (1) conducono a risultati molto prossimi tra loro (e come detto inferiori del 5-10% all'autonomia ottenibile con il programma CRUISE-CLIMB.

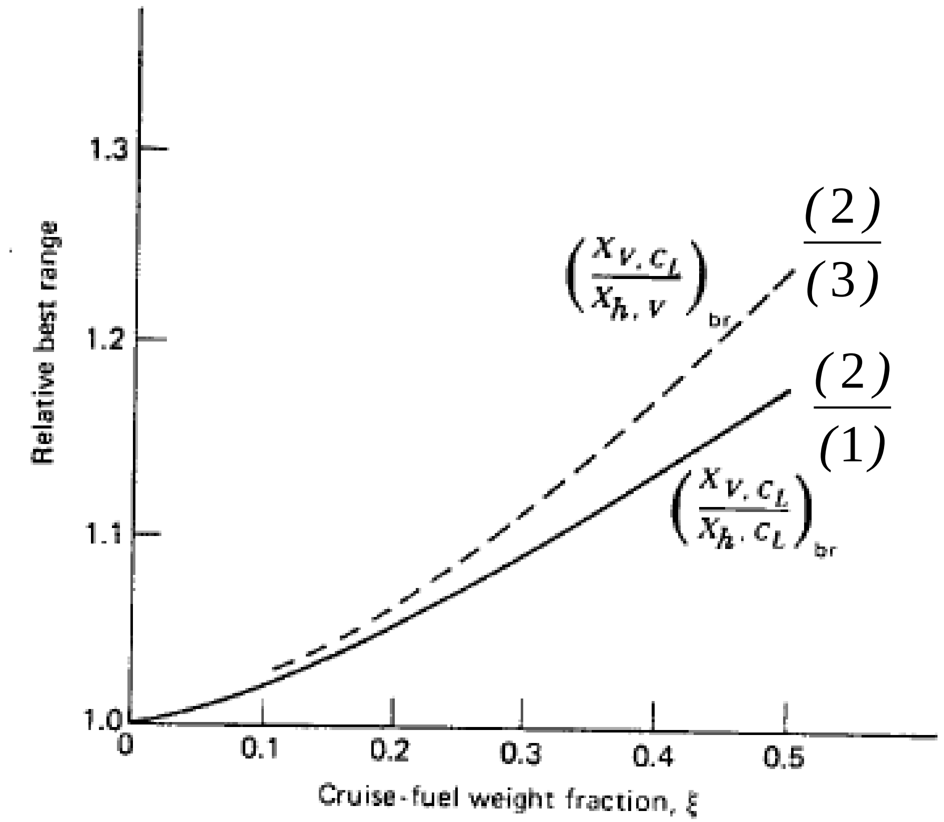


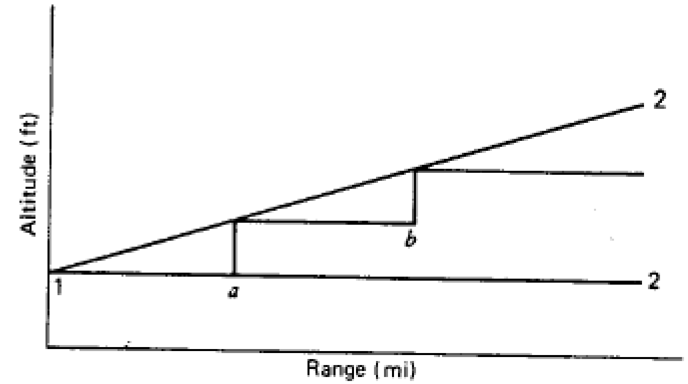
FIGURE 3-7

Relative best range as a function of the range, i.e., the cruise-fuel weight fraction.

