

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.৪

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়।
২. সরলরেখার সমীকরণ লেখচিত্র উপস্থাপন।



২৪টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

৬২টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৬টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৯টি বহুপদী সমান্তরীক ■ ১৭টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

২৬টি স্বজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১৭টি মাস্টার ট্রেনার প্রশ্ন ■ ৭টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. দুইটি বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয়ে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্য নেওয়া হয়।

ii. $y - 2x + 5 = 0$ রেখার ঢাল ২

iii. $3x + 5y = 0$ রেখাটি মূলবিন্দুগামী

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i গ. ii ও iii

খ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: ii. সঠিক, কারণ $y - 2x + 5 = 0$

বা, $y = 2x - 5$; যা $y = mx + c$ আকারের সমীকরণ,

∴ ঢাল $m = 2$

iii. সঠিক, কারণ, $3x + 5y = 0$

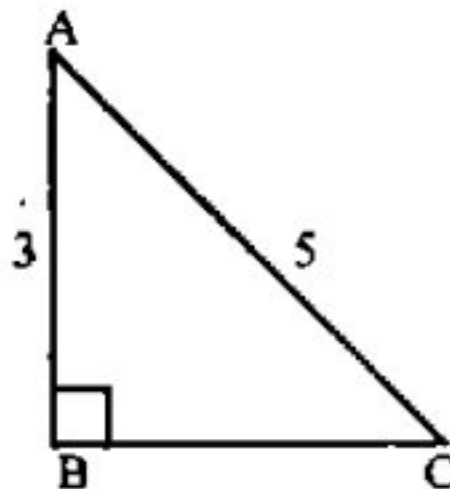
বা, $y = -\frac{3}{5}x$, যা মূলবিন্দুগামী রেখা $y = mx$ আকারের

২. $\{s(s-a)(s-b)(s-c)\}^{\frac{1}{2}}$ -এ s দ্বারা বুঝায়—

ক. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল গ. বৃত্তের ক্ষেত্রফল

খ. ত্রিভুজের অর্ধ-পরিসীমা ঘ. বৃত্তের অর্ধ-পরিধি

৩.



ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

ক. ১২ বর্গ একক গ. ১৫ বর্গ একক

খ. ৬ বর্গ একক ঘ. ৬০ বর্গ একক

ব্যাখ্যা: $\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজ।

∴ $BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ একক

∴ $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ বর্গ একক
 $= 6$ বর্গ একক।

৪.

A(1, 1) B(3, -3)

AB রেখার ঢাল

ক. ২ খ. -২

গ. ০ ঘ. ৬

ব্যাখ্যা: ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 1}{3 - 1} = \frac{-4}{2} = -2$

৫. $x - 2y - 10 = 0$ এবং $2x + y - 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল

ক. -২ খ. ২

গ. -২ ঘ. -১

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $x - 2y - 10 = 0$

বা, $y = \frac{1}{2}x - 5$

∴ ঢাল $m_1 = \frac{1}{2}$

দ্বিতীয় রেখা $2x + y - 3 = 0$

বা, $y = -2x + 3$

∴ ঢাল $m_2 = -2$

∴ ঢালদ্বয়ের গুণফল $= m_1 m_2 = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$

৬. $y = \frac{x}{2} + 2$ এবং $2x - 10y + 20 = 0$ সমীকরণদ্বয়

ক. দুটি ভিন্ন রেখা নির্দেশ করে খ. একই রেখা নির্দেশ করে

গ. রেখাদ্বয় সমান্তরাল ঘ. রেখাদ্বয় পরস্পরস্পর্শী

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $y = \frac{x}{2} + 2$; যার ঢাল $= \frac{1}{2}$

দ্বিতীয় রেখা: $2x - 10y + 20 = 0$ বা, $10y = 2x + 20$

বা, $y = \frac{x}{5} + 2$; যার ঢাল $= \frac{1}{5}$

যেহেতু ঢালদ্বয় অসমান সেহেতু রেখাদ্বয় পরস্পরস্পর্শী।

৭. $y = x - 3$ এবং $y = -x + 3$ এর ছেদ বিন্দু

ক. (0, 0) খ. (0, 3)

গ. (3, 0) ঘ. (-3, 3)

ব্যাখ্যা: প্রথম রেখা $y = x - 3$ দ্বিতীয় রেখা $y = -x + 3$

ছেদবিন্দুতে $x - 3 = -x + 3$ বা, $2x = 6$ ∴ $x = 3$

∴ $y = 3 - 3 = 0$

∴ ছেদবিন্দু হবে (3, 0)

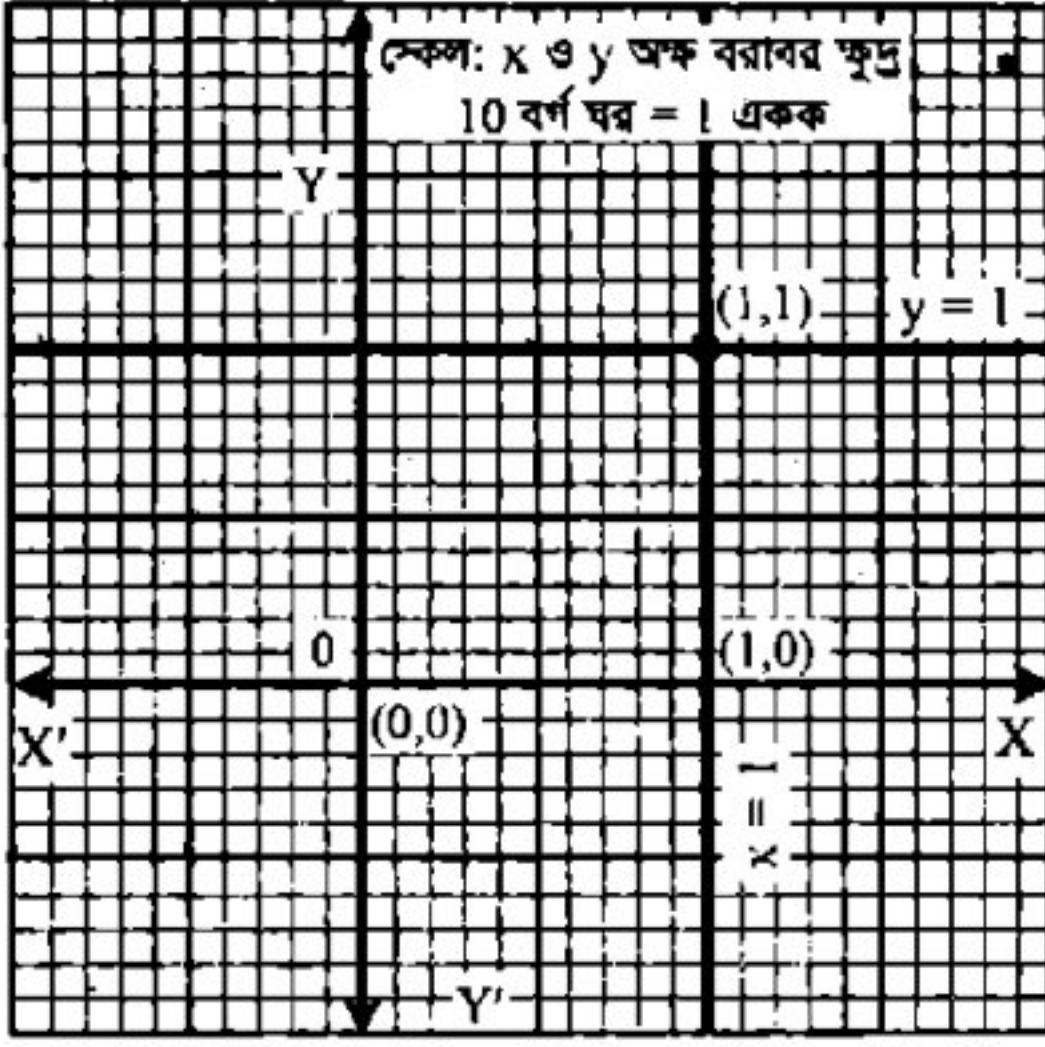
নিচের তথ্যের আলোকে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$x = 1, y = 1$$

৮. রেখাটির x-অক্ষকে যে বিন্দু ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক

- ক. (0, 1) খ. (1, 0)
গ. (0, 0) ঘ. (1, 1)

৯. ব্যাখ্যা:



x = 1 রেখাটি x-অক্ষকে (1, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

y = 1 রেখাটি x-অক্ষকে কোনো বিন্দুতেই ছেদ করবে না।

x = 1 ও y = 1 রেখাটির পরস্পরকে (1, 1) বিন্দুতে ছেদ করে।

৯. রেখাটির অক্ষবস্তুর সাথে যে ক্ষেত্রটি তৈরি করে তার ক্ষেত্রফল-

- ক. $\frac{1}{2}$ বর্গ একক খ. 1 বর্গ একক
গ. 2 বর্গ একক ঘ. 4 বর্গ একক

১০. ব্যাখ্যা: ৮ নং থেকে পাই, ক্ষেত্রটি একটি বর্গক্ষেত্র, যার বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = 1^2 \text{ বর্গ একক} = 1 \text{ বর্গ একক}$$



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১০. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (2, -1) বিন্দু দিয়ে যায় এবং ঢাল 2.

