

পিথাগোরাসের উপপাদ্য (The Pythagorean theorem)

উপপাদ্য : একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। (In a right angled triangle, the square on the hypotenuse is equal to the sum of the squares on the othertwosides)

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে নিম্নোক্ত বাহুগুলোর অনুপাত সর্বদা সমকোণী ত্রিভুজ নির্দেশ করে-

একবাহু (One Side)	অপর বাহু (Another side)	অতিভুজ (Hypotenuse)
3	4	5
5	12	13
8	15	17
7	24	25
15	30	34
9	40	41

কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাপ উপরিউক্ত অনুপাতগুলোর গুণিতক হলেও ত্রিভুজটি সমকোণী। যেমন, সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাপ -

ক) 6, 8, 10 কারণ $(3 \times 2 = 6)$, $(4 \times 2 = 8)$, $(5 \times 2 = 10)$

খ) 9, 12, 15 কারণ $(3 \times 3 = 9)$, $(4 \times 3 = 12)$, $(5 \times 3 = 15)$

গ) 10, 24, 26 কারণ $(5 \times 2 = 10)$, $(12 \times 2 = 24)$, $(13 \times 2 = 26)$

মনোযোগের সাথে পড়ুন

- কোনো ত্রিভুজের এক বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের যোগফলের সমান হলে ত্রিভুজটি হবে- / If the square on a side of a triangle is equal to the sum of the squares on the other two sides of it, then the triangle is a- [দুর্নীতি দমন ব্যুরের সহকারী উপ-পরিদর্শক : ০৪/ দুর্নীতি দমন ব্যুরের পরিদর্শক : ০৩]

ক. সমকোণী খ. সূক্ষ্মকোণী গ. সমবাহু ঘ. স্থূল কোণী

সমাধান: পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিষয়বস্তু।

উত্তর: ক

- সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য দেয়া থাকলে- [প্রাক-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (আলফা) : ১৪]

ক. একটিমাত্র ত্রিভুজ আঁকা যায় খ. দুটিমাত্র ত্রিভুজ আঁকা যায়

গ. কোনো ত্রিভুজ আঁকা যায় না ঘ. অনেকগুলো ত্রিভুজ আঁকা যায়

সমাধান: পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ, ভূমি এবং লম্বের অনুপাত নির্দিষ্ট। যেমন: অতিভুজ ৫ সেমি. হলে লম্ব এবং ভূমি হবে যথাক্রমে ৩ এবং ৪ সেমি.। এজন্য সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য দেয়া থাকলে শুধুমাত্র একটি ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব।

উত্তর: ক

3. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিচের কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকন সম্ভব হবে?/ A right angled triangle can be drawn if the length of its sides are in the ratio- [৩০তম বিসিএস (প্রিলিমিনারি)]

ক. $6 : 5 : 4$

খ. $3 : 4 : 5$

গ. $12 : 8 : 4$

ঘ. $6 : 4 : 3$

ব্যাখ্যা: কোনো ত্রিভুজের এক বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপার দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের যোগফলের সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী।

ক. $5^2 + 4^2 \neq 6^2$

খ. $3^2 + 4^2 = 5^2$ (সমকোণী ত্রিভুজ)

গ. $8^2 + 4^2 \neq 12^2$

ঘ. $3^2 + 4^2 \neq 6^2$

উত্তর: খ

4. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে 3 ও 4 সে.মি. হলে, এর অতিভুজের মান কত?/ The sides adjacent to the right angle of a right angled triangle are 3 and 4 cm respectively. What is the value of the hypotenuse? [১৪তম বিসিএস (প্রিলিমিনারি)]/ প্রাক-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (করতোয়া) : ১৩/ ডাক ও টেলিযোগাযোগ মহানগরের হিসাবরক্ষণ কর্মকর্তা : ০৩/ শ্রম অধিদপ্তরে শ্রম অফিসার : ৯৪/ যুব উন্নয়ন অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক : ৯৪]

a. 4 সে.মি.

b. 5 সে.মি.

c. 7 সে.মি.

d. 8 সে.মি.