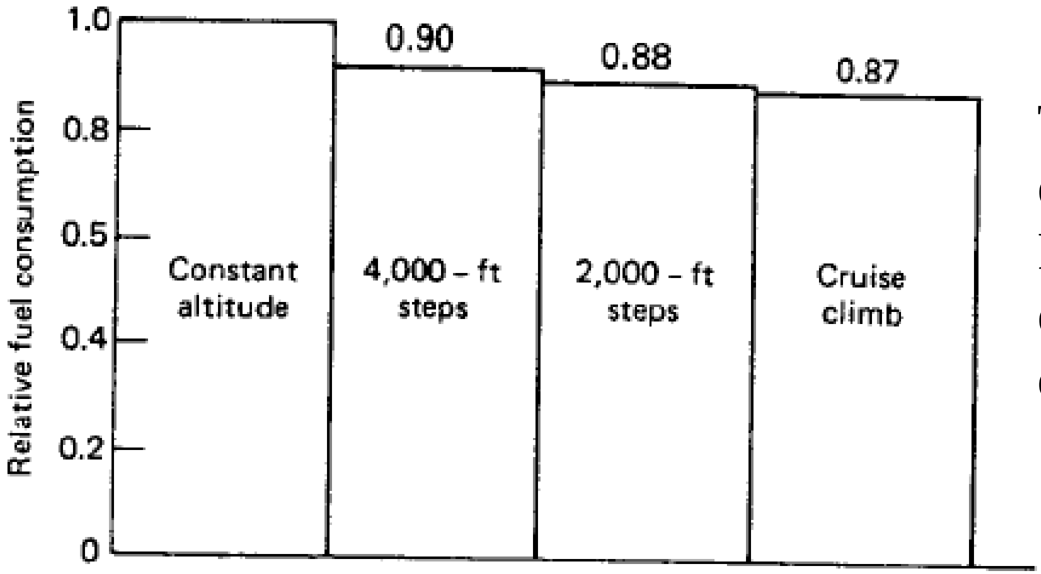
AUTONOMIE - JET

RANGE - Considerazioni

Cruise –climb vs Stepped altitude flight



CONSUMO carburante relativo



(b)

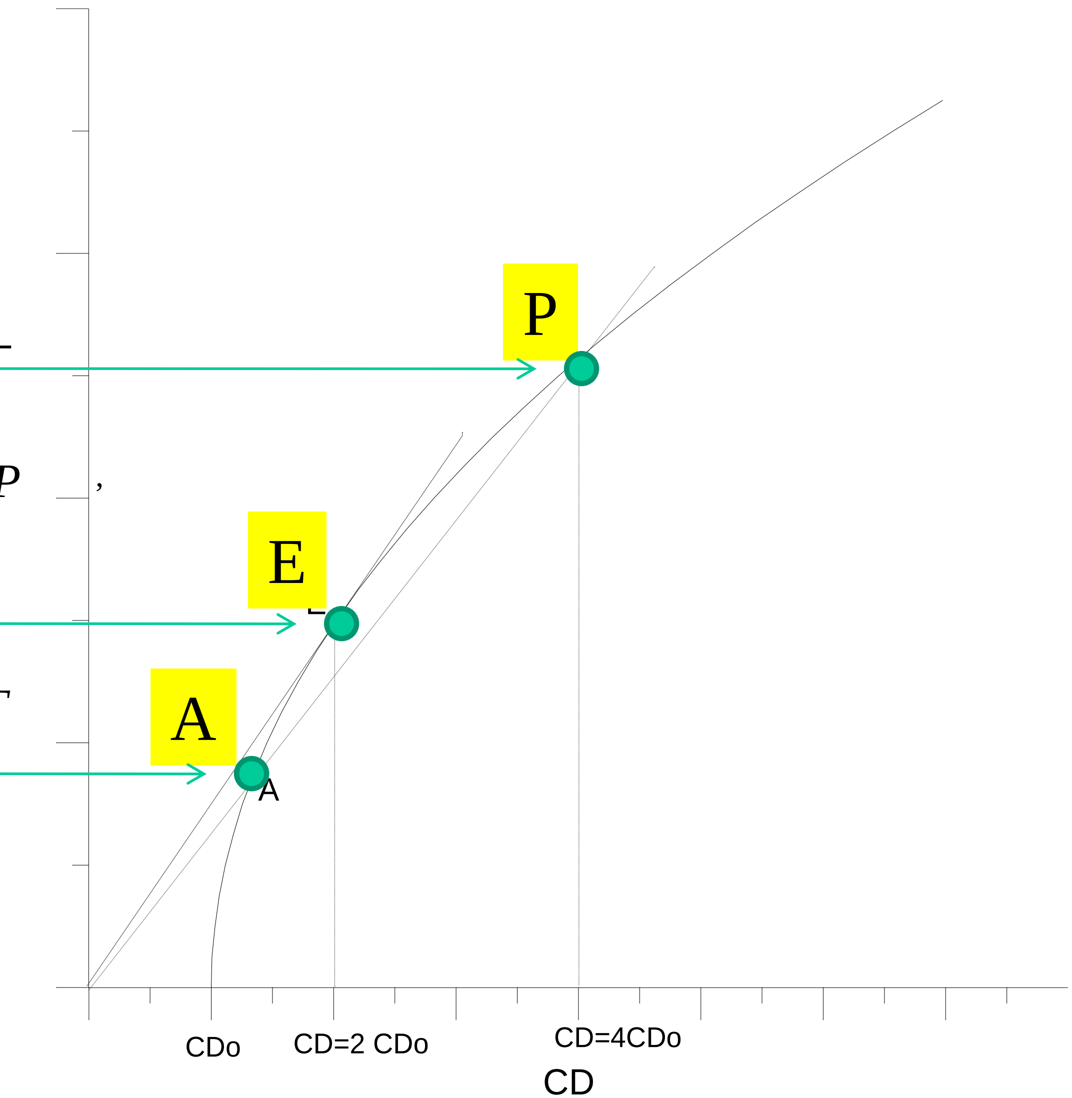
Tipicamente gli step ammessi dagli enti controllo traff aereo sono di 40 FL o 20 FL (1 FL = 100 ft) e dispari e pari per sensi opposti di direzione di volo.