সমাধান: দেওয়া আছে, ঢাল $m = 2$ এবং নির্দিষ্ট বিন্দু (2, -1)

$\therefore (x_1, y_1)$ বিন্দুগামী এবং m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\text{বা, } y - (-1) = 2(x - 2)$$

$$\text{বা, } y + 1 = 2x - 4$$

$$\therefore y = 2x - 5 \quad (\text{Ans.})$$

১১. নিম্নোক্ত বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রান্ত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(a) A(1, 5), B(2, 4)

(b) A(3, 0), B(0, -3)

(c) A(a, 0), B(2a, 3a)

সমাধান: (a) আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী

$$\text{সরলরেখার সমীকরণ, } \frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$$

এখানে $(x_1, y_1) = (1, 5)$ ও $(x_2, y_2) = (2, 4)$

\therefore A(1, 5) ও B(2, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x - 1}{y - 5} = \frac{1 - 2}{5 - 4}$$

$$\text{বা, } \frac{x - 1}{y - 5} = \frac{-1}{1}$$

$$\text{বা, } x - 1 = -y + 5$$

$$\text{বা, } x - 1 + y - 5 = 0$$

$$\text{বা, } x + y - 6 = 0$$

$$\therefore y = -x + 6 \quad (\text{Ans.})$$

(b) আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$$

এখানে $(x_1, y_1) = (3, 0)$ এবং $(x_2, y_2) = (0, -3)$

\therefore A(3, 0) ও B(0, -3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x - 3}{y - 0} = \frac{3 - 0}{0 - (-3)}$$

$$\text{বা, } \frac{x - 3}{y} = 1$$

$$\therefore y = x - 3 \quad (\text{Ans.})$$

(c) আমরা জানি, (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$$

এখানে $(x_1, y_1) = (a, 0)$ এবং $(x_2, y_2) = (2a, 3a)$,

\therefore A(a, 0) ও B(2a, 3a) বিন্দুগামী সরল রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x - a}{y - 0} = \frac{a - 2a}{0 - 3a}$$

$$\text{বা, } \frac{x - a}{y} = \frac{-a}{-3a}$$

$$\text{বা, } \frac{x - a}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } 3x - 3a = y$$

$$\therefore y = 3x - 3a \quad (\text{Ans.})$$

১২. নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেপে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(a) ঢাল 3 এবং y ছেদক -5

(b) ঢাল -3 এবং y ছেদক -5

(c) ঢাল 3 এবং y ছেদক 5

(d) ঢাল -3 এবং y ছেদক 5

উপরোক্ত চাররেখা একই সমতলে ঐকে দেখাও।

[এই রেখাচতুষ্টয়ের মাধ্যমে ঢাল বোঝা যাবে এবং y-অক্ষের ছেদকগুলোর চিহ্নের জন্য রেখা কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে।]

সমাধান:

(a) এখানে ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = -5$

$$\therefore \text{সরলরেখার সমীকরণ, } y = mx + c$$

$$\therefore y = 3x - 5 \quad (\text{Ans.})$$

(b) এখানে ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = -5$.

$$\therefore \text{সরলরেখার সমীকরণ, } y = mx + c = -3x - 5$$

$$\therefore y = -3x - 5 \quad (\text{Ans.})$$

(c) এখানে ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = 5$

$$\therefore \text{সরলরেখার সমীকরণ, } y = mx + c = 3x + 5$$

$$\therefore y = 3x + 5 \quad (\text{Ans.})$$

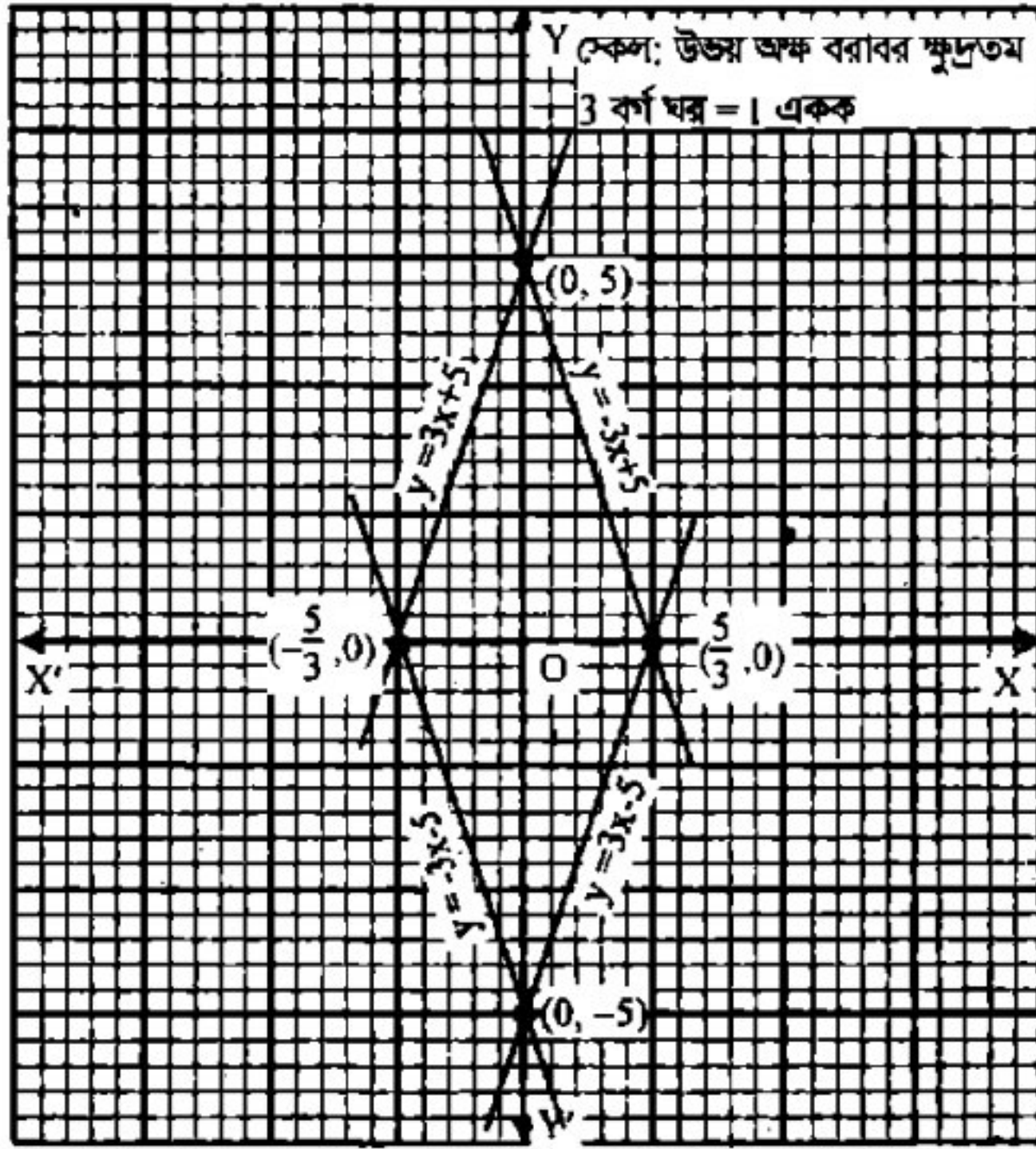
(d) এখানে, ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = 5$

$$\therefore \text{সরলরেখার সমীকরণ, } y = mx + c = -3x + 5$$

$$\therefore y = -3x + 5 \quad (\text{Ans.})$$

উপরোক্ত রেখা চারটি নিচে একই সমতলে আঁকা হলো।

- (a) নং রেখার সমীকরণ $y = 3x - 5$ যা,
 x -অক্ষকে $(\frac{5}{3}, 0)$ বিন্দুতে $[y = 0$ বসিয়ে $x = \frac{5}{3}]$ এবং
 y -অক্ষকে $(0, -5)$ বিন্দুতে ছেদ করে $[x = 0$ বসিয়ে $y = -5]$
- (b) নং রেখার সমীকরণ $y = -3x - 5$ যা,
 x -অক্ষকে $(-\frac{5}{3}, 0)$ বিন্দুতে $[y = 0$ বসিয়ে $x = -\frac{5}{3}]$ এবং
 y -অক্ষকে $(0, -5)$ বিন্দুতে ছেদ করে $[x = 0$ বসিয়ে $y = -5]$
- (c) নং রেখার সমীকরণ $y = 3x + 5$ যা,
 x -অক্ষকে $(-\frac{5}{3}, 0)$ বিন্দুতে $[y = 0$ বসিয়ে $x = -\frac{5}{3}]$ এবং
 y -অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে $[x = 0$ বসিয়ে, $y = 5]$
- (d) নং রেখার সমীকরণ $y = -3x + 5$ যা,
 x -অক্ষকে $(\frac{5}{3}, 0)$ বিন্দুতে $[y = 0$ বসিয়ে $x = \frac{5}{3}]$ এবং
 y -অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে $[x = 0$ বসিয়ে, $y = 5]$
- উপরউক্ত চারটি সরলরেখা xy সমতলে দেখানো হলো:



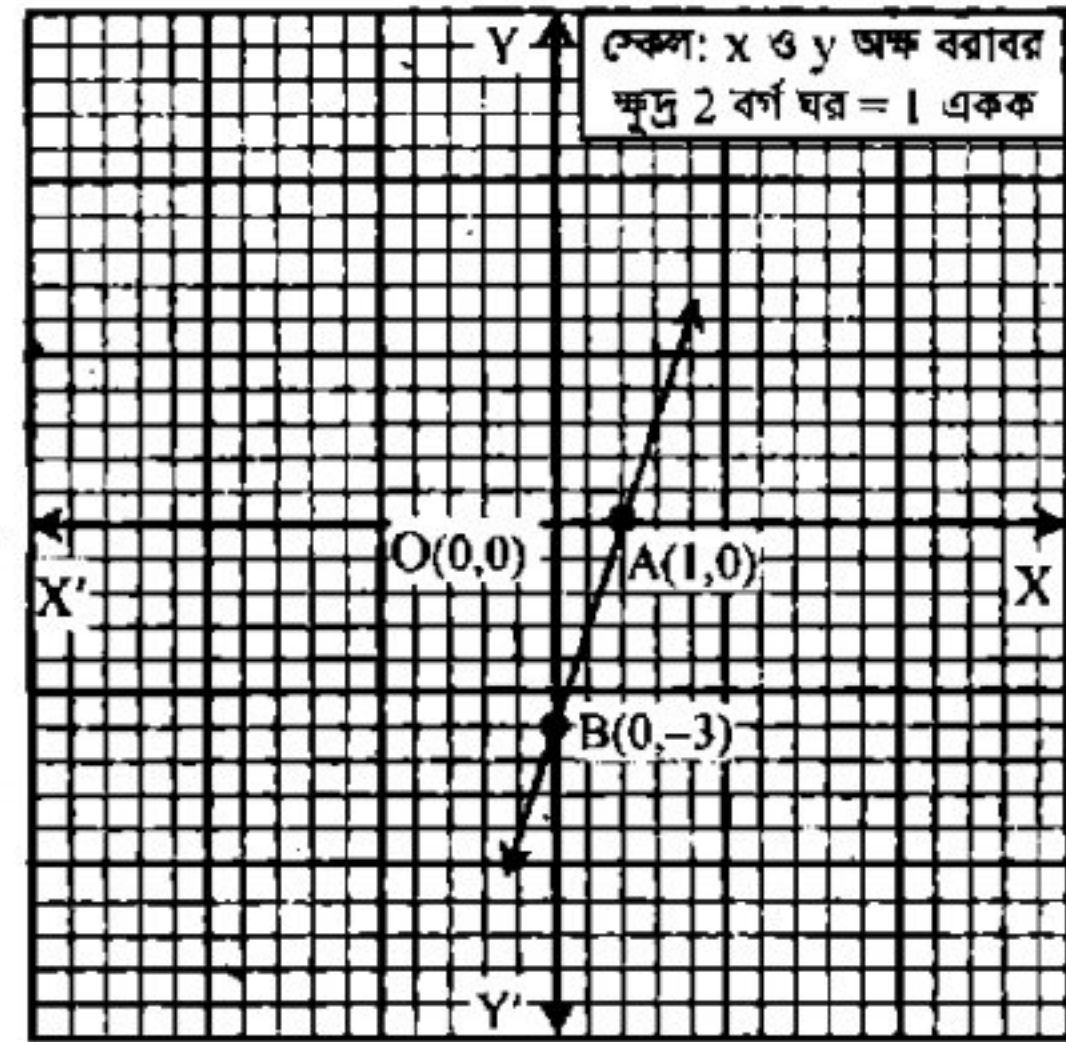
১৩. নিম্নোক্ত রেখাসমূহ x অক্ষকে ও y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে নির্ণয় কর। তারপর রেখাসমূহ একে দেখাও।

- (a) $y = 3x - 3$
 (b) $2y = 5x + 6$
 (c) $3x - 2y - 4 = 0$

সমাধান:

- (a) মনে করি, $y = 3x - 3$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।
 তাহলে, A বিন্দুর কোটি, $y = 0$
 বা, $3x - 3 = 0$
 $\therefore x = 1$
 \therefore A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 0)$ (Ans.)
 আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$
 $\therefore y = 3 \cdot 0 - 3 = -3$
 \therefore B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -3)$ (Ans.)

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



- (b) মনে করি, $2y = 5x + 6$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে A বিন্দুর কোটি, $y = 0$

$$\therefore 2 \cdot 0 = 5x + 6$$

$$\text{বা, } 5x = -6$$

$$\therefore x = -\frac{6}{5}$$

$$\therefore \text{A বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{6}{5}, 0\right) \text{ (Ans.)}$$

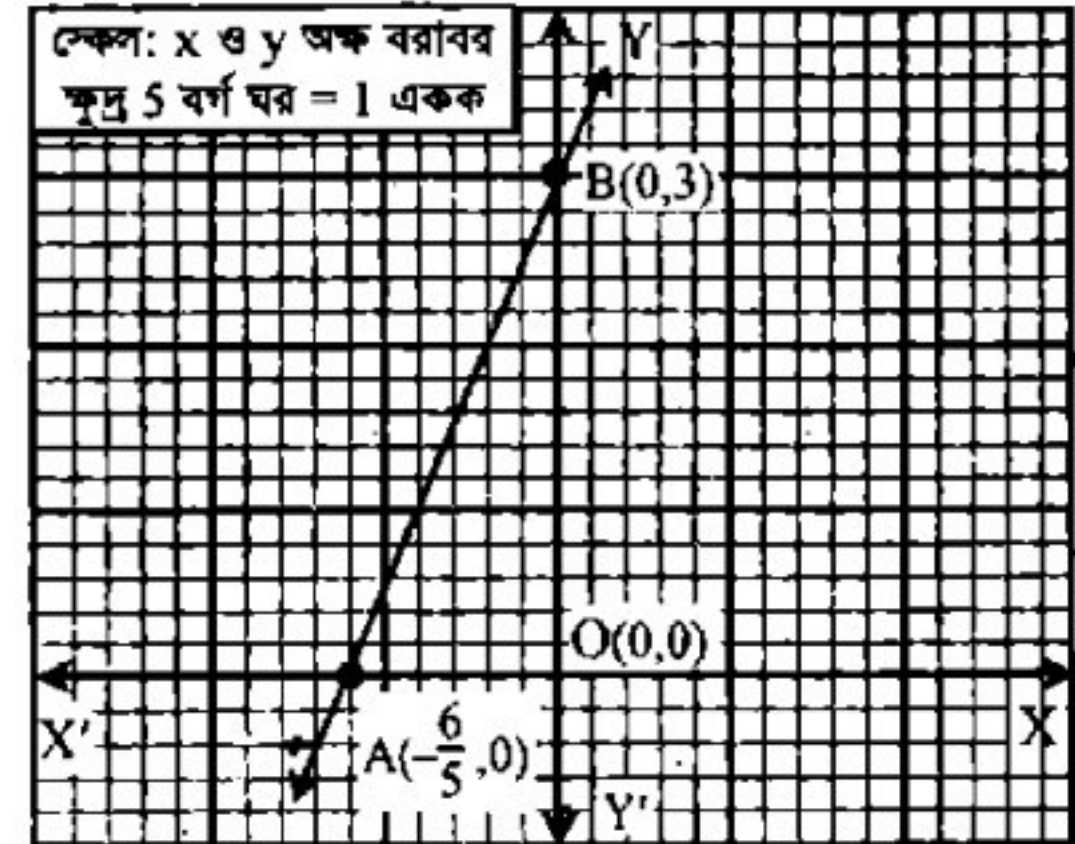
আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$

$$\therefore 2y = 5 \cdot 0 + 6$$

$$\therefore y = 3$$

$$\therefore \text{B বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (0, 3) \text{ (Ans.)}$$

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



- (c) মনে করি, $3x - 2y - 4 = 0$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, A বিন্দুর কোটি, $y = 0$

$$\therefore 3x - 2 \cdot 0 - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 3x = 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{A বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{4}{3}, 0\right) \text{ (Ans.)}$$

