Projeto 2: Simulação de modelo presa-predador com acidente com poluente.

122830 Alcides Goldoni Junior
MS 680 - Modelos matemáticos aplicados a Biologia

28 de novembro de 2016

1 Introdução

Nesse projeto irei simular a predação de três espécies por um predador que se alimenta exclusivamente dessas espécies.

Em um determinado instante no tempo, será introduzido no meio, um acidente com poluente, onde ele é despejado de uma só vez e decai ao longo do tempo. Esse poluente afeta apenas as espécies predadas.

Vou analisar o comportamento das espécies antes e depois do acidente, verificando se existe estabilidade na convivência ou se elas chegarão a extinção.

2 Modelagem

Três espécies vivem em um lago suficientemente grande. Essas espécies competem pelos recursos do meio ambiente mas não se predam. Nesse mesmo lago, existe uma quarta espécie que preda as outras três.

Um acidente ocorre e despeja um certa quantidade de poluente nesse lago, afetando negativamente as espécies que são predadas mas não afetando o predador. O poluente sofre um decaimento ao longo do tempo de forma muito lenta, afetando outras gerações da população de presas.

Partindo das premissas acima, vou modelar a equação que descreve a situação utilizando do modelo de crescimento populacional descrito por Verhulst e um decaimento constante para o poluente.

Dessa forma, o sistema de equações abaixo modela o problema:

$$
\begin{cases}
\frac{\delta A}{\delta t} = \lambda_A(A+B+C+D)(2-\frac{A+B+C+D}{K}) - \alpha_1 AD - \alpha_2 PA \\
\frac{\delta B}{\delta t} = \lambda_B(A+B+C+D)(1-\frac{A+B+C+D}{K}) - \beta_1 BD - \beta_2 BA \\
\frac{\delta C}{\delta t} = \lambda_C(A+B+C+D)(1-\frac{A+B+C+D}{K}) - \gamma_1 CD - \gamma_2 CA \\
\frac{\delta D}{\delta t} = \lambda_D(A+B+C+D)(1-\frac{A+B+C+D}{K}) + \mu_1 AD + \mu_2 BD + \mu_3 CD \\
\frac{\delta P}{\delta t} = -\varepsilon P
\end{cases} \tag{1}
$$

Onde:

A, B e C são as espécies predadas;

D é a espécie predadora;

P é o poluente;

λ é a taxa de crescimento de cada população;

α_1 é a taxa de decrescimento da população A por predação;

α_2 é a taxa de decrescimento da população A por poluição;

β_1 é a taxa de decrescimento da população B por predação;

β_2 é a taxa de decrescimento da população B por poluição;

γ_1 é a taxa de decrescimento da população C por predação;

γ_2 é a taxa de decrescimento da população C por poluição;

μ é a taxa de crescimento da população D em relação a cada presa;

ε é o decaimento da poluição.

É esperado que quando as presas comecem a diminuir devido a poluição, o predador, em um primeiro momento, continue crescendo, mas, em seguida comece a diminuir devido a falta de alimentos.

Já as presas, é esperado que elas cresçam até que o acidente aconteça, após isso, é esperado que elas diminuam bruscamente até que estabilizem.

Não é esperado que nenhuma das populações cheguem a extinção, mas dependendo do decaimento do poluente, isso pode ocorrer.

3 Simulações

Para a simulação, foi utilizado a linguagem de programação Python e a biblioteca Matplotlib para gerar os gráficos. A simulação ocorreu em um notebook Dell Latide E6510 com processador Intel(R) Core(TM) i7 CPU Q 840 @ 1.87GHz, 1TB de HD e 8GB de memória RAM.

Os valores iniciais da população das presas são significativamente maior do que o valor inicial do predador para simular que as presas são peixes bem menores que o predador e, dessa forma, tem uma população maior no lago.

Já o valor inicial da poluição é zero, pois nessa simulação o acidente ocorre semanas depois do inicio da simulação.

Da mesma forma que os valores iniciais de cada população, a taxa de crescimento das presas é significativamente maior que a taxa de crescimento do predador.

O valor do decaimento da poluição foi escolhido de forma que a poluição permancesse no lago por tempo suficientemente grande para que atingisse várias gerações, tanto das presas quanto do predador.

A capacidade de suporte foi escolhida de forma aleatória. Sendo apenas um número suficientemente maior que a soma dos valores iniciais.

Valores utilizados para a simulação:

Tabela 1: Valores da simulação para as presas

Parâmetro	Valor	Crescimento	Valor	Descrecimento por predação	Valor	Descrecimento po
Espécie A	30000	λ_A	0.024	α_1	0.00000005	α_2
Espécie B	20000	λ_B	0.026	β_1	0.00000008	β_2
Espécie C	10000	λ_C	0.028	γ_1	0.00000009	γ_2

Tabela 2: Valores da simulação para as presas

Parâmetro	Valor	Crescimento	Valor	Crecimento por predação	Valor
Espécie D	1000	λ_D	0.001	μ	0.000000002

Ainda existe os valores de poluição igual cem e ε que é o decaimento com valor de 0.05.

Temos a capacidade de suporte K com valor de 100000.

Número de semanas n igual a 106 e a semana em quem ocorre o acidente x, semana 25.

Com esses valores, temos os seguintes gráficos:

Figura 1: Gráfico de decaimento da poluição

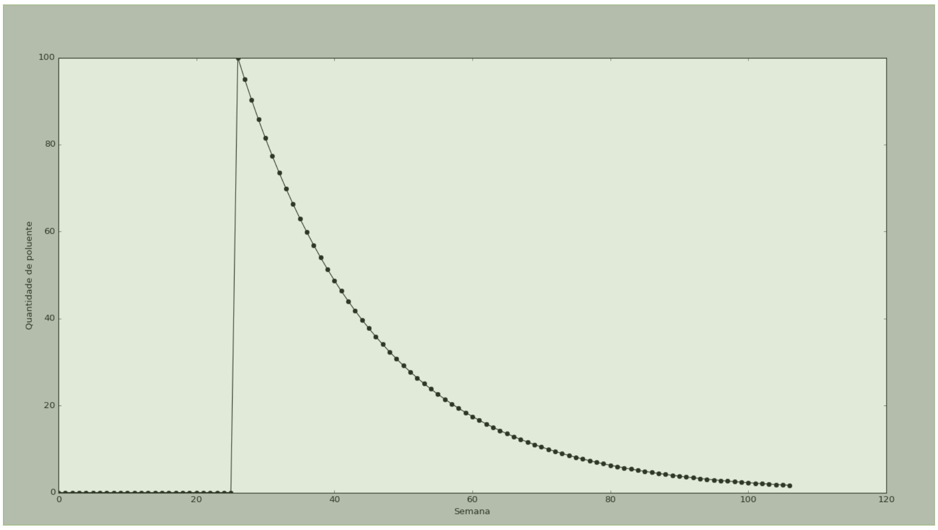
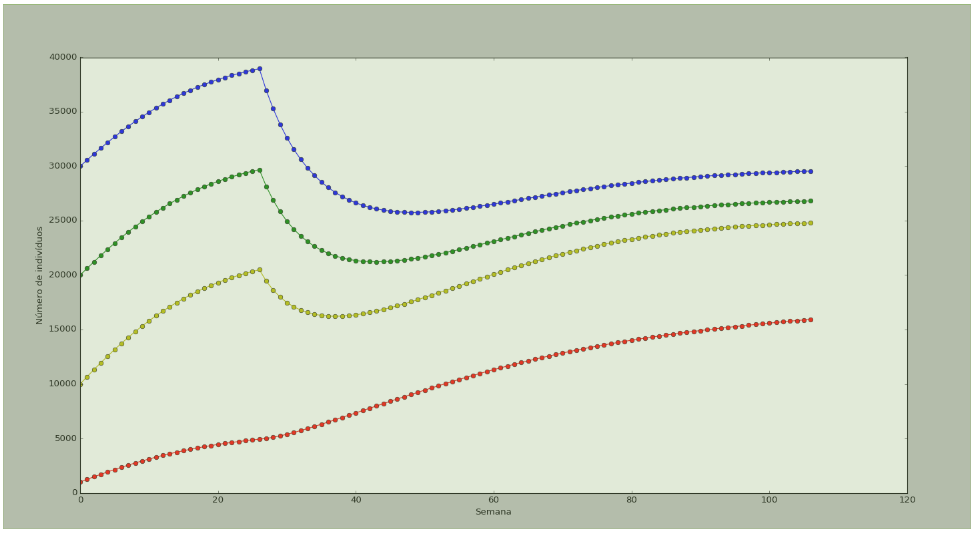


Figura 2: Gráfico da iteração entre presa, predador e poluição



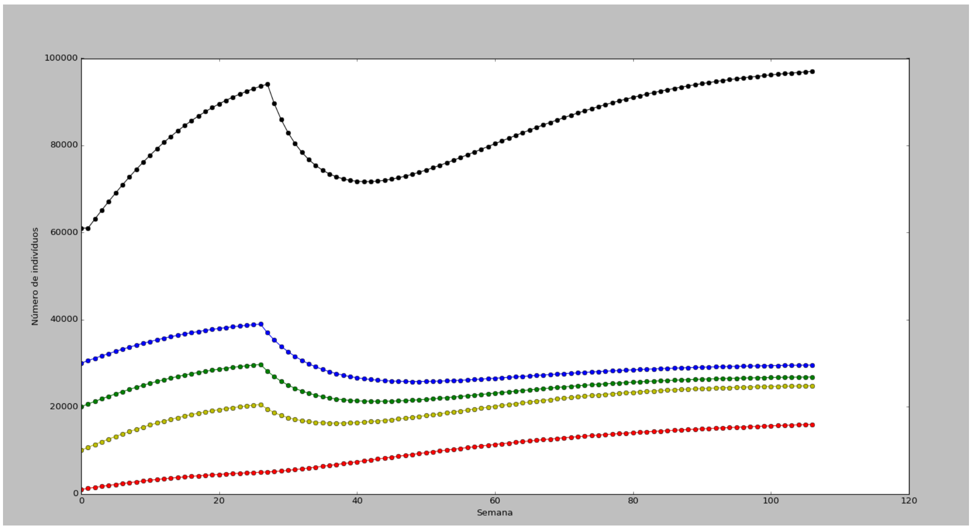
As linhas azul, verde a amarela, representam as presas e a linha vermelha representa o predador.

Analisando os gráficos, podemos ver que a poluição influencia muito as presas e faz com seu gráfico tenha uma queda brusca. Já o predador, por não ser influenciado pela poluição, seu crescimento também é influenciado, porém, ao invés de diminuir, ele aumenta.

A partir da semana oitenta, podemos ver uma tendência a estabilidade do número de presas. Já o número de predadores continua crescendo e não vemos a estabilidade do número de predadores no período de cento e seis semanas (aproximadamente dois anos).

O gráfico abaixo, mostra todas as espécies e também o total de indivíduos (linha preta no gráfico).

Figura 3: Gráfico da iteração entre presa, preadador e poluição



Olhando a população como um todo, podemos ver a queda brusca no momento em que o poluente é introduzido no meio. Vemos também que existe uma tendêcia a instabilidade, que já está sendo alcançada a capacidade de suporte no final das centos e seis semanas.

É possível que o gráfico dos predadores cruze os gráficos de presas ao longo de mais semanas, visto que as presas já estão estabilizando suas populações e o predador ainda continua a crescer.

4 Conclusão

O modelo apresentado mostra de uma forma boa a interação do predador com a presa e também o problema do poluente em um meio que era equilibrado. Podemos ver, que para o período proposto, o modelo se comporta como o esperado.

Como o predador não era afetado pela poluição, seu crescimento continuou a aumentar mesmo depois do poluente, visto que ainda existia quantidade suficiente de presas para servir de alimento.

O modelo apresentado acima é um bom modelo para o período curto, tempo ao redor de cem semanas. Já para um período maior, como por exemplo mil semanas, ele não se comportará bem, visto que não foi colocado uma taxa de mortalidade para a população de predadores. Então, ele aumentará muito e se aproximará da capacidade de suporte, extinguindo as presas.

Para um período maior de tempo, o modelo precisa ser adaptado incluindo a morte do predador, seja ela por causas naturais, por um outro predador ou pesca.