

Vincenzo Romano

Elementi

di

Dinamica e simulazione di volo

Quaderno 3

Cinematica del velivolo

In manovra

Dichiarazione di Copyright

Copyright Vincenzo Romano
Università degli Studi di Napoli “Federico II”
(Legge italiana sul Copyright 22.04.1941 n. 633)

Quaderno

3

Cinematica del velivolo in manovra

Quando camminerete sulla terra dopo aver volato, guarderete il cielo perché là siete stati e là vorrete tornare.

- Leonardo da Vinci

Indice

3.1	Introduzione	4
3.2	Impostazione del problema	4
3.3	Codice di calcolo	6
3.4	Esercizio 3.1	9
3.5	Esercizio 3.2	12
3.6	Esercizio 3.3	15
3.7	Manovra del cobra	18
3.8	Manovra Cuban eight	21
3.9	Manovra Hammer head stall turn	24
3.10	Cuban eight e Hammer head stall turn	27
3.11	Manovra Half roll e split S	28
3.12	Manovra Lazy eight	31
3.13	Manovra Spiral	34
3.14	Manovra side slip	37
3.15	Esercizio 3.5	40

3.1 Introduzione

Obiettivo della seguente esercitazione consiste nella descrizione cinematica del moto di un velivolo in fase di manovra. Le ipotesi alla base delle formule oggetto del nostro studio sono le seguenti:

- il velivolo è considerato un corpo rigido, ovvero un solido indeformabile;
- Terra piatta ed inerziale.

La prima assunzione consente di poter descrivere lo stato del velivolo in termini di posizione e assetto tramite le sei variabili $\{x_{E,G}, y_{E,G}, z_{E,G}, \phi, \theta, \psi\}^T$, ossia le tre coordinate del baricentro e nel sistema di riferimento assi Terra \mathcal{T}_E e i tre angoli di Eulero. Si ipotizzerà, inoltre, che le deflessioni delle superfici di controllo non diano luogo a variazioni significative dell'architettura del velivolo, così da poter preservare la prima ipotesi. Equivalentemente l'evoluzione del velivolo può essere descritta tramite il vettore di stato $\{x_{E,G}, y_{E,G}, z_{E,G}, q_0, q_x, q_y, q_z\}^T$, nel quale sono stati sostituiti agli angoli di Eulero le componenti del quaternione dell'orientamento anche detti parametri di Eulero-Rodriguez.

La seconda assunzione, invece, permette di trattare la terna di assi Terra \mathcal{T}_E come un sistema di riferimento fisso e inerziale.

Si prescinderà in tale capitolo dalle azioni inerziali, aerodinamiche e propulsive agenti sul velivolo e si procederà assegnando le leggi di variazione temporale della velocità \mathbf{V} e della velocità angolare $\boldsymbol{\Omega}$ e si procede alla determinazione delle storie temporali delle variabili di stato.

Il tutto si riduce, in maniera simile a quanto trattato nel quaderno 2, a risolvere un problema ai valori iniziali retto dalle *navigation equations* e dalle *gimbal equations* note anche come *relazioni cinematiche ausiliarie*. L'integrazione numerica viene operata tramite il software Matlab sfruttando la funzione ode45. Di seguito vengono richiamate le equazioni necessarie per risolvere il problema ed esposti gli esercizi svolti del quaderno 3.

3.2 Impostazione del problema

Come accennato il problema oggetto del nostro studio è la risoluzione di un sistema di equazioni differenziali con condizioni iniziali. Tale problema è stato già presentato e risolto nel capitolo 2. Tuttavia, per particolari manovre, potrebbe presentarsi il fenomeno noto come *gimbal lock* che si presenta quando $\theta = \pm \pi/2$. In tale condizione le relazioni cinematiche ausiliarie divengono singolari. Onde evitare tale singolarità vengono introdotte le componenti del quaternione.

La differenza sostanziale rispetto a quanto visto precedentemente risiede nelle *gimbal equations*. Nel quaderno 2, infatti, queste presentavano la seguente forma:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{S_\phi S_\theta}{C_\theta} & \frac{C_\phi S_\theta}{C_\theta} \\ 0 & C_\phi & -S_\phi \\ 0 & \frac{S_\phi}{C_\theta} & \frac{C_\phi}{C_\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Per cui, note le velocità angolari p, q, r , ossia le componenti del vettore velocità del velivolo espresso nel riferimento corpo (BRF, *Body Reference Frame*) e gli angoli di Eulero è possibile ricavarne le derivate da cui, integrando, si ottiene la storia temporale delle stesse. Tale relazione viene modificata introducendo le componenti del quaternione ottenendo il seguente sistema di quattro equazioni differenziali ordinarie del I ordine:

$$\begin{Bmatrix} q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Anche in tal caso, note le componenti del quaternione e le storie temporali delle componenti del vettore velocità angolare espresso nel riferimento body, è possibile ottenere delle equazioni differenziali dalla cui integrazione si ottengono le storie temporali del quaternione. A tal fine occorre, ovviamente, assegnare delle condizioni iniziali e definire l'intervallo di integrazione $[t_0, t_f]$.

Una volta note le componenti del quaternione è possibile ottenere gli angoli di Eulero mediante la relazione:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{cases} \text{atan2} [2(q_0 q_x + q_y q_z), (q_0^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2)] \\ \text{asin} [2(q_0 q_y - q_x q_z)] \\ \text{atan2} [2(q_0 q_z + q_x q_y), (q_0^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2)] \end{cases} \quad (3.3)$$

Invero tale relazione risulta valida allorquando l'orientamento del velivolo non dia luogo al *gimbal lock*. In tal caso, infatti, occorre utilizzare le (3.4) e (3.5) la cui scelta dipende dal valore assunto dalla differenza $q_0 q_x - q_0 q_z$.

È possibile, a tal fine, implementare una funzione presente già in Matlab, ossia *quat2dcm* per passare dal quaternione ai *direct cosine matrix* di cui si dirà, e, viceversa, *dcm2quat* per passare dai coseni direttori al quaternione. Tali funzioni appartengono all'*Aerospace Toolbox* e implementano le (3.3), (3.4), (3.5) e (3.6) di seguito mostrate.

Se $q_0 q_x - q_0 q_z = 0.5$ allora:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix}_{\text{gimbal lock}} = \begin{cases} 2 \text{asin} \left(\frac{q_x}{\cos \pi/4} \right) + \psi \\ + \frac{\pi}{2} \\ \text{arbitrary} \end{cases} \quad (3.4)$$

Se $q_0 q_x - q_0 q_z = -0.5$ allora:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix}_{gimbal\ lock} = \begin{Bmatrix} 2 \arcsin \left(\frac{q_x}{\cos \pi/4} \right) - \psi \\ -\frac{\pi}{2} \\ arbitrary \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

È possibile, ovviamente, procedere a ritroso. Ossia, noti gli angoli di Eulero, ricavare le componenti del quaternione mediante la seguente relazione:

$$\begin{Bmatrix} q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Per determinare la traiettoria del velivolo bisogna, infine, integrare il sistema di equazioni della navigazione che, in termini degli angoli di Eulero, assume la seguente forma:

$$\begin{Bmatrix} x_{E,G} \\ y_{E,G} \\ z_{E,G} \end{Bmatrix} = [T_{EB}(q_0, q_x, q_y, q_z)] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

ossia, in forma esplicita:

$$\begin{Bmatrix} x_{E,G} \\ y_{E,G} \\ z_{E,G} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

ove sono state utilizzate le abbreviazioni per le funzioni trigonometriche $C_\alpha = \cos \alpha$ e $S_\alpha = \sin \alpha$. Integrando tali equazioni, note le condizioni iniziali, si ottengono le storie temporali $x_{E,G}(t)$, $y_{E,G}(t)$, $z_{E,G}(t)$ una volta assegnate le condizioni iniziali.

3.3 Codice di calcolo

Il problema ai valori iniziali sopra delineato viene risolto numericamente mediante Matlab sfruttando la funzione `ode45` che implementa un algoritmo risolutivo del tipo *predictor-corrector* basato su due schemi Runge-Kutta, rispettivamente del quarto e del quinto ordine.

Di seguito viene riportato il codice utilizzato per tutti gli esercizi (in particolare quello mostrato fa riferimento all'esercizio 3.1) con l'unica differenza circa le storie temporali delle componenti delle velocità angolari nel riferimento body e quelle di velocità. Verranno, inoltre, imposte le seguenti condizioni iniziali circa la posizione:

$$x_{E,G} t_0 = y_{E,G} t_0 = z_{E,G} t_0 = 0 \quad (3.9)$$

mentre per gli angoli di Eulero si impone:

$$\phi t_0 = \theta t_0 = \psi t_0 = 0 \quad (3.9)$$

dato che ciò non lede la generalità di quanto diremo.

```

clear all; close all; clc;

% Condizioni iniziali
psi0 = 0; theta0 = 0; phi0 = 0; % Angoli di Eulero
X0=0; Y0=0; Z0 = 0; % Posizione iniziale

% Occorre assegnare i seguenti valori:
% p = p(t); q = q(t); r = r(t).
% u = u(t); v = v(t); w = w(t).

% Funzioni anonime
% Storie temporali di p, q, r
p_max = 0;
q_max = convangvel(30.0,'deg/s','rad/s'); % converte deg/s in rad/s
r_max = 0;

% Tempo finale di simulazione
t_fin = 2*pi/q_max; %tempo finale pari a T = (2*pi)/q_max

p = @(t) 0*t;

q = @(t) ...;
interp1(...,[0, 1/6*t_fin, 2/6*t_fin, t_fin/2, 4/6*t_fin, 5/6*t_fin, t_fin], ...
[q_max, q_max, q_max, q_max, q_max, q_max, q_max], ...
t, 'pchip' ... %'pchip' Piecewise Cubic Hermite Interpolating
... %Polynomial
);
%ovvero tipologia di interpolante Hermitiana

r = @(t) 0*t;

% Storie temporali di u, v, w
u0 = convvel(300.0,'km/h','m/s'); % converte km/h in m/s
v0 = convvel( 0.0,'km/h','m/s'); % converte km/h in m/s
w0 = convvel( 0.0,'km/h','m/s'); % converte km/h in m/s

u = @(t) interp1(...,[0, 1/6*t_fin, 2/6*t_fin, t_fin/2, 4/6*t_fin, 5/6*t_fin, t_fin], ...
[u0, 1.0*u0, 1.0*u0, 1.0*u0, 1.0*u0, 1.0*u0, 1.0*u0], ...
t, 'pchip');

% Assumiamo v(t) = w(t) = 0
v = @(t) 0*t;
w = @(t) 0*t;

%%%%%%%%%%%%%%%
%Mesh
N = 120; %numero di punti
t = linspace (0, t_fin, N); %punti del mesh uniforme

```

```

%%%%% Equazioni cinematiche - gimbal equation %%%%%%
%
dQuatdt = @(t, Q) ... %vettore derivate dei quadernioni rispetto dt
0.5*[    0, -p(t), -q(t), -r(t);
        p(t),     0,   r(t), -q(t);
        q(t), -r(t),     0,   p(t);
        r(t),   q(t), -p(t),     0] * Q; %Q = vettore dei quadernioni

% Soluzione delle equazioni di evoluzioni dei quadernioni
options = odeset('RelTol', 1e-9, 'AbsTol', 1e-9*ones(1,4));

% Condizioni iniziali quadernioni
Q0 = angle2quat(psi0, theta0, phi0); %si veda l'equazione (3.61)
    % La funzione angle2quat converte gli "angoli (angle)" in (to)
    % "quaternioni (quat)"

% Integrazione Runge-Kutta
[vTime, vQuat] = ode45(dQuatdt, [0 t_fin], Q0, options);

%%%%% Soluzione navigation equations %%%%%%
%
% Funzione di interpolazione temporale della storia dei quaternioni
Quat = @(t) ... %funzione anonima
[interp1(vTime,vQuat(:,1),t), ... %funzione q0(t)
interp1(vTime,vQuat(:,2),t), ... %funzione qx(t)
interp1(vTime,vQuat(:,3),t), ... %funzione qy(t)
interp1(vTime,vQuat(:,4),t)]; %funzione qz(t)

% Matrice di trasformazione da assi Earth ad assi body: T_BE = [T_EB]^T
T_BE = @(Q) quat2dcm(Q); %Da "quat" "to" "dcm" (direction cosin matrix)

% Definizione delle navigation equations
dPosEdt = @(t,PosE) ... %derivate posizione rispetto dt nel riferimento
    %Earth
transpose(quat2dcm(Quat(t)))*[u(t);v(t);w(t)];
    %transpose(quat2dcm(Quat(t))) = [T_EB]^T

%Soluzione delle navigation equations
options = odeset('RelTol', 1e-3, 'AbsTol', 1e-3*ones(3,1));

%Posizione iniziale nel riferimento Earth
PosE0 = [X0;Y0;Z0];

%Integrazione mediante Runge-Kutta
[vTime2, vPosE] = ode45(dPosEdt, vTime, PosE0, options);

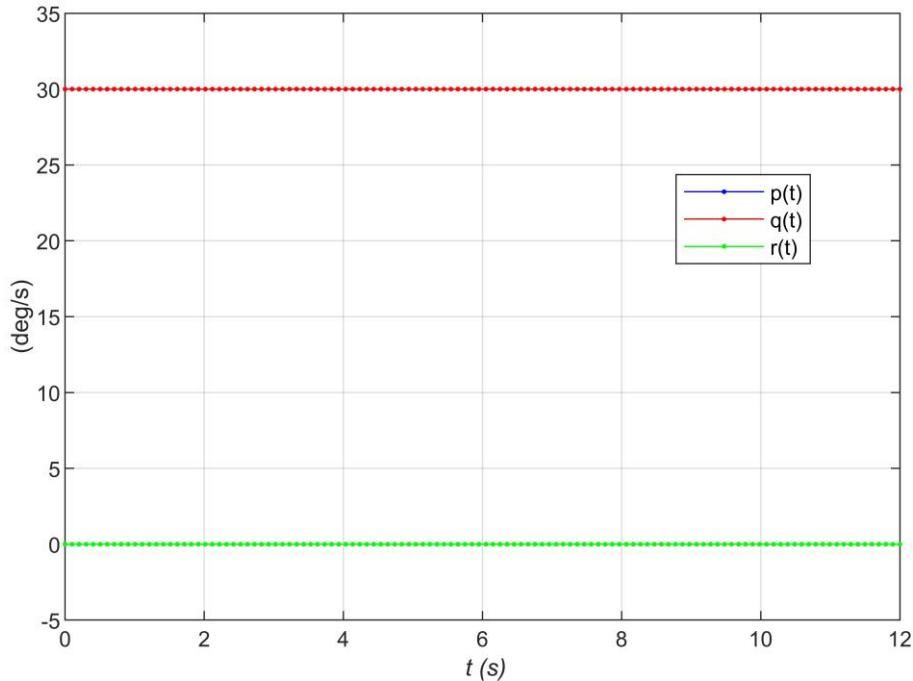
%Vettori posizione x_EG, y_EG, z_EG
vXe = vPosE(:,1);
vYe = vPosE(:,2);
vZe = vPosE(:,3);

%Viene omessa la parte di codice concernente i plot

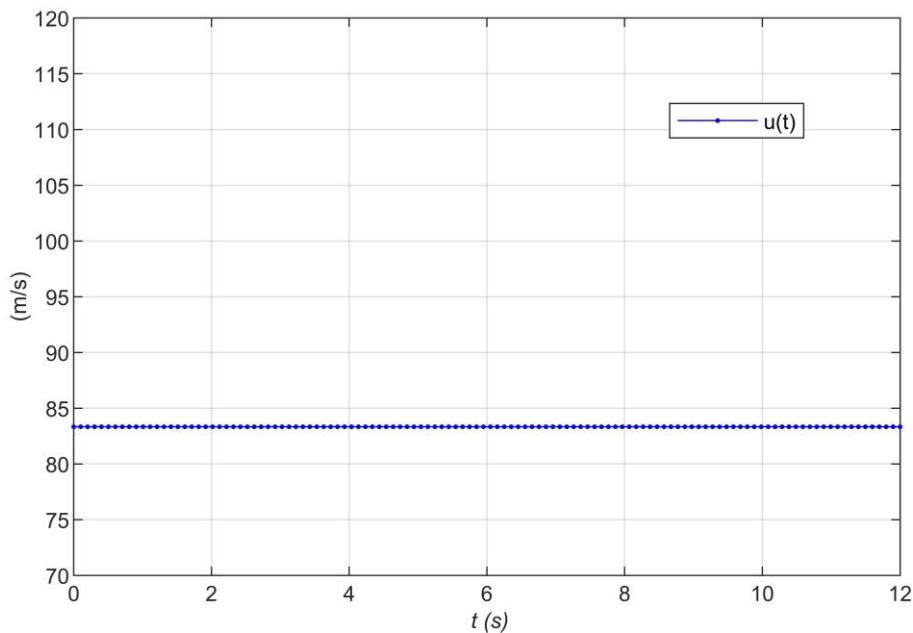
```

3.4 Esercizio 3.1

Nel seguente esercizio viene proposta la manovra di *looping perfetto* per cui l'evoluzione del velivolo è contenuta in un piano verticale. In tal caso sarà presente solo la velocità $u(t)$ e la velocità angolare $q(t)$ entrambe pari al valore iniziale. In tal caso, per avere un looping perfetto, è stato scelto un tempo di manovra pari al periodo della stessa, ossia $T = 2\pi/q_0$. Di seguito vengono presentati i risultati.

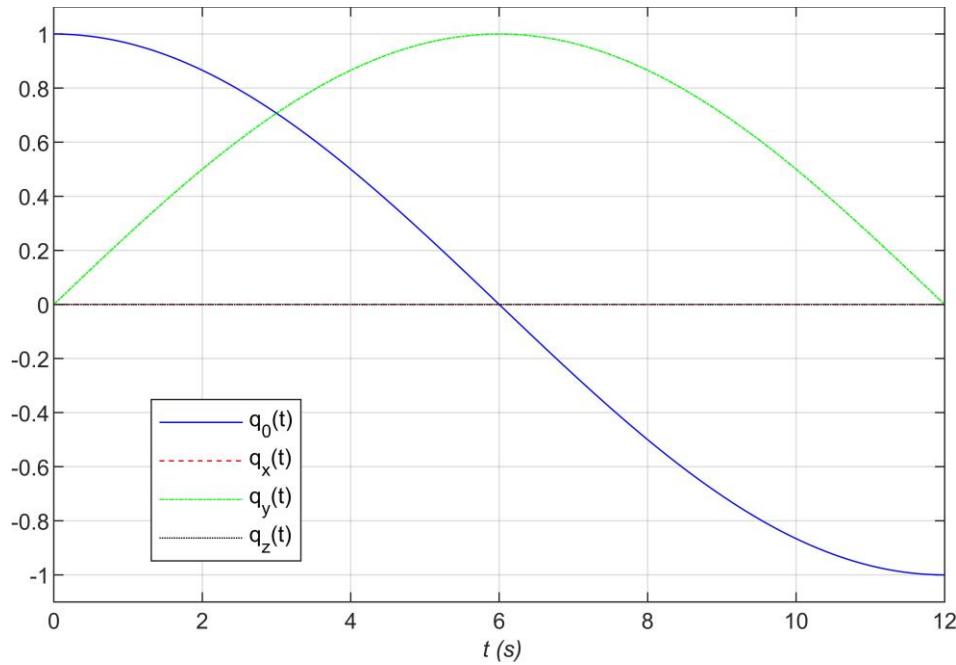


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.

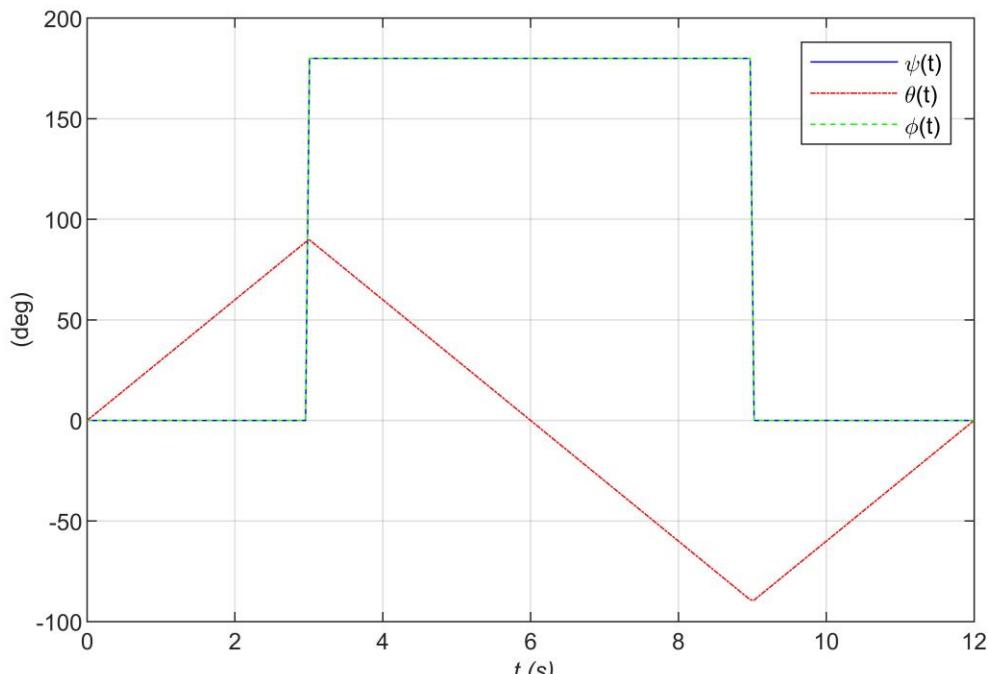


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

Figura 3.1 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate nell'esercizio 3.1.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.