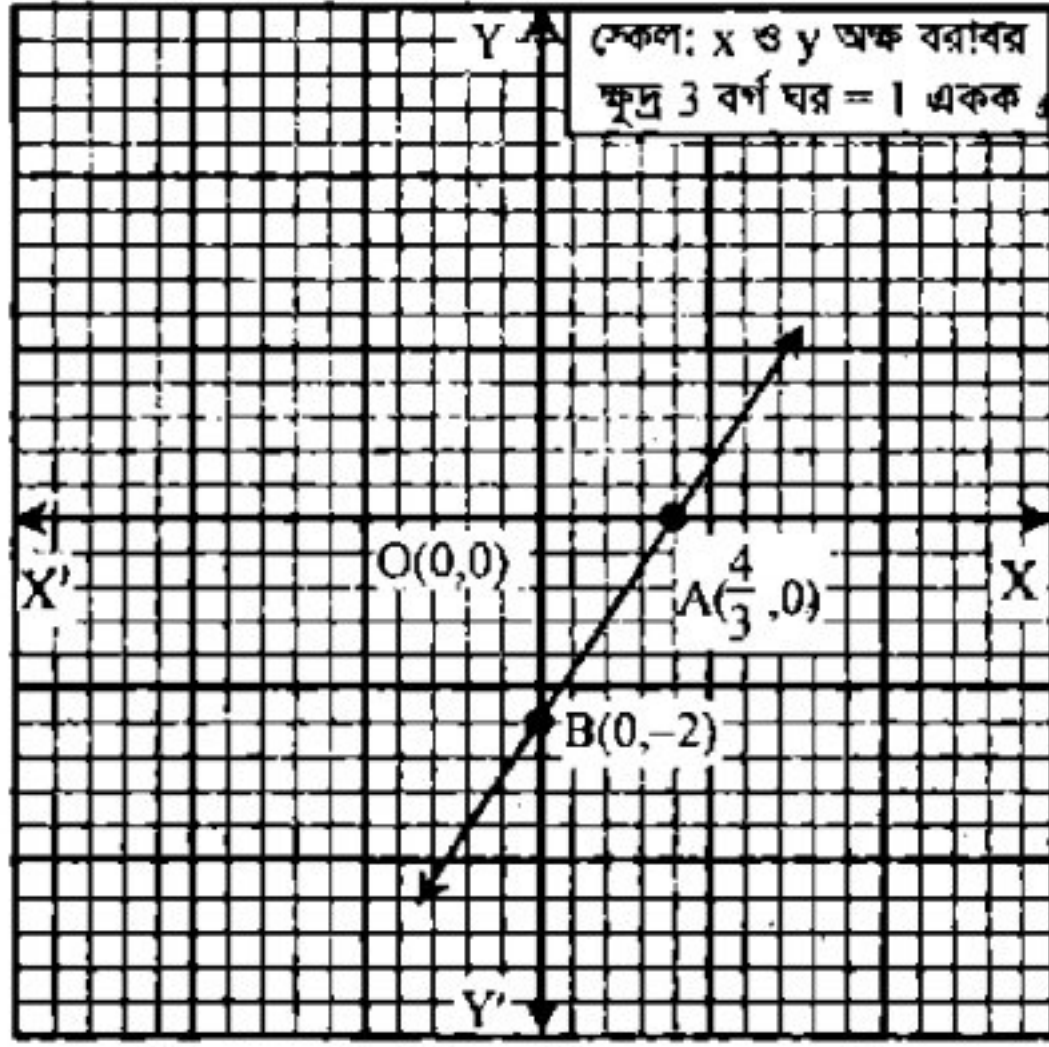
আবার, B বিন্দুর ভুজ, $x = 0$

$$\therefore 3 \cdot 0 - 2y - 4 = 0$$

$$\therefore y = -2$$

$$\therefore \text{B বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (0, -2) \text{ (Ans.)}$$

নিচের চিত্রে রেখাটি আঁকা হলো।



[বিঃদ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

১৪. $(k, 0)$ বিন্দুগামী ও k ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ k এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। যদি রেখাটি $(5, 6)$ বিন্দুগামী হয় তবে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $(k, 0)$ বিন্দুগামী ও k ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,

$$(y - 0) = k(x - k) \quad [\because y - y_1 = m(x - x_1)]$$

$$\therefore y = k(x - k)$$

যদি রেখাটি $(5, 6)$ বিন্দুগামী হয়, তাহলে,

$$6 = k(5 - k)$$

$$\text{বা, } 6 = 5k - k^2$$

$$\text{বা, } k^2 - 5k + 6 = 0$$

$$\text{বা, } k^2 - 2k - 3k + 6 = 0$$

$$\text{বা, } k(k - 2) - 3(k - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (k - 2)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = 2, 3.$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } y = k(x - k) \text{ এবং } k = 2, 3.$$

১৫. $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{1}{k}$ ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। যদি রেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রথম অংশ: দেওয়া আছে, ঢাল $m = \frac{1}{k}$

$$\text{নির্দিষ্ট বিন্দু } (x_1, y_1) = (k^2, 2k)$$

$$\therefore \text{রেখাটির সমীকরণ, } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\text{বা, } y - 2k = \frac{1}{k}(x - k^2)$$

$$\text{বা, } y - 2k = \frac{x}{k} - k$$

$$\text{বা, } y = \frac{x}{k} - k + 2k$$

$$\therefore y = \frac{x}{k} + k \quad (\text{Ans.})$$

[বিঃদ্র. পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে।]

দ্বিতীয় অংশ: $y = \frac{x}{k} + k$ রেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দুগামী

$$\therefore 1 = \frac{-2}{k} + k$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{-2 + k^2}{k}$$

$$\text{বা, } k^2 - k - 2 = 0$$

$$\text{বা, } k^2 - 2k + k - 2 = 0$$

$$\text{বা, } k(k - 2) + 1(k - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (k - 2)(k + 1) = 0$$

$$\text{হয়, } k - 2 = 0 \text{ অথবা, } k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 2 \quad \therefore k = -1$$

$$\therefore k \text{ এর সম্ভাব্য মান } -1, 2 \quad (\text{Ans.})$$

১৬. একটি রেখা $A(-2, 3)$ বিন্দু দিয়ে যায় যার ঢাল $\frac{1}{2}$ । আবার রেখাটি যদি $(3, k)$ বিন্দু দিয়ে যায় তবে k এর মান কত?

সমাধান: $A(-2, 3)$ বিন্দুগামী ও $\frac{1}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার

$$\text{সমীকরণ, } (y - 3) = \frac{1}{2}(x + 2)$$

$$\text{বা, } y = \frac{x}{2} + 1 + 3$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} + 4$$

রেখাটি $(3, k)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে,

$$k = \frac{3}{2} + 4$$

$$\therefore k = \frac{11}{2}$$

$$\therefore k \text{ এর মান } \frac{11}{2} \quad (\text{Ans.})$$

১৭. ৩ ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা $A(-1, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটি রেখা x অক্ষকে $C(2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(a) AB ও AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: $A(-1, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং ৩ ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $(y - 6) = 3(x + 1) \quad [\because y - y_1 = m(x - x_1)]$

$$\text{বা, } y - 6 = 3x + 3$$

$$\therefore y = 3x + 9$$

রেখাটি x -অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে B বিন্দুতে কোটি, $y = 0$

$$\text{বা, } 3x + 9 = 0$$

$$\therefore x = -3$$

$$\therefore B \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (-3, 0)$$

$$(a) \text{ } AB \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x+1}{y-6} = \frac{-1+3}{6-0}$$

$$\left[\because (x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ } \frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \right]$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{y-6} = \frac{2}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{y-6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } y - 6 = 3x + 3$$

$$\therefore y = 3x + 9 \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{এবং } AC \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x+1}{y-6} = \frac{-1-2}{6-0}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{y-6} = \frac{-3}{6}$$

$$\left[\because (x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ } \frac{x - x_1}{y - y_1} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \right]$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{y-6} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } y - 6 = -2x - 2$$

$$\therefore y = -2x + 4 \quad (\text{Ans.})$$

(b) ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 & -1 \\ 6 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
 $= \frac{1}{2} (0+0+12+18-0-0)$ বর্গ একক
 $= \frac{1}{2} \times 30$ বর্গ একক
 $= 15$ বর্গ একক (Ans.)

১৮. দেখাও যে, $y - 2x + 4 = 0$ এবং $3y = 6x + 10$ রেখাদ্বয় পরস্পর ছেদ করে না। রেখাদ্বয়ের চিত্র একে ব্যাখ্যা কর কেন সমীকরণ দুইটির সমাধান নাই।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ $y - 2x + 4 = 0$

বা, $y = 2x - 4$ (i)

এবং $3y = 6x + 10$

বা, $y = 2x + \frac{10}{3}$ (ii)

