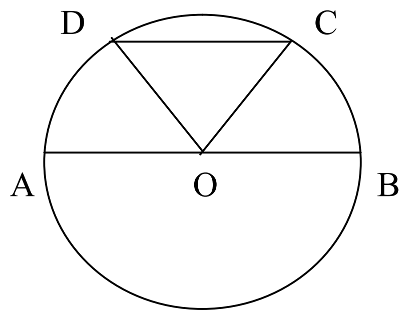
উদাহরণ ৪। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

সমাধান :

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা।

প্রমাণ করতে হবে যে, AB CD > CD




**অঙ্কন :** O, C এবং O, D যোগ করি।

**প্রমাণ :**

$OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন $\Delta OCD$ এ

$OC + CD > CD$

বা, $OA + OB > CD$

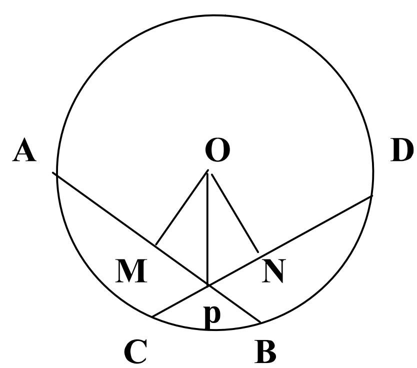
অর্থাৎ $AB > CD$



## অনুশীলনী ১০.২

১। বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, এদের একটি অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধান :



**বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে দুইটি সমান জ্যা AB ও CD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PA = PD এবং PB = PC

**অঙ্কন :** কেন্দ্র O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OM এবং ON লম্ব অঙ্কন করি। O, P যোগ করি।

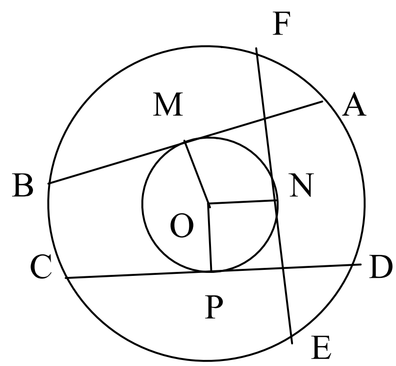
**প্রমাণ :**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| (১) $\Delta$ MOP ও $\Delta$ NOP সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে | |
| OM = ON | [সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী] |
| OP = OP | [ সাধারণ বাহু ] |
| $\Delta MOP \cong \Delta NOP$ | [অতিভুজ- বাহু উপপাদ্য ] |
| $\therefore$ PM = PN | |
| (২) এখন, OM, AB এর উপর লম্ব হওয়ায়, | |
| $AM = \frac{১}{২} AB$ | [ কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে ] |
| এবং ON, CD এর উপর লম্ব হওয়ায়, | |
| $DN = \frac{১}{২} CD$ | [ কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে ] |
| (৩) যেহেতু AB = CD | [ কল্পনা ] |
| $\therefore$ AM = DN | [ ধাপ- ২ হতে ] |
| $\therefore$ PM + AM = PN+DN | |
| সুতারাং PA = PD | |
| (৪) আবার, AB = CD | |
| বা, AB – PA = CD – PD | [ ধাপ- ৩ হতে ] |
| $\therefore$ PB = PC | |
| অতএব, PA = PD এবং PB = PC **(প্রমাণিত)** | |
| সুতারাং $\angle OMA = \angle OMB = 1$ সমকোণ। | |
| অতএব, $OM \perp AB$ **(প্রমাণিত)** | |

২। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা- এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

**সমাধান :**

**সাধারণ নির্বচন :** প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।




**বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O। AB, CD ও EF তিনটি পরস্পর সমান জ্যা। M, N এবং P যথাক্রমে AB, EF ও CD এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N এবং P সমবৃত্ত।

**অঙ্কন :** O, M; O, N এবং O, P যোগ করি।

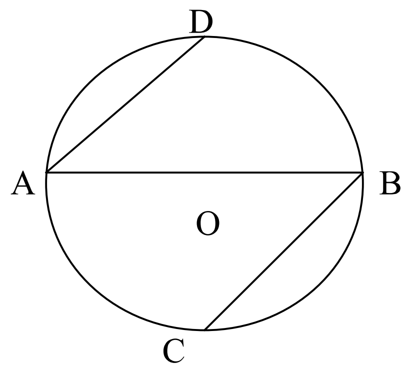
**প্রমাণ :**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| (১) যেহেতু M, AB এর মধ্যবিন্দু এবং OM কেন্দ্রগামী রেখাংশ। <br> ∴ OM, AB এর উপর লম্ব। <br> OP, CD এর উপর লম্ব এবং ON, EF এর উপর লম্ব। সেহেতু OM = OP = ON | [বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা- এর উপর লম্ব ] <br> [ উপপাদ্য - ২ ] <br> [ বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী ] |
| (২) সুতারাং O কে কেন্দ্র করে OM বা OP বা ON এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে। <br> অতএব, M, N ও P সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)** | |