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $3 : 4 : 5$ ।

Ans. b

5. সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত কত?/ The sides of a right angled triangle are in the ratio – [থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার : ৯৫]

ক. $6 : 4 : 3$

খ. $6 : 5 : 4$

গ. $12 : 8 : 4$

ঘ. $13 : 12 : 5$

সমাধান: ক. $3^2 + 4^2 \neq 6^2$

ল. $5^2 + 4^2 \neq 6^2$

গ. $4^2 + 8^2 \neq 12^2$

ঘ. $5^2 + 12^2 = 13^2$ (সমকোণী ত্রিভুজ) উত্তর: ঘ

6. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য লম্ব অপেক্ষা 1 মিটার কম এবং লম্ব অপেক্ষা অতিভুজের দৈর্ঘ্য 1 মিটার বেশি হলে উহার অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত?/ In a right angled triangle, the length of base is 1m less than that of the perpendicular and the length of the hypotenuse is 1m greater than that of the perpendicular. Calculate the length of the hypotenuse. [সংস্কৃত পরিদপ্তরের সহকারী পরিচালক : ০৭]

ক. 4 মি.

খ. 3 মি.

গ. 6 মি.

ঘ. 5 মি.

সমাধান: লম্বের দৈর্ঘ্য = x মি. ; ভূমির দৈর্ঘ্য = $(x - 1)$ মি.; অতিভুজের দৈর্ঘ্য = $(x + 1)$ মি.

সমকোণী ত্রিভুজে, $(\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2 = (\text{অতিভুজ})^2$

$$x^2 + (x - 1)^2 = (x + 1)^2$$

$$x^2 + x^2 - 2x + 1 = x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 = 4x$$

$$\therefore x = 4$$

অতিভুজের দৈর্ঘ্য = $(x + 1)$ মি. = $(4 + 1)$ মি. = 5 মি.

উত্তর: ঘ

Easy Solution: $3 : 4 : 5 = \text{ভূমি} : \text{লম্ব} : \text{অতিভুজ}$

-

Ans. a

- উত্তর: খ

উত্তর: ক

- উত্তর: ক

- Ans. d**

11. একটি 50 মিটার লম্বা মই একটি খাড়া দেয়ালের সাথে হেলান দেওয়া আছে। মইয়ের একপ্রান্ত মাটি হতে 40 মিটার উচুতে দেয়ালকে স্পর্শ করে। মই এর অপরপ্রান্ত হতে দেয়ালের দূরত্ব (মিটারে) কত?/ A ladder of length 50 metres rests against a vertical wall. Top of the ladder touches the wall 40 m above the ground. How far (in metre) is the base of the ladder from the wall? [১৫তম বিসিএস]

ক. 10

খ. 30

গ. 20

ঘ. 25

Solution: মনে করি, দেয়ালের পাদদেশ হতে মইয়ের পাদদেশের দূরত্ব ক মিটার।

দেয়াল মাটির সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে।

সমকোণী ত্রিভুজের সূত্র হতে পাই

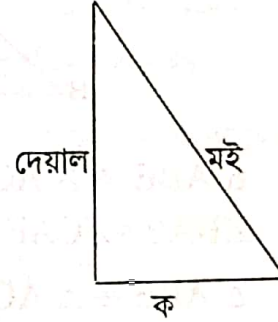
$$(\text{মইয়ের উচ্চতা})^2 = (\text{দেয়ালের উচ্চতা})^2 + ক^2$$

$$(50)^2 = (40)^2 + ক^2$$

$$2500 = 1600 + ক^2$$

$$ক^2 = 900$$

$$ক = 30$$



Easy Solution: খাড়া দেয়াল মাটির সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।

$$\text{সুতরাং } 30 : 40 : 50 = 3 : 4 : 5$$

Ans. b

12. একটি বাড়ী 40 ফুট উচু। একটি মইয়ের তলদেশ মাটিতে বাড়ীর দেওয়াল থেকে 9 ফুট দূরে রাখা আছে। উপরে মইটি বাড়ীর ছাদ ছুয়ে আছে। মইটি কত ফুট লম্বা?/ A building is 40 feet high. The lower end of a ladder is 9 feet from the wall of the building and its upper end touches the roof of the building. What is the length of the ladder in feet? [১৮তম বিসিএস]

মহানির্বাহক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ে গবেষণা কর্মকর্তা : ৯৮

a. 48 ফুট

b. 41 ফুট

c. 44 ফুট

d. 43 ফুট

Solution: ধরি, মইটি x ফুট লম্বা

সমকোণী ত্রিভুজের সূত্র হতে পাই

