

ত্রিকোণমিতি

অনুশীলনী-৮.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত নির্ণয়।
২. সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর সম্পর্ক নির্ণয় এবং বিভিন্ন চতুর্ভুজে এদের চিহ্ন সম্পর্কে ব্যাখ্যা।
৩. ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত সূত্রগুলোর প্রমাণ ও প্রয়োগ।
৪. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন মান অর্থাৎ মানের পরিধি নির্ণয়।



১৩টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

৮৯টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪২টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৪টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩৩টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৪টি স্বল্পকালীন প্রশ্ন ■ ৫টি শ্রেণির কাজ ■ ১৫টি মাস্টার ট্রেনার প্রশ্ন ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে মান নির্ণয় কর:

(i) $\frac{\cos \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3}}$

সমাধান: $\frac{\cos \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}$
 $= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$ (Ans.)

(ii) $\tan \frac{\pi}{4} + \tan \frac{\pi}{6} \cdot \tan \frac{\pi}{3}$

সমাধান: $\tan \frac{\pi}{4} + \tan \frac{\pi}{6} \cdot \tan \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$
 $= 1 + 1 = 2$ (Ans.)

২. $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ হলে $\tan \theta$ এবং $\sin \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\cos \theta = -\frac{4}{5}$ এবং $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\tan \theta$ এবং $\sin \theta$ এর মান নির্ণয় করতে হবে।

এখানে,

$\cos \theta = -\frac{4}{5}$

বা, $\cos^2 \theta = \left(-\frac{4}{5}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\cos^2 \theta = \frac{16}{25}$

বা, $1 - \sin^2 \theta = \frac{16}{25}$

বা, $1 - \frac{16}{25} = \sin^2 \theta$

বা, $\frac{25-16}{25} = \sin^2 \theta$

বা, $\sin^2 \theta = \frac{9}{25}$

বা, $\sin \theta = \pm \sqrt{\frac{9}{25}}$

$\therefore \sin \theta = \pm \frac{3}{5}$

যেহেতু, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, তাই θ তৃতীয় চতুর্ভুজে অবস্থিত এবং তৃতীয় চতুর্ভুজে \sin ঋণাত্মক।

সেহেতু, $\sin \theta = -\frac{3}{5}$

আবার, $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

Ans. $\tan \theta = \frac{3}{4}$, $\sin \theta = -\frac{3}{5}$

৩. $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ এবং $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ এর ক্ষেত্রে $\cos A$ ও $\tan A$ এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,

$\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

বা, $\sin^2 A = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \cos^2 A = \frac{4}{5}$

বা, $1 - \frac{4}{5} = \cos^2 A$

বা, $\frac{1}{5} = \cos^2 A$.

বা, $\cos A = \pm \sqrt{\frac{1}{5}}$.

$\therefore \cos A = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$

যেহেতু, $\frac{\pi}{2} < A < \pi$, তাই A দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত এবং দ্বিতীয় চতুর্ভাগে \cos ঋণাত্মক।

$\therefore \cos A = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{-\frac{1}{\sqrt{5}}} = -2$

Ans. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\tan A = -2$

৪. দেওয়া আছে, $\cos A = \frac{1}{2}$ এবং $\cos A$ ও $\sin A$ একই চিহ্নবিশিষ্ট।

$\sin A$ এবং $\tan A$ এর মান কত?

সমাধান: এখানে, $\cos A = \frac{1}{2}$

বা, $\cos^2 A = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 - \sin^2 A = \frac{1}{4}$.

বা, $1 - \frac{1}{4} = \sin^2 A$.

বা, $\frac{3}{4} = \sin^2 A$.

বা, $\sin A = \pm \sqrt{\frac{3}{4}}$

বা, $\sin A = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

যেহেতু, $\cos A$ ধনাত্মক

সুতরাং $\sin A$ ধনাত্মক হবে।

$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

Ans. $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan A = \sqrt{3}$.