৩। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয়।

**সমাধান :**

**সাধারণ নির্বচন :** দেখতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।




**বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB ব্যাসের A প্রান্ত থেকে AD জ্যা এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা অঙ্কন করা হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AD।। BC

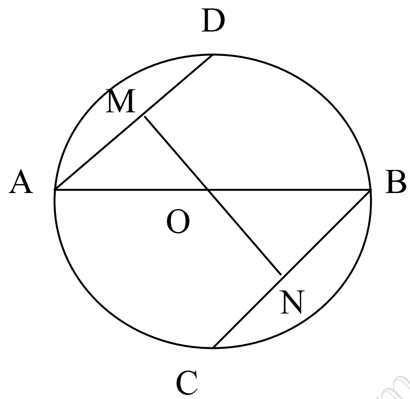
**প্রমাণ :**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| (১) যেহেতু AD = BC<br>এবং AB তাদের ছেদক<br>$\therefore \angle BAD = \angle ABC$ | [ কল্পনা ]<br><br>[একান্তর কোণ বলে] |
| (২) ছেদকের উভয় পাশের একান্তর কোণগুলো সমান হলে রেখাদ্বয় সমান্তরাল।<br>$\therefore$ AD।। BC **(প্রমাণিত)** | |

৪। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয়।

সমাধান :

**বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস। AB এর A প্রান্ত থেকে AD জ্যা আঁকা হল এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা আঁকা হল এবং AD|| BC। প্রমাণ করতে হবে যে, AD = BC



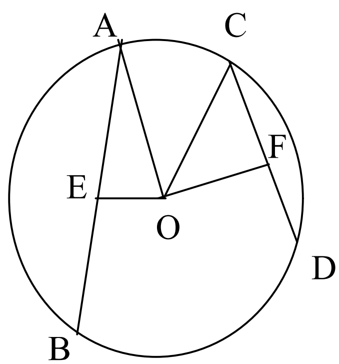

**অঙ্কন :** কেন্দ্র O থেকে AD ও BC এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকি।

**প্রমাণ :**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| (১) সমকোণী $\Delta AOM$ ও $\Delta BON$ এ, $AO = BO$ এবং $AM = BN$ | [ কল্পনা ] |
| $\therefore \Delta AOM \cong \Delta BON$ | [ অতিভুজ- বাহু উপপাদ্য ] |
| $\therefore OM = ON$ | |
| (২) সুতারাং $AD = BC$ **(প্রমাণিত)** | [ বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা সমান ] |

৫। দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা- এর মধ্যে বৃহত্তম জ্যা- টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান :




**বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা এবং AB > CD। AB ও CD এর উপরে লম্বদ্বয় যথাক্রমে OE ও OF। দেখাতে হবে যে, OE < OF

**অঙ্কন :** O, A ও O, C যোগ করি।

**প্রমাণ :**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| (১) যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$<br>$AE = \frac{১}{২}AB$, $CF = \frac{১}{২}CD$ বৃত্তের<br>(২) কিন্তু AB > CD<br>$\therefore$ AE > CF | [ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর উপর অঙ্কিত জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে ] |
| (৩) এখন, $\Delta OAE$ ও $\Delta OCF$ এর মধ্যে<br>$OA^2 = AE^2 + OE^2$<br>এবং $OC^2 = CF^2 + OF^2$<br>কিন্তু OA = OC<br>$\therefore OA^2 = OC^2$<br>$\therefore AE^2 + OE^2 = CF^2 + OF^2$ | [ অতিভুজ উপর অঙ্কিত বর্গ অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের সমষ্টির সমান ]<br>[ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ ] |
| (৪) এখন, AE > CF হওয়ায়<br>$AE^2 > CF^2$<br>$\therefore OE^2 < OF^2$<br>বা, $OE < OF$<br>অর্থাৎ বৃহত্তর জ্যাটি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। **(দেখানো হলো)** | [ ধাপ (৩) হতে ] |