অধ্যায়-৮



चिकान्यि

অনুশীলনী-৮.১

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—-

- ১. রেডিয়ান পরিমাপের ধারণার ব্যাখ্যা।
- রেডিয়ান পরিমাপ ও ডিগ্রী পরিমাপের পারস্পরিক ।
 সম্পর্ক নির্ণয়।
- চারটি চতুর্ভাগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন
 চিহ্নিতকরণ।

ষোড়শ শতাব্দীর ত্রিকোগমিতিবিদ, জ্যোতির্বিদ ও ধর্মতন্ত্রবিদ বার্থোলোমিউ পিটিসকাস (Bartholomeo Pitiscus, 1561-1613)। তাঁর বিখ্যাত স্থো "Trigonometria: sive de solutione triangulorum tractatus brevis et perspicuus"-এ Trigonometry' শব্দটি প্রথম ব্যবহার করেন। তিনি Rheticus (হেটিকাস) এর ত্রিকোগমিতিক টেবিলের উনুতি সাধন করেন।





১৩টি অনুশীলনীর প্রশ্ন

63

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নের সমস্যাগুলোর সমাধান নির্ণয় কর। সমস্ত ক্ষেত্রে π এর আলমু মান চার দশমিক স্থান পর্যক্ত ব্যবহার কর ($\pi=3.1416$) 1

- ১. (ক) ব্ৰেডিয়ানে প্ৰকাশ কর:
 - (i) 75°30' (ii) 55°54′53" (iii) 33°22′11"

সমাধান:

(i)
$$75^{\circ}30' = \left(75\frac{30}{60}\right)^{\circ}$$

$$= \left(75\frac{1}{2}\right)^{\circ}$$

$$= \left(\frac{151}{2}\right)^{\circ}$$

$$= \frac{151}{2} \times \frac{\pi}{180}$$
 রেডিয়ান $\left[\because 1^{\circ} = \frac{\pi^{\circ}}{180}\right]$

$$= 1.3177$$
 রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়)।

বিকল্প সমাধান:

$$75^{\circ}30' = 75^{\circ} + 30'$$

$$= 75^{\circ} + \left(\frac{30}{60}\right)^{\circ} \quad [\because 1^{\circ} = 60']$$

$$= 75^{\circ} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\circ}$$

$$= \left(75 + \frac{1}{2}\right)^{\circ}$$

$$= \left(\frac{151}{2}\right)^{\circ}$$

$$= \frac{151}{2} \times \frac{\pi^{\circ}}{180} \quad [\because 1^{\circ} = \left(\frac{\pi}{180}\right)^{\circ}]$$

$$= \frac{151 \times 3.1416}{360}$$
 রেডিয়ান [$\because \pi = 3.1416$]
$$= 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়)$$

Ans. 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়) [বিঃ দুঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(ii)
$$55^{\circ}54'53'' = 55^{\circ} + 54' + 53''$$

 $= 55^{\circ} + 54' + \left(\frac{53}{60}\right)'$ [: $1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$]
 $= 55^{\circ} + \left(54 + \frac{53}{60}\right)'$
 $= 55^{\circ} + \left(\frac{3293}{60 \times 60}\right)'$ [: $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}$]
 $= \left(55 + \frac{3293}{3600}\right)^{\circ}$
 $= \left(\frac{201293}{3600 \times 180}\right)^{\circ}$
 $= \frac{201293 \times \pi^{\circ}}{3600 \times 180}$ [: $1^{\circ} = \frac{\pi^{\circ}}{180}$]
 $= 0.310637345 \times 3.1416$ (3) Salient

= 0.9759 রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 0.9759 রেডিয়ান (প্রায়)। [বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভূল আছে।]

(iii)
$$33^{\circ}22'11'' = 33^{\circ}\left(22\frac{11}{60}\right)'$$

= $33^{\circ}\left(\frac{1331}{60}\right)'$
= $\left(33\frac{1331}{60 \times 60}\right)^{\circ}$
= $\left(\frac{120131}{3600}\right)^{\circ}$

- (খ) ডিগ্রিতে প্রকাশ কর:
 - (i) $\frac{8\pi}{13}$ ব্রেডিয়ান (ii) 1.3177 ব্রেডিয়ান (iii) 0.9759 ব্রেডিয়ান লমাধান:
 - (i) $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান

$$= \frac{8\pi}{13} \times \frac{180}{\pi}$$
 ডিপ্রি [:: $1^c = \frac{180}{\pi}$]
$$= \frac{1440}{13}$$
 ডিপ্রি .