৫. দেওয়া আছে, $\tan A = -\frac{5}{12}$ এবং $\tan A$ ও $\cos A$ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট। $\sin A$ এবং $\cos A$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, $\tan A = -\frac{5}{12}$

বা, $\tan^2 A = \left(-\frac{5}{12}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sec^2 A - 1 = \frac{25}{144}$

বা, $\sec^2 A = \frac{25}{144} + 1$

বা, $\sec^2 A = \frac{169}{144}$

বা, $\sec A = \pm \sqrt{\frac{169}{144}}$

বা, $\sec A = \pm \frac{13}{12}$

$\therefore \cos A = \pm \frac{12}{13}$

$\therefore \tan A$ ও $\cos A$ বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট।

$\therefore \cos A = \frac{12}{13}$

আবার, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

বা, $\sin A = \tan A \cdot \cos A$

$= -\frac{5}{12} \cdot \frac{12}{13}$

$= -\frac{5}{13}$

$\therefore \sin A = -\frac{5}{13}$

Ans. $\sin A = -\frac{5}{13}$, $\cos A = \frac{12}{13}$

৬. নিম্নলিখিত অভেদসমূহ প্রমাণ কর:

(i) $\tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$

সমাধান: বামপক্ষ = $\tan A + \cot A$

$= \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A}$

$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos A \sin A}$

$= \frac{1}{\cos A \sin A}$ [$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

$= \frac{1}{\cos A} \cdot \frac{1}{\sin A}$

$= \sec A \cdot \operatorname{cosec} A$

$= \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore \tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$ (প্রমাণিত)

(ii) $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}}$

সমাধান:

এখানে, $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}} &= \sqrt{\frac{(\sec\theta + 1)(\sec\theta + 1)}{(\sec\theta - 1)(\sec\theta + 1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sec\theta + 1)^2}{\sec^2\theta - 1}} = \frac{\sec\theta + 1}{\sqrt{\tan^2\theta}} = \frac{\sec\theta + 1}{\tan\theta} \\ &= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta \\ \therefore \sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}} &= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \sqrt{\frac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}} \quad (\text{প্রমাণিত}) \end{aligned}$$

$$(iii) \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: বামপক্ষ} &= \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)(1 - \sin A)}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)^2}{1 - \sin^2 A}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)^2}{\cos^2 A}} \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1] \\ &= \frac{1 - \sin A}{\cos A} \\ &= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A} \\ &= \sec A - \tan A \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$(iv) \sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$$

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sec^4\theta - \sec^2\theta \\ &= (\sec^2\theta)^2 - \sec^2\theta \\ &= (1 + \tan^2\theta)^2 - (1 + \tan^2\theta) \quad [\because \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta] \\ &= 1 + 2\tan^2\theta + \tan^4\theta - 1 - \tan^2\theta \\ &= \tan^4\theta + \tan^2\theta \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta \quad (\text{প্রমাণিত})$$

বিকল্প সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sec^4\theta - \sec^2\theta \\ &= \sec^2\theta (\sec^2\theta - 1) \\ &= (1 + \tan^2\theta)(1 + \tan^2\theta - 1) \quad [\because \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta] \\ &= (1 + \tan^2\theta)\tan^2\theta \\ &= \tan^4\theta + \tan^2\theta \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$(v) (\sec\theta - \cos\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = 1$$

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= (\sec\theta - \cos\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) \\ &= \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right)\left(\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta}\right)\left(\frac{1 - \sin^2\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}\right) \\ &= \left(\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}\right)\left(\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{1}{\cos\theta\sin\theta}\right) \\ &= \frac{\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta}{\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta} \\ &= 1 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore (\sec\theta - \cos\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = 1 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$(vi) \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$$

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} \\ &= \frac{(\sec\theta + \tan\theta) - (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1} \\ &= \frac{(\sec\theta + \tan\theta) - (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1} \\ &= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)(1 - \sec\theta + \tan\theta)}{(1 - \sec\theta + \tan\theta)} \\ &= \sec\theta + \tan\theta \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৭. যদি $\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$ হয় যেখানে $a > b > 0$, তবে প্রমাণ কর যে,

$$\tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}^2 A = \frac{a^2}{b^2} \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 1 + \cot^2 A = \frac{a^2}{b^2} \quad [\because \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1]$$

$$\text{বা, } \cot^2 A = \frac{a^2}{b^2} - 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\tan^2 A} = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \tan^2 A = \frac{b^2}{a^2 - b^2}$$

$$\text{বা, } \tan A = \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2 - b^2}}$$

$$\therefore \tan A = \frac{\pm b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৮. যদি $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \sin\theta$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2} \cos\theta$$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \sin\theta$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \sqrt{2} \sin\theta + \sin\theta$$

$$\text{বা, } \cos\theta = (\sqrt{2} + 1) \sin\theta$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2}-1) \cos \theta = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) \sin \theta$$

$$[(\sqrt{2}-1) \text{ দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2}-1) \cos \theta = (2-1) \sin \theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \cos \theta - \cos \theta = \sin \theta$$

$$\therefore \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta \text{ (সেখানেই হলো)}$$

৯. $\tan \theta = \frac{x}{y} (x \neq y) \text{ হলে, } \frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{x \sin \theta - y \cos \theta}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\tan \theta = \frac{x}{y}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{y}$$

$$\text{বা, } \frac{x \sin \theta}{y \cos \theta} = \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } \frac{x}{y} \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x \sin \theta}{y \cos \theta} = \frac{x^2}{y^2}$$

$$\therefore \frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{x \sin \theta - y \cos \theta} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{Ans. } \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

১০. $\tan \theta + \sec \theta = x$ হলে, দেখাও যে, $\sin \theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\tan \theta + \sec \theta = x$$

$$\text{বা, } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = x$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = x$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta} = x^2 \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta} = x^2 \quad [\because \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta]$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)} = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin \theta + 1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta - 1 + \sin \theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{2}{2 \sin \theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \text{ (সেখানেই হলো)}$$

১১. $a \cos \theta - b \sin \theta = c$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$a \cos \theta - b \sin \theta = c$$

$$\text{বা, } (a \cos \theta - b \sin \theta)^2 = c^2 \quad [\text{উভয় পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } a^2 \cos^2 \theta - 2a \cos \theta \cdot b \sin \theta + b^2 \sin^2 \theta = c^2$$

$$\text{বা, } a^2 (1 - \sin^2 \theta) - 2a \cos \theta \cdot b \sin \theta + b^2 (1 - \cos^2 \theta) = c^2$$

$$\text{বা, } a^2 - a^2 \sin^2 \theta - 2a \cos \theta \cdot b \sin \theta + b^2 - b^2 \cos^2 \theta = c^2$$

$$\text{বা, } -(a^2 \sin^2 \theta + 2a \cos \theta \cdot b \sin \theta + b^2 \cos^2 \theta) = -(a^2 + b^2 - c^2)$$

$$\text{বা, } a^2 \sin^2 \theta + 2a \cos \theta \cdot b \sin \theta + b^2 \cos^2 \theta = a^2 + b^2 - c^2$$

$$\text{বা, } (a \sin \theta)^2 + 2a \sin \theta \cdot b \cos \theta + (b \cos \theta)^2 = a^2 + b^2 - c^2$$

$$\text{বা, } (a \sin \theta + b \cos \theta)^2 = a^2 + b^2 - c^2$$

$$\therefore a \sin \theta + b \cos \theta = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

বিকল্প সমাধান:

$$\text{দেওয়া আছে, } a \cos \theta - b \sin \theta = c \dots \dots (i)$$

$$\text{ধরি, } a \sin \theta + b \cos \theta = x \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) বর্গ করে যোগ করে,

$$a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - 2ab \sin \theta \cos \theta + a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta + 2ab \sin \theta \cos \theta = c^2 + x^2$$

$$\text{বা, } a^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + b^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = c^2 + x^2$$

$$\text{বা, } c^2 + x^2 = a^2 + b^2$$

$$\text{বা, } x^2 = a^2 + b^2 - c^2$$

$$\text{বা, } x = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

$$\therefore a \sin \theta + b \cos \theta = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

১২. মান নির্ণয় কর:

(i) $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{4} + \tan^2 \frac{\pi}{3} + \cot^2 \frac{\pi}{6}$

$$\text{সমাধান: } \sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{4} + \tan^2 \frac{\pi}{3} + \cot^2 \frac{\pi}{6}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3 + 3$$

$$= \frac{1 + 2 + 12 + 12}{4}$$

$$= \frac{27}{4}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = \frac{27}{4}$$

$$\text{Ans. } \frac{27}{4}$$

(ii) $3 \tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \cot^2 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} \sec^2 \frac{\pi}{4}$

$$\text{সমাধান: } 3 \tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \cot^2 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} \sec^2 \frac{\pi}{4}$$

$$= 3(1)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}(\sqrt{3})^2 + \frac{1}{3}(\sqrt{2})^2$$

$$= 3 - \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{36 - 9 - 18 + 8}{12}$$

$$= \frac{17}{12}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = \frac{17}{12}$$

$$\text{Ans. } \frac{17}{12}$$

$$(iii) \tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{3} \tan^2 \frac{\pi}{6} \tan^2 \frac{\pi}{3} \cdot \cos^2 \frac{\pi}{4}$$

$$\text{সমাধান: } \tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{3} \tan^2 \frac{\pi}{6} \tan^2 \frac{\pi}{3} \cdot \cos^2 \frac{\pi}{4}$$

$$= 1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 1 - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{8-3}{8}$$

$$= \frac{5}{8}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = \frac{5}{8}$$

$$\text{Ans. } \frac{5}{8}$$

$$(iv) \frac{\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{6}}{1 + \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{6}} + \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\text{সমাধান: } \frac{\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{6}}{1 + \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{6}} + \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3-1}{1+1} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2+3}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Ans. } \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

১৩. সরল কর:

$$\frac{1 - \sin^2 \frac{\pi}{6}}{1 + \sin^2 \frac{\pi}{4}} \times \frac{\cos^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{6}}{\operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{2} - \cot^2 \frac{\pi}{2}} \div \left(\sin \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{6} \right) + \left(\sec^2 \frac{\pi}{6} - \tan^2 \frac{\pi}{6} \right)$$

সমাধান:

$$\frac{1 - \sin^2 \frac{\pi}{6}}{1 + \sin^2 \frac{\pi}{4}} \times \frac{\cos^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{6}}{\operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{2} - \cot^2 \frac{\pi}{2}} \div \left(\sin \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{6} \right) + \left(\sec^2 \frac{\pi}{6} - \tan^2 \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} \times \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{1 - 0} \div \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \left\{ \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \right\}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \right) \div \frac{1}{2} + \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} \times \frac{4}{4} \div \frac{1}{2} + \frac{3}{3}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times 2 + \frac{3}{3}$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান} = 2$$

$$\text{Ans. } 2$$



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৮. ৭ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ। Total বর্গ: ১৪০

- সমকোণী ত্রিভুজে সূক্ষ্মকোণ θ এর জন্যে ৬টি অনুপাত (sine, cosine, tangent, secant, cosecant, cotangent) ব্যবহার হয়।

$$\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}, \cos \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}, \tan \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}, \cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}, \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

১. $\sin \theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

[বি এ এক শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

$$\text{ক) } \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} \quad \text{খ) } \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} \quad \text{গ) } \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} \quad \text{ঘ) } \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$$

২. $\tan \theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

$$\text{ক) } \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} \quad \text{খ) } \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} \quad \text{গ) } \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} \quad \text{ঘ) } \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$$

৩. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sin \theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ এবং লম্ব ১ একক হলে

ত্রিভুজের ভূমি কত একক? (মধ্যম)

$$\text{ক) } 1 \quad \text{খ) } 2\sqrt{2} \quad \text{গ) } \sqrt{7} \quad \text{ঘ) } \sqrt{8}$$

৪. ব্যাখ্যা: $\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \therefore \text{লম্ব} = 1, \text{অতিভুজ} = 2\sqrt{2}$

$$\therefore \text{ভূমি} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 1^2} = \sqrt{8-1} = \sqrt{7}$$

৫. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\sec \theta = 3$ এবং ভূমি ১ একক হলে লম্ব কত একক? (মধ্যম)

$$\text{ক) } 1 \quad \text{খ) } \sqrt{3} \quad \text{গ) } \sqrt{8} \quad \text{ঘ) } 3$$

৬. ব্যাখ্যা: $\sec \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{3}{1} \therefore \text{লম্ব} = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$

৭. $\sin \theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\operatorname{cosec} \theta$ এর মান কত? (সহজ) (শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর)

$$\text{ক) } \frac{1}{2} \quad \text{খ) } 1 \quad \text{গ) } 2 \quad \text{ঘ) } 2\sqrt{3}$$