C’e’ poca differenza tra il cruise climb e lo stepped altitude flight
=> Il volo a quota costante ed assetto constante non conviene !

AUTONOMIE - JET

RANGE – Considerazioni finali

Le autonomie coprono tutti i punti caratteristici:
Gli assetti tipici di elica e getto sono quindi tra E e P per elica e tra A ed E per getto.



AUTONOMIE - JET

RANGE – Considerazioni finali

Per il JET va considerato anche se $M > M_{DD}$
In tal caso la V non può essere qualsiasi e come detto il punto A non è più l’assetto ottimo.

,

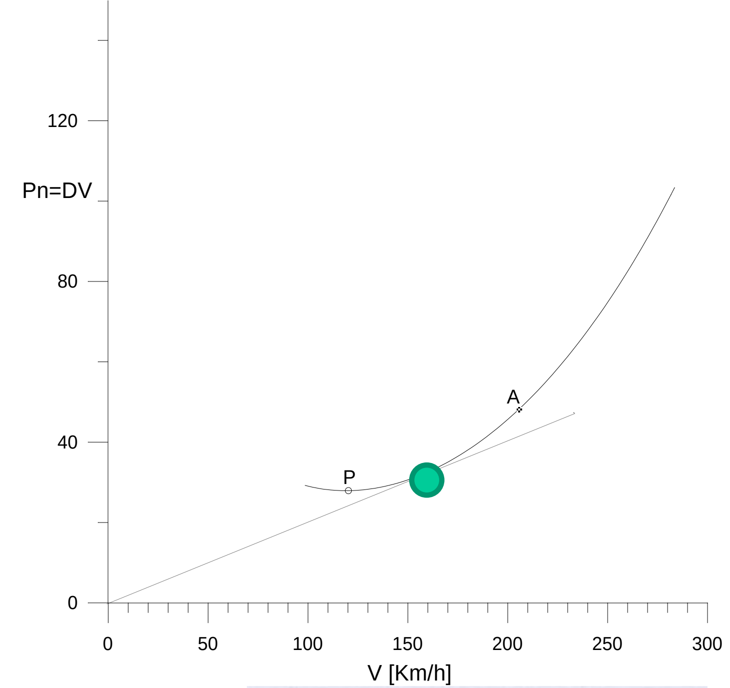
AUTONOMIE

RANGE - Considerazioni

Soprattutto per i velivoli ad elica

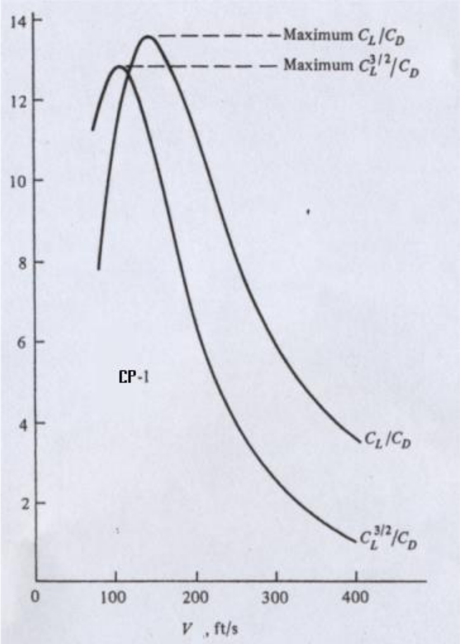
$$R_{MAX} = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot E_{MAX} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$R_{MAX} \Rightarrow E_{MAX}$$



La velocità di Max Range (PUNTO E) è BASSA !
Ottimizzo i consumi, ma non il tempo !

Un ATR dovrebbe volare a velocità abbastanza basse (es . 340 Km/h contro i 450-500 Km/h di velocità tipica).



Aerodynamic ratios for the CP-1 at sea level.

AUTONOMIE

RANGE - Considerazioni

Related to the above considerations, Bernard Carson, a professor of aerospace engineering at the U.S. Naval Academy, suggested another figure of merit that combines the concept of long range and higher velocity (Ref. 51). Maximum range occurs when the number of pounds of fuel consumed *per mile* is minimized. Recognizing that the flight velocity at this condition could be too small for practical situations, Carson reasoned that a more appropriate combination of both speed and economy would be flight in which the number of pounds of fuel consumed *per unit of velocity* were minimized, that is, when