= 110.76923 ডিগ্রি

= 110°46'9.23" [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

সূতরাং $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান = $110^{\circ}46'9.23''$

Ans. 110°46'9.23"

বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের মৃল প্রশ্ন $\frac{8x}{13}$ এর পরিবর্তে $\frac{8\pi}{13}$ হবে।

(ii) 1.3177 রেডিয়ান.

= 1.3177 ×
$$\frac{180}{\pi}$$
 ডিগ্রি [:: 1° = $\frac{180}{\pi}$]

= $\frac{237.186}{\pi}$ ডিগ্রি

= $\frac{237.186}{3.1416}$ ডিগ্রি [:: π = 3.1416]

= 75.49847 ডিগ্রি

= 75°29′54.5″ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]
স্তরাং, 1.3177 রেডিয়ান = 75°29′54.5″

Ans. 75°29′54.5″

(iii) 0.9759 রেডিয়ান

= 0.9759 ×
$$\frac{180}{\pi}$$
 ডিগ্রি [: 1° = $\frac{180}{\pi}$]

= $\frac{175.662}{\pi}$ ডিগ্রি

= $\frac{175.662}{3.1416}$ ডিগ্রি [: π = 3.1416]

= 55.91495 ডিগ্রি

= 55°54′53.35″ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]
সূতরাং, 0.9759 রেডিয়ান = 55°54′53.35″

Ans. 55°54′53.35″

২. একটি কোণকৈ ঘটিমূলক ও বৃতীয় পশ্বতিতে ষধাক্রমে D° এবং R° দারা প্রকাশ করা হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$.

সমাধান: দেওয়া আছে, ষাটমূলকে কোনো কোলের পরিমাণ D° এবং বৃত্তীয় পঙ্গতিতে তার মান R°

ডিগ্রি ও রেডিয়ান কোপের সম্পর্ক অনুসারে,
$$1^\circ = \frac{\pi^c}{180^\circ}$$

$$\therefore \ D^\circ = \left(\frac{D\pi}{180}\right)^c$$

প্রশাসতে,
$$\frac{D\pi}{180}=R$$
 $\therefore \frac{D}{180}=\frac{R}{\pi}$ (প্রমাণিত)

 একটি চাকার ব্যাসার্থ 2 মিটার 3 সে.মি. হলে চাকার পরিধির আসর মান চার দশমিক স্থান পর্যক্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

চাকার ব্যাসার্ধ, 🕝 = 2 মিটার 3 সে.মি.

= 2.03 মিটার

জানা আছে, চাকার পরিধি = 2π1 মিটার

= 2 × 3.1416 × 2.03 মিটার

= 12.7549 মিটার (প্রায়)

:. চাকাটির নির্ণেয় পরিধি = 12.7549 মিটার (প্রায়)

Ans. 12.7549 মিটার (প্রায়)

 একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 0.84 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার খুরে। গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, চাকাটির ব্যাস = 0.84 মিটার

- .. চাকাটির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.84}{2}$ মিটার = 0.42 মিটার
- ∴ চাকাটির পরিধি = 2πt = 2 × 3.1416 × 0.42 মিটার = 2.6389 মিটার

∴ চাকাটি একবার ঘুরে 2.6389 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে।
আবার, প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি 6 বার ঘুরে।

সূতরাং, । সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব 2.6389 × 6 মিটার ... । ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব 2.6389 × 6 × 60 × 60 মিটার

= 57001.1904 মিটার
= $\frac{57001.1904}{1000}$ কি.মি.
= 57.0012 কি.মি.