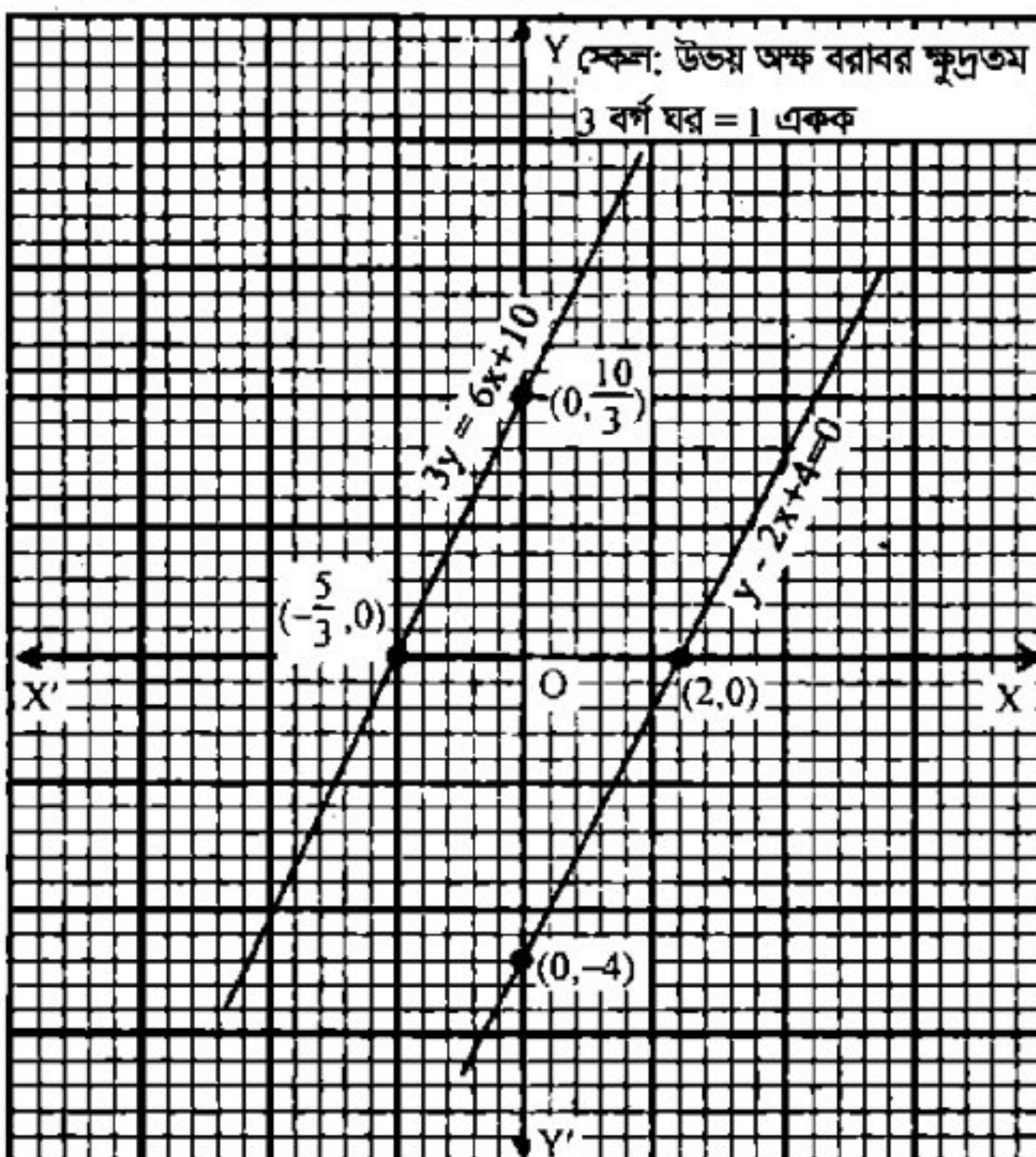
যেহেতু (i) ও (ii) উভয় রেখার ঢাল $m_1 = m_2 = 2$ এবং y অক্ষের কর্তিত অংশ যথাক্রমে -4 ও $\frac{10}{3}$ অসমান। সুতরাং রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল এবং পরস্পর ছেদ করে না।

(i) নং রেখা x -অক্ষকে $(2, 0)$ বিন্দুতে [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে] এবং y -অক্ষকে $(0, -4)$ বিন্দুতে ছেদ করে [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে]

আবার, (ii) নং রেখা x -অক্ষকে $(-\frac{5}{3}, 0)$ বিন্দুতে এবং [(2) নং এ $y = 0$ বসিয়ে এবং y -অক্ষকে $(0, \frac{10}{3})$ বিন্দুতে ছেদ করে।

[(ii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে]

নিচের লেখচিত্রে রেখাদ্বয় আঁকা হলো :



সুতরাং উপরিউক্ত চিত্র দেখা যাচ্ছে যে, রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল অর্থাৎ তাদের কোনো ছেদবিন্দু নেই। তাই প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নেই।

১৯. $y = x + 5$, $y = -x + 5$ এবং $y = 2$ সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে। ত্রিভুজটির চিত্র আঁক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয়

$y = x + 5$ (i)

$y = -x + 5$ (ii)

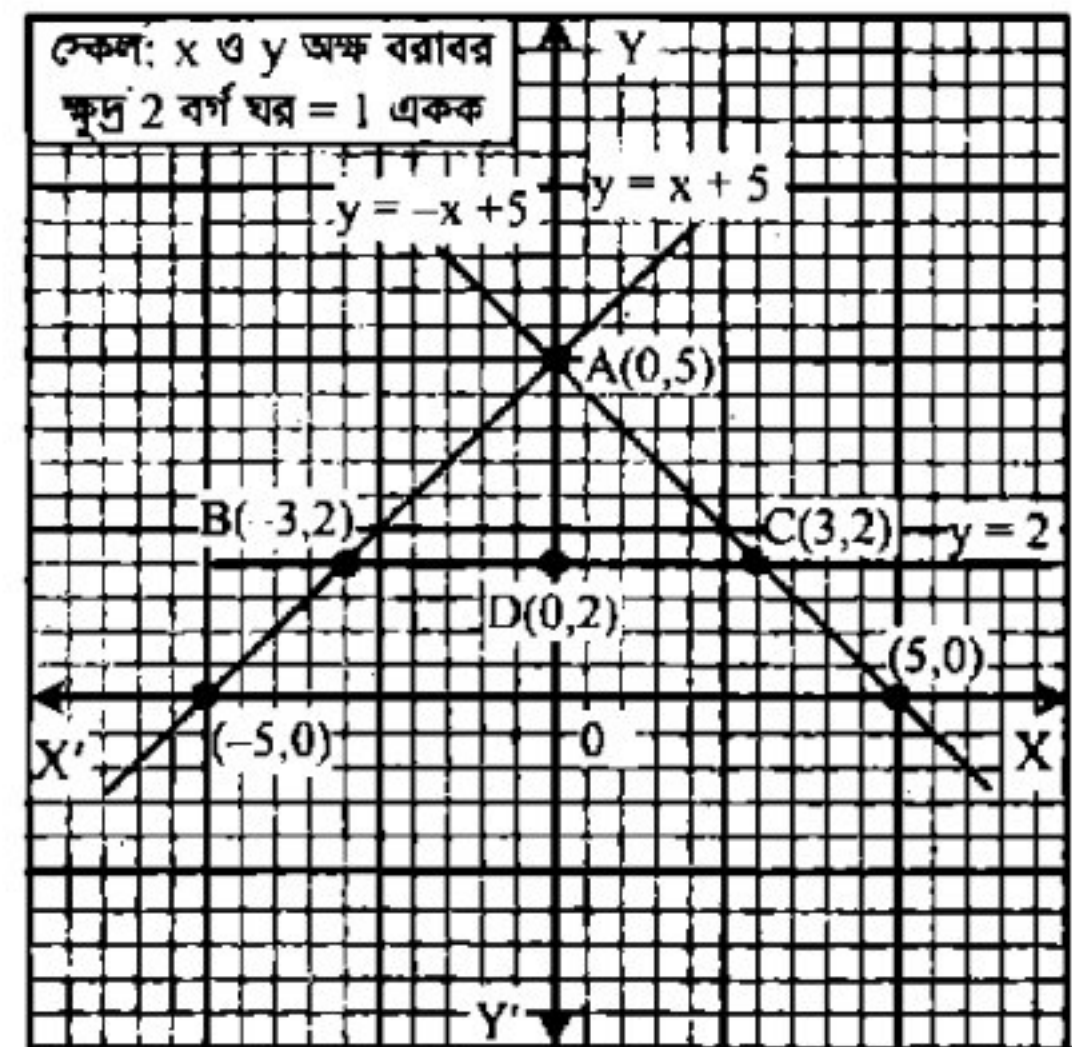
$y = 2$ (iii)

(i) নং রেখা x অক্ষকে $(-5, 0)$ বিন্দুতে [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = -5$] এবং y -অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে। [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = 5$]

(ii) নং রেখা x অক্ষকে $(5, 0)$ বিন্দুতে [(ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = 5$] এবং y -অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে [(ii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে $y = 5$]

(iii) নং রেখা $y = 2$ হলো x -অক্ষের সমান্তরাল রেখা যা y -অক্ষকে $(0, 2)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে রেখাগুলো গ্রাফ কাগজে আঁকা হলো:



চিত্র থেকে (i), (ii) ও (iii) নং রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ ABC যার A(0, 5), B(-3, 2), C(3, 2) এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 2) এখন ΔABC এর ভূমি

$BC = BD + DC = 3 + 3 = 6$ একক।

[\because B ও C বিন্দু y অক্ষ হতে বামে ও ডানে 3 একক করে দূরত্বে অবস্থিত।]

উচ্চতা $AD = OA - OD = 5 - 2 = 3$ একক।

[\because A ও D বিন্দু y অক্ষের উপর (i) হতে যথাক্রমে 5 ও 2 অক্ষ দূরত্বে অবস্থিত।]

\therefore ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3$ বর্গ একক

$= 9$ বর্গ একক (Ans.)

বিকল্প সমাধান: প্রদত্ত (i) ও (ii) সমাধান করে পাই, A(0, 5)

(i) ও (iii) সমাধান করে পাই, B(-3, 2) এবং

(ii) ও (iii) সমাধান করে পাই, C(3, 2)

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -3 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} (0 - 6 + 15 + 15 - 6 - 0)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times 18$ বর্গ একক

$= 9$ বর্গ একক (Ans.)

