MS 680 - Modelos matemáticos aplicados a Biologia

122830 Alcides Goldoni Junior
Primeira prova

7 de dezembro de 2016

1. Vamos modelar a poluição de um rio seguindo as seguintes premissas: um rio divido em sete setores longitudinais um seguido do outro; fluxo de água limpa entrando por afluentes e saindo por atividades agrícolas já poluída, fazendo dessa forma um fluxo diferente para cada setor do rio, porém com um volume constante (o volume de água que entra no primeiro setor do rio é igual a volume de água que sai no último setor); poluição inicial diferente para cada setor; valor de decaimento de poluição diferente para cada setor; descarte de poluente diferente em cada setor.
   O sistema que melhor modela essa situação é:
   $$\frac{dP}{dt} = P_(is) - \frac{P_(s_ant)F}{V} - PD - PA + Q + R \tag{1}$$
   Onde:
   $P_(is)$ é a poluiç ao inicial do setor;
   $P_(s_ant)$ é a quantidade de poluiç ao do setor anterior;
   F é o fluxo de água que está vindo do setor anterior;
   V é o volume de água que passa por aquele setor;
   P é a poluic{c ao atual do setor;
   D é o decaimento da poluic{c ao daquele setor;
   A é referente a atividade agricola do setor;
   Q é a fonte de poluente do setor e
   R é a quantidade de água de afluentes;
   Para o caso do primeiro setor, a poluiç ao que vem do setor anterior é zero e no é colocada na simulacc ao.

2. Considerando a situacc ao de uma doença com características parecidas com a gripe, onde o infectado se torna resistente ou removido e ainda existe vacinacc ao, utilizando também do modelo SIRS contínuo para descrever o comportamento da doença, vamos levar em consideracc ao que filhos de sucetível é sucetível, filho de infectado é infectado e filho de resistente é resistente.
   Dessa forma, o sistema de equaces que melhor descreve essa situaç ao é:

$$
\begin{cases}
\frac{dS}{dt} = -\alpha SI + \lambda S \\
\\
\frac{dS}{dt} = \alpha SI - \beta R - \gamma r + \varepsilon I \\
\\
\frac{dR}{dt} = \beta R + \omega R \\
\\
\frac{dr}{dt} = \gamma r
\end{cases}
\tag{2}
$$

O modelo acima reflete o que acontece com a populaç ao onde aidna não se tem a vacinac{c ao, onde; S são os indivíduos sucetíveis;
I são os indivíduos infectados;
R são os indivíduos resistentes;
r são os indivíduos removidos;
α é a taxa de infecção de indivíduos sucetíveis;
λ é a taxa crescimento de indivíduos sucetíveis;
β é a taxa de indivíduosde infectados que se tornam resistentes;
ε é a taxa crescimento de indivíduos infectados;
γ é a taxa de indivíduosde que são removidos;
ω é a taxa de crescimento de indivíduos resistentes.

Agora, vamos incluir a vacinacc ao dos indivíduos sucetíveis:

$$
\begin{cases}
\frac{dS}{dt} = -\alpha SI + \lambda S - \mu S \\
\\
\frac{dS}{dt} = \alpha SI - \beta R - \gamma r + \varepsilon I \\
\\
\frac{dR}{dt} = \beta R + \omega R + \mu S \\
\\
\frac{dr}{dt} = \gamma r
\end{cases}
\tag{3}
$$

Com a vacinação, temos uma taxa μ de pessoas que eram sucetíveis e se tornam resistentes de forma direta.

3. De tudo o que vimos na disciplina, o fato que me deixou mais surpreso foi um exemplo, dado apenas como história vivida pelo prof. Joni, da construção de uma represa, onde foram retirados vários animais da área que seria alagada e recolocados em outro lugar.
A atitude me parecia coerente, até começar a estudar a Capacidade de Suporte, após isso, pude entender que ao invés dos animais daquela região morrerem devido ao alagamento, por terem sido removidos a um lugar que não seria alagados, eles acabaram morrendo de fome, afinal, o meio não estava preparado para manter todos aqueles animais.
Com um estudo rápido, que qualquer aluno que tenha cursado essa disciplina poderia fazer, poderia ser mostrado que remover os animais de uma região e levar pra outra deveria respeitar um conceito simples, porém muito importante, que é a capacidade de suporte do meio.
Crescimento de tumores também seria bem interessante de se estudar.

4. Um outro problema em relação a disciplina é que ela requer conhecimentos de equações diferenciais ordinárias, então, talvez fosse interessante que ela tivesse pré requisito como Cálculo 3i (MA 311). Na parte de simulação, seria interssante que o aluno tivesse conhecimento de algorítmos, dessa forma, seria interessante que já tivesse feito Algorítmos e programação de computadores (MC 102). Mas, como a parte de simulação não tão exigida, apenas Cálculo 3 já fosse interessamte.

5. De acordo com a ementa da disciplina, abordamos de forma muito boa os problemas de dinâmica populacional, incluindo compentição intra e interespecífica, por meio das equações recursivas e equações dferenciais, tendo muitos exemplos em aula e nos dois projetos.
   O assunto que gostaria de ter estudado com mais enfâse so os processos fisiológicos, principalmente aqueles que relacionados a doenças tais como a dengue nos seres humanos, a febre aftosa em gado, a podridão (vermelha, fusarium ou abacaxi) da cana-de-açucar e como isso afeta o organismo e/ou a sociedade.
   A grande maioria dos exemplos dado em sala, foram relacionados a dinmica populacional com ou sem competição e decaimento de poluentes, mostrando como isso afeta populações. Mas, exemplos com doenças foram abordados só no final do curso, isso também daria mais dinamismo a aula.

6. As equções de crescimento populacional podem ser adaptadas doenças. Como citei na questão 5, vou levar em consideração o crescimento de um tumor.
   O material genético (DNA) de uma célula pode sofrer alterações e desenvolver mutações que podem afetar o crescimento normal das estruturas celulares. Um mecanismo comumente afetado é o de divisão das células, fazendo com que elas se proliferem de maneira anormal. Essa proliferação anormal provoca a formação de massa celular, chamada de tumor.
   Para modelar esse problema de crescimento de massa de forma anormal, vou utilizar a equação de Gopertz:

$$\frac{dN}{dt} = rNln(\frac{K}{N}) \tag{4}$$

   Onde: $N(t)$ é a população das células no instante t;
   r é a taxa de crescimento das células;
   K é a capacidade de suporte, nesse caso, o tamanho máximo que esse tumor pode atingir.
   Sabendo o valor inicial (população) das células tumorais no instante $N(0)$ e sabendo a solução da equação de Gompertz em função do tempo, dado por:

$$N(t) = Ke^{-e^{rt}\ln(\frac{N(0)}{K})}(5)$$

   podemos traçar o gráfico que representa o crescimento das células.

Agora, inserindo nesse processo o tratamento, a nova equação que modela o problema é:

$$\frac{dN}{dt} = rNln(\frac{K}{N}) - \alpha CN \tag{6}$$

Onde: α é a taxa de diminuição do tumor (a força com que atua o medicamento) e C é a concentração do medicamento no organismos.
Dessa forma, temos uma nova taxa de crescimento do tumor que pode levá-lo a extinção que poderíamos simular e validar.