MS 680 - Modelos matemáticos aplicados a Biologia

122830 Alcides Goldoni Junior
Primeira prova

31 de outubro de 2016

1. Para construir um modelo de convívio de espécies onde existe a competição entre elas, primeiramente, vamos determinar as três espécies envolvidas e as relações entre elas. No nosso caso, temos: gaviões (G_n), cobras (C_n) e roedores (R_n). Gaviões predam as cobras e os roedores; Cobras predam os roedores.
   Nessa situação, o sistema que modela a tripla dinâmica populacional é:

$$\begin{cases} \Delta G_n = \alpha_1 G_n + G_n C_n \beta_2 + G_n R_n \gamma_2 - \frac{\alpha_1 G_n^2}{K} - M \\ \\ \Delta C_n = \beta_1 C_n + C_n R_n \gamma_2 - C_n G_n \beta_2 - \frac{\beta_1 C_n^2}{K} - M \\ \\ \Delta R_n = \gamma_1 R_n - R_n C_n \gamma_2 - G_n R_n \gamma_2 - \frac{\gamma_1 R_n^2}{K} - M \end{cases} \quad (1)$$

   Onde:
   G_n é o número de gaviões;
   C_n é o número de cobras;
   R_n é o número de roedores;
   α_1 é a taxa de crescimento dos gaviões;
   α_2 é a taxa de decrescimento dos gaviões;
   β_1 é a taxa de crescimento das cobras;
   β_2 é a taxa de decrescimento das cobras;
   γ_1 é a taxa de crescimento das roedores;
   γ_2 é a taxa de decrescimento das roedores;
   K é a capacidade de suporte do meio;
   M é a quantidade de indivíduos que morrem por causas naturais (velhice, doença, catástrofes, etc.).

   Os coeficientes $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ representam a taxa de natalidade da espécie.
   O efeito produzido pelo aparecimento de uma outra espécie, competição inter-específica, é proporcional ao produto dos termos das espécies multiplicado pelo fator de decrescimento da espécia presa. Neste modelo, estou supondo que o decrescimento ($\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$) não muda mesmo mudando a espécie predadora.
   O coeficiente $\frac{P^2}{K}$, onde P é uma população qualquer, mede o efeito do crescimento de uma população pelo acréscimo de um novo indivíduo.

Uma observação relevante para a simulação do modelo é o valor dado aos coeficientes α, β e γ, pois cada espécie pode ter a capacidade de excluir a outra.
No caso de não existirem predadores, as presas crescem até se estabilizarem devido a capacidade de suporte.
A população dos predadores diminuem na ausência de presas.

2. Considerando um lago com peixes atrativos para pesca e a existêcia de pescadores, vamos criar um modelo que descreve a interação entre peixe e pescadores levando em consideração que na ausência de pescadores os peixes possuem crescimento logístico e com a presença dos pescadores, o crescimento dos peixes se reduz a uma taxa proporcional a população de peixes e pescadores. Vamos levar em conta também que pescadores são atraídos para o lago a uma taxa proporcional a quantidade de peixes no lago, porém, são desencorajados a uma taxa proporcional ao número de pescadores que já estão pescando. Dessa forma, o sistema de equações que descreve o modelo é:

$$\begin{cases} \Delta P_n = \alpha P_n(1 - \frac{P_n}{K}) - \beta P_n H_n \\ \\ \Delta C_n = \gamma P_n H_n - \varepsilon H_n \end{cases} \tag{2}$$

Onde:
P_n é a população de peixes;
H_n é a população de pescadores;
K é a capacidade de suporte do meio, no nosso caso, do lago;
α é a taxa de crescimento da população de peixes;
β é a taxa de decrescimento da população de peixes;
γ é a taxa de decrescimento da população de pescadores;
ε é a taxa com que os pescadores são desencorajados a pescar.

O termo $\alpha P_n(1 - \frac{P_n}{K})$ representa o crecimento logístico da população de peixes, caso não exista pescadores. O efeito produzido pelo aparecimento dos pescadores é proporcional ao produto das populações (peixe e pescadores) multiplicado por um fator de descrecimento da população de peixes. A taxa com que os pescadores são atraídos para o lago é representado pelo produto das populações (peixe e pescadores) multiplicado por um fator de crescimento dos pescadores. Já a diminuição dos pescadores é proporcional a taxa de pescadores já existentes multiplicado por um fator de desencorajamento.

3. O que achei mais útil nessa disciplina é que ela é a única que estou fazendo nesse semestre que tem, de fato, uma aplicação no mundo real, deixando de tratar problemas bobos em exercícios propostos no livro texto e tratando problemas que podem realmente acontecer no mundo real. Essa abordagem de problemas reais é o que acho mais importante, não só nessa disciplina, mas também em qualquer outra da matemática aplicada e muitas vezes não é o que acontece.
Já o que achei menos importante foi algumas pequenas revisões, como

por exemplo a referente as soluções de uma equação diferencial com raízes iguais, diferentes ou complexas. O aluno que quiser detalhes sobre isso, busque em bibliografias (que podem ser citadas em aula) fora da aula, assim, teríamos mais tempo para outros exemplos ou simulações.
Uma ponto que prejudica a disciplina é o fato de ser quatro horas seguidas. Isso torna a aula um pouco massante a partir de determinado horário.

4. Minha maior dificuldade em relação ao primeiro projeto foi pensar em quais hipóteses utilizar e como inserir essas hipóteses, que são fenômenos reais, nas equações, dessa forma, achei melhor fazer o projeto com as hipóteses que foram utlizadas em sala de aula, pois já estava familiarizado com a "cara"que a equação teria.

5. Por se tratar de uma disciplina que trabalha com problemas reais, o ponto que vejo como o mais fraco é a falta de simulações dos modelos que tratamos em sala de aula.
A simulação mostra se o modelo que estamos criando faz sentido físico ou não. Apenas a visualização das equações que compõem o modelo nem sempre são tão claras ou suficiente para uma validação das hipóteses que consideramos.
Além disso, a simulação é a parte mais divertida e gratificante da resolução dos problemas que nos deparamos nessa disciplina.