২০. $y = 3x + 4$ এবং $3x + y = 10$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। রেখাদ্বয়ের চিত্র আঁক এবং x অক্ষ সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ-

$y = 3x + 4$

বা, $3x - y + 4 = 0$ (i)

$$\text{এবং } 3x + y = 10$$

$$\text{বা, } 3x + y - 10 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে (i) ও (ii) নং সমীকরণের সমাধান।

(i) ও (ii) নং সমীকরণ জোটে বস্তুগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{10-4} = \frac{y}{12+30} = \frac{1}{3+3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{6} = \frac{y}{42} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{x}{6} = \frac{1}{6} \text{ বা, } x = 1$$

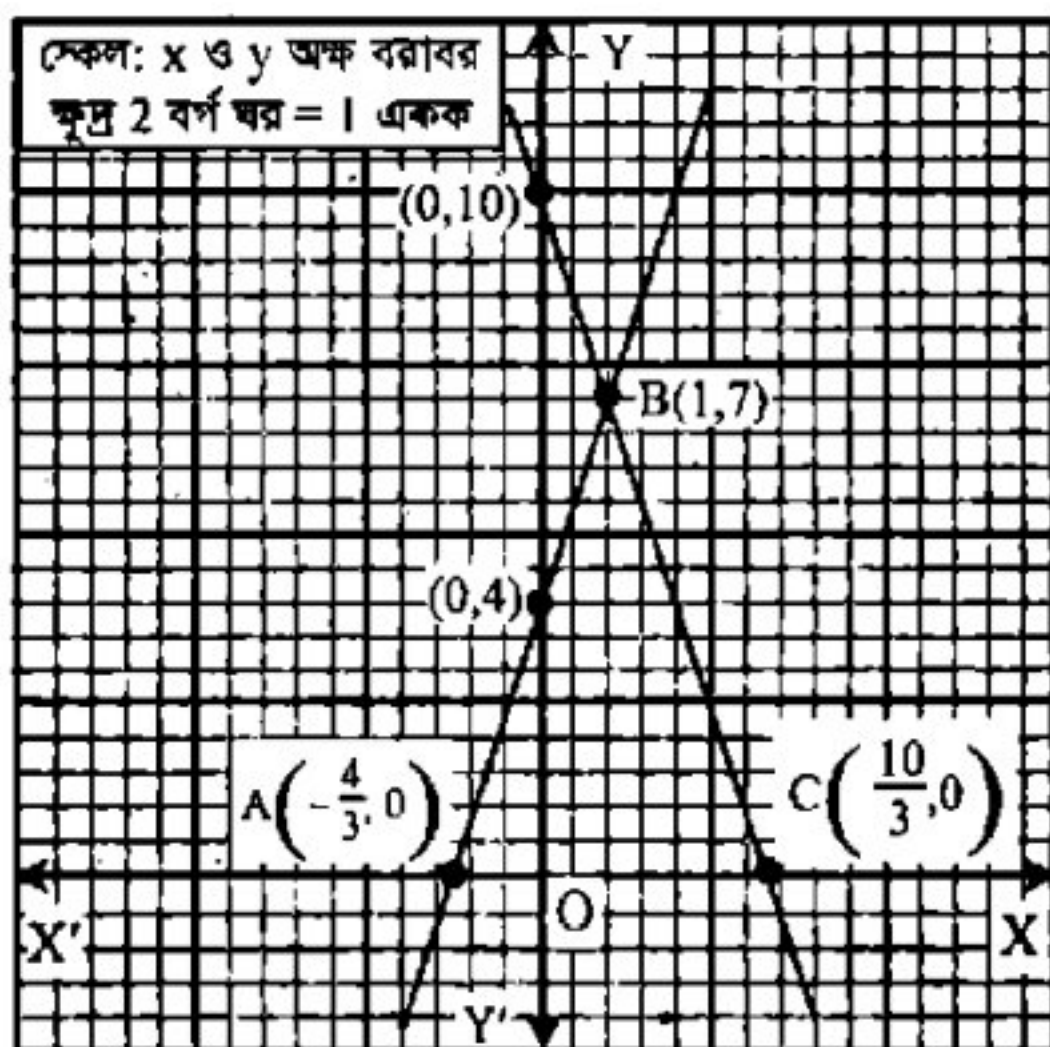
$$\text{এবং } \frac{y}{42} = \frac{1}{6} \text{ বা, } y = 7$$

\therefore রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 7)

(i) নং রেখার উপর একটি বিন্দু (1, 7) এবং অপর একটি বিন্দু $(-\frac{4}{3}, 0)$ [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে]

(ii) নং রেখার উপর একটি বিন্দু (1, 7) এবং অপর একটি বিন্দু $(\frac{10}{3}, 0)$ [(ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে]

এখন প্রাপ্ত বিন্দুগুলো গ্রাফ কাগজে বসিয়ে ত্রিভুজটি আঁকি।



$$ABC \text{ ত্রিভুজের ভূমি } AC = \sqrt{\left(-\frac{4}{3} - \frac{10}{3}\right)^2 + (0-0)^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{14}{3}\right)^2} \text{ একক} = \frac{14}{3} \text{ একক, উচ্চতা} = 7 \text{ একক}$$

\therefore ভূমি x অক্ষের উপর এবং ভূমি হতে বিপরীত শীর্ষের দূরত্ব 7 একক।

$$\therefore \Delta ABC \text{ ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \frac{14}{3} \times 7 \text{ বর্গ একক} = \frac{49}{3} \text{ বর্গ একক}$$

$$= 16\frac{1}{3} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

২১. প্রমাণ কর যে, $2y - x = 2$, $y + x = 7$ এবং $y = 2x - 5$ রেখা তিনটি সমবিন্দু (Concurrent) অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয় $2y - x = 2$

$$\text{বা, } -x + 2y - 2 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{ও } y + x = 7$$

$$\text{বা, } x + y - 7 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{এবং } y = 2x - 5$$

$$\text{বা, } 2x - y - 5 = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-14+2} = \frac{y}{-2-7} = \frac{1}{-1-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-12}{-3}$$

$$\therefore x = 4$$

$$\text{এবং } \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{বা, } y = \frac{-9}{-3}$$

$$\therefore y = 3$$

\therefore (i) ও (ii) নং রেখার ছেদ বিন্দু $(x, y) = (4, 3)$

আবার, (ii) ও (iii) নং সমীকরণে আড় গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-5-7} = \frac{y}{-14+5} = \frac{1}{-1-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-12}{-3} = 4$$

$$\therefore x = 4$$

$$\text{এবং } \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{বা, } y = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$\therefore y = 3$$

\therefore (ii) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু, $(x, y) = (4, 3)$

অর্থাৎ (i), (ii) ও (iii) নং রেখা (4, 3) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

\therefore রেখা তিনটি সমবিন্দু (Concurrent)

অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। (প্রমাণিত)

বিকল্প সমাধান:

প্রদত্ত রেখাদ্বয় $2y - x = 2$

$$\text{বা, } -x + 2y - 2 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{ও } y + x = 7$$

$$\text{বা, } x + y - 7 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{এবং } y = 2x - 5$$

$$\text{বা, } 2x - y - 5 = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-14+2} = \frac{y}{-2-7} = \frac{1}{-1-2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-12} = \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{x}{-12} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-12}{-3} = 4$$

$$\therefore x = 4$$

$$\text{এবং } \frac{y}{-9} = \frac{1}{-3}$$

$$\text{বা, } y = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$\therefore y = 3$$

∴ (i) ও (ii) নং রেখার ছেদ বিন্দু $(x, y) = (4, 3)$.

প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে $(4, 3)$ বিন্দু দ্বারা (iii) নং সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং (iii) নং এর বামপক্ষ} &= 2 \cdot 4 - 3 - 5 \\ &= 8 - 8 = 0 \end{aligned}$$

সুতরাং প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু অর্থাৎ একই বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। (প্রমাণিত)

২২. $y = x + 3$, $y = x - 3$, $y = -x + 3$ এবং $y = -x - 3$ একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে। চতুর্ভুজটি আঁক এবং ক্ষেত্রফল তিনটি ভিন্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাসমূহ -

$$y = x + 3 \dots\dots\dots (i)$$

$$y = x - 3 \dots\dots\dots (ii)$$

$$y = -x + 3 \dots\dots\dots (iii)$$

$$y = -x - 3 \dots\dots\dots (iv)$$

(i) নং রেখা x-অক্ষকে $(-3, 0)$ বিন্দুতে [(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = -3$]

এবং y-অক্ষকে $(0, 3)$ বিন্দুতে ছেদ করে [(i) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = 3$]

(ii) নং রেখা x-অক্ষকে $(3, 0)$ বিন্দুতে [(ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = 3$]

এবং y-অক্ষকে $(0, -3)$ বিন্দুতে ছেদ করে

[(ii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = -3$]

(iii) নং রেখা x-অক্ষকে $(3, 0)$ বিন্দুতে

[(iii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে $x = 3$]

