

অধ্যায়-৫

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৬

অনুশীলনটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. দুই চলকবিশিষ্ট সূচক সমীকরণ জোড়ের সমাধান।



৯টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

৩২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৫টি বহুপদী সমান্তরিত সূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ৭টি মাস্টার ট্রেনার প্রশ্ন ■ ২টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

১. $2^x + 3^y = 31$

$2^x - 3^y = -23$

সমাধান: $2^x + 3^y = 31$ (i)

$2^x - 3^y = -23$ (ii)

এখন, (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2 \cdot 2^x = 8$

বা, $2^x = 4$

বা, $2^x = 2^2$

$\therefore x = 2$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2 \cdot 3^y = 54$

বা, $3^y = 27$

বা, $3^y = 3^3$

$\therefore y = 3$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$

২. $3^x = 9^y$

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

সমাধান: $3^x = 9^y$ (i)

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$ (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $3^x = 9^y$

বা, $3^x = (3^2)^y$

বা, $3^x = 3^{2y}$

$\therefore x = 2y$ (iii) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = (5^2)^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = 5^{2xy}$

বা, $x + y + 1 = 2xy$ (iv) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

(iv) নং সমীকরণে $x = 2y$ বসিয়ে পাই,

$2y + y + 1 = 2 \cdot 2y \cdot y$

বা, $2y + y + 1 = 4y^2$

বা, $4y^2 - 3y - 1 = 0$

বা, $4y^2 - 4y + y - 1 = 0$

বা, $4y(y - 1) + 1(y - 1) = 0$

বা, $(y - 1)(4y + 1) = 0$

হয়, $y - 1 = 0$

অথবা, $4y + 1 = 0$

$\therefore y = 1$

$\therefore y = -\frac{1}{4}$

(iii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $y = 1$, তখন $x = 2 \cdot 1 = 2$

যখন $y = -\frac{1}{4}$, তখন $x = 2 \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

৩. $3^x \cdot 9^y = 81$

$2x - y = 8$

সমাধান: $3^x \cdot 9^y = 81$ (i)

$2x - y = 8$ (ii)

এখন, (i) নং হতে,

$3^x \cdot 9^y = 81$

বা, $3^x \cdot (3^2)^y = 3^4$

বা, $3^x \cdot 3^{2y} = 3^4$

বা, $3^{x+2y} = 3^4$ [$\because a^m \cdot a^n = a^{m+n}$]

$\therefore x + 2y = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x + 2y - 4 = 0$ (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $2x - y = 8$

বা, $2x - y - 8 = 0$ (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোট থেকে বস্তুগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$\frac{x}{-16-4} = \frac{y}{-8+8} = \frac{1}{-1+4}$

বা, $\frac{x}{20} = \frac{y}{0} = \frac{1}{5}$

$\therefore x = 4, y = 0$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (4, 0)$

৪. $2^x \cdot 3^y = 18$

$2^{2x} \cdot 3^y = 36$

সমাধান: $2^x \cdot 3^y = 18$ (i)

$2^{2x} \cdot 3^y = 36$ (ii)

এখন, (ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{2^{2x} \cdot 3^y}{2^x \cdot 3^y} = \frac{36}{18}$$

বা, $2^x = 2$

বা, $2^x = 2^1$

$\therefore x = 1$ [$\because a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$2^1 \cdot 3^y = 18$$

বা, $3^y = 9$

বা, $3^y = 3^2$

$\therefore y = 2$ [$\because a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (1, 2)$

৫. $a^x \cdot a^{y+1} = a^7$
 $a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$

সমাধান: $a^x \cdot a^{y+1} = a^7$ (i)

$a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$ (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$a^{x+y+1} = a^7$$

বা, $x + y + 1 = 7$ [$\because a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

$\therefore x + y - 6 = 0$ (iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$a^{2y+3x+5} = a^{20}$$

বা, $2y + 3x + 5 = 20$ [$\because a^m = a^n$ হলে, $m = n$]

$\therefore 3x + 2y - 15 = 0$ (iv)

এখন, (iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোট থেকে বদ্ধগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\therefore \frac{x}{-15+12} = \frac{y}{-18+15} = \frac{1}{2-3}$$

বা, $\frac{x}{-3} = \frac{y}{-3} = \frac{1}{-1}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{3} = 1$

$\therefore x = 3$

আবার, $y = 3$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (3, 3)$

৬. $\left. \begin{array}{l} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{array} \right\} y \neq 1$

সমাধান: $y^x = x^2$ (i)

$x^{2x} = y^4$ (ii)

এখন, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x^{2x} = y^4$

বা, $(x^2)^x = y^4$

বা, $(y^x)^x = y^4$ [(i) নং সমীকরণ থেকে x^2 এর মান বসিয়ে]

বা, $y^{x^2} = y^4$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$, তখন $y^2 = 2^2$

বা, $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

যখন $x = -2$, তখন $y^{-2} = (-2)^2$

বা, $\frac{1}{y^2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

৭. $y^x = 4$

$y^2 = 2^x$

সমাধান: $y^x = 4$ (i)

$y^2 = 2^x$ (ii)

এখন (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$y^2 = 2^x$$

বা, $(y^2)^x = (2^x)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x -এ উন্নীত করে]

বা, $y^{2x} = 2^{x^2}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $(y^x)^2 = 2^{x^2}$

বা, $(4)^2 = 2^{x^2}$ [\because (i) থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা, $(2^2)^2 = 2^{x^2}$

বা, $2^4 = 2^{x^2}$

বা, $x^2 = 4$ [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

$\therefore x = \pm 2$

আবার, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$, তখন $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

যখন $x = -2$, তখন $y^{-2} = 4$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

৮. $4^x = 2^y$

$(27)^{xy} = 9^{y+1}$

সমাধান: $4^x = 2^y$ (i)

$27^{xy} = 9^{y+1}$ (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $(2^2)^x = 2^y$

বা, $2^{2x} = 2^y$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $2x = y$ (iii) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$(27)^{xy} = 9^{y+1}$$

বা, $(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা, $3^{3xy} = 3^{2(y+1)}$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $3xy = 2(y+1)$ (iv) [$\because a^m = a^n$ হলে $m = n$]

(iv) নং সমীকরণে $y = 2x$ বসিয়ে পাই,

$$3x \cdot 2x = 2(2x + 1)$$

বা, $6x^2 = 2(2x + 1)$

বা, $3x^2 = 2x + 1$

বা, $3x^2 - 2x - 1 = 0$

$$\text{বা, } 3x^2 - 3x + x - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3x(x - 1) + 1(x - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 1)(3x + 1) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 1 = 0 \text{ অথবা, } 3x + 1 = 0$$

$$\therefore x = 1 \quad \therefore x = -\frac{1}{3}$$

(iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\text{যখন } x = 1 \text{ তখন } y = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\text{যখন } x = -\frac{1}{3} \text{ তখন } y = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

$$\text{৯. } 8y^x - y^{2x} = 16$$

$$2^x = y^2$$

$$\text{সমাধান : } 8y^x - y^{2x} = 16 \dots\dots\dots (i)$$

$$2^x = y^2 \dots\dots\dots (ii)$$

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + 4^2 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x - 4)^2 = 0$$

$$\therefore y^x = 4 \dots\dots\dots (iii)$$

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$2^x = y^2$$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয় পক্ষের ঘাত x -এ উন্নীত করে।]

$$\text{বা, } 2^{x^2} = y^{2x} \quad [\because (a^m)^n = a^{mn}]$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = (y^x)^2 \quad [\because a^{mn} = (a^m)^n]$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 4^2 \quad [(iii) \text{ নং থেকে } y^x \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 16$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 2^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4 \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে } m = n]$$

$$\therefore x = \pm 2$$

এখন, (ii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\text{যখন } x = 2 \text{ তখন } 2^2 = y^2$$

$$\text{বা, } y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

$$\text{যখন } x = -2 \text{ তখন } 2^{-2} = y^2$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{1}{4}$$

$$y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$$



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৫.৬ দুই চলক বিশিষ্ট সূচক সমীকরণ জোড়। Text পৃষ্ঠা-১০৬

- সূচকীয় সমীকরণে উভয় পক্ষের ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়। অর্থাৎ $a^m = a^n$ হলে $m = n$ হবে।

- সমীকরণ জোড় যেকোনো পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করা যায়।

$$১. a^{2x} \cdot a^{y+1} = a^9 \text{ হলে, } y = \text{কত? (সহজ)}$$

$$\text{ক } -8 - 2x \quad \text{খ } 8 - 2x \quad \text{গ } 8 + 2x \quad \text{ঘ } 4 + x$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } a^{2x+y+1} = a^9 \text{ বা, } 2x + y = 8 \text{ বা, } y = 8 - 2x.$$

$$২. a^{x+2} \cdot a^{2y+1} = 1 \text{ হলে, } x = \text{কত? (মধ্যম)}$$

$$\text{ক } -2y - 3 \quad \text{খ } 2y - 3 \quad \text{গ } 2y + 3 \quad \text{ঘ } 2y + 4$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } a^{x+2+2y+1} = 1 \text{ বা, } a^{x+2y+3} = a^0 \text{ বা, } x = -2y - 3$$

$$৩. a^{x+2} \cdot a^{2y+1} = a^{10}, (a \neq 1) \text{ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (মধ্যম)}$$

[সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

$$\text{ক } 2x + y = 7 \quad \text{খ } x + 2y = 7$$

$$\text{গ } x - 2y = 7 \quad \text{ঘ } x = 2y - 7$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } a^{x+2} \cdot a^{2y+1} = a^{10} \text{ বা, } a^{x+2y+3} = a^{10}$$

$$\text{বা, } x + 2y + 3 = 10 \therefore x + 2y = 7$$

$$৪. 3^{3y-1} = 9^{x+y} \text{ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (মধ্যম)}$$

[মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

$$\text{ক } 3y - 1 = 2(x + y) \quad \text{খ } 3y - 1 = x + y$$

$$\text{গ } (3y + 1) = 2(x + y) \quad \text{ঘ } 3y - 1 = x - y$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } 3^{3y-1} = 9^{x+y} = (3^2)^{x+y} = 3^{2x+2y}$$

$$\therefore 3y - 1 = 2x + 2y = 2(x + y)$$

$$৫. 3^{3y-1} = 9^{x+y} \text{ হলে, } y = \text{কত? (মধ্যম)}$$

[আই.ই.টি.স. উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ]

$$\text{ক } x + 1 \quad \text{খ } 2x - 1 \quad \text{গ } 2x + 1 \quad \text{ঘ } 4x + 1$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } 3^{3y-1} = (3^2)^{x+y} \text{ বা, } 3^{3y-1} = 3^{2x+2y}$$

$$\text{বা, } 3y - 1 = 2x + 2y \text{ বা, } y = 2x + 1$$

$$৬. a^{x+2} \cdot a^{2y+1} = a^{10} \text{ এবং } x = 3 \text{ হলে, } y = \text{কত? (মধ্যম)}$$

$$\text{ক } -2 \quad \text{খ } 2 \quad \text{গ } 3 \quad \text{ঘ } 6$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } a^{x+2+2y+1} = a^{10} \text{ বা, } x + 2y = 7$$

$$\text{বা, } 2y = 4 \therefore y = 2$$

$$৭. 4^x = 2^y \text{ এবং } x = 2 \text{ হলে } y \text{ এর মান কত? (সহজ)}$$

[মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

$$\text{ক } -2 \quad \text{খ } -4 \quad \text{গ } 2 \quad \text{ঘ } 4$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } 2^y = 4^2 = 2^4 \therefore y = 4$$

$$৮. 4^{x+3y} = 16^{2x+3} \text{ এবং } x = 4 \text{ হলে, } y = \text{কত? (মধ্যম)}$$

$$\text{ক } -3 \quad \text{খ } -1 \quad \text{গ } 1 \quad \text{ঘ } 6$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } 4^{x+3y} = 4^{4x+6} \text{ বা, } 4x + 6 = x + 3y$$

$$\text{বা, } 3x + 6 = 3y \text{ বা, } 3y = 18 \text{ বা, } y = 6$$

$$৯. x^y = y^x, x = 2y \text{ হলে, } y = \text{কত? (মধ্যম)}$$

$$\text{ক } x \quad \text{খ } 2 \quad \text{গ } 3 \quad \text{ঘ } 4$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } (2y)^y = y^{2y} \text{ বা, } \frac{y^{2y}}{y^y} = 2^y \text{ বা, } y^y = 2^y \therefore y = 2$$

$$১০. x^y = y^x, x = 2y \text{ সমীকরণ জোড়ের সমাধান কত? (সহজ)}$$

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]

$$\text{ক } (1, 3) \quad \text{খ } (2, 3)$$

$$\text{গ } (4, 2) \quad \text{ঘ } (4, 3)$$

$$১১. y^x = 4 \text{ এবং } y^2 = 2^x \text{ হলে } x = ? \text{ (কঠিন)}$$

[কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ]

$$\text{ক } \pm 2 \quad \text{খ } \pm 4 \quad \text{গ } \pm 1 \quad \text{ঘ } \pm 3$$

$$\text{☞ ব্যাখ্যা: } y^x = 4 \Rightarrow (y^x)^2 = 4^2 \Rightarrow y^{2x} = 2^4$$

$$\text{আবার, } y^2 = 2^x \text{ বা, } (y^2)^x = (2^x)^x \text{ বা, } 2^{x^2} = y^{2x} = 2^4$$

$$\therefore x^2 = 4 \text{ বা, } x = \pm 2$$