- .. গাড়ির গতিবেগ ঘণ্টায় 57 কি.মি. (প্রায়)
- .. নির্ণেয় গতিবেগ 57 কি.মি./ঘন্টা (প্রায়)
- Ans. 57 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)
- ৫. কোনো ব্রিভুজের কোপ তিনটির অনুপাত 2 : 5 : 3; কুদ্রতম ও. বৃহত্তম কোণের বৃতীয় মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত 2 : 5 : 3

মনে করি, কোণ তিনটি যথাক্রমে $2x^c$, $5x^c$ ও $3x^c$ আমরা জানি, ত্রিভূজের তিন কোণের সমষ্টি π^c

 $2x + 5x + 3x = \pi$

বা, $10x = \pi$

- $\therefore x = \frac{\pi}{10}$
- ∴ কোণ তিনটি যথাক্রমে $2 \times \frac{\pi^c}{10}$, $5 \times \frac{\pi^c}{10}$ ও $3 \times \frac{\pi^c}{10}$ তার্থাৎ $\frac{\pi^c}{5}$, $\frac{\pi^c}{2}$, $\frac{3\pi^c}{10}$

় বৃহত্তম কোণ =
$$\frac{\pi^c}{2}$$
এবং ক্ষুদ্রতম কোণ = $\frac{\pi^c}{5}$
উত্তর: ক্ষুদ্রতম কোণের বৃত্তীয় মান $\frac{\pi^c}{5}$
বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান $\frac{\pi^c}{2}$

৬. একটি ব্রিভূজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণীভূক্ত এবং বৃহত্তর কোণটি সুদ্রতম কোণের বিগুণ। কোণগুলোর ব্রেডিয়ান পরিমাপ কত?

কোণগুলো সমান্তর শ্রেণীভুক্ত হলে অন্য কোণটি
$$=$$
 $\frac{A^c+2A^c}{2}$ $=$ $\frac{3}{2}A^c$

আমরা জানি, ত্রিভূজের তিন কোণের সমস্টি দুই সমকোণ বা π°

$$A + \frac{3A}{2} + 2A = \pi$$

$$41, \quad \frac{9A}{2} = \pi$$

$$A = \frac{2\pi}{9}$$

সুতরাং
$$\frac{3A}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2\pi}{9} = \frac{\pi}{3}$$

. এবং
$$2A = 2 \times \frac{2\pi}{9}$$
 এবং $\frac{4\pi}{9}$

Ans. কোণ তিনটি যথাক্রমে
$$\frac{2\pi^c}{9}$$
, $\frac{\pi^c}{3}$, $\frac{4\pi^c}{9}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। ঢাকা ও চইয়াম পৃথিবীর কেন্দ্রে
 কেণা উৎপন্ন করে। ঢাকা ও চইয়ামের দূরত্ব কতঃ

সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, r = 6440 কি.মি. কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

ান্ন বেশ্যা,
$$\theta = 5^{\circ}$$
 $= 5 \times \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান
 $= \frac{\pi}{36}$ রেডিয়ান

∴ ঢাকা ও চউগ্রামের দূরত্ব, s = r0.

= 6440 ×
$$\frac{\pi}{36}$$
 কি.মি.

= $\frac{6440 \times 3.1416}{36}$ কি.মি.

= $\frac{20231.904}{36}$ কি.মি.

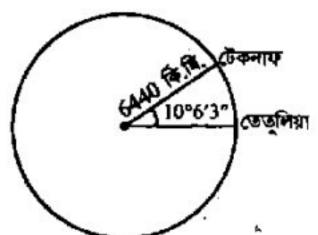
= 561.9973 কি. মি.

= 562 কি.মি. (প্রায়)

Ans. 562 কি.মি. (প্রায়)

৮. পৃথিবীর ব্যাসার্থ 6440 কি.মি.। টেকনাফ ও তেতুলিয়া পৃথিবীর কেন্দ্রে 10°6'3" কোণ উৎপন্ন করে। টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরতৃ কতঃ

সমাধান: দেওয়া আছে, স্টান্নর, r = 6440 কি.মি.



কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta=10^\circ 6'3''$ $=10^\circ \left(6\,\frac{3}{60}\right)'=10^\circ \left(6\,\frac{1}{20}\right)'$ $=10^\circ \left(\frac{121}{20}\right)'=\left(10\,\frac{121}{20\times 60}\right)^\circ$ $=\left(10\,\frac{121}{1200}\right)^\circ=\left(\frac{12121}{1200}\right)^\circ$ $=\frac{12121}{1200}\times\frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $=\frac{12121\pi}{216000}$ রেডিয়ান

∴ টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবতী দূরত্ব,

s = r0.
= 6440 ×
$$\frac{12121\pi}{216000}$$
 কি.মি.
= $\frac{78059240\pi}{216000}$ কি.মি.
= $\frac{78059240 \times 3.1416}{216000}$ কি.মি.
= 1135.3 কি.মি. (প্রায়)

Ans. 1135.3 কি.মি. (প্রায়)

৯. শাহেদ একটি সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 11 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অভিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 201 মিটার হয়, তবে শাহেদের গভিবেগ কত?

∴ ব্যাসার্ধ, r =
$$\frac{201}{2}$$
মিটার
= 100.5 মিটার.

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $0=30^\circ=30\times\frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান $=\frac{\pi}{6}$ রেডিয়ান $[\because 1^\circ=\frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান]

আমরা জানি, চাপের দৈর্ঘ্য, $s = r\theta$ = $100.5 \times \frac{\pi}{6}$ মিটার = $\frac{100.5\pi}{6}$

$$=\frac{100.5\pi}{6}$$
 মিটার
$$=\frac{100.5 \times 3.1416}{6}$$
 মিটার
$$=\frac{315.7308}{6}$$
 মিটার

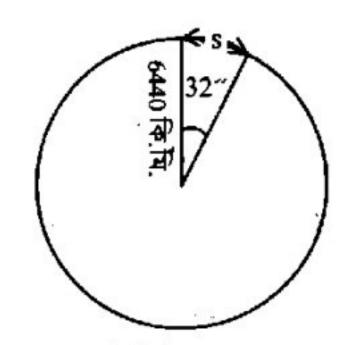
= 52.6218 মিটার

অর্থাৎ, শাহেদ 11 সেকেন্ডে অতিক্রম করে 52.6218 মিটার

∴ শাহেদের গতি বেগ = 4.78 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়) Ans. 4.78 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)

১০. পৃথিবীর ব্যাসার্থ 6440 কি.মি.। পৃথিবীর উপরের যে দৃইটি স্থান কেন্দ্রে 32 কোণ উৎপন্ন করে তাদের দূরত্ব কত?

नमोधन:



আমরা জ্ঞানি, r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের চাপ s কেন্দ্রে ও কোণ উৎপন্ন করলে $s = r\theta$

এখানে,
$$\theta = 32''$$

$$= \frac{32^{\circ}}{60 \times 60} \quad [\because 1^{\circ} = 60' \text{ এবং } 1' = 60'']$$

$$= \frac{32 \times \pi}{60 \times 60 \times 180} \text{ রেডিয়ান } [\because 1^{\circ} = \frac{\pi^{\circ}}{180}]$$

r = 6440 কি.মি. এবং চাপ s স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্দেশ করে

∴
$$s = r \theta$$

$$= 6440 \times \frac{32 \times \pi}{60 \times 180 \times 60}$$

$$= \frac{6440 \times 32 \times 3.1416}{60 \times 60 \times 180} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 0.9991 \text{ ($\frac{1}{2}$)} \tag{5} \tag{7}, \tag{1} \tag{6} \tag{1}$$

Ans. স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 কি.মি. (প্রায়)

১১. সকাল 9.30 টায় যড়ির ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার জর্জাত কোপকে ব্রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

সৈংকেত: এক ঘর কেন্দ্রে $\frac{360^{\circ}}{60}$ = 6° ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। 9.30 টায় ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে ব্যবধান $\left(15 + 2\frac{1}{2}\right)$ **4** 17 $\frac{1}{2}$ **43**