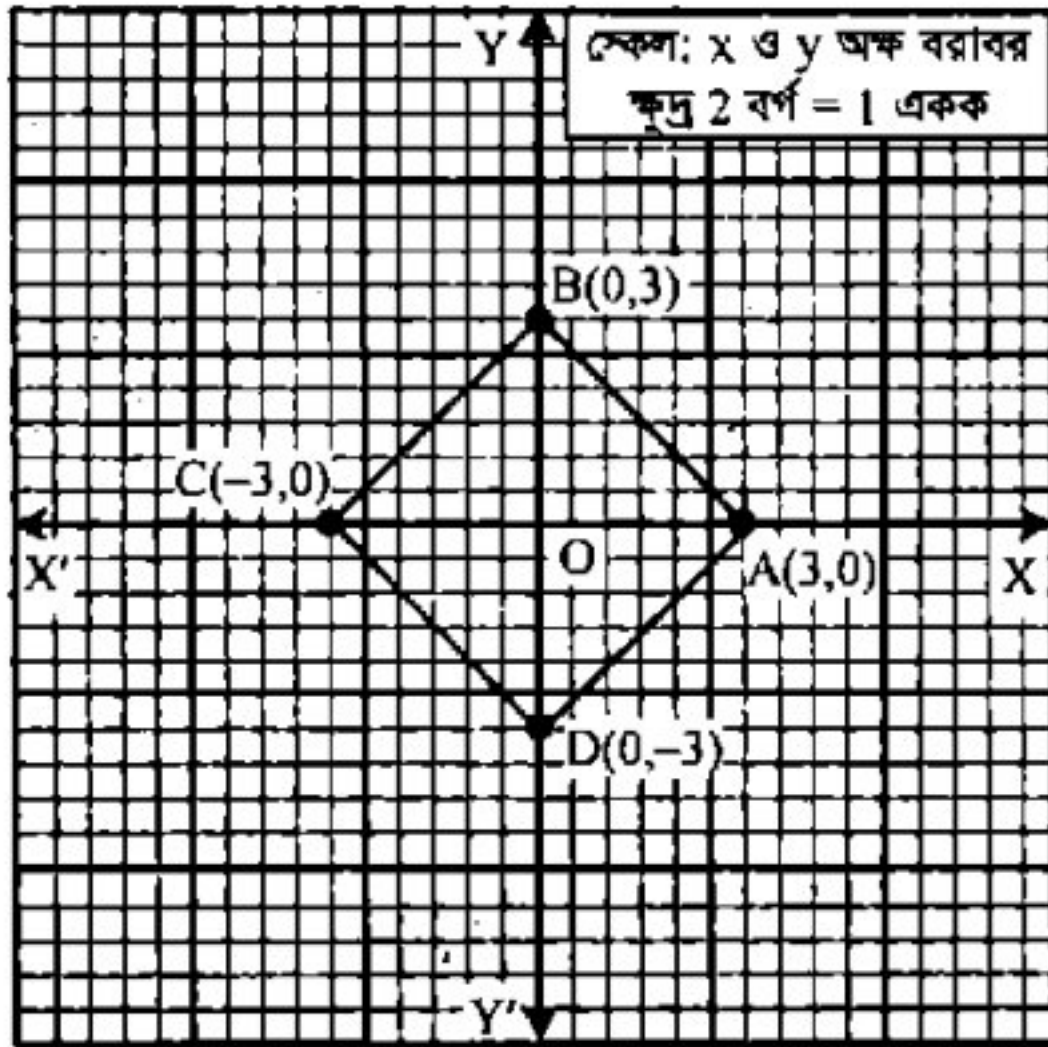
এবং y-অক্ষকে $(0, 3)$ বিন্দুতে ছেদ করে

[(iii) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = 3$]

(iv) নং রেখা x-অক্ষকে $(-3, 0)$ বিন্দুতে [(iv) নং এ $y = 0$

বসিয়ে $x = -3$] এবং y-অক্ষকে $(0, -3)$ বিন্দুতে ছেদ করে [(iv) নং এ $x = 0$ বসিয়ে, $y = -3$]

এখন প্রাপ্ত তথ্যানুযায়ী (i), (ii), (iii) ও (iv) নং রেখাকে গ্রাফ কাগজে অঙ্কন করি।



চিত্র হতে পাই,

উৎপন্ন চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হলো $A(3, 0)$, $B(0, 3)$,

$C(-3, 0)$ এবং $D(0, -3)$

চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

প্রথম পদ্ধতি: ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ $A(3, 0)$, $B(0, 3)$

এবং $C(-3, 0)$ ও $D(0, -3)$

AC কর্ণ ABCD চতুর্ভুজটিকে দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্র

$\triangle ABC$ ও $\triangle ACD$ এ বিভক্ত করে।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } AB &= \sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2} \text{ একক} = \sqrt{9+9} \text{ একক} \\ &= 3\sqrt{2} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$BC = \sqrt{(0+3)^2 + (3-0)^2} \text{ একক} = \sqrt{9+9} \text{ একক} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$CD = \sqrt{(-3-0)^2 + (0+3)^2} \text{ একক} = \sqrt{9+9} \text{ একক} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$AD = \sqrt{(3-0)^2 + (0+3)^2} \text{ একক} = \sqrt{9+9} \text{ একক} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{এবং } AC = \sqrt{(3+3)^2 + (0+0)^2} \text{ একক} = \sqrt{6^2} \text{ একক} = 6 \text{ একক}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC \text{ এর পরিসীমা} &= AB + BC + CA = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6 \\ &= 6\sqrt{2} + 6 = 6(\sqrt{2} + 1) \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC \text{ এর অর্ধপরিসীমা, } s &= \frac{6(\sqrt{2} + 1)}{2} \text{ একক} \\ &= 3(\sqrt{2} + 1) \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\text{এবং } \triangle ACD \text{ এর পরিসীমা} = AC + CD + DA$$

$$= 6 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$= 6(\sqrt{2} + 1) \text{ একক}$$

$$\therefore \triangle ACD \text{ এর অর্ধপরিসীমা} = \frac{6(\sqrt{2} + 1)}{2} \text{ একক} = 3(\sqrt{2} + 1) \text{ একক}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-AB)(s-BC)(s-AC)} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{3(\sqrt{2} + 1) [3(\sqrt{2} + 1) - 3\sqrt{2}] [3(\sqrt{2} + 1) - 3\sqrt{2}] [3(\sqrt{2} + 1) - 6]} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{3(\sqrt{2} + 1)(3\sqrt{2} + 3 - 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} + 3 - 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} + 3 - 6)} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{3(\sqrt{2} + 1)(3)(3)(3\sqrt{2} - 3)} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{3(\sqrt{2} + 1)9(3\sqrt{2} - 3)} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{3(\sqrt{2} + 1) \cdot 9 \cdot 3(\sqrt{2} - 1)} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{81(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{81\{(\sqrt{2})^2 - 1^2\}} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{81(2 - 1)} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{81} \text{ বর্গ একক}$$

$$= 9 \text{ বর্গ একক}$$

অনুরূপভাবে $\triangle ACD$ এর ক্ষেত্রফল = 9 বর্গ একক

∴ চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$$= \triangle \text{ক্ষেত্র } ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \triangle \text{ক্ষেত্র } ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= (9 + 9) \text{ বর্গ একক} = 18 \text{ বর্গ একক}$$

দ্বিতীয় পদ্ধতি: প্রথম পদ্ধতি হতে পাই ABCD চতুর্ভুজের বাহু

$$AB = BC = CA = DA = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{এবং কর্ণ } AC = 6 \text{ একক}$$

$$\text{আবার, কর্ণ } BD = \sqrt{(0-0)^2 + (3+3)^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{6^2} \text{ একক} = 6 \text{ একক}$$

যেহেতু ABCD চতুর্ভুজের সবগুলো বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং

$$\text{কর্ণ } AC = \text{কর্ণ } BD$$

∴ ABCD চতুর্ভুজটি একটি বর্গক্ষেত্র যার বাহুর দৈর্ঘ্য

$$AB = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{ABCD চতুর্ভুজ (বর্গক্ষেত্র) এর ক্ষেত্রফল} = (3\sqrt{2})^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 9 \times 2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 18 \text{ বর্গ একক}$$

তৃতীয় পদ্ধতি: ABCD চতুর্ভুজের বিন্দুসমূহ $A(3, 0)$, $B(0, 3)$,

$C(-3, 0)$ এবং $D(0, -3)$

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র

ABCD এর ক্ষেত্রফল-

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (9 + 0 + 9 + 0 - 0 + 9 + 0 + 9) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 36 \text{ বর্গ একক} = 18 \text{ বর্গ একক}$$

১? অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

২৩. দেওয়া আছে, $3x + 2y = 6$

- ক. প্রদত্ত রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর।
খ. অক্ষদ্বয়ের খন্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
গ. অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর উপর একটি ৫ একক উচ্চতা বিশিষ্ট ঘনবস্তু তৈরি করা হলো যার শীর্ষ মূলবিন্দুর উপরে। ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