$$\frac{dW_f}{V_\infty} \text{ è } minima$$

Come noto :

$$\frac{dW_f}{dt} = -c \cdot \Pi_a \qquad dW_f = -c \cdot \Pi_a \cdot dt$$

AUTONOMIE

RANGE - Considerazioni

$$dW_f = -c \cdot \Pi_a \cdot dt$$

$$dW_f = -c \cdot \Pi_a \cdot \frac{ds}{V} = -c \frac{D \cdot V}{\eta_P} \frac{ds}{V} = -\frac{c}{\eta_P} \cdot D \cdot ds$$

$$\frac{dW_f}{V} = -\frac{c}{\eta_P} \cdot \frac{D}{V} \cdot ds$$

Quindi l'assetto che garantisce minimo consumo di carburante per unità di V è => D/V minimo, cioè il PUNTO A

$$\frac{D}{V} = \frac{D}{L} \frac{L}{V} = \frac{C_D}{C_L} \frac{W}{V}$$

AUTONOMIE

RANGE - Considerazioni

$$\frac{dW_f}{V} = -\frac{c}{\eta_P} \cdot \frac{D}{V} \cdot ds$$

$$\frac{D}{V} = \frac{D}{L}\frac{L}{V} = \frac{C_D}{C_L}\frac{W}{V}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_L}}$$

$$\frac{D}{V} = \frac{C_D}{C_L}\frac{W}{V} = \frac{C_D}{C_L}W\sqrt{\frac{\rho S C_L}{2W}} = \frac{C_D}{C_L^{1/2}}\sqrt{\frac{\rho S W}{2}}$$

Assetto del punto A => cioè di massimo $\dfrac{C_L^{1/2}}{C_D}$

Velocità di Carson :

$$V_{Carson} = V_A = 1.32 \cdot V_E$$

AUTONOMIE

RANGE - Considerazioni

$$V_{Carson} = V_A = 1.32 \cdot V_E = 1.32 \cdot V_{MAX\ Eff}$$

La velocità di volo che ottimizza il consumo per unità di V nel caso di un velivolo ad elica è la V del punto A !!!!

