# MS 680 - Modelos matemáticos aplicados a Biologia

122830 Alcides Goldoni Junior

Primeira prova

30 de outubro de 2016

1. Para construir um modelo de convívio de espécies onde existe a competição entre elas, primeiramente, vamos determinar as três espécies envolvidas e as relações entre elas. No nosso caso, temos: gaviões ($G_n$), cobras ($C_n$) e roedores ($R_n$). Gaviões predam as cobras e os roedores; Cobras predam os roedores.
Nessa situação, o sistema que modela a tripla dinâmica populacional é:

$$\begin{cases} \Delta G_n = \alpha_1 G_n + G_n C_n \beta_2 + G_n R_n \gamma_2 - \frac{\alpha_1 G_n^2}{K} - M \\ \Delta C_n = \beta_1 C_n + C_n R_n \gamma_2 - C_n G_n \beta_2 - \frac{\beta_1 C_n^2}{K} - M \\ \Delta R_n = \gamma_1 R_n - R_n C_n \gamma_2 - G_n R_n \gamma_2 - \frac{\gamma_1 R_n^2}{K} - M \end{cases} \quad (1)$$

Onde:
$G_n$ é o número de gaviões;
$C_n$ é o número de cobras;
$R_n$ é o número de roedores;
$\alpha_1$ é a taxa de crescimento dos gaviões;
$\alpha_2$ é a taxa de decrescimento dos gaviões;
$\beta_1$ é a taxa de crescimento das cobras;
$\beta_2$ é a taxa de decrescimento das cobras;
$\gamma_1$ é a taxa de crescimento das roedores;
$\gamma_2$ é a taxa de decrescimento das roedores;
$K$ é a capacidade de suporte do meio;
$M$ é a quantidade de indivíduos que morrem por causas naturais (velhice, doença, catástrofes, etc.).

Os coeficientes $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ representam a taxa de natalidade da espécie.
O efeito produzido pelo aparecimento de uma outra espécie, competição inter-específica, é proporcional ao produto dos termos das espécies multiplicado pelo fator de decrescimento da espécia presa. Neste modelo, estou supondo que o decrescimento ($\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$) não muda mesmo mudando a espécie predadora.
O coeficiente $\frac{P^2}{K}$, onde $P$ é uma população qualquer, mede o efeito do crescimento de uma população pelo acréscimo de um novo indivíduo.

Uma observação relevante para a simulação do modelo é o valor dado aos coeficientes $\alpha$, $\beta$ e $\gamma$, pois cada espécie pode ter a capacidade de excluir a outra.
No caso de não existirem predadores, as presas crescem até se estabilizarem devido a capacidade de suporte.
A população dos predadores diminuem na ausência de presas.

2. Considerando um lago com peixes atrativos para pesca e a existêcia de pescadores, vamos criar um modelo que descreve a interação entre peixe e pescadores levando em consideração que na ausência de pescadores os peixes possuem crescimento logístico e com a presença dos pescadores, o crescimento dos peixes se reduz a uma taxa proporcional a população de peixes e pescadores. Vamos levar em conta também que pescadores são atraídos para o lago a uma taxa proporcional a quantidade de peixes no lago, porém, são desencorajados a uma taxa proporcional ao número de pescadores que já estão pescando. Dessa forma, o sistema de equações que descreve o modelo é:

$$\begin{cases} \Delta P_n = \alpha P_n(1 - \frac{P_n}{K}) - \beta P_n H_n \\ \\ \Delta C_n = \gamma P_n H_n - \varepsilon H_n \end{cases} \qquad (2)$$

Onde:
$P_n$ é a população de peixes;
$H_n$ é a população de pescadores;
$K$ é a capacidade de suporte do meio, no nosso caso, do lago;
$\alpha$ é a taxa de crescimento da população de peixes;
$\beta$ é a taxa de decrescimento da população de peixes;
$\gamma$ é a taxa de decrescimento da população de pescadores;
$\varepsilon$ é a taxa com que os pescadores são desencorajados a pescar.

O termo $\alpha P_n(1 - \frac{P_n}{K})$ representa o crecimento logístico da população de peixes, caso não exista pescadores. O efeito produzido pelo aparecimento dos pescadores é proporcional ao produto das populações (peixe e pescadores) multiplicado por um fator de descrecimento da população de peixes. A taxa com que os pescadores são atraídos para o lago é representado pelo produto das populações (peixe e pescadores) multiplicado por um fator de crescimento dos pescadores. Já a diminuição dos pescadores é proporcional a taxa de pescadores já existe multiplicado por um fator de desencorajamento.

3. O que achei mais útil nessa disciplina é que ela é a única que estou fazendo nesse semestre que tem, de fato, uma aplicação no mundo real, deixando de tratar problemas bobos em exercícios propostos no livro texto e tratando problemas que podem realmente acontecer no mundo real. Essa abordagem de problemas reais é o que acho mais importante, não só nessa disciplina, mas também em qualquer outra da matemática aplicada e muitas vezes não é o que acontece.
Já o que achei menos importante foi

4. Minha maior dificuldade em relação ao primeiro projeto foi pensar em quais hipóteses utilizar e como inserir essas hipóteses, que são fenômenos reais, nas equações, dessa forma, achei melhor fazer o projeto com as hipóteses que foram utlizadas em sala de aula, pois já estava familiarizado com a "cara"que a equação teria.

5. Por se tratar de uma disciplina que trabalha com problemas reais, o ponto que vejo como o mais fraco é a falta de simulações dos modelos que tratamos em sala de aula.
   A simulação mostra se o modelo que estamos criando faz sentido físico ou não. Apenas a visualização das equações que compõem o modelo nem sempre são tão claras ou suficiente para uma validação das hipóteses que consideramos.
   Além disso, a simulação é a parte mais divertida e gratificante da resolução dos problemas que nos deparamos nessa disciplina.