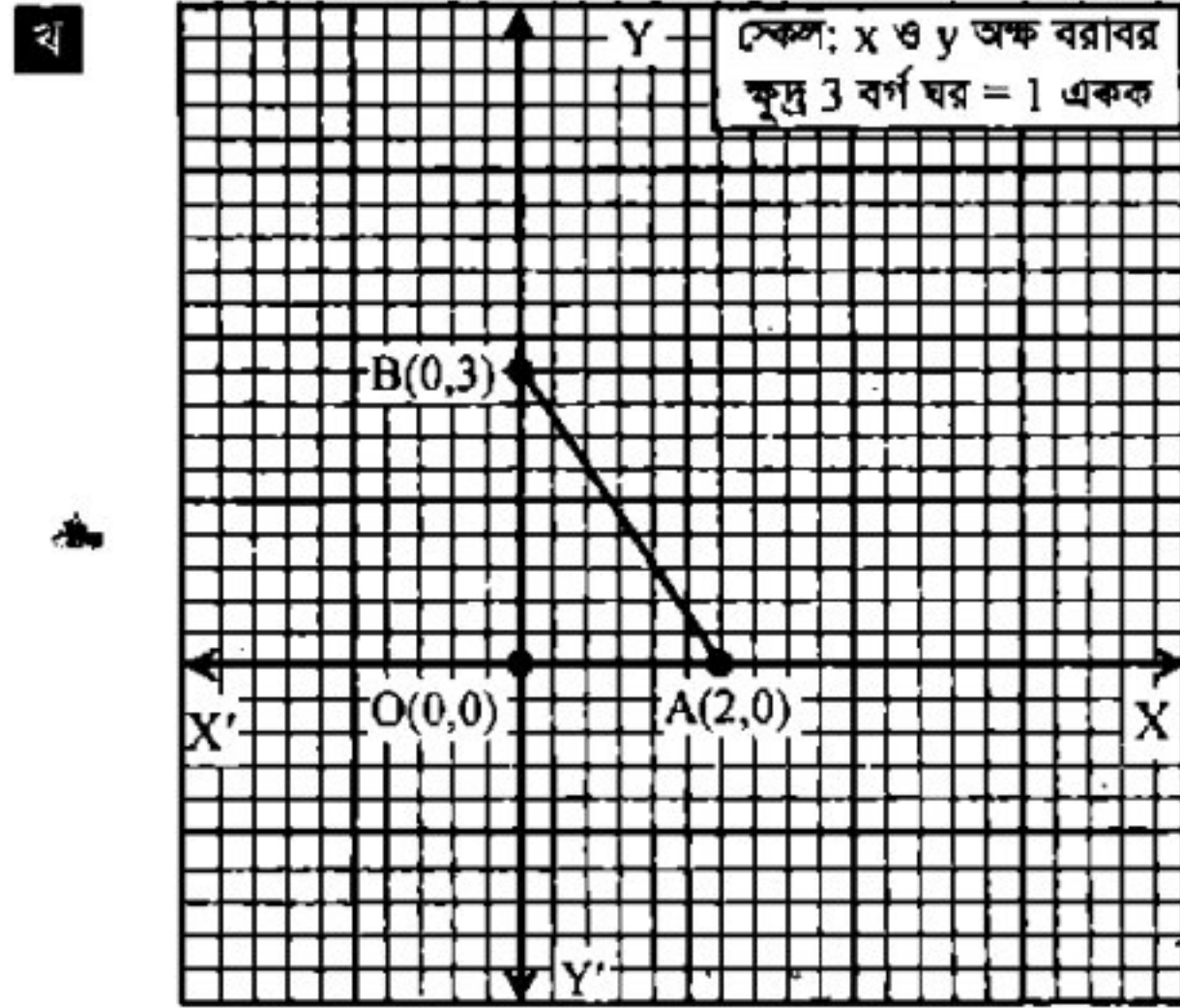
ক. দেওয়া আছে, $3x + 2y = 6$

প্রদত্ত রেখাটি x-অক্ষকে A(2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

$$[y = 0 \text{ বসিয়ে } 3x = 6 \text{ বা, } x = 2]$$

এবং y-অক্ষকে B(0, 3) বিন্দুতে ছেদ করে।

$$[x = 0 \text{ বসিয়ে, } 2y = 6 \text{ বা, } y = 3]$$



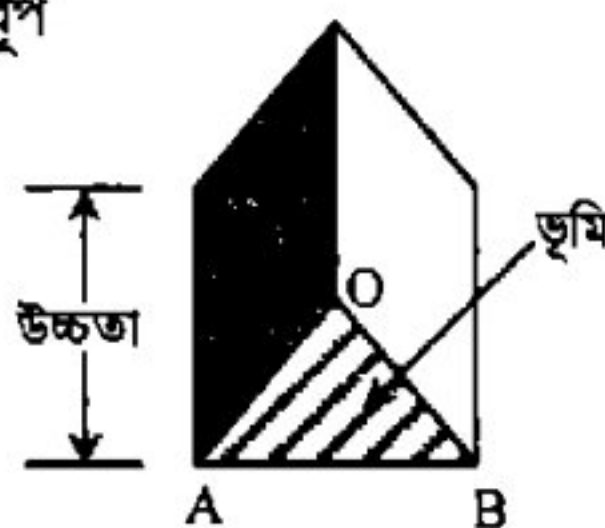
অক্ষদ্বয় দ্বারা খন্ডিত অংশের পরিমাণ হলো A(2, 0) ও B(0, 3) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব AB

$$\text{এখন, } AB = \sqrt{(2-0)^2 + (0-3)^2} \text{ একক} \\ = \sqrt{4+9} \text{ একক} = \sqrt{13} \text{ একক}$$

অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু O কে মূলবিন্দু ধরে রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তা হলো OAB যা একটি সমকোণী ত্রিভুজ। OAB সমকোণী ত্রিভুজটির ভূমি, OA = 2 একক এবং লম্ব, OB = 3 একক

$$\therefore \text{OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times OA \times OB \text{ বর্গ একক} \\ = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \text{ বর্গ একক} \\ = 3 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

- গ. অক্ষদ্বয় এবং রেখাটিকে ধার বিবেচনা করে এর উপর একটি ৫ একক উচ্চতা বিশিষ্ট ঘনবস্তু তৈরি করা হলে তা হবে একটি প্রিজম। যার চিত্র নিম্নরূপ



এবং এর ভূমির ক্ষেত্রফল = ΔOAB এর ক্ষেত্রফল = 3 বর্গ একক
এবং ভূমির পরিসীমা = ΔOAB এর পরিসীমা = $2 + 3 + \sqrt{13}$ একক

\therefore প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্ব তলগুলোর ক্ষেত্রফল = $2 \times 3 +$ ভূমির পরিসীমা \times উচ্চতা

$$= 2 \times 3 + (5 + \sqrt{13}) \times 5 \text{ বর্গ একক} \\ = 6 + 25 + 5\sqrt{13} \text{ বর্গ একক} \\ = 31 + 5\sqrt{13} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

$$\text{এবং ঘনবস্তুটির আয়তন} = \text{প্রিজমের আয়তন} \\ = \text{প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা} \\ = \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা} \\ = 3 \times 5 \text{ ঘন একক} \\ = 15 \text{ ঘন একক (Ans.)}$$

২৪. দেওয়া আছে, A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$) বিন্দুগামী রেখার ঢাল = -1

- ক. দেখাও যে, a এর দুটি মান রয়েছে।
খ. a এর মানদ্বয়ের জন্য যে চারটি বিন্দু পাওয়া যায়, ধর তারা P, Q, R ও S. PQRS-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
গ. চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়ত? এ ব্যাপারে তোমার মতামত যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, বিন্দুদ্বয় A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$)

এবং A ও B বিন্দুগামী রেখার ঢাল = -1

$$\text{এখন, AB রেখার ঢাল} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ = \frac{a^2 - 1 - 4a}{5 - 1} \\ = \frac{a^2 - 4a - 1}{4}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{a^2 - 4a - 1}{4} = -1$$

$$\text{বা, } a^2 - 4a - 1 = -4$$

$$\text{বা, } a^2 - 4a - 1 + 4 = 0$$

$$\therefore a^2 - 4a + 3 = 0$$

যেহেতু প্রাপ্ত সমীকরণটির চলক a এবং ঘাত 2। সুতরাং a এর দুটি মান আছে। আবার, যেহেতু বামপক্ষ পূর্ণবর্গ রাশি নয় সেহেতু a এর মানদ্বয় ভিন্ন হবে।

খ. $a^2 - 4a + 3 = 0$ ('ক' হতে)

$$\text{বা, } a^2 - 3a - a + 3 = 0$$

$$\text{বা, } a(a-3) - 1(a-3) = 0$$

$$\text{বা, } (a-3)(a-1) = 0$$

$$\text{হয়, } a-3 = 0 \text{ অথবা, } a-1 = 0$$

$$\therefore a = 3 \text{ অথবা, } a = 1$$

a এর মান 3 হলে বিন্দুগুলো (1, 4×3) এবং (5, $3^2 - 1$)

অর্থাৎ (1, 12) এবং (5, 8)

এবং a এর মান 1 হলে বিন্দুগুলো (1, 4×1) এবং (5, $1^2 - 1$)

অর্থাৎ (1, 4) এবং (5, 0)

তাহলে বিন্দুগুলো P(5, 0), Q(5, 8), R(1, 12) এবং S(1, 4)

এখন, বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ

$$\text{ক্ষেত্র PQRS এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 8 & 12 & 4 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ = \frac{1}{2} (40 + 60 + 4 + 0 - 0 - 8 - 12 - 20) \text{ বর্গ একক}$$