Figura 3.2 Storie temporali delle componenti del quaternione e degli angoli di Eulero nell'esercizio 3.1.

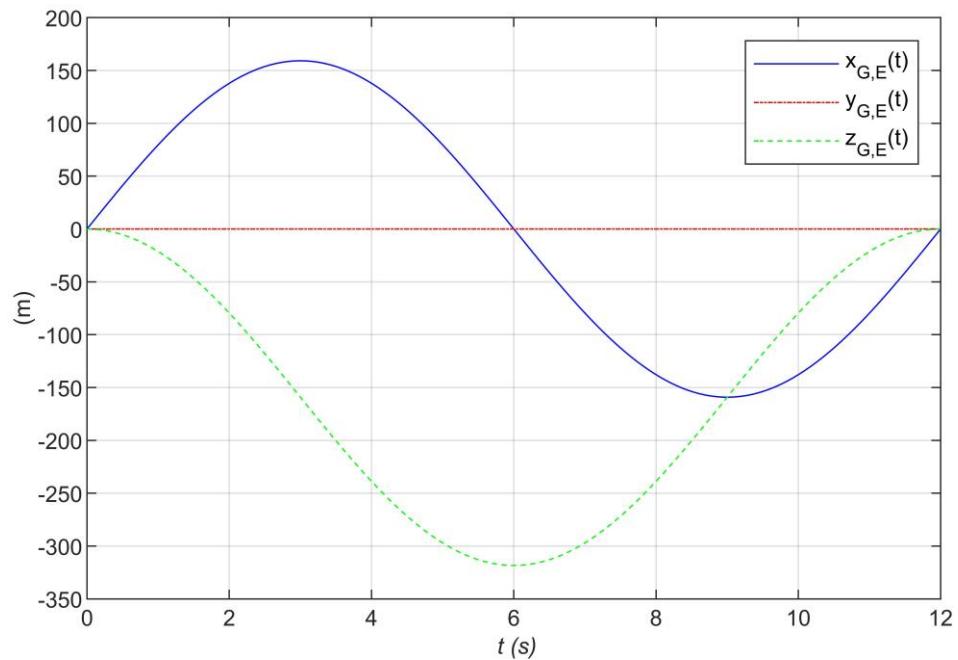


Figura 3.3 Storie temporali delle coordinate del baricentro dell'esercizio 3.1.

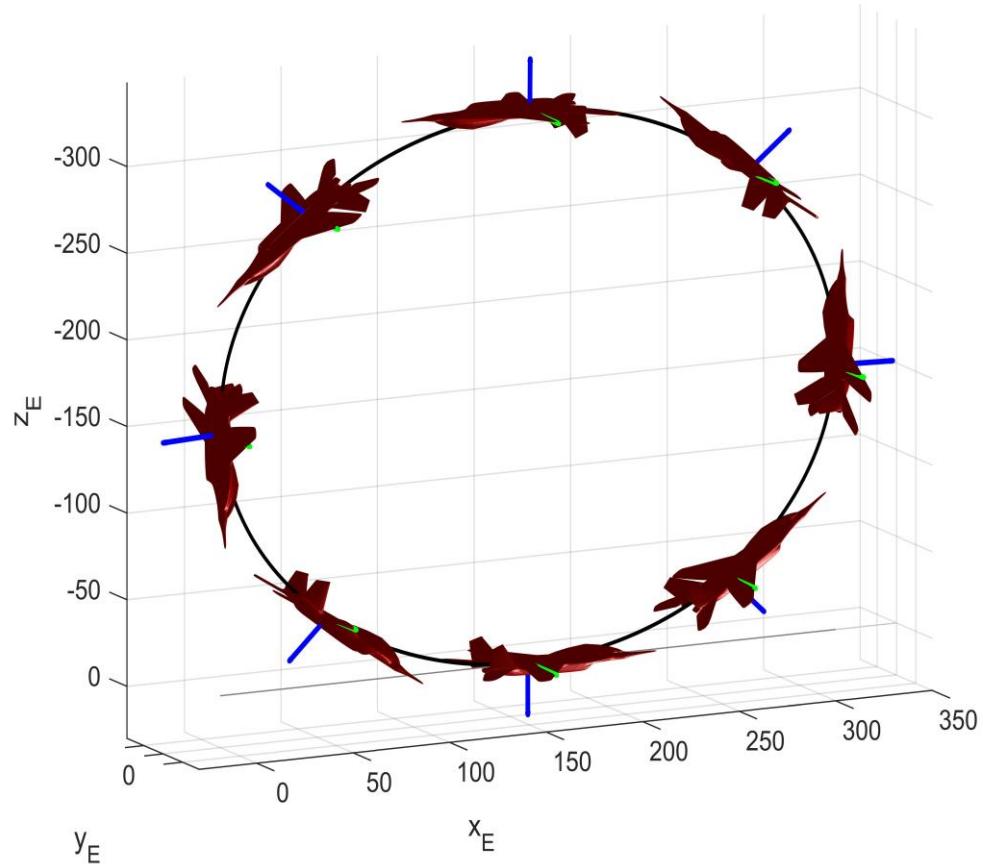
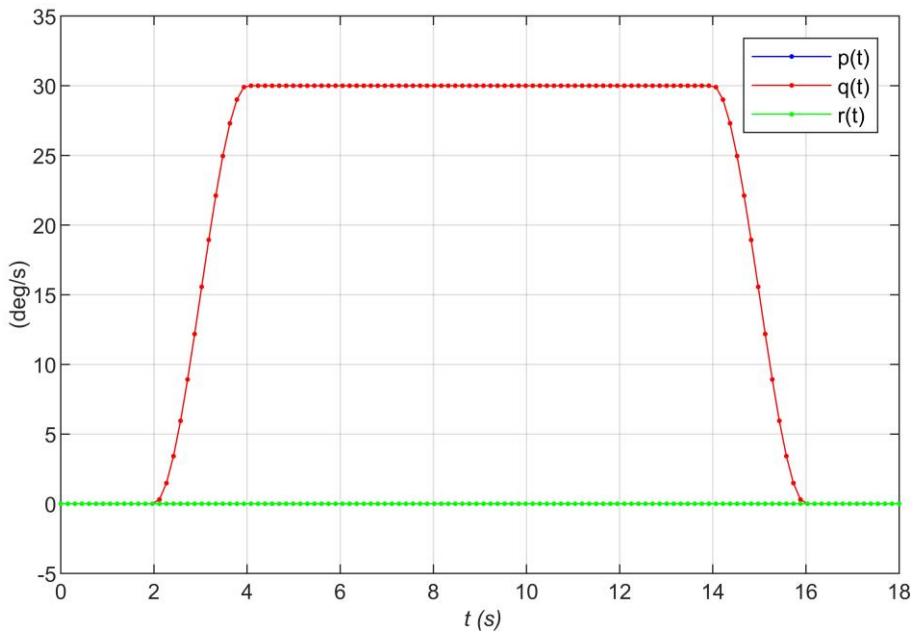


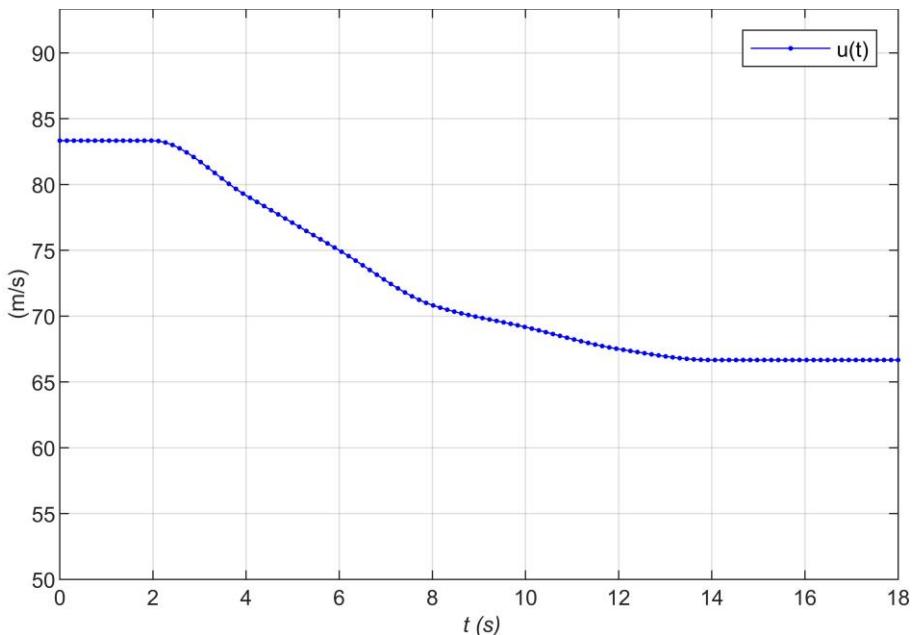
Figura 3.4 Rappresentazione della manovra di *looping perfetto*.

3.5 Esercizio 3.2

Nel seguente esercizio viene proposta la manovra di *looping realistica* che differisce dal caso proposto precedentemente per le leggi assegnate, più prossime a quelle reali. In particolare è stata ipotizzata una velocità $u(t) = 250 \text{ km/h}$ che decresce gradualmente nel tempo fino al raggiungimento di un valore costante. Altresì $q(t)$ che parte da un valore nullo, cresce fino a q_{max} per poi riportarsi a 0. Di seguito i risultati.

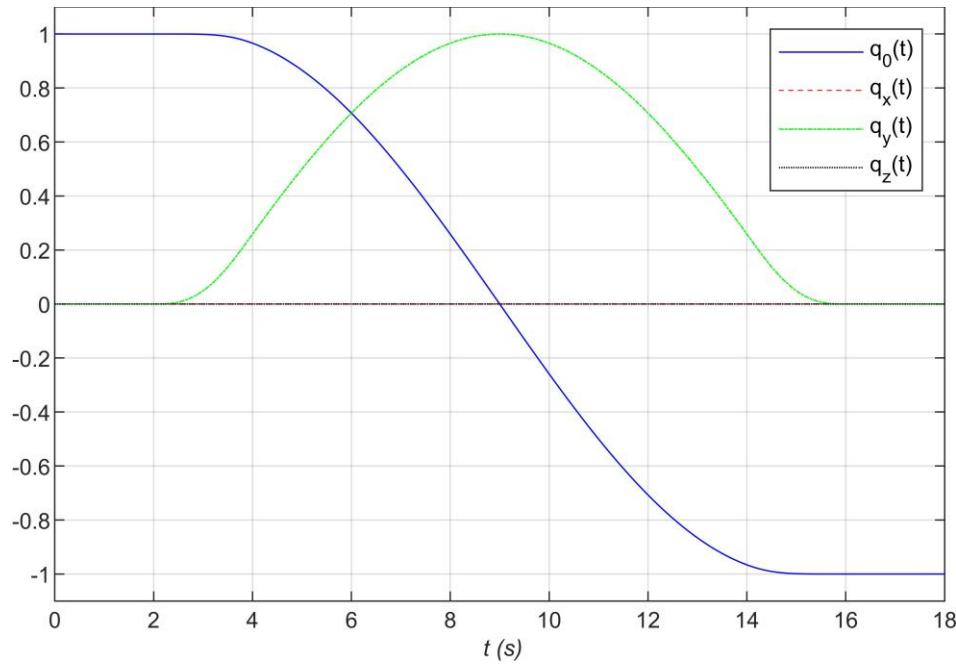


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.

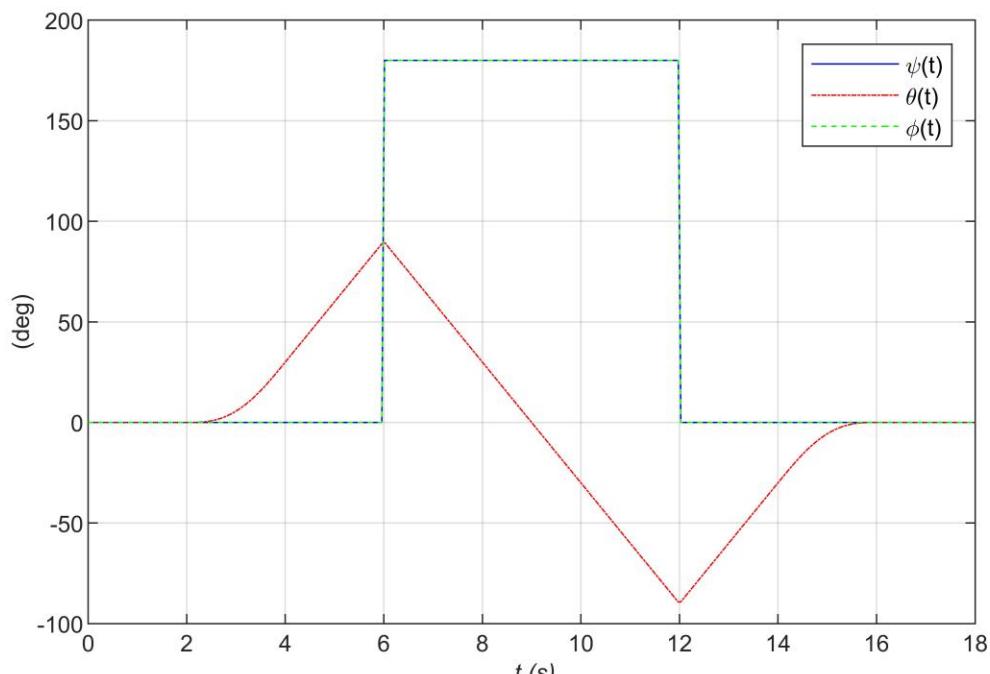


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

Figura 3.5 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate nell'esercizio 3.2.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.

Figura 3.6 Storie temporali delle componenti del quaternione e degli angoli di Eulero nell'esercizio 3.2.

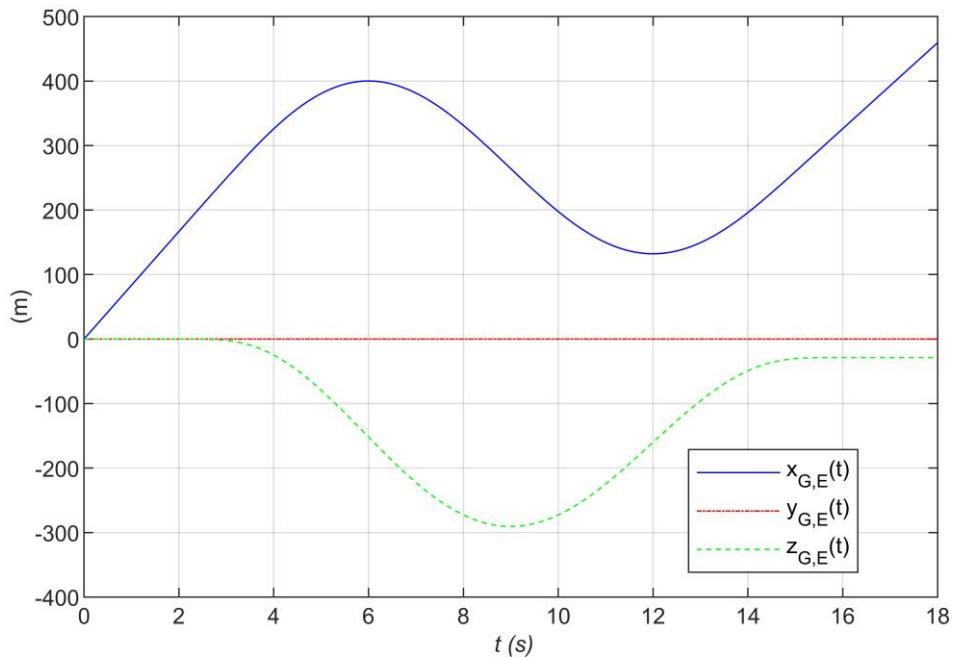


Figura 3.7 Storie temporali delle coordinate del baricentro dell'esercizio 3.2.

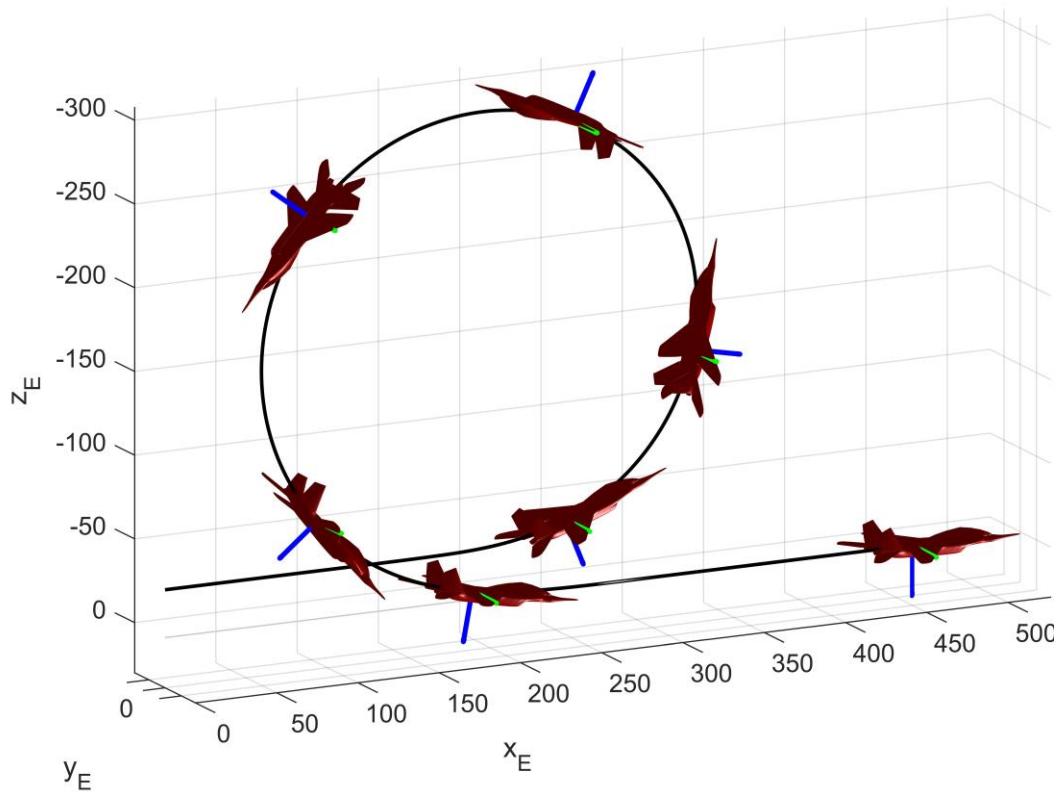


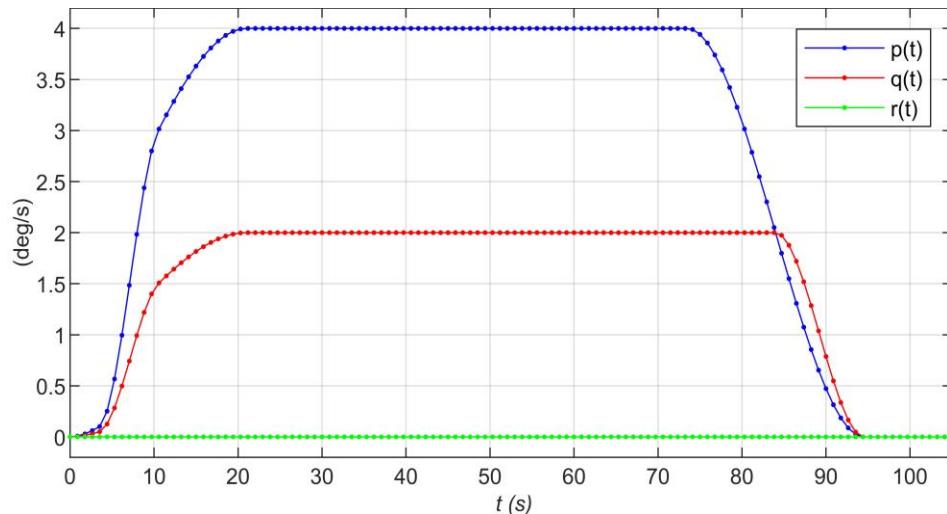
Figura 3.8 Rappresentazione della manovra di *looping* realistico.

3.6 Esercizio 3.3

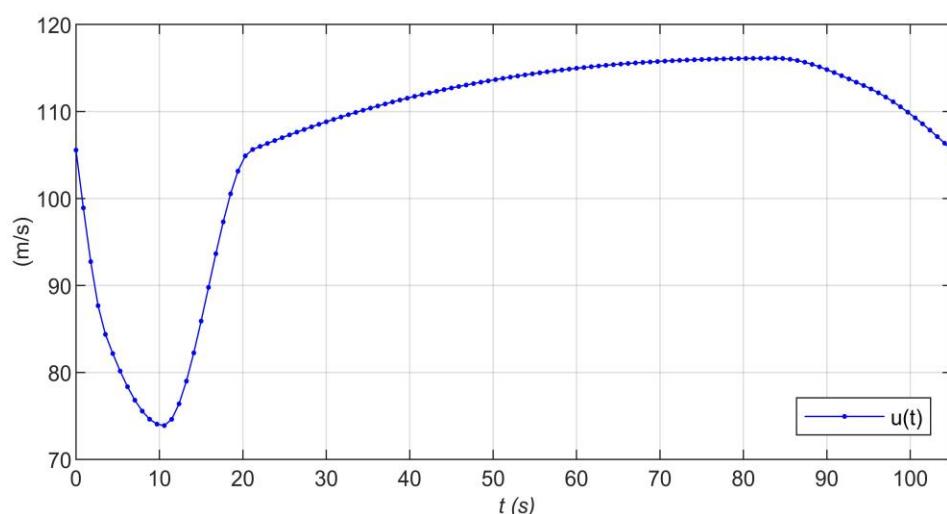
Il *tonneau* è una manovra che porta il velivolo a ruotare di 360° attorno all'asse longitudinale di rollio. Esistono diverse varianti di tale manovra tra cui citiamo:

- manovra di *tonneau a botte o Barrell Roll* quando il velivolo descrive una traiettoria elicoidale simile ad una spirale intorno all'asse longitudinale di rollio che assomiglia alla spirale sulla superficie interna di una botte, da cui il nome;
- manovra di *mezzo tonneau* qualora si ruoti di soli 180° .