Ricordo che il MAX RANGE si ha nel punto E.

Carson Speed:

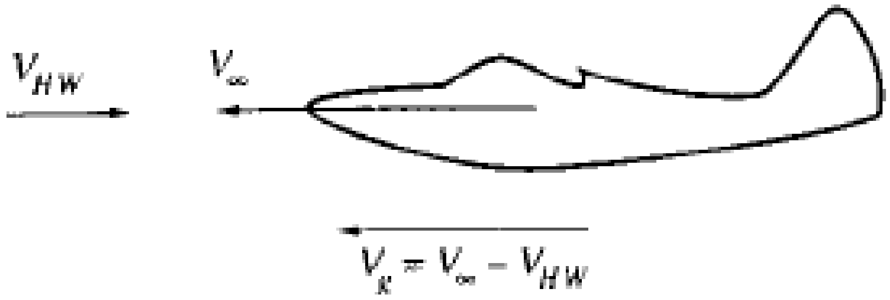
"the least wasteful way of wasting fuel."

Che tradotto è:

"Il modo meno dispendioso di sprecare del combustibile"

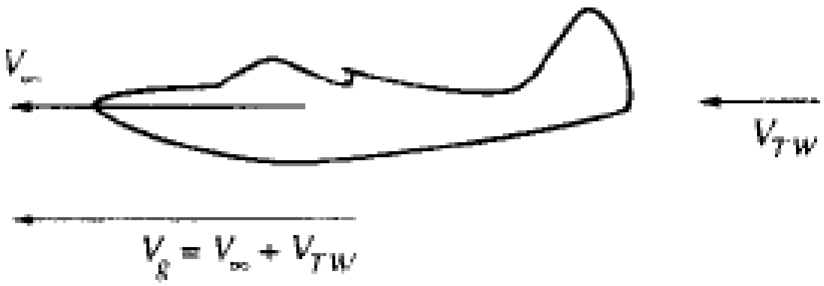
AUTONOMIE

RANGE – EFFETTO DEL VENTO



$$V_g = \frac{ds}{dt}$$

$$ds = V_g \, dt$$



Per velivoli ad elica:

$$R = \frac{\eta_P}{c} \frac{V_g}{V_\infty} E \cdot ln \frac{W_0}{W_1}$$

Infatti:

$$R = \int_{W_0}^{W_1} ds = \int_{W_0}^{W_1} V_g \cdot dt = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V_g \cdot dW}{c \cdot \Pi_a} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V_g \cdot \eta_P \cdot dW}{c \cdot D \cdot V_\infty} = \frac{\eta_P}{c} \frac{V_g}{V_\infty} E \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W}$$

$$\Pi_{no} = D \cdot V_\infty$$

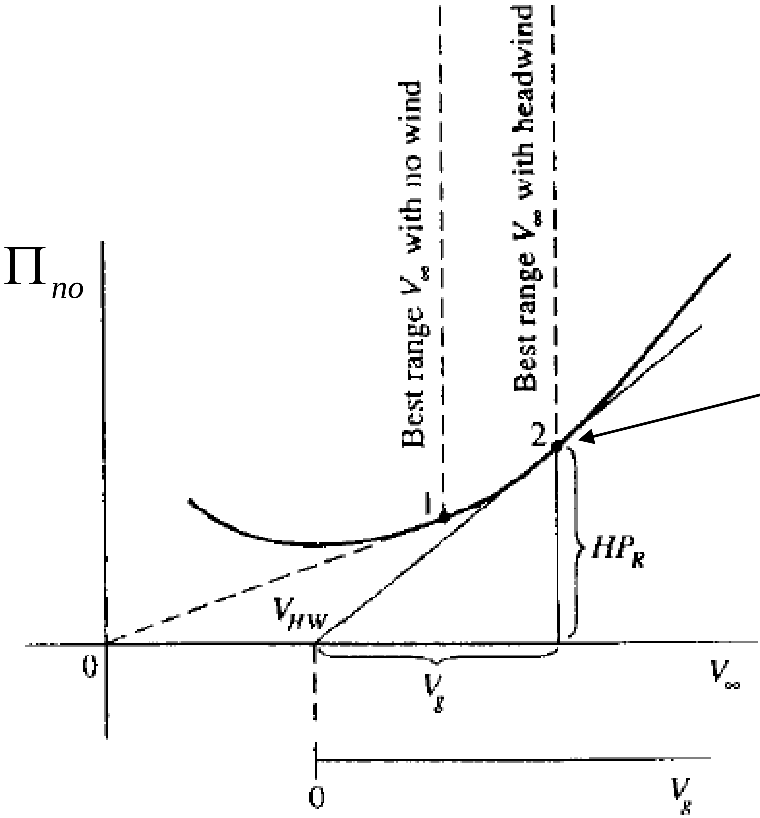
AUTONOMIE

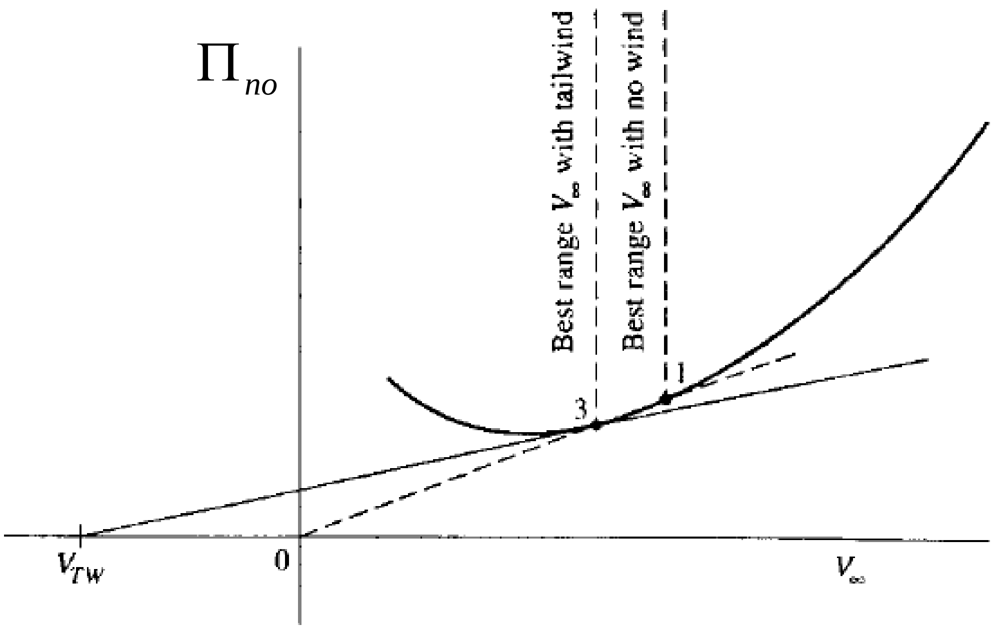
RANGE – EFFETTO DEL VENTO - ELICA

$$\frac{(kp)\,di\,combust.}{(km)} \propto \frac{(SFC)\cdot(\Pi_a)}{V_g} = \frac{(SFC)\cdot(\Pi_{no})}{V_g\cdot\eta_P} \qquad \frac{\Pi_{no}}{V_g} = \frac{D\cdot V_\infty}{V_g}$$

$$V_g = V_\infty - V_{HW}$$

$$MAX\ \ RANGE \Rightarrow\ min\,\frac{\Pi_{no}}{V_g}$$





AUTONOMIE

RANGE – EFFETTO DEL VENTO   JET

$$R = \frac{V_g}{c_j} E \cdot ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$MAX\ \ RANGE => \ min \frac{D}{V_g}$$

$T_{no} = D$