সমাধান: 60 মিনিটে ঘড়ির মিনিটের কাঁটা 60টি ঘর অভিক্রম করে এবং 60 মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা 5টি ঘর অতিক্রম করে। সূতরাং ঘণ্টার কাঁটা প্রতি মিনিটে $\frac{5}{60}$ বা $\frac{1}{12}$ ঘর অতিক্রম করে। আবার, ঘড়ির ডায়াল বা মুখপাত্রের 60টি ঘর কেন্দ্রে চার সমকোণ বা 360° কোণ ধারণ করে ৷

∴ একটি ঘর কেন্দ্রে $\frac{360^{\circ}}{60} = 6^{\circ}$ কোণ ধারণ করে । 9.30 মিনিটের সময় মিনিটের কাঁটা 6 এর দাগে অবস্থান করে এবং ঘণ্টার কাঁটা 9 টার দাগ থেকে 30 মিনিটে $\frac{30}{12}$ বা 2 $\frac{1}{2}$ ঘর আগে সরে যায়।

সুতরাং, 9.30 মিনিটে দুইটি কাঁটার মধ্যে ব্যবধান (6 এর দাগ থেকে 9 এর দাগ পর্যস্ত) 15 ঘর + $2\frac{1}{2}$ ঘর = $17\frac{1}{2}$ ঘর। যেহেতু । খর কেন্দ্রে 6° কোণ ধারণ করে

∴ $17\frac{1}{2}$ ঘর কেন্দ্রে $17\frac{1}{2} \times 6^\circ = 105^\circ$ কোণ ধারণ করে .

আমরা জানি, $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান

: 105° =
$$\left(\frac{\pi}{180} \times 105\right)$$
 "
= 1.833 রেডিয়ান (প্রায়)

Ans. 1.833 রেডিয়ান (প্রায়)

১২. এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে ঘন্টায় 6 কি. মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেভে যে বৃত্তচাপ অভিক্রম করে ডা কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্থ = r মিটার

আমরা জানি, । ঘণ্টা = 3600 সেকেভ

আবার, 6 কি.মি. = 6 × 1000 মিটার

সূতরাং, লোকটি 3600 সেকেন্ড অতিক্রম করে 6 × 1000 মিটার পথ

যদি 36 সেকেন্ডে উৎপন্ন বৃত্তচাপটি AB চাপ হয় তাহলে AB চাপের দৈর্ঘ্য, s = 60 মিটার

দেওয়া আছে, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

$$\theta = 60^{\circ}$$

$$= 60 \times \frac{\pi}{180} \quad \text{রেডিয়ান} \quad [\because 1^{\circ} = \frac{\pi^{\circ}}{180}]$$

$$= \frac{\pi}{3} \quad \text{রেডিয়ান}$$

আমরা জানি, s = r0

বা,
$$60 = r \times \frac{\pi}{3}$$

বা,
$$r = \frac{60 \times 3}{\pi}$$

$$\overline{4}$$
, $r = \frac{60 \times 3}{3.1416}$

$$r = \frac{57.29564553}{1.1416}$$

= 2 × 57.29564553 মিটার

= 114.59 মিটার (প্রায়)

∴ নির্ণের ব্যাস = 114.59 মিটার (প্রায়)

Ans. 114.59 মিটার (প্রায়)

১৩. 750 কিলোমিটার দূরে একটি বিন্দুতে কোনো পাহাড় ৪' কোণ উৎপন্ন করে। পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তের কেন্দ্রে s চাপ 🖯 কোণ উৎপন্ন করলে, s = r0.

এখানে,
$$\theta=8'=\frac{8^{\circ}}{60}=\frac{8}{60}\times\frac{\pi}{180}$$
 ব্লেডিয়ান

এবং r = 750 কি.মি.

∴ পাহাড়ের উচ্চতা,

$$s = r\theta$$
.

$$= 750 \times \frac{8}{60} \times \frac{\pi}{180}$$
 কি.মি.

= 1.745 কি.মি. বা 1745 মিটার

= 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

:. নির্ণেয় উচ্চতা = 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়) Ans. 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)