MS 680 - Modelos matemáticos aplicados a Biologia

122830 Alcides Goldoni Junior
Primeira prova

8 de dezembro de 2016

1. Vamos modelar a poluição de um rio seguindo as seguintes premissas: um rio dividido em sete setores longitudinais um seguido do outro; fluxo de água limpa entrando por afluentes e saindo por atividades agrícolas já poluída, fazendo dessa forma um fluxo diferente para cada setor do rio, porém com um volume constante (o volume de água que entra no primeiro setor do rio é igual ao volume de água que sai no último setor); poluição inicial diferente para cada setor; valor de decaimento de poluição diferente para cada setor; descarte de poluente diferente em cada setor.
   O sistema que melhor modela essa situação é:

$$\frac{dP}{dt} = P_(is) - \frac{P_(s_a nt)F}{V} - PD - PA + Q + R \tag{1}$$

   Onde:
   $P_(is)$ é a poluição inicial do setor;
   $P_(s_a nt)$ é a quantidade de poluição do setor anterior;
   F é o fluxo de água que está vindo do setor anterior;
   V é o volume de água que passa por aquele setor;
   P é a poluição atual do setor;
   D é o decaimento da poluição daquele setor;
   A é referente a atividade agricola do setor;
   Q é a fonte de poluente do setor e
   R é a quantidade de água de afluentes.

   Para o caso do primeiro setor, a poluição que vem do setor anterior é zero e não é colocada na simulação.

2. Considerando a situação de uma doença com características parecidas com a gripe, onde o infectado se torna resistente ou removido e ainda existe vacinação, utilizando também do modelo SIRS contínuo para descrever o comportamento da doença, vamos levar em consideração que filhos de suscetível é suscetível, filho de infectado é infectado e filho de resistente é resistente.
   Dessa forma, o sistema de equações que melhor descreve essa situação é:

$$
\begin{cases}
\frac{dS}{dt} = -\alpha SI + \lambda S \\
\frac{dS}{dt} = \alpha SI - \beta R - \gamma r + \varepsilon I \\
\frac{dR}{dt} = \beta R + \omega R \\
\frac{dr}{dt} = \gamma r
\end{cases} \tag{2}
$$

O modelo acima reflete o que acontece com a população onde ainda não se tem a vacinação, onde:

S são os indivíduos suscetíveis;
I são os indivíduos infectados;
R são os indivíduos resistentes;
r são os indivíduos removidos;
α é a taxa de infecção de indivíduos suscetíveis;
λ é a taxa crescimento de indivíduos suscetíveis;
β é a taxa de indivíduosde infectados que se tornam resistentes;
ε é a taxa crescimento de indivíduos infectados;
γ é a taxa de indivíduosde que são removidos;
ω é a taxa de crescimento de indivíduos resistentes.

Agora, vamos incluir a vacinação dos indivíduos suscetíveis:

$$
\begin{cases}
\frac{dS}{dt} = -\alpha SI + \lambda S - \mu S \\
\frac{dS}{dt} = \alpha SI - \beta R - \gamma r + \varepsilon I \\
\frac{dR}{dt} = \beta R + \omega R + \mu S \\
\frac{dr}{dt} = \gamma r
\end{cases} \tag{3}
$$

Com a vacinação, temos uma taxa μ de pessoas que eram suscetíveis e se tornam resistentes de forma direta.

3. De tudo o que vimos na disciplina, o fato que me deixou mais surpreso foi um exemplo, dado apenas como história vivida pelo Prof. Joni, da construção de uma represa, onde foram retirados vários animais da área que seria alagada e recolocados em outro lugar.
   A atitude me parecia coerente, até começar a estudar a Capacidade de Suporte, após isso, pude entender que ao invés dos animais daquela região morrerem devido ao alagamento, por terem sido removidos a um lugar que não seria alagado, eles acabaram morrendo de fome, afinal, o meio não estava preparado para manter todos aqueles animais.
   Com um estudo rápido, que qualquer aluno que tenha cursado essa disciplina poderia fazer, seria fácil mostrar que remover os animais de uma região e levar pra outra deveria respeitar um conceito simples, porém muito importante, que é a capacidade de suporte do meio.

4. Um outro problema em relação a disciplina é que ela requer conhecimentos de equações diferenciais ordinárias, então, talvez fosse interessante que ela tivesse pré requisito como Cálculo 3 (MA 311). Na parte de simulação, seria interssante que o aluno tivesse conhecimento de algorítmos, dessa forma, seria interessante que já tivesse feito Algorítmos e programação de computadores (MC 102). Mas, como a parte de simulação não foi tão exigida, apenas Cálculo 3 já seria interessamte.

5. De acordo com a ementa da disciplina, abordamos de forma muito boa os problemas de dinâmica populacional, incluindo competição intra e interespecífica, por meio das equações recursivas e equações diferenciais, tendo muitos exemplos em aula e nos dois projetos.
   Os assuntos que gostaria de ter estudado com mais enfâse são os processos fisiológicos, principalmente aqueles relacionados a doenças tais como a dengue nos seres humanos, a febre aftosa em gado, a podridão (vermelha, fusarium ou abacaxi) da cana-de-açucar e como isso afeta o organismo e/ou a sociedade.
   Outro tópico interessante seria o crescimento de tumores.
   A grande maioria dos exemplos dado em sala, foram relacionados a dinâmica populacional com ou sem competição e decaimento de poluentes, mostrando como isso afeta populações. Contudo, exemplos com doenças foram abordados apenas no final do curso. Esse tipo de exemplo daria mais dinamismo a aula.

6. As equções de crescimento populacional podem ser adaptadas para as doenças. Como citei na questão 5, vou levar em consideração o crescimento de um tumor.
   O material genético (DNA) de uma célula pode sofrer alterações e desenvolver mutações que podem afetar o crescimento normal das estruturas celulares. Um mecanismo comumente afetado é o de divisão das células, fazendo com que elas se proliferem de maneira anormal. Essa proliferação anormal provoca a formação de massa celular, chamada de tumor.
   Para modelar esse problema de crescimento de massa de forma anormal, vou utilizar a equação de Gopertz:
   $$\frac{dN}{dt} = rNln(\frac{K}{N}) \tag{4}$$
   Onde:
   $N(t)$ é a população das células no instante t;
   r é a taxa de crescimento das células;
   K é a capacidade de suporte, nesse caso, o tamanho máximo que esse tumor pode atingir.
   Sabendo o valor inicial (população) das células tumorais no instante $N(0)$ e sabendo a solução da equação de Gompertz em função do tempo, dada por:
   $$N(t) = Ke^{-e^{rt}\ln(\frac{N(0)}{K})}(5)$$
   podemos traçar o gráfico que representa o crescimento das células.

Agora, inserindo nesse processo o tratamento, a nova equação que modela o problema é:

$$\frac{dN}{dt} = rNln(\frac{K}{N}) - \alpha CN \tag{6}$$

Onde:
α é a taxa de diminuição do tumor (a força com que atua o medicamento) e C é a concentração do medicamento no organismo.
Dessa forma, temos uma nova taxa de crescimento do tumor que pode levá-lo a extinção que poderíamos simular e validar.