In tal caso si osservi che l'angolo di bank ϕ presenta una singolarità tale per cui appena supera i 180° subisce una variazione di scatto passando a -180° , per poi riprendere a crescere con continuità nel tempo. Si noti che il *tonneau* corretto deve terminare con il velivolo alla stessa quota e nella stessa direzione iniziale. Di seguito vengono riportate le leggi assegnate e i risultati dell'integrazione.

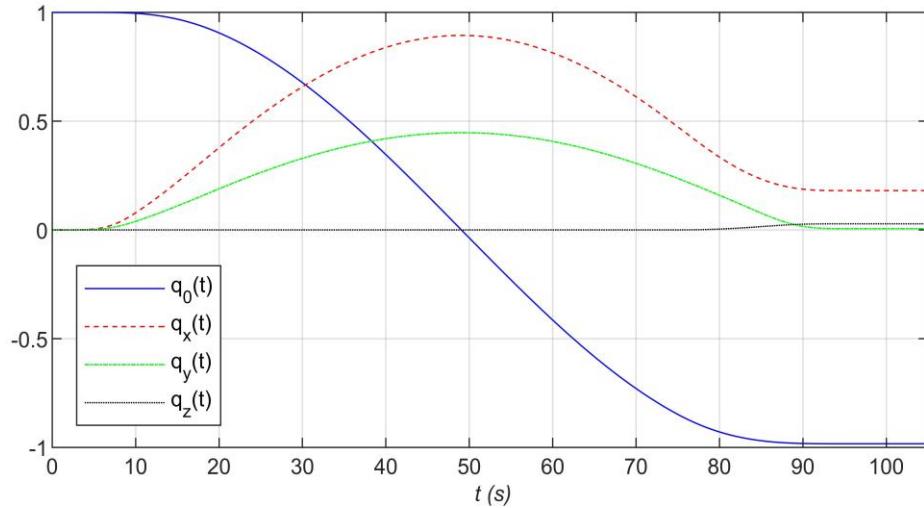


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.⁷

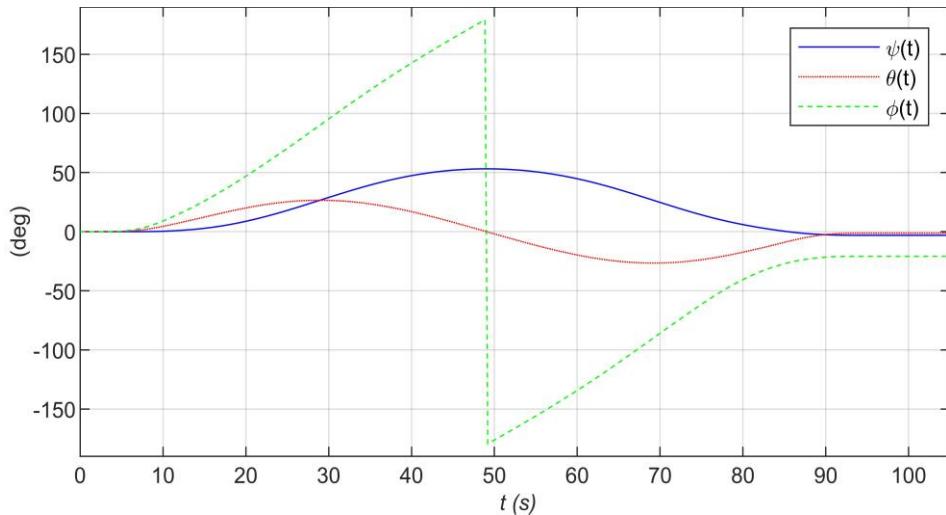


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

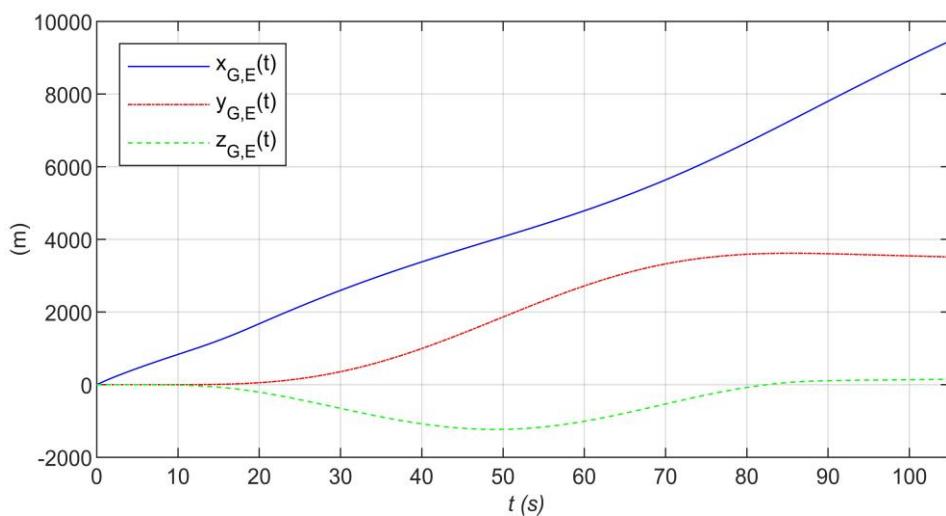
Figura 3.9 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate nell'esercizio 3.3.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.



(c) Storie temporali delle coordinate del baricentro dell'esercizio 3.3.

Figura 3.10 Storie temporali dei parametri dell'orientamento e della posizione concernenti l'esercizio 3.3.

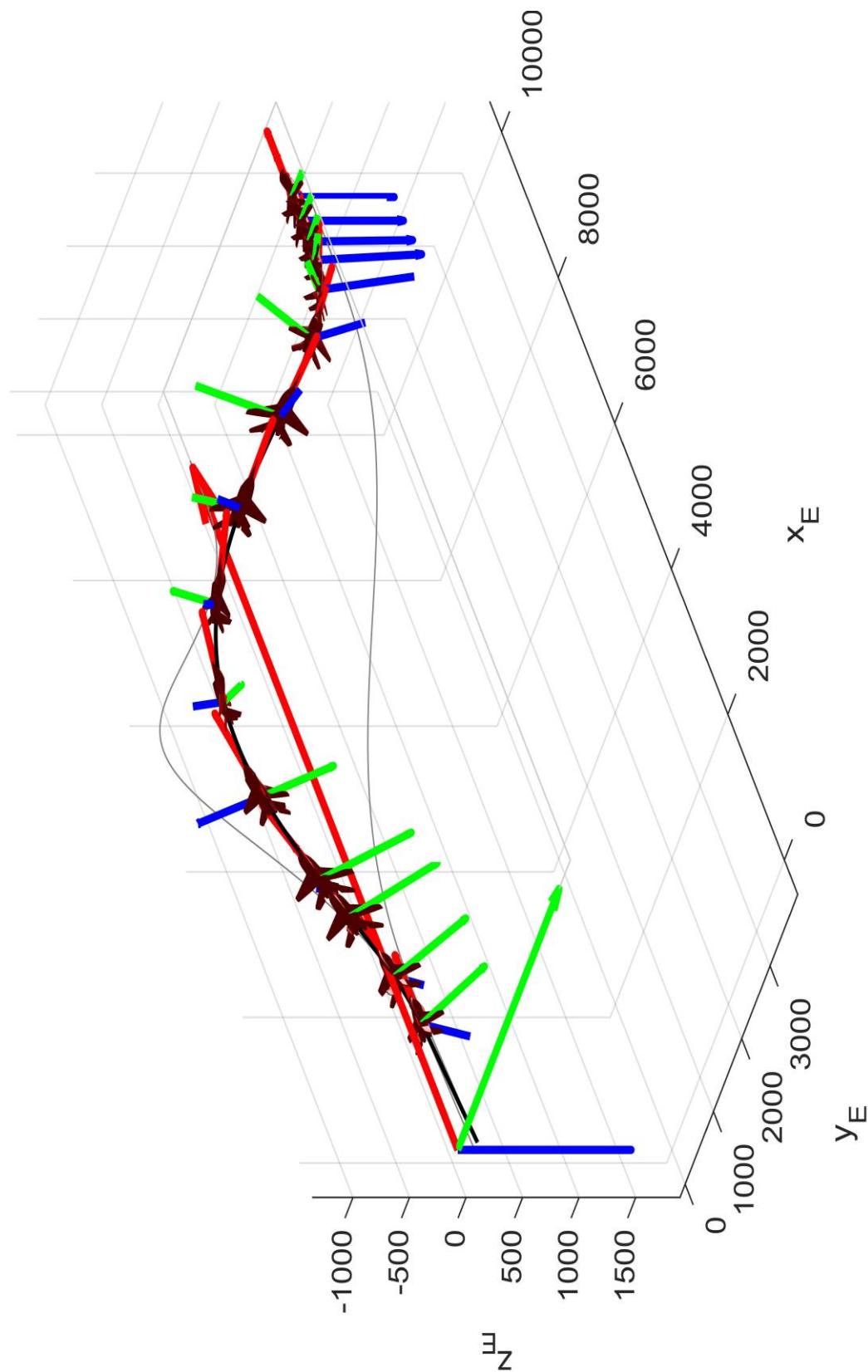
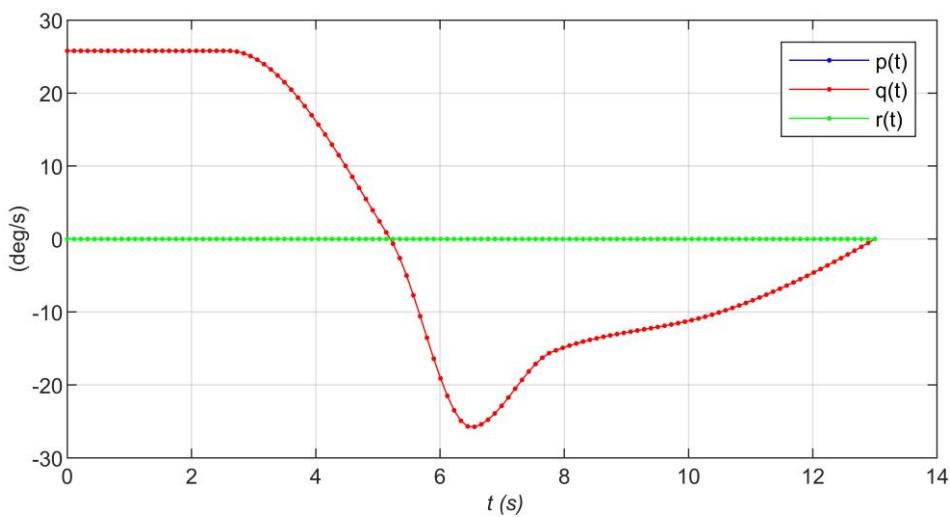


Figura 3.11 Rappresentazione della manovra di tonneau.

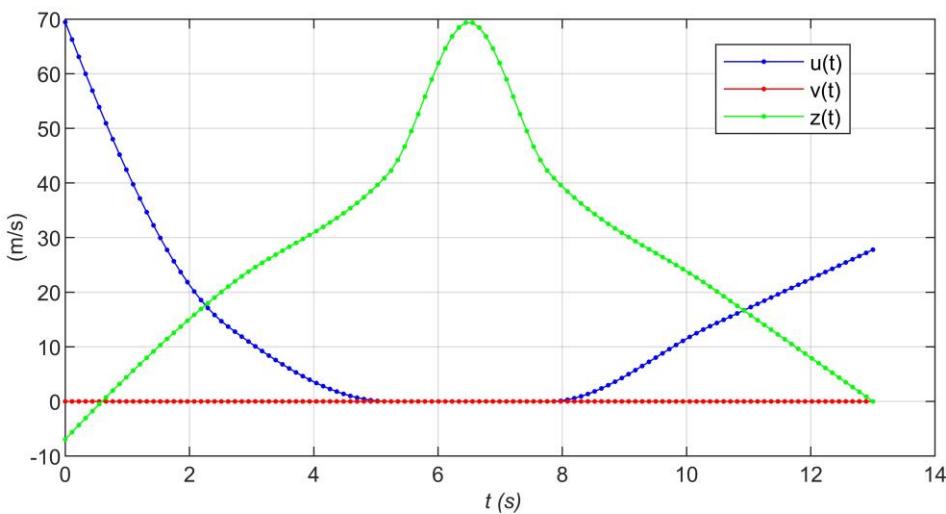
3.7 Manovra del cobra

Il *cobra di Pugačëv* è spettacolare acrobazia aerea, praticabile solo ed esclusivamente con alcuni moderni aerei da caccia. La manovra parte in volo livellato a velocità moderata, il pilota alza repentinamente il muso dell'aereo superando i 100° di angolo d'attacco, per poi ritornare, più dolcemente, in volo livellato e l'aviogetto mantiene una quota approssimativamente costante.

Sebbene molti piloti dibattano sull'utilità pratica della stessa in combattimento, essa resta la dimostrazione delle doti di manovrabilità del velivolo, ovvero di un grande controllo di beccheggio, di grande stabilità e delle generose prestazioni dei propulsori ad angoli d'attacco fuori dal comune. La manovra provoca un repentino calo della velocità (una vera e propria frenata dell'aereo) in grado, a detta dei suoi estimatori, di consentire all'esecutore di evitare un attacco o di portarsi in condizione di compierlo.

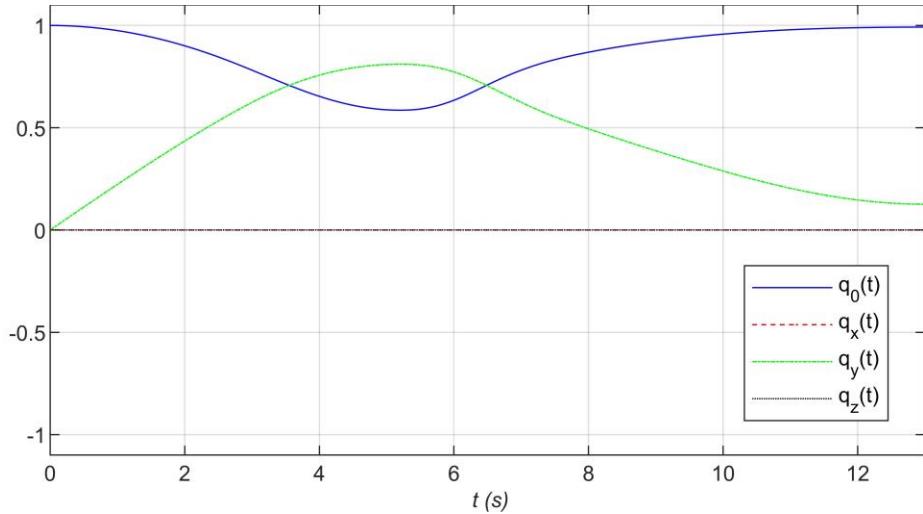


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.

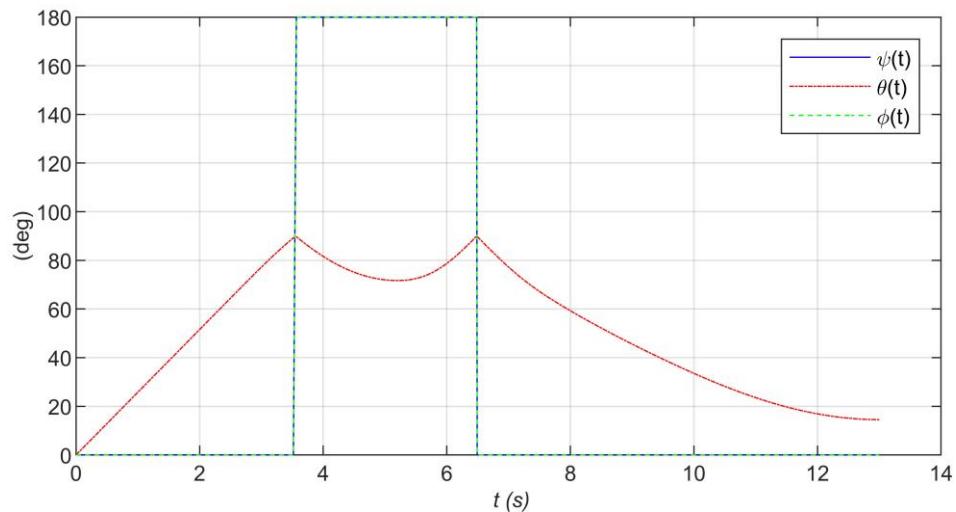


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

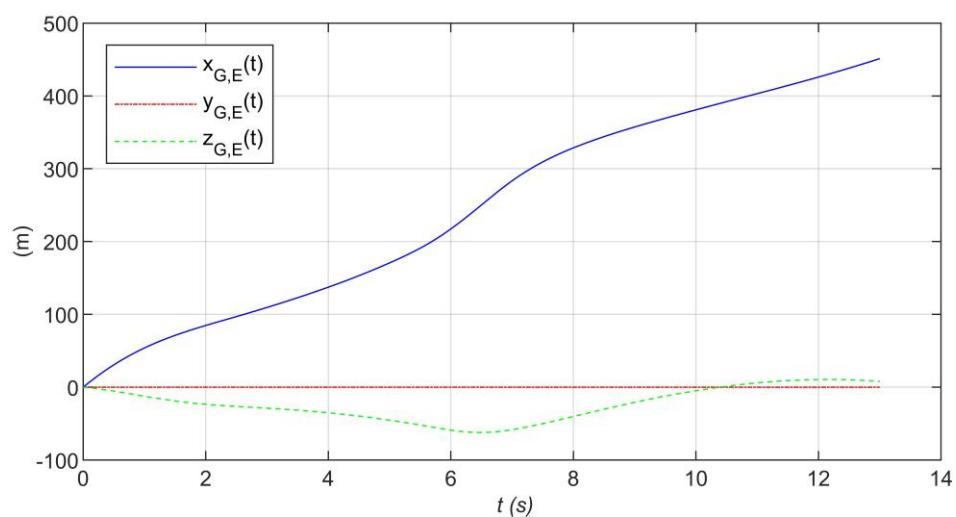
Figura 3.12 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate per la manovra del *cobra*.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.



(c) Storie temporali delle coordinate del baricentro.

Figura 3.13 Storie temporali dei parametri dell'orientamento e della posizione concernenti per la manovra del *cobra*.

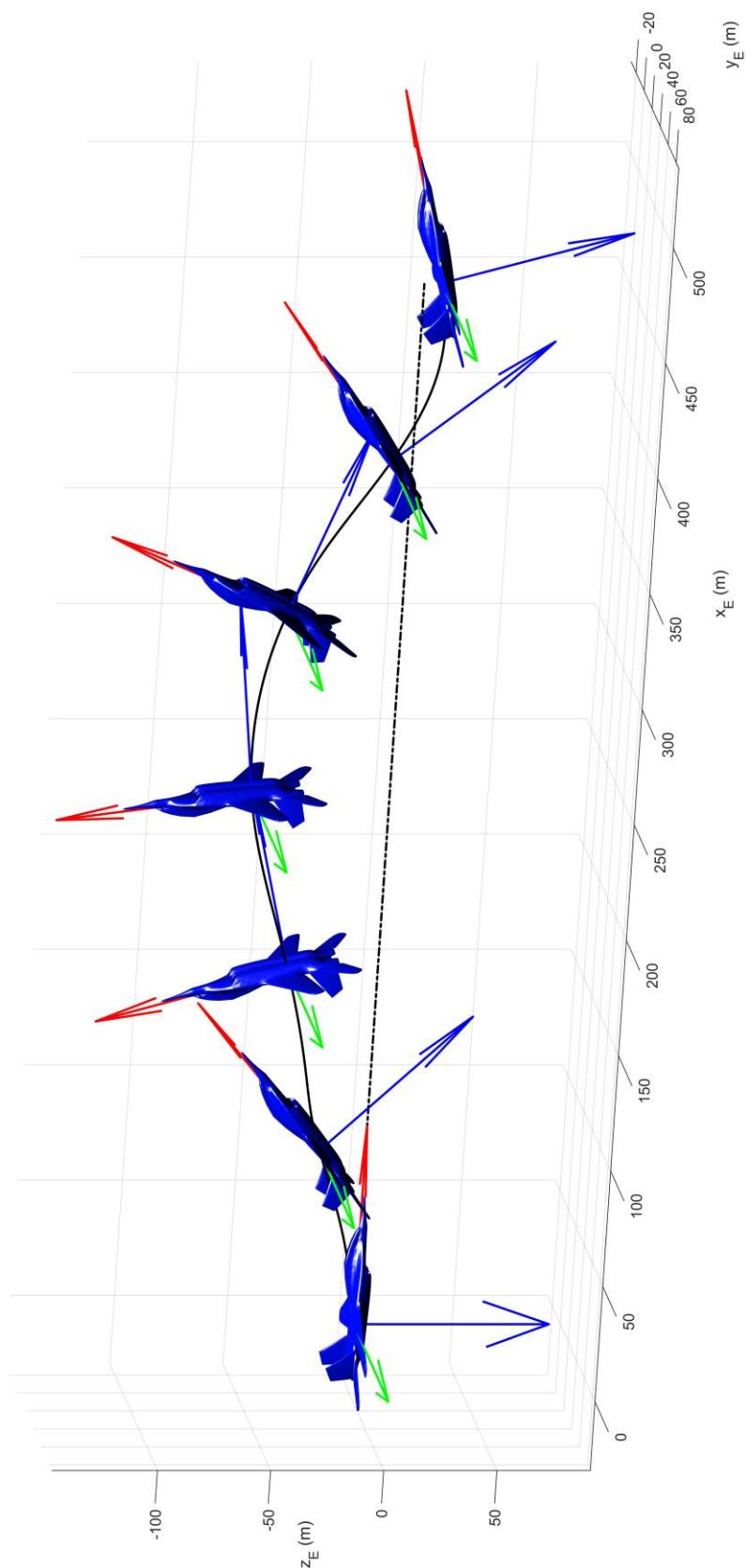
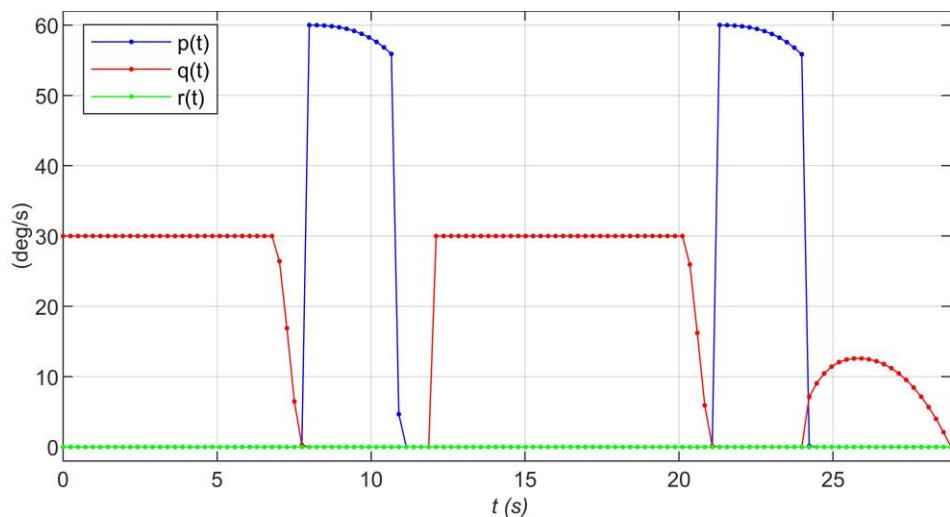


Figura 3.14 Rappresentazione della manovra del *cobra*.

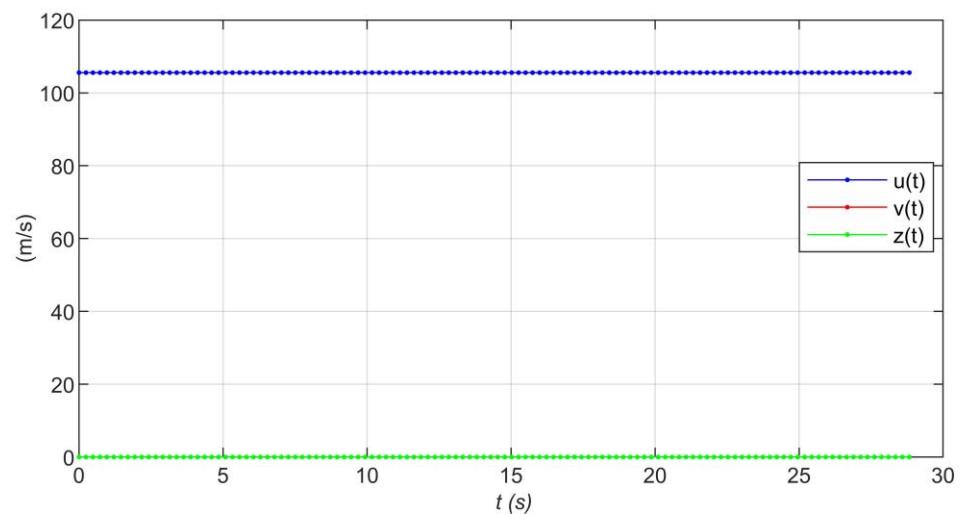
3.8 Manovra Cuban eight

La manovra *Cuban eight* (*otto cubano*) è una manovra acrobatica che si articola in due fasi, ciascuna delle quali consiste in un *looping* seguito da un *half tonneau* che riportano il valivolo nella condizione di volo iniziale. La traiettoria così descritta è un *otto* e teoricamente è contenuta tutta in un piano verticale.

Il vincolo di tale manovra è che il raggio del loop sia costante e la quota di inizio manovra uguale a quella di fine manovra. Per ottenere la stessa si è proceduto innestando inizialmente una manovra di *loop* e, una volta giunti al compimento di $\frac{3}{4}$ di rotazione viene innestata una manovra di rollio al fine di riportare il pilota nella classica direzione testa piedi per poi ripetere un secondo *loop* e concludere la manovra complessiva. Di seguito vengono rappresentate le leggi assegnate e i risultati ottenuti.

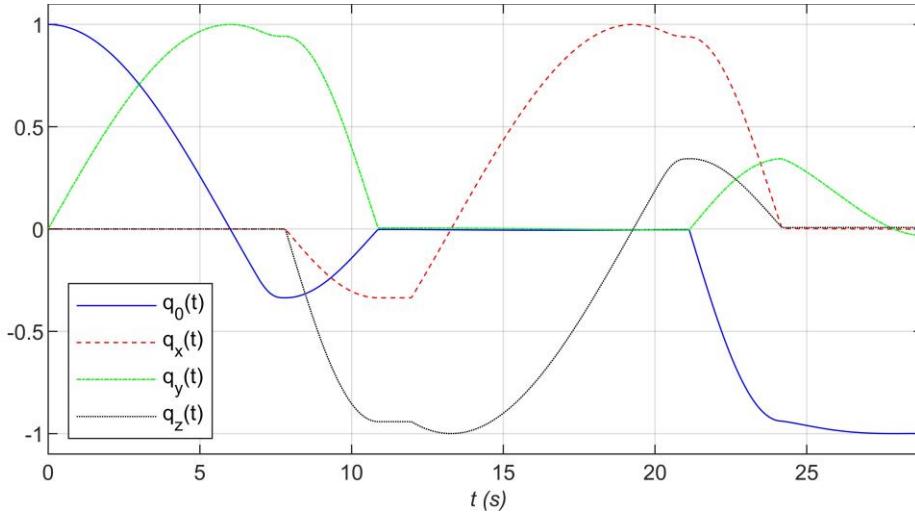


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.

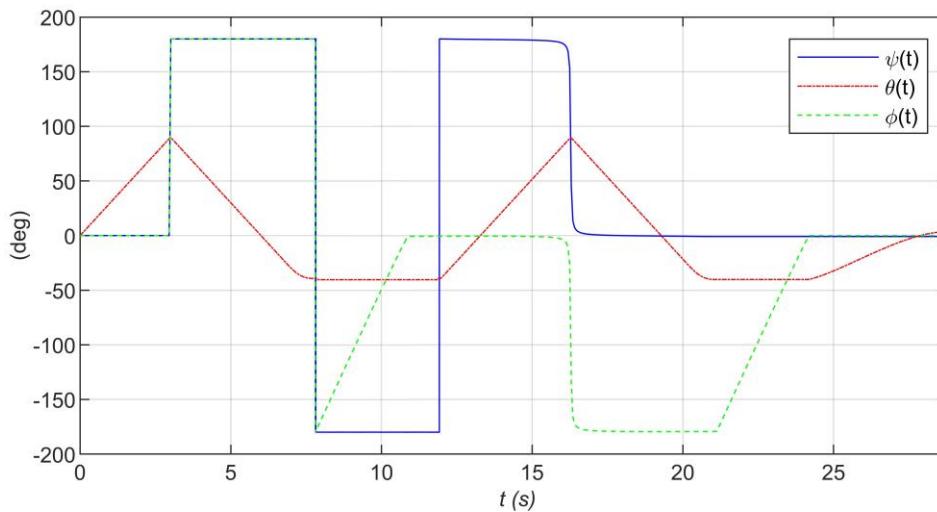


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

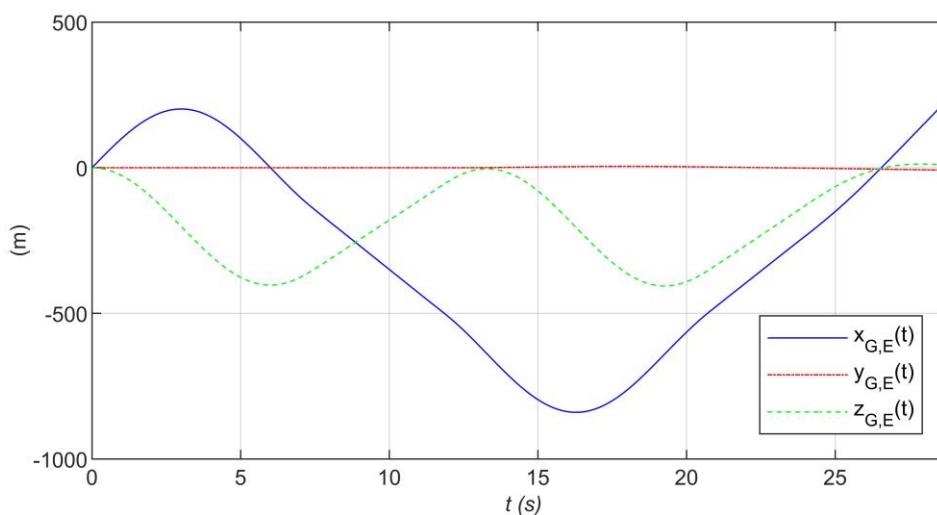
Figura 3.15 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate per la manovra del *Cuban eight*.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.



(c) Storie temporali delle coordinate del baricentro.

Figura 3.16 Storie temporali dei parametri dell'orientamento e della posizione concernenti per la manovra del *Cuban eight*.

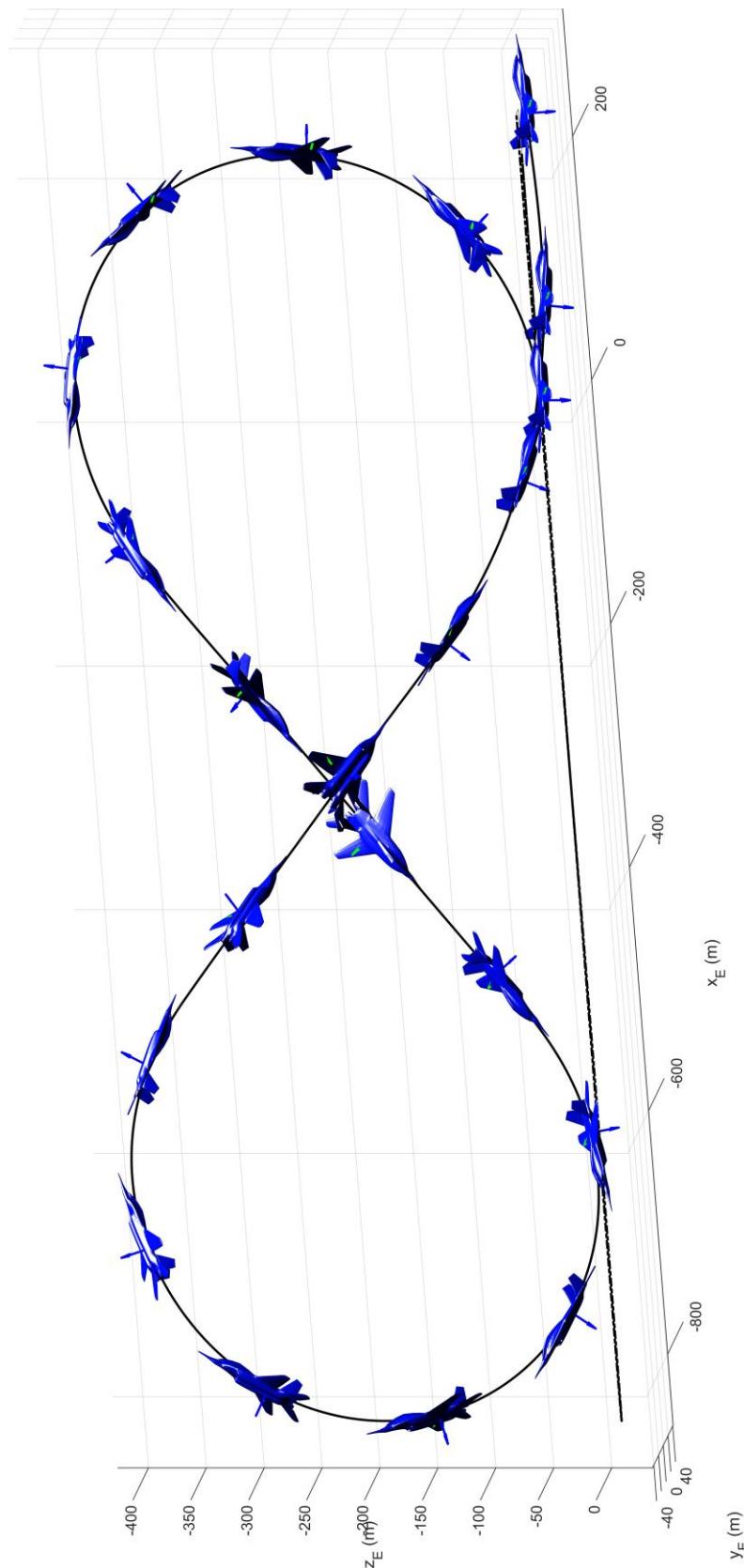
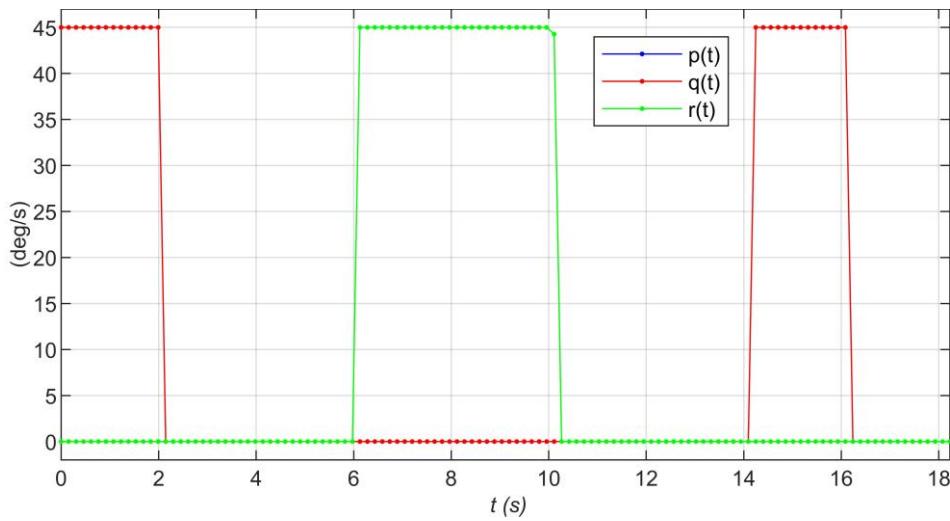


Figura 3.17 Rappresentazione della manovra del *Cuban eight*.

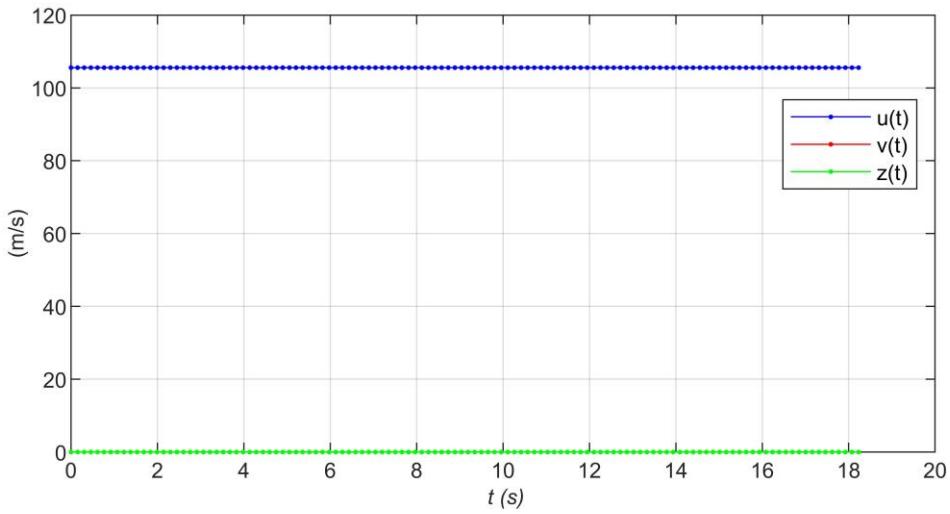
3.9 Manovra Hammer head stall turn

La manovra *Hammer-head stall turn* o *Fieseler* è una manovra di virata acrobatica che prevede un'entrata alla massima potenza e alla massima velocità. Il velivolo viene, poi, portato in verticale. Salendo la velocità si riduce e prima che si giunga ad una velocità verticale nulla l'aereo imbarda fino a quando il *nose* viene riportato verso il basso.

La tempistica di applicazione del timone pieno è fondamentale, e se viene tirato troppo tardi, l'aereo cade in una scivolata laterale. Di seguito vengono rappresentate le leggi assegnate e i risultati ottenuti. Si apprezzi la simmetria della manovra nei comandi dati.



(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.



(b) Componente u , della velocità del baricentro.

Figura 3.18 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate per la manovra del *Hammer-head stall turn*.

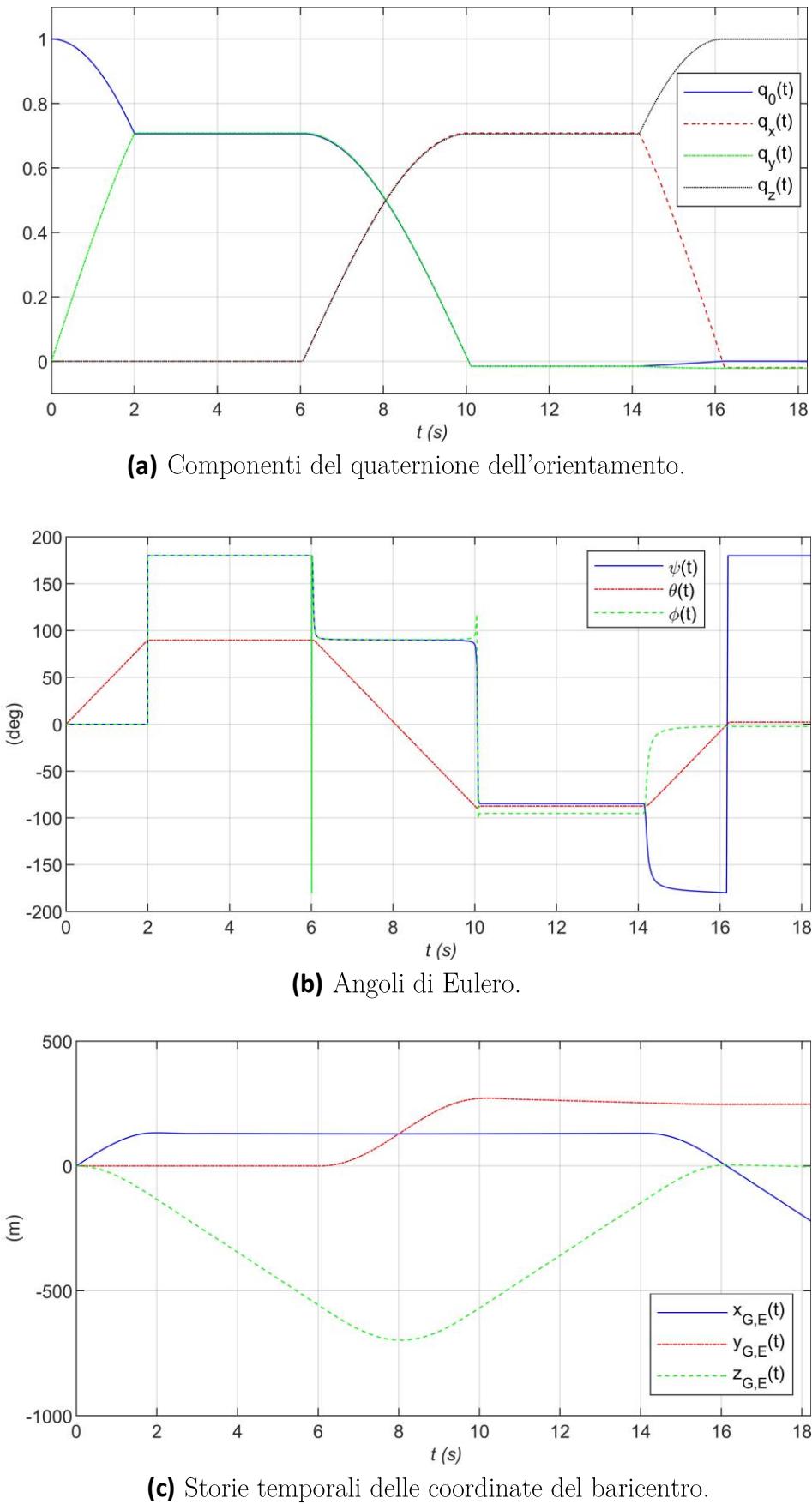


Figura 3.19 Storie temporali dei parametri dell'orientamento e della posizione concernenti per la manovra del *Hammer-head stall turn*.

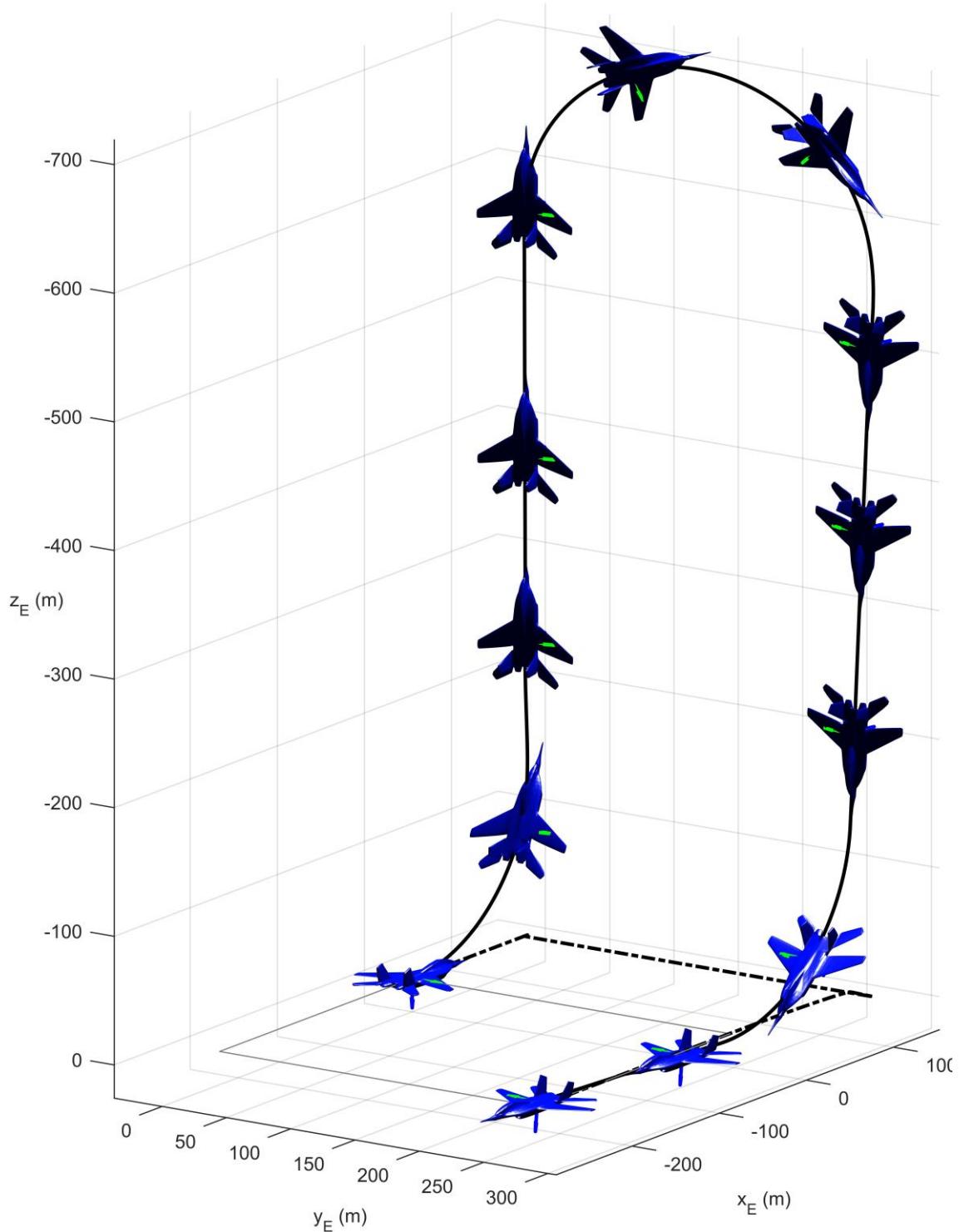


Figura 3.20 Rappresentazione della manovra del *Hammer-head stall turn*.

3.10 Cuban eight e Manovra Hammer head stall turn

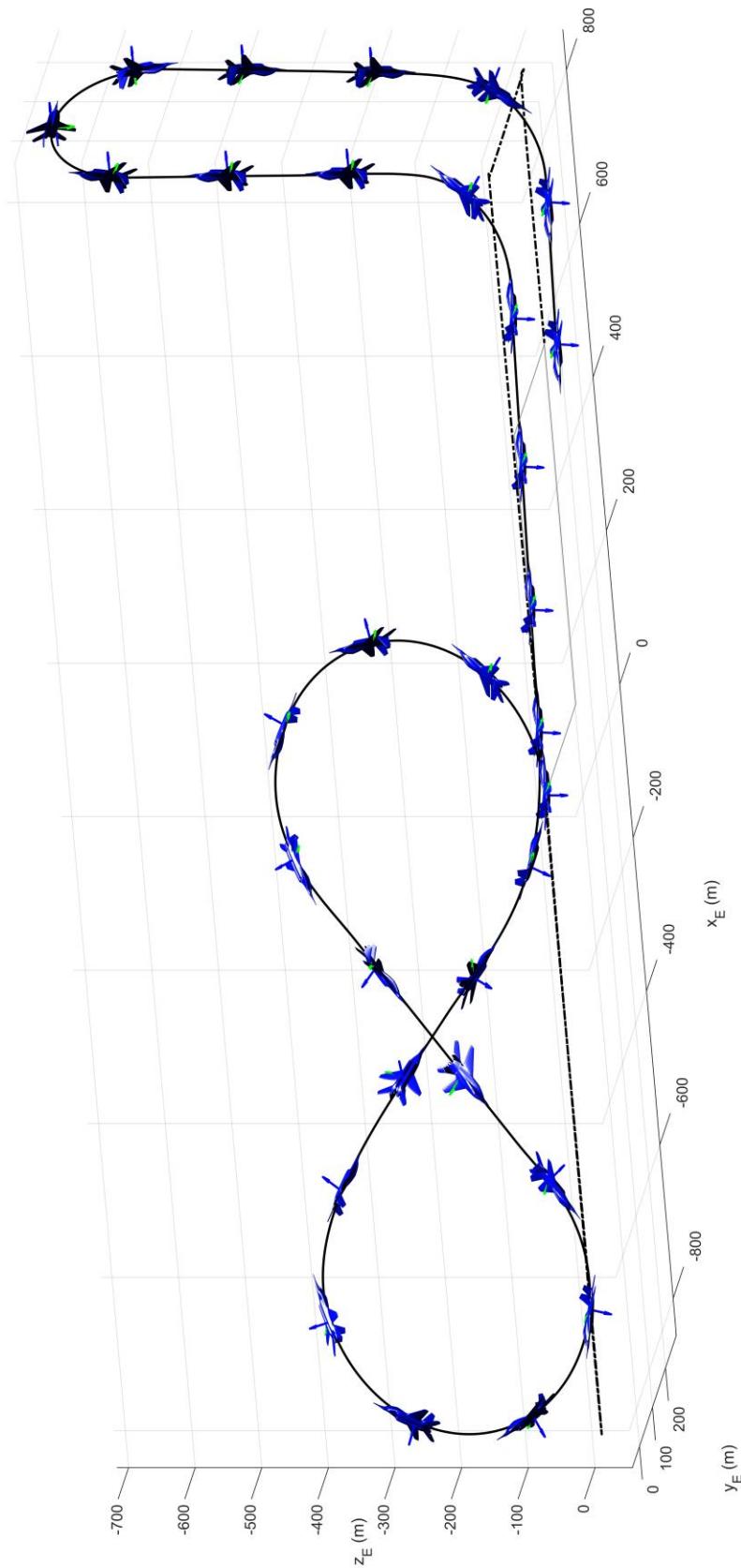
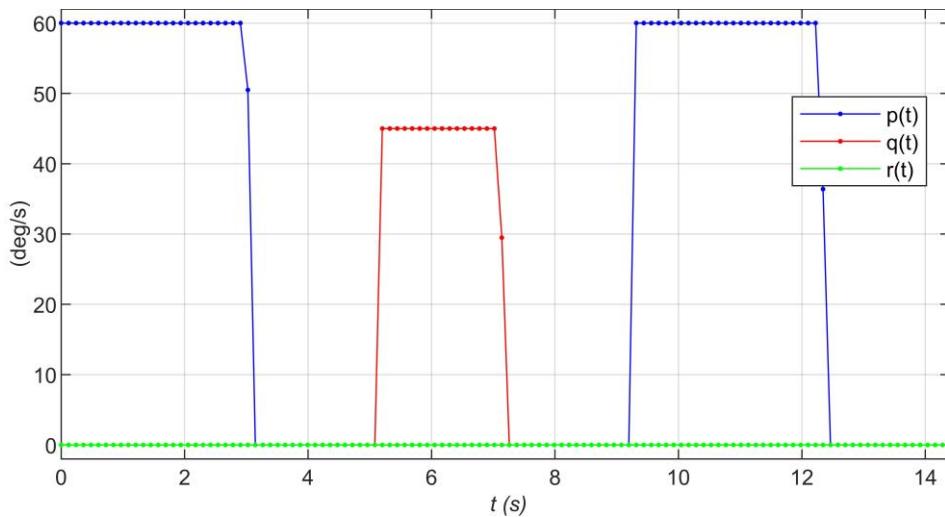


Figura 3.21 Rappresentazione della manovra *Cuban eight* e *Hammer-head stall turn*.

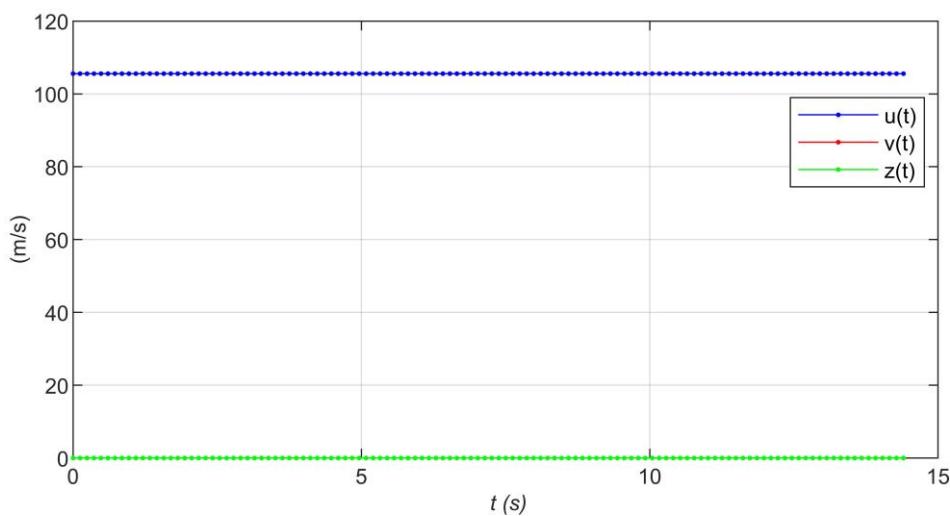
3.11 Manovra Half roll e split S

La manovra *Half roll e split S* è la combinazione di una manovra ottenuta rollando il velivolo che effettua metà rotazione intorno all'asse di rollio e di una manovra *split S*. Quest'ultima è una manovra di combattimento aereo usata principalmente per disimpegnarsi dallo stesso. Lo *Split S* viene insegnato per essere usato nel combattimento a vicinanza quando il pilota ha l'opportunità di ritirarsi dalla battaglia.

Le ragioni per l'avvio della manovra di *split S* dalla posizione invertita includono il fatto che le persone tollerano l'accelerazione (*g-force*) applicata dalla testa ai piedi maggiore rispetto alla direzione inversa, arrivando fino a 9g contro 3g. A ciò si aggiunge che i velivoli vengono progettati, in genere, in modo da resistere a valori più alti di accelerazione positiva (verso l'alto) anziché negativa, per cui l'*half roll* consente di ottenere una curva più stretta. Di seguito vengono riportate le leggi assegnate.

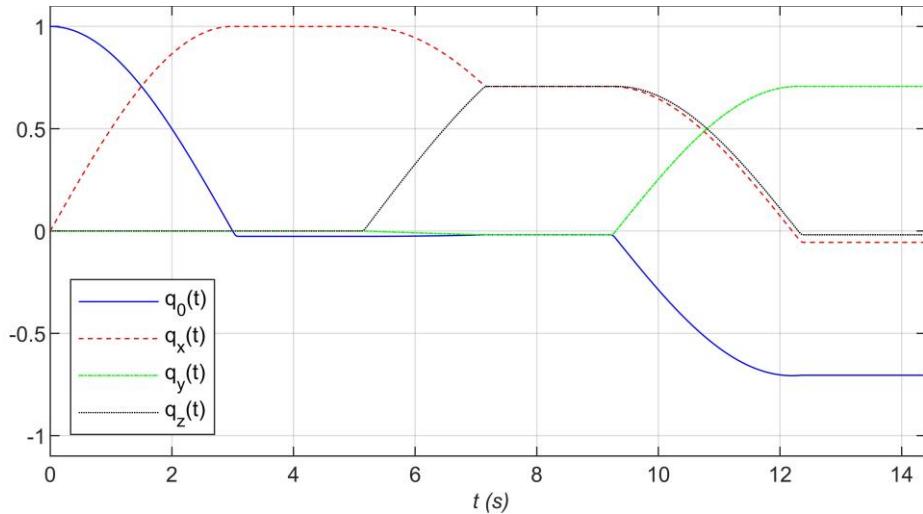


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.

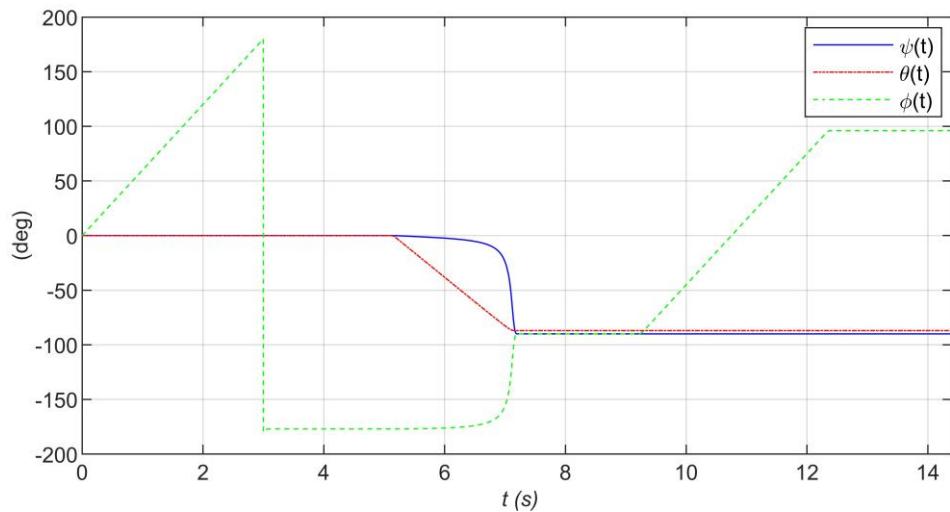


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

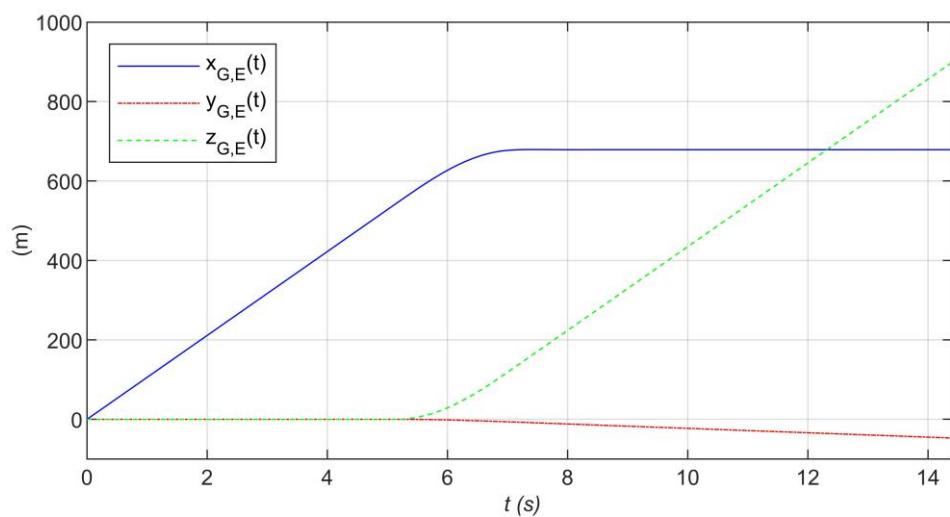
Figura 3.22 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate per la manovra *Half roll e split S*.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.



(c) Storie temporali delle coordinate del baricentro.

Figura 3.23 Storie temporali dei parametri dell'orientamento e della posizione concernenti per la manovra *Half roll e split S*.

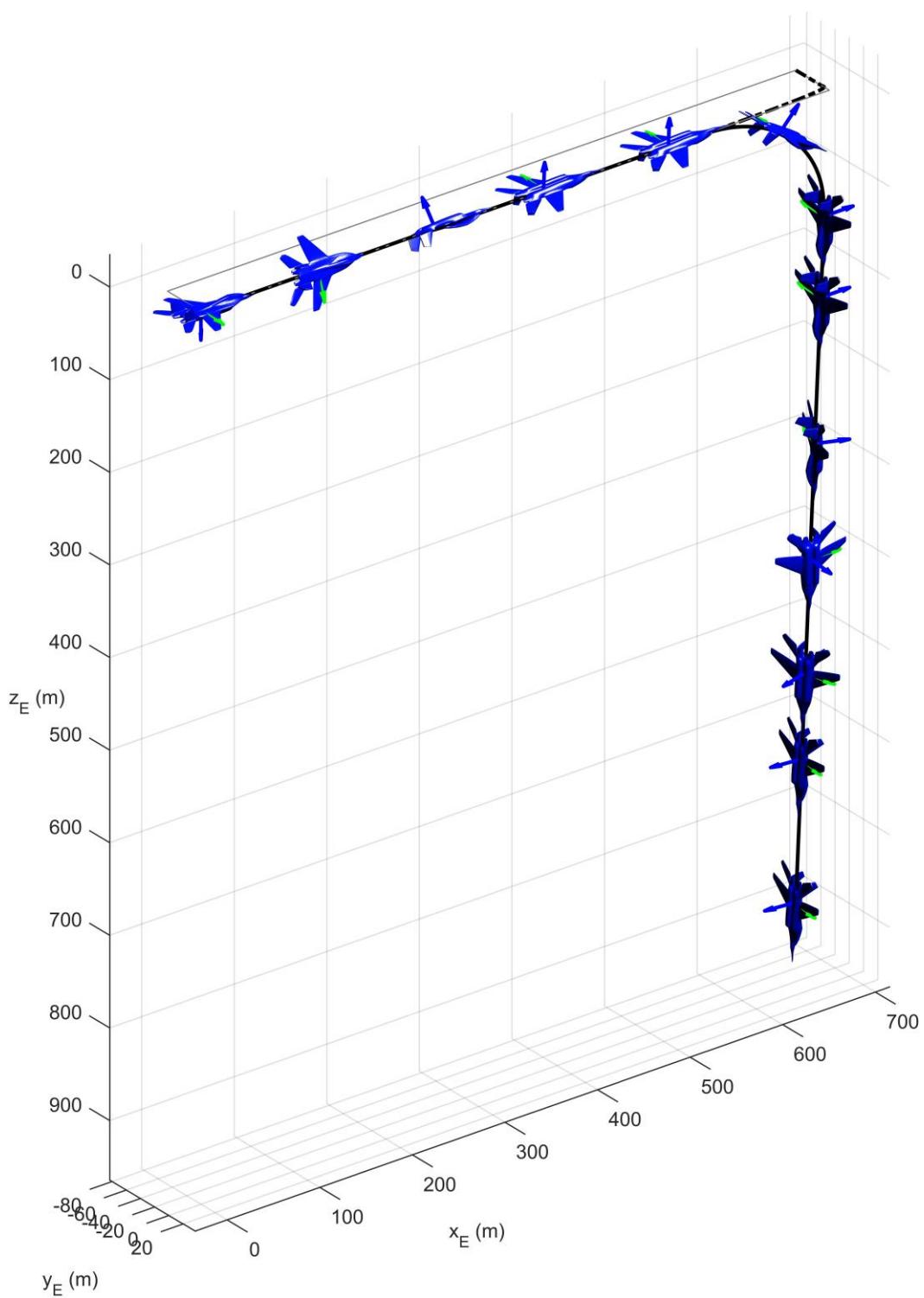
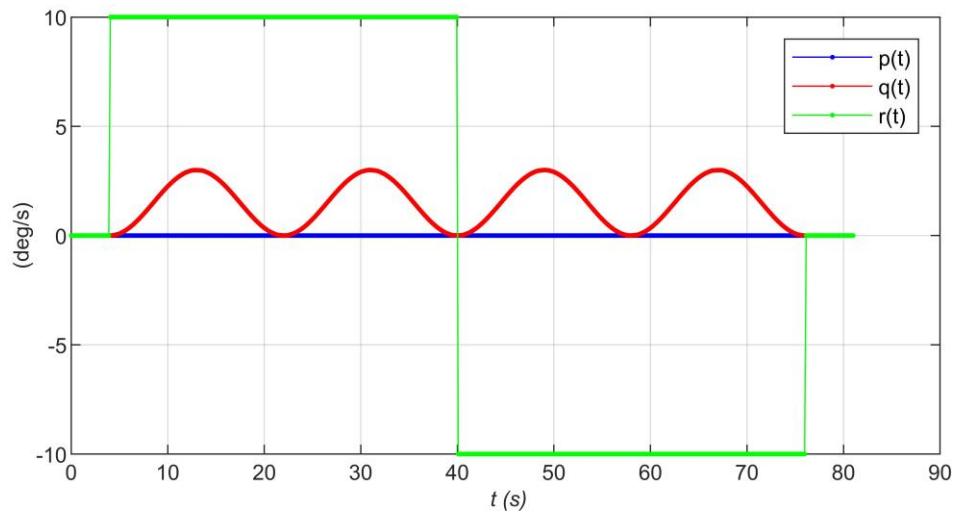


Figura 3.24 Rappresentazione della manovra *Half roll e split S*.

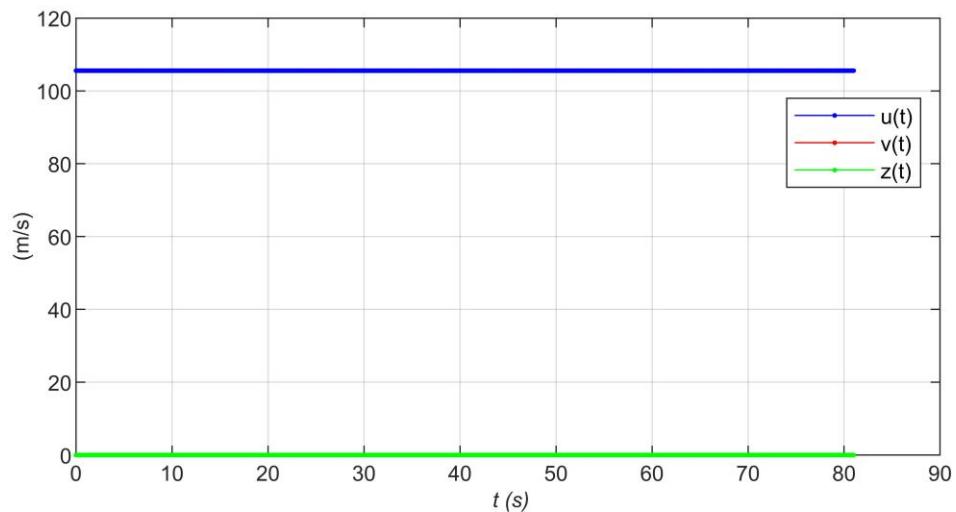
3.12 Manovra Lazy eight

La manovra *Lazy eight*, come suggerisce il nome, altro non è che una manovra *cuban eight* eseguita in maniera “pigra” ossia orizzontalmente. In realtà tale manovra prevede una quota del velivolo non costante dato che in caso contrario risulterebbe impossibile da realizzare.

Tale manovra è ottenuta utilizzando una funzione sinusoidale della velocità di rotazione di beccheggio, mentre le velocità di rotazione di rollio e di imbardata assumono valori costanti e opposti durante la percorrenza dei due *loop*. Anche in tal caso i tempi di manovra sono stati calcolati in funzione delle velocità angolari al fine di avere due rotazioni complete intorno ad un asse trasversale. Di seguito vengono riportate le leggi assegnate per ottenere suddetta manovra.

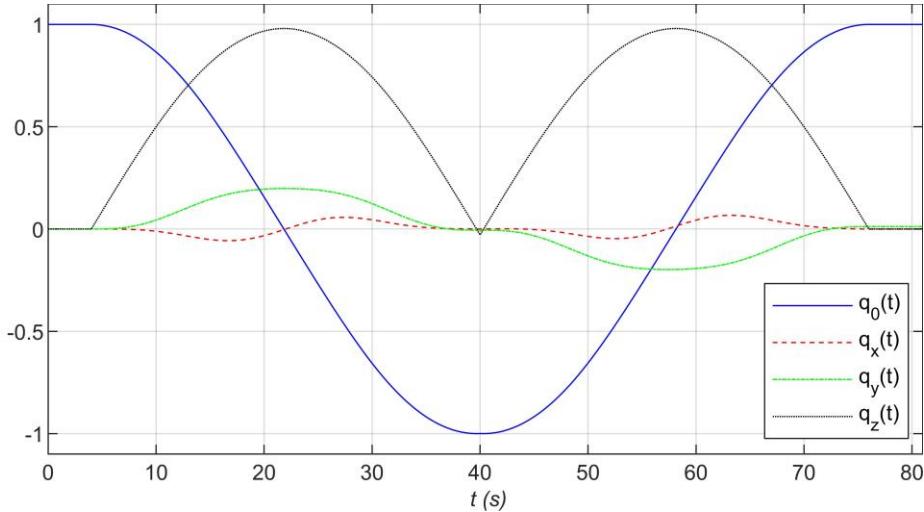


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.

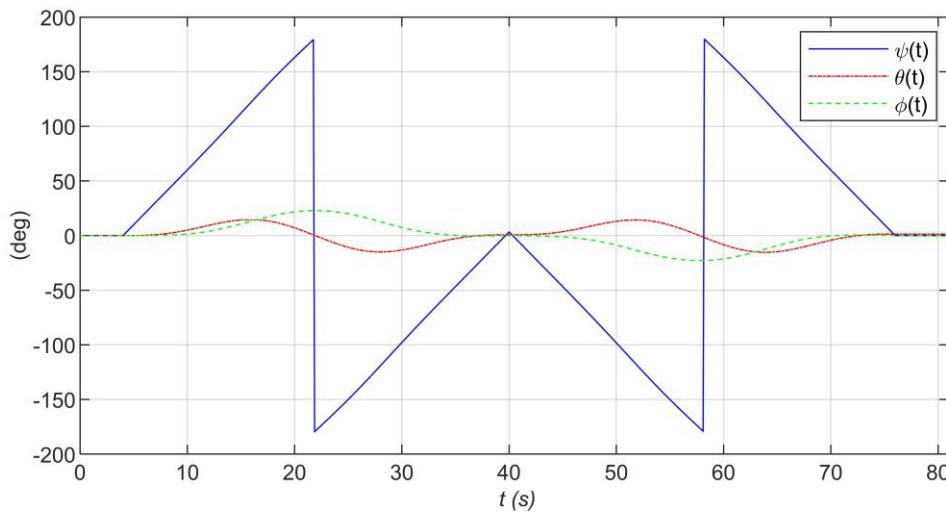


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

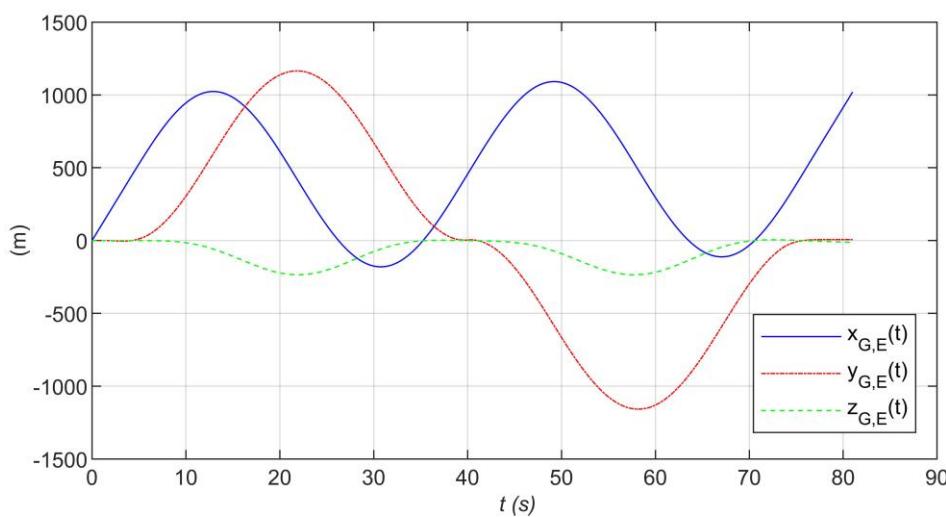
Figura 3.25 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate per la manovra *Lazy eight*.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.



(c) Storie temporali delle coordinate del baricentro.

Figura 3.26 Storie temporali dei parametri dell'orientamento e della posizione concernenti per la manovra *Lazy eight*.

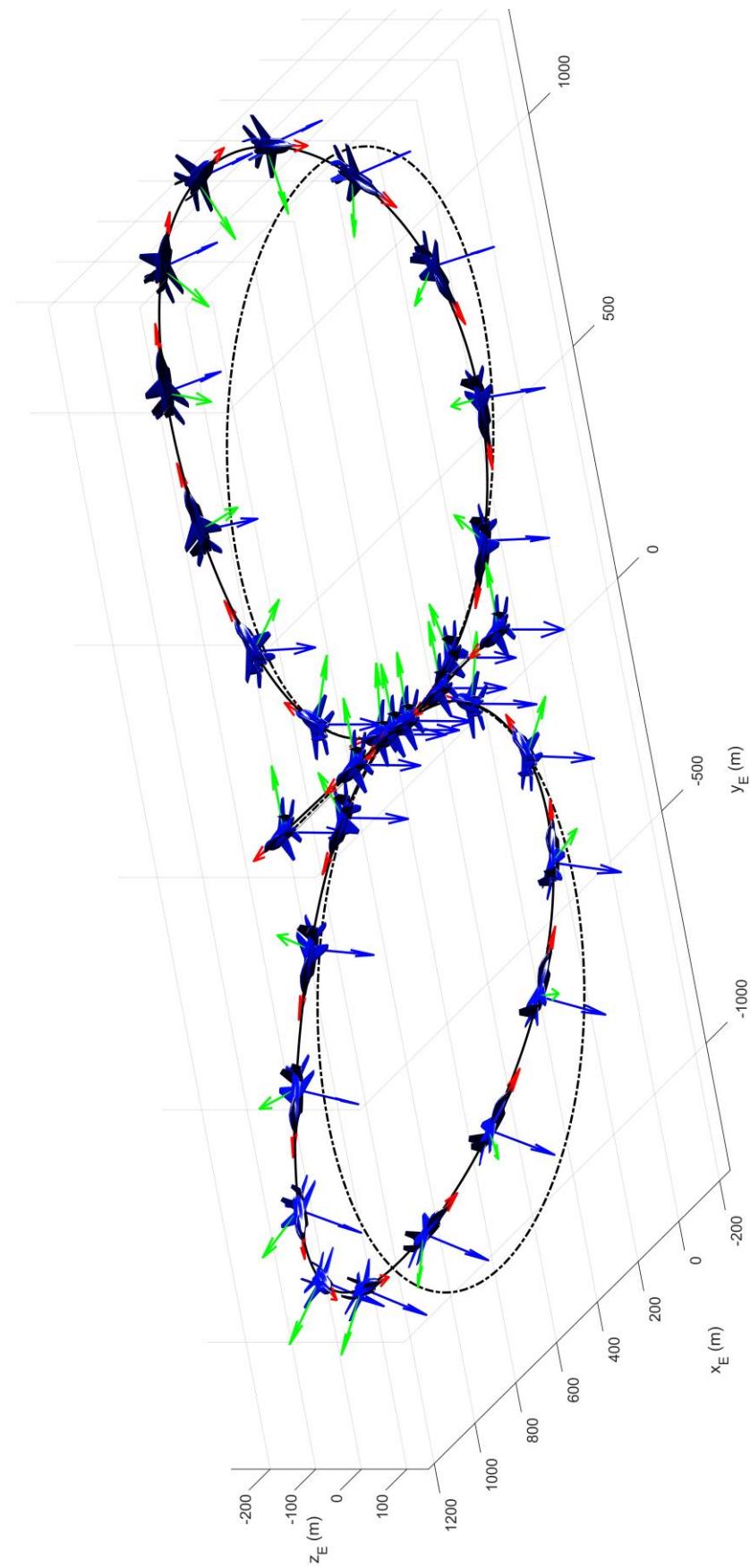
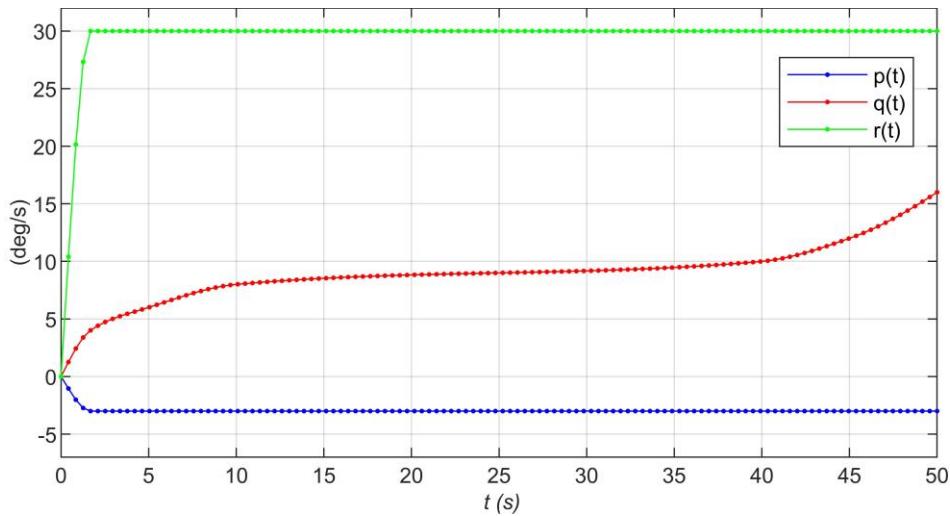


Figura 3.27 Rappresentazione della manovra *Lazy eight*.

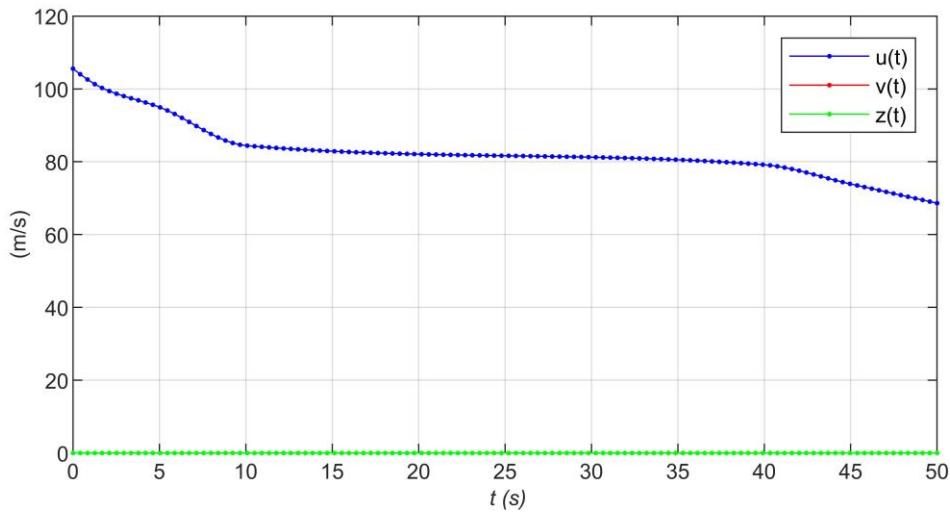
3.13 Manovra Spiral

Nel seguente esercizio viene analizzata la manovra *Spiral*, il cui nome è legato alla forma assunta dalla traiettoria.

In tal caso il pilota innesca la manovra mediante una velocità angolare di beccheggio e di imbardata. È stato ipotizzato, inoltre, che il velivolo incrementi la velocità di rotazione di beccheggio per ridurre il raggio della manovra. Inoltre è stata ipotizzata una riduzione della velocità di avanzamento. Ciò al fine di ottenere una spirale avente un'asse intorno al quale si sviluppa non perfettamente verticale in modo da rispecchiare il caso reale. Di seguito vengono riportate le leggi assegnate.

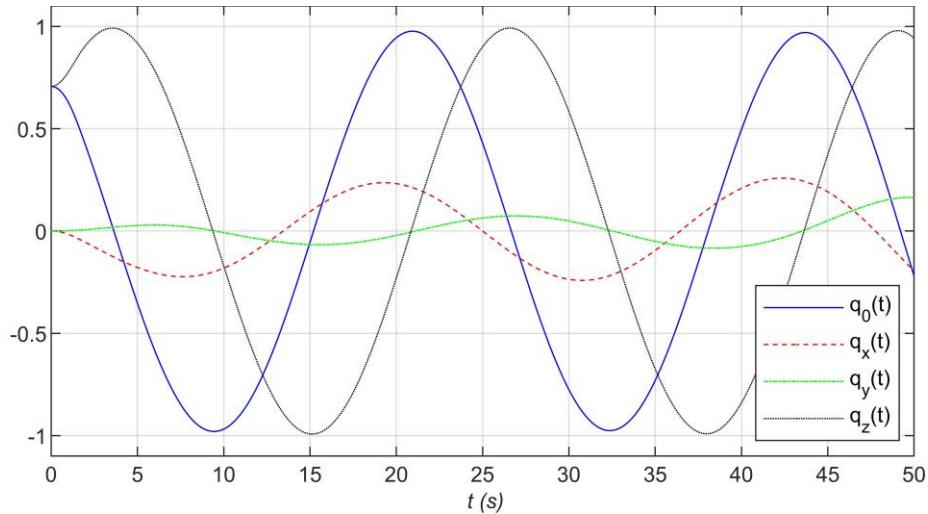


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.

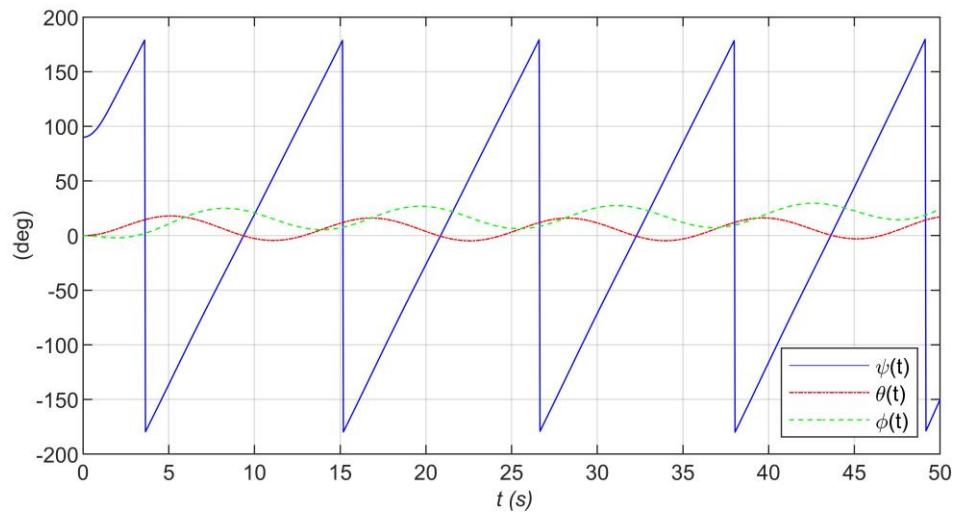


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

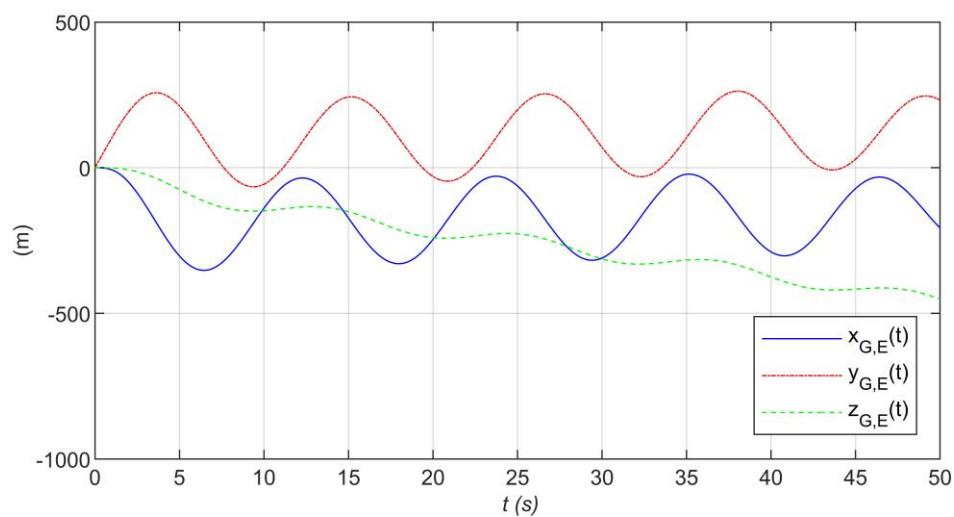
Figura 3.28 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate per la manovra *Spiral*.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.



(c) Storie temporali delle coordinate del baricentro.

Figura 3.29 Storie temporali dei parametri dell'orientamento e della posizione concernenti per la manovra *Spiral*.

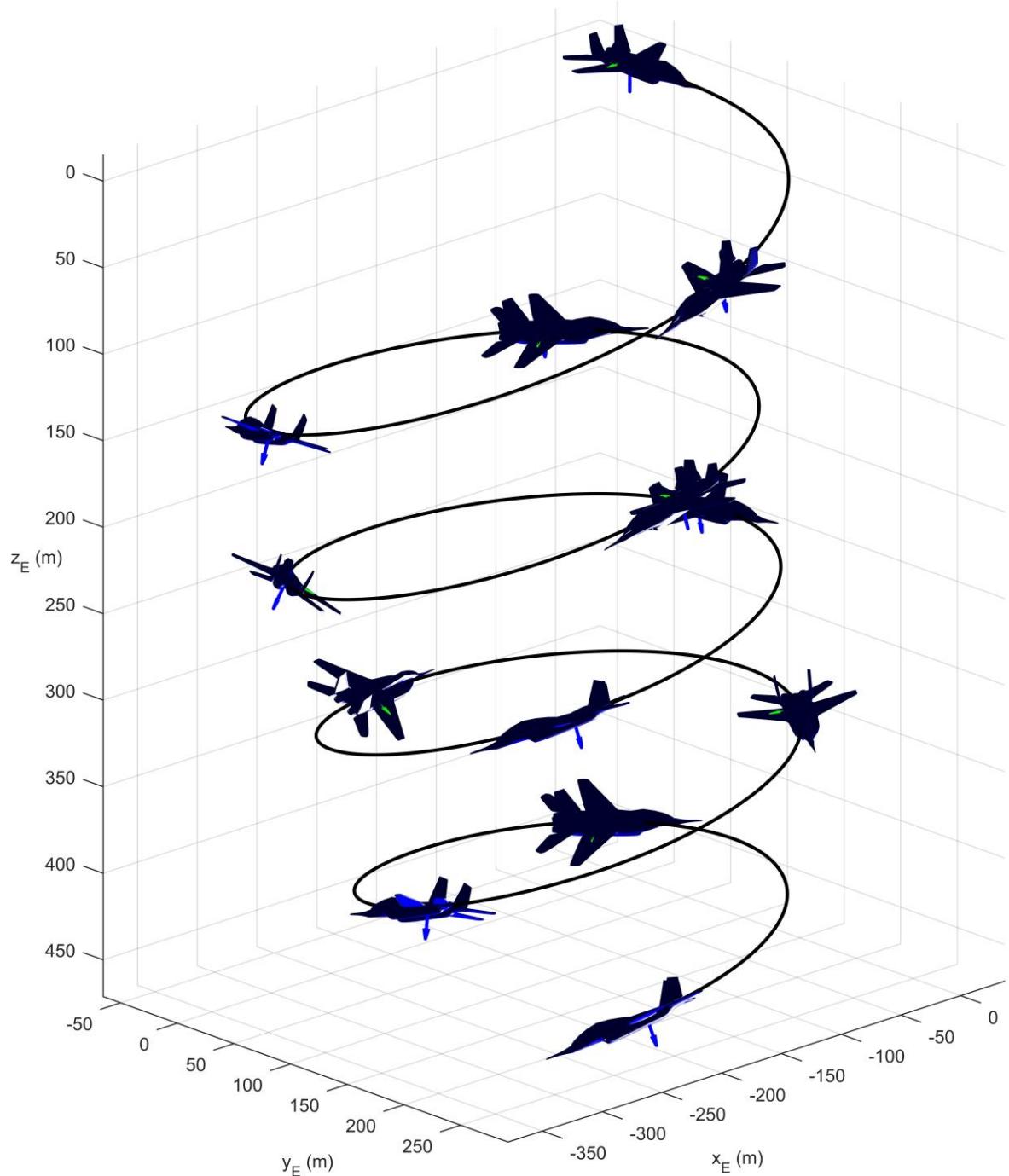
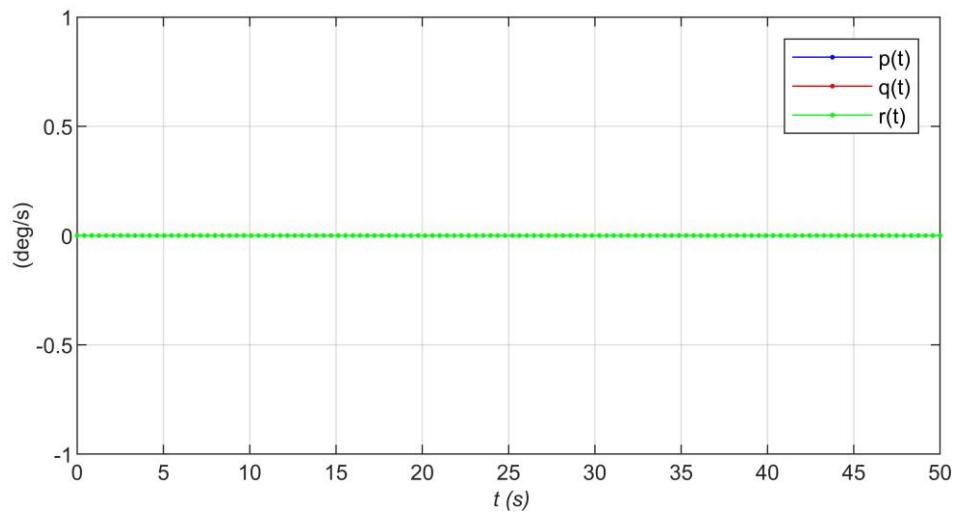


Figura 3.30 Rappresentazione della manovra *Spiral*.

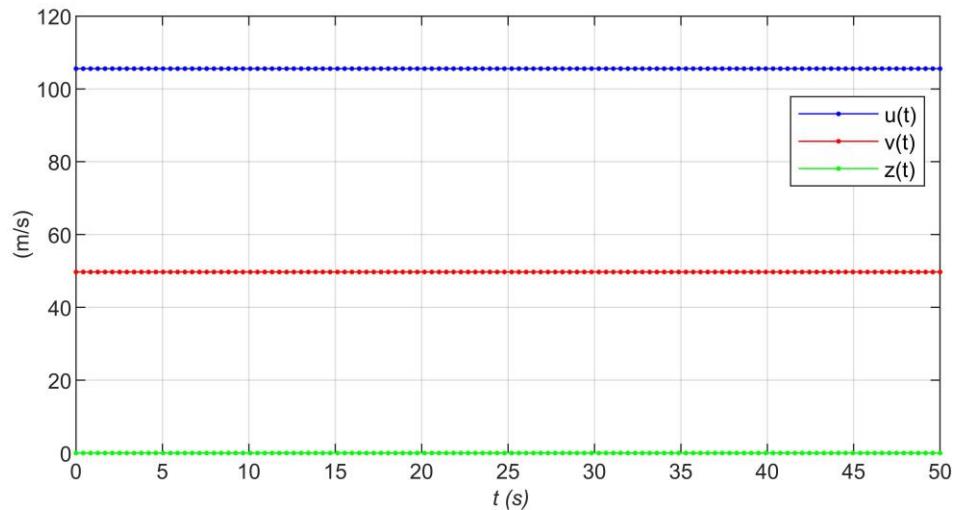
3.14 Manovra side slip

Si analizza, di seguito, il caso di un velivolo che si muove con un certo angolo di *side slip*.

A tal fine il pilota si muove con una velocità di rotazione di imbardata costante e una certa velocità angolare costante. Di seguito vengono riportate le leggi assegnate e la rappresentazione della manovra, risultato dell'integrazione delle equazioni cinematiche.

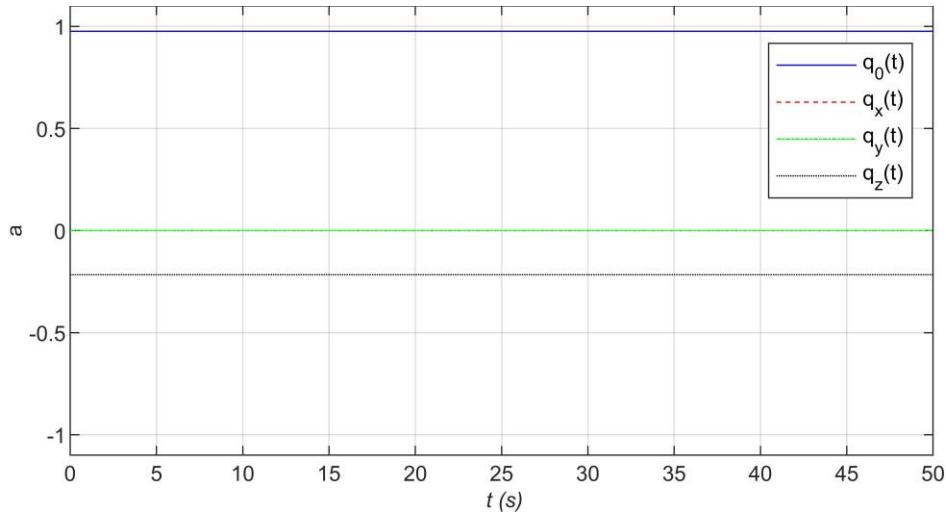


(a) Componenti p , q ed r della velocità angolare.

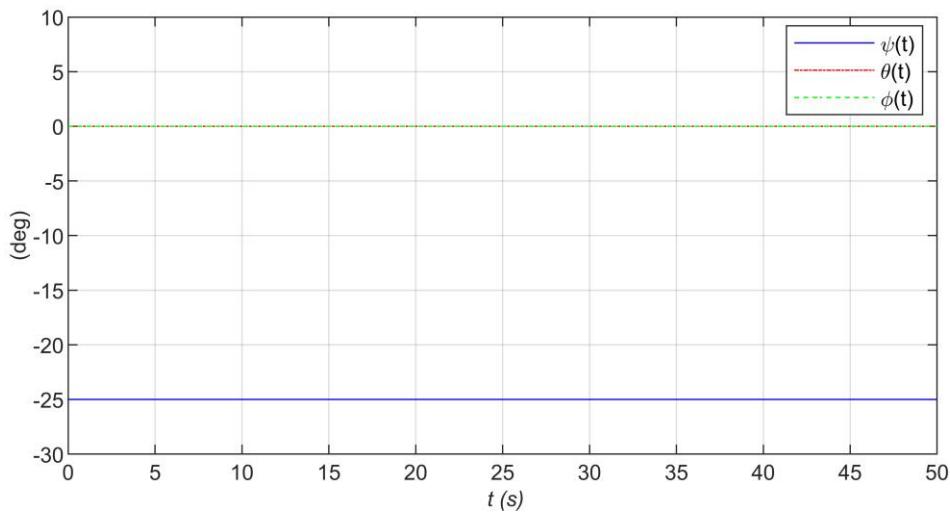


(b) Componente u , della velocità del baricentro.

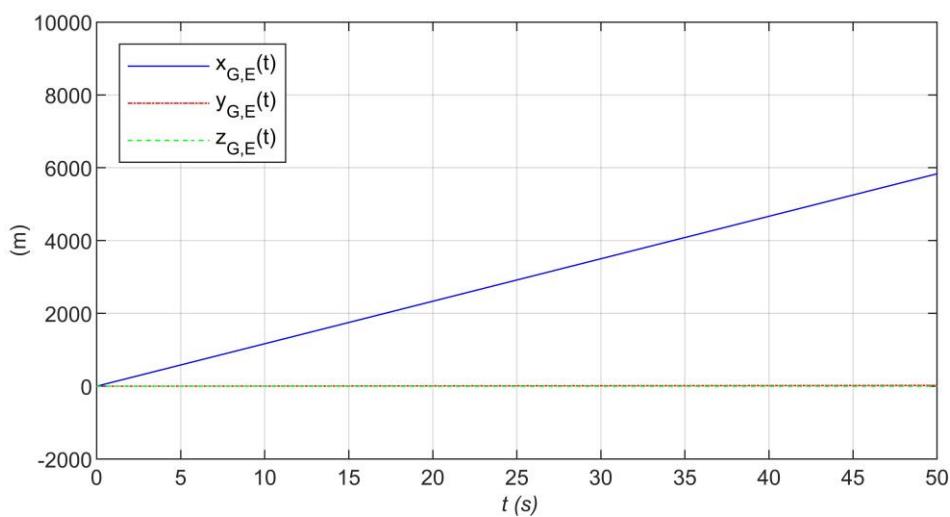
Figura 3.31 Storie temporali delle componenti di velocità angolare e traslazionale assegnate per la manovra *side slip*.



(a) Componenti del quaternione dell'orientamento.



(b) Angoli di Eulero.



(c) Storie temporali delle coordinate del baricentro.

Figura 3.32 Storie temporali dei parametri dell'orientamento e della posizione concernenti per la manovra *side slip*.

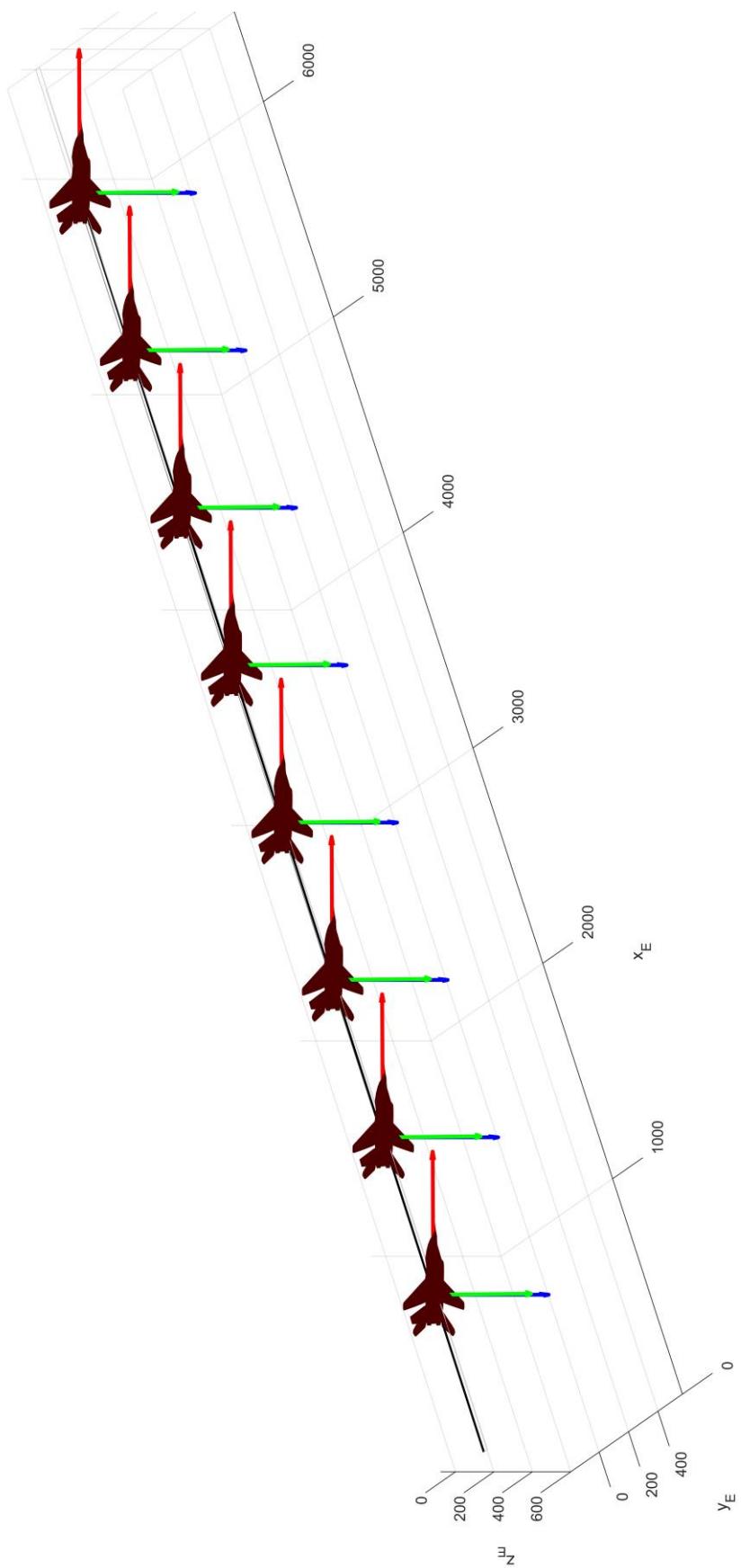


Figura 3.33 Rappresentazione della manovra *side slip*.

3.15 Esercizio 3.5

L'ultimo esercizio preso in esame nel seguente quaderno rappresenta un'applicazione del software *Simulink* al fine di evidenziarne le potenzialità. Nel caso in esame si considererà lo studio della manovra della *cobra* ottenendo un diagramma a blocchi che ci permetta di ottenere, a partire dalle leggi orarie imposte, i parametri di interesse. Nello specifico saranno ricavati come output le storie temporali della posizione del velivolo in assi Terra, quelle delle componenti del quaternione di orientamento e le storie temporali degli angoli di Eulero.

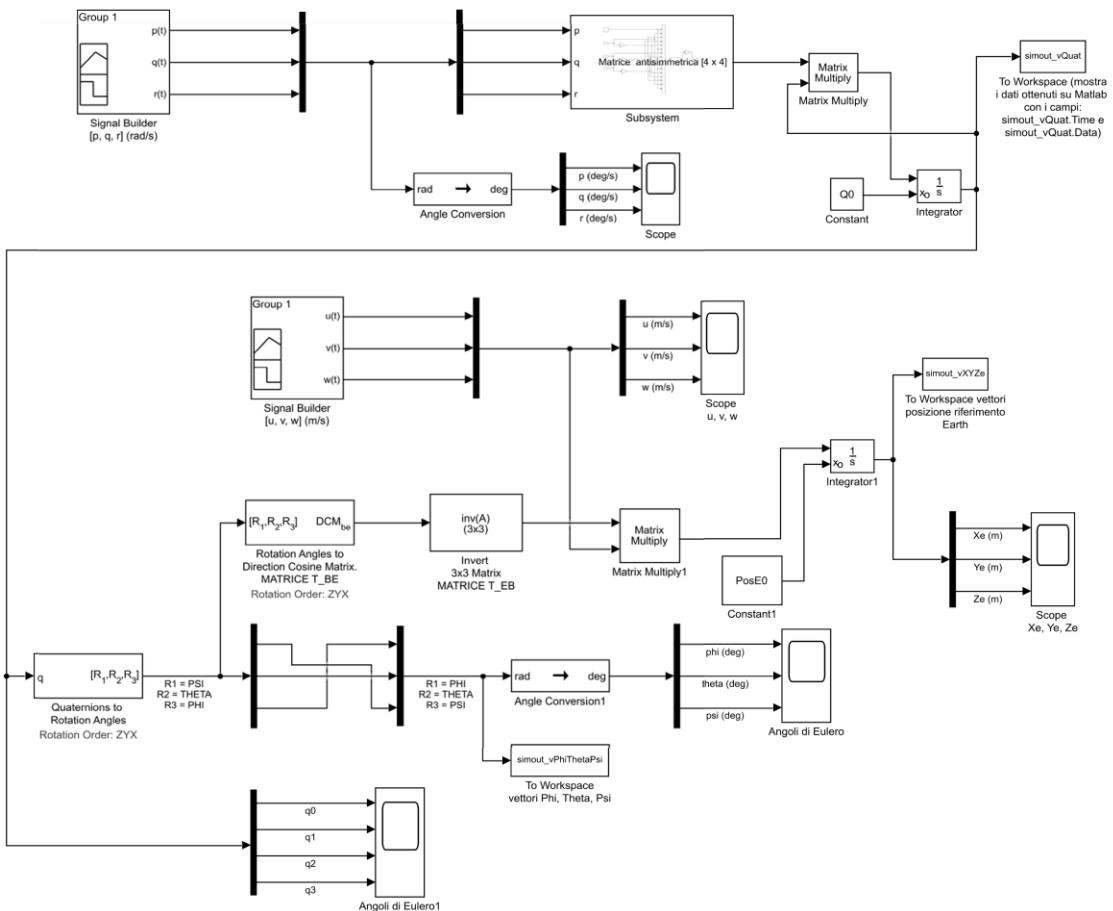


Figura 3.34 Modello Simulink proposto nell'esercizio 3.5.

È possibile osservare che il diagramma a blocchi risulta diviso in due parti. La prima ove vengono risolte le *gimbal equations* per ottenere le storie temporali delle componenti del quaternione dell'orientamento note le storie temporali del vettore velocità angolare in assi body. Nel secondo blocco, invece, note le velocità lineari si ottiene il vettore posizione del velivolo nel riferimento Terra. Di fatti questo rappresenta lo schema a blocchi del codice Matlab utilizzato per svolgere gli esercizi del capitolo. Si badi che per utilizzare tale diagramma occorre eseguire prima il codice Matlab per definire le variabili di interesse.

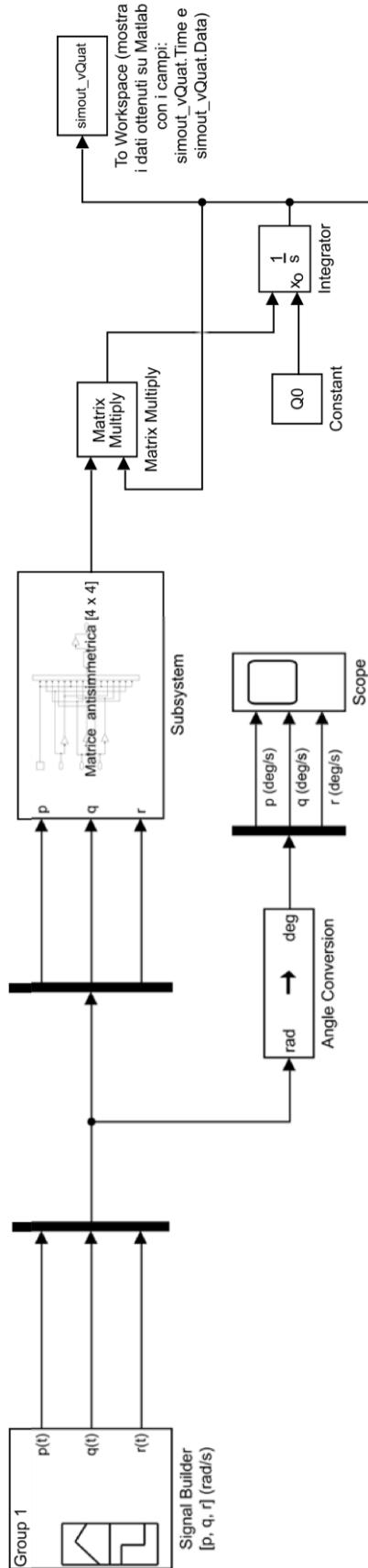


Figura 3.35 Dettaglio del modello Simulink con i blocchi per l'integrazione delle *gimbal equations*.

Nel blocco *Matrice antisimmetrica [4x4]* occorre per poter risolvere il primo sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{Bmatrix} q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

A tal fine è stato necessario assemblare la matrice 4x4 antisimmetrica concernente il generico istante temporale. L'operazione viene effettuata ottenendo 16 segnali, di cui 4 nulli, dai tre ingressi p , q ed r . I 16 scalari vengono disposti in un array monodimensionale a gruppi di 4 rappresentanti le colonne della matrice desiderata. Infine si applica all'array un'operazione di *reshape* corrispondente all'analogia funzione di ridimensionamento predefinita di Matlab. Di seguito viene presentato il dettaglio di quanto detto.

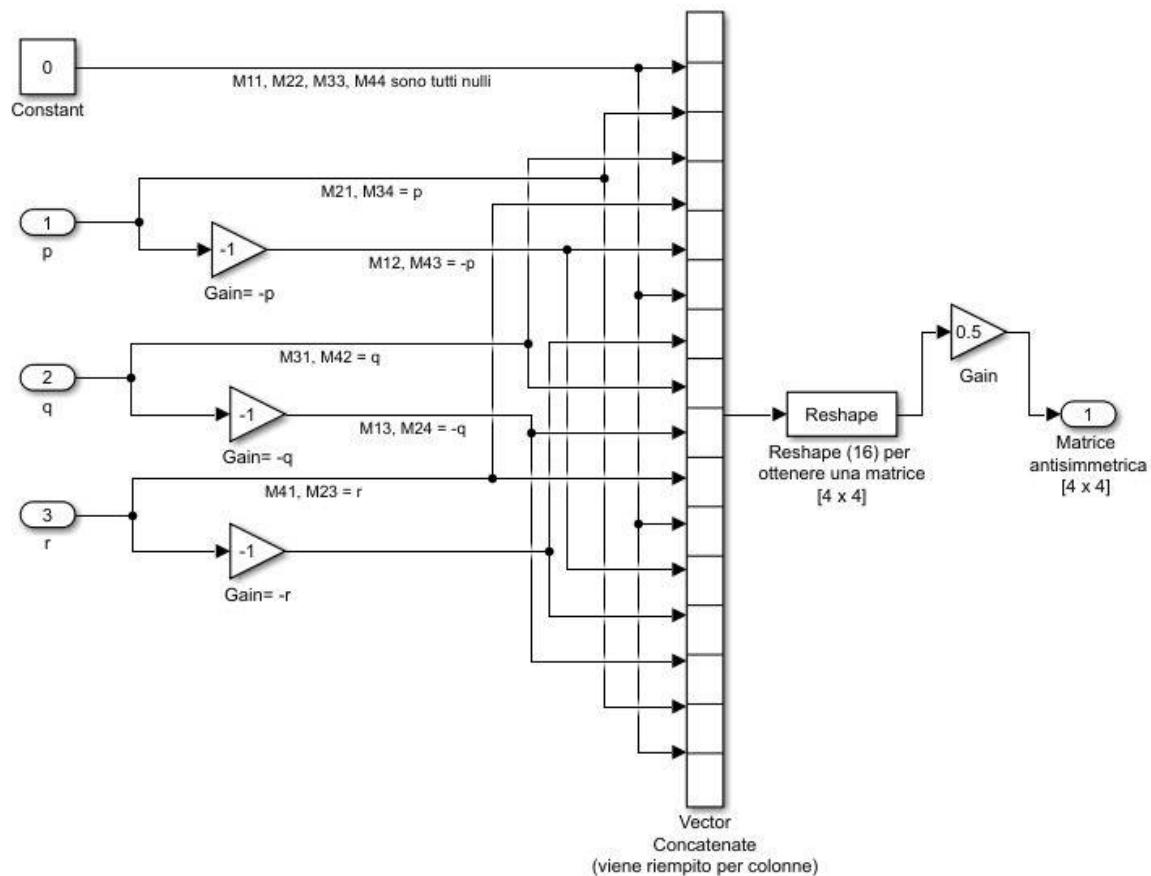


Figura 3.36 Dettaglio modello Simulink del sottosistema 'Matrice antisimmetrica [4x4]'.

Ancora è mostrato il blocco per l'integrazione delle equazioni di navigazione al fine di ottenere la traiettoria del velivolo. I blocchi *scope* consentono di visualizzare le curve di interesse riportate nelle figure a seguire. Le condizioni iniziali vengono assegnate richiamando le variabili definite nel codice Matlab.

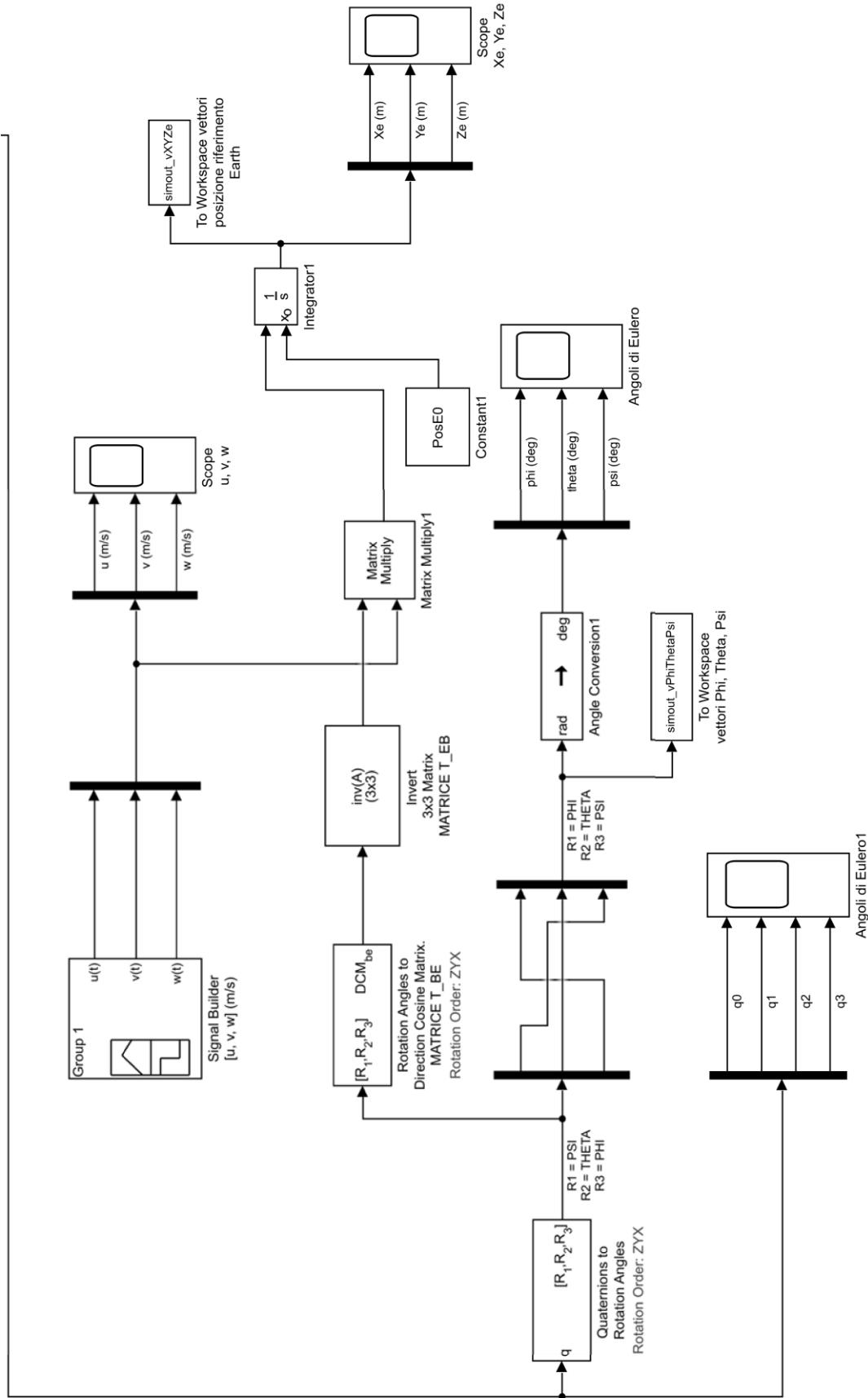


Figura 3.37 Dettaglio del modello Simulink con i blocchi di integrazione dell'equazione della traiettoria.

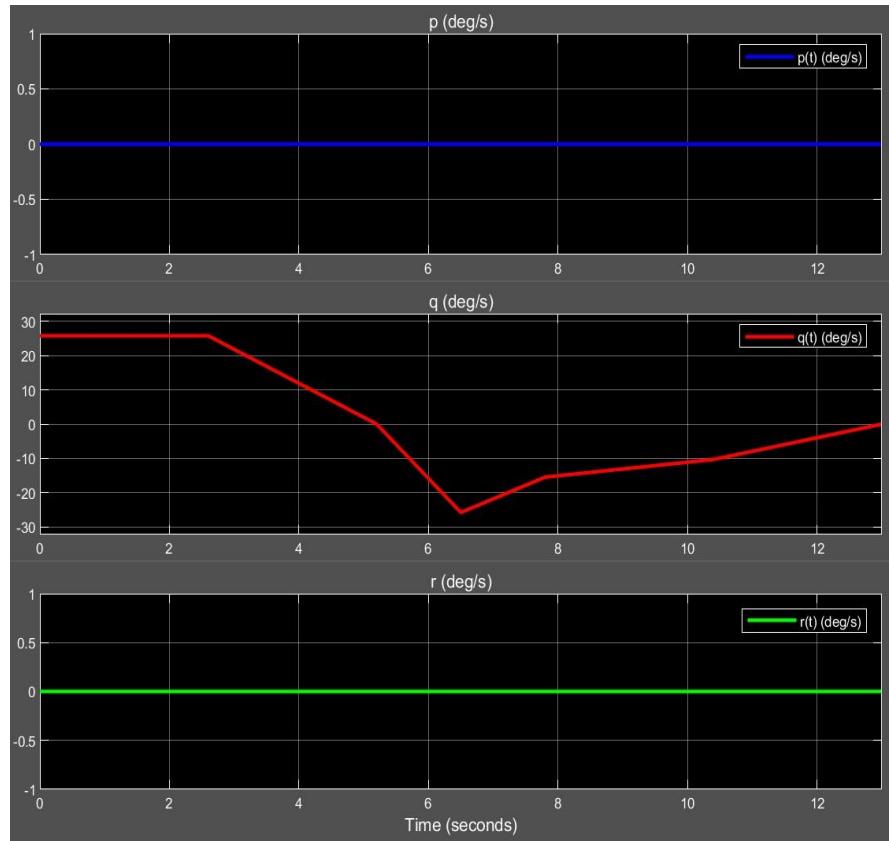


Figura 3.38 Storie temporali delle componenti di velocità angolare.

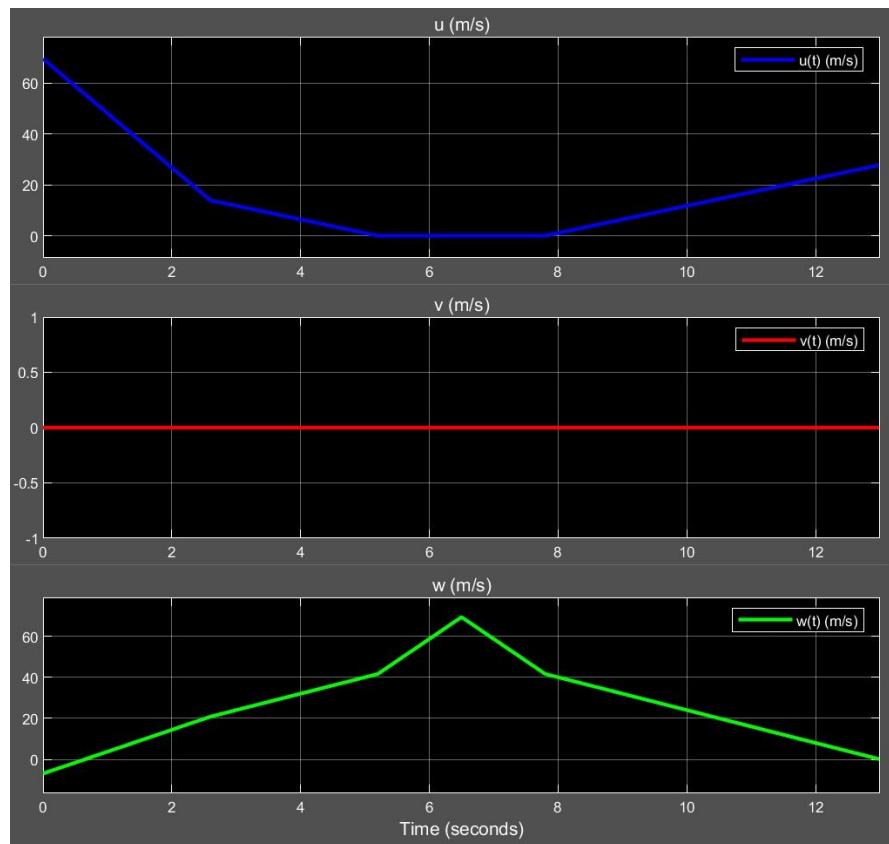


Figura 3.39 Storie temporali delle componenti di velocità lineare.

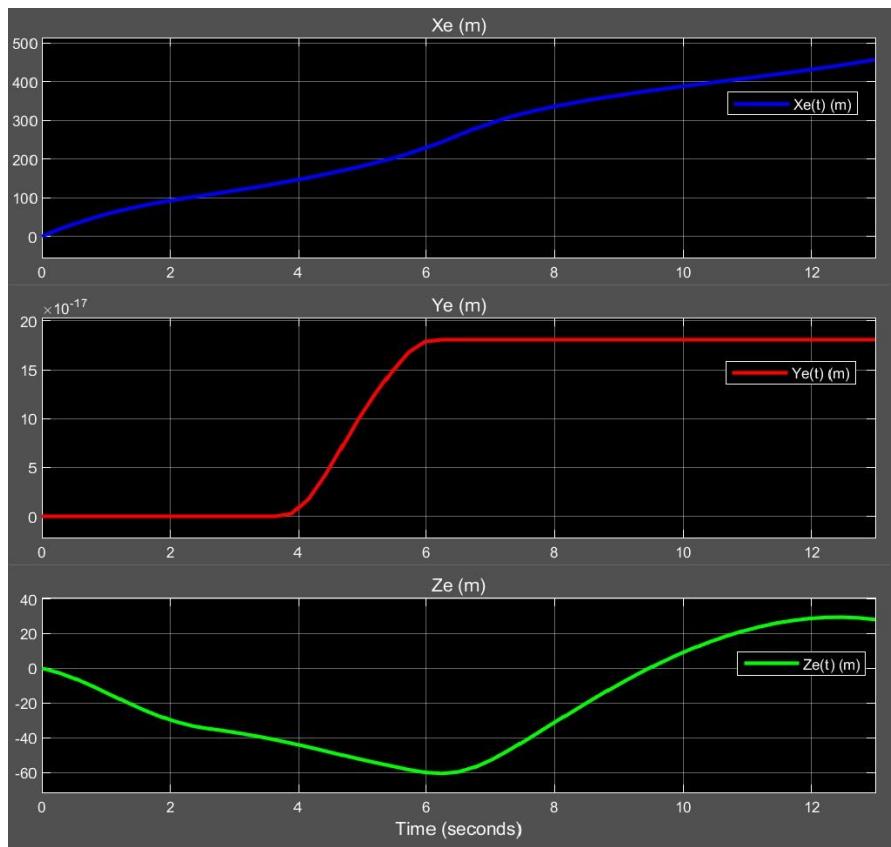


Figura 3.40 Storie temporali delle coordinate del baricentro.

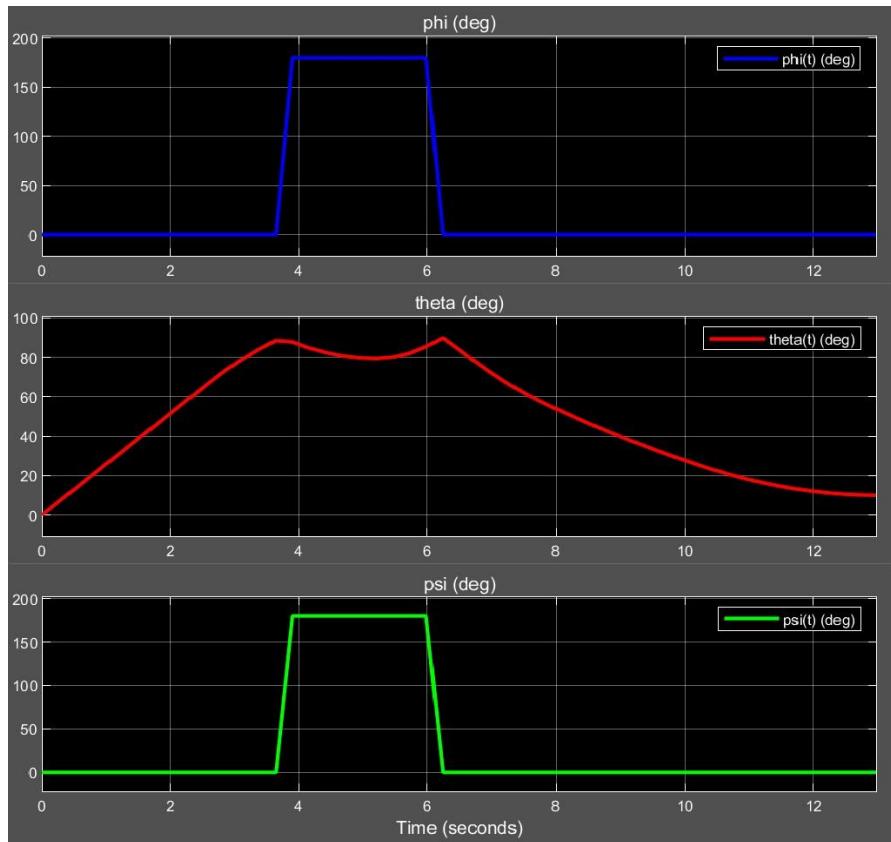


Figura 3.41 Storie temporali degli angoli di Eulero.

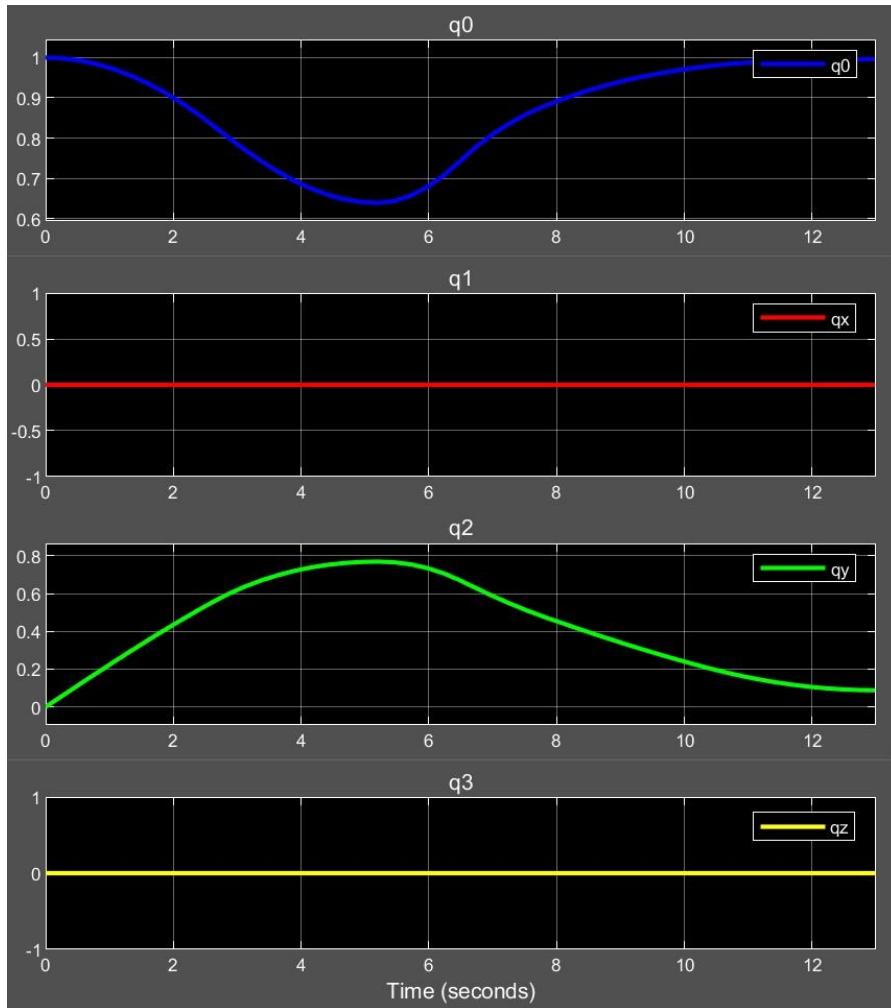


Figura 3.42 Storie temporali delle componenti del quaternione dell'orientamento.