Urto Elastico a 2 dimensioni

Verrà trattato un urto elastico a 2 dimensioni tra due circonferenze

Per trattare più semplicemente l’urto conviene cambiare sistema di riferimento cambiando gli assi.

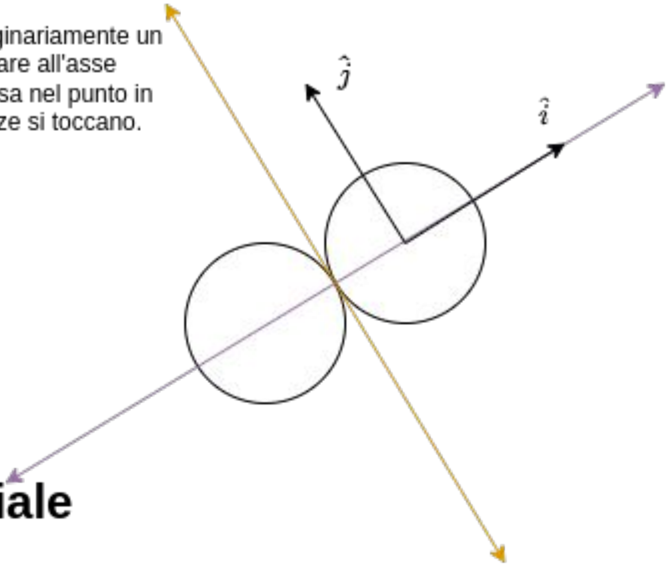
i e j sono due versori, ovvero due vettori di modulo unitario che rappresentano:

- i è il versore radiale, rappresenta la direzione che congiunge i centri

- j è il versore tangenziale, perpendicolare ad i

Asse Tangenziale

Tracciamo immaginariamente un asse perpendicolare all'asse radiale e che passa nel punto in cui le circonferenze si toccano.



Asse Radiale

Tracciamo immaginariamente un asse che passa per il centro delle due sfere

Da 2D a 1D

Cambio il sistema di riferimento, al posto di xy utilizzo ij.

Scomponendo l'urto lungo la direzione tangenziale e radiale posso studiare separatamente le componenti. Supponendo che non ci sia attrito tra i due corpi, posso inferire che **in direzione tangenziale non ci siano cambi di velocità.**

In direzione radiale invece avrò un urto elastico monodimensionale.

La massa

Un’assunzione che ci permette di semplificare i calcoli è che la massa delle due circonferenze sia uguale, questo ci permette di eliminare i termini negativi della seguente formula:

$$\begin{cases} v_{1f} = v_{1i}\dfrac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} + v_{2i}\dfrac{2m_2}{(m_1 + m_2)} \\ v_{2f} = v_{2i}\dfrac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} + v_{1i}\dfrac{2m_1}{(m_1 + m_2)} \end{cases}$$

Ponendo m1 = m2 otteniamo che:

$$\begin{cases} v_{1f} = v_{2i} \\ v_{2f} = v_{1i} \end{cases}$$

Le velocità sull’asse radiale si scambiano.

Ritornare al sistema di riferimento cartesiano

Unendo le componenti radiale e tangenziale possiamo quindi arrivare al seguente risultato:

In generale le componenti si calcolano facendo il prodotto tra il versore ed il vettore.

$$\vec{v}_{1f} = \underbrace{(\vec{v}_{1i} \cdot \hat{j})\hat{j}}_{\text{Componente tangenziale}} + \underbrace{(\vec{v}_{2i} \cdot \hat{i})\hat{i}}_{\text{Componente radiale}}$$

Attrito

Calcolando la forza di attrito dinamico (dato il coefficiente)

$\vec{F}_d = \mu_d|\vec{N}|(-\hat{v})$ dove, nel nostro caso, N = mg.

Descriviamo la legge oraria dei corpi come un moto uniformemente accelerato dove a = - μ_d successivamente possiamo utilizzare il metodo di integrazione numerica offerto da eulero per esplicitare le posizioni e le velocità delle circonferenze sulle basi di un Δt -e stabilito.

Urto coi bordi

Quando la circonferenza si scontra con i bordi è molto più semplice implementare l'urto elastico in quanto bisogna solamente cambiare una componente della velocità.

- Se la circonferenza si scontra con il muro destro o con quello sinistro la componente x cambia di segno
- Se la circonferenza si scontra con il muro destro o con quello sinistro la componente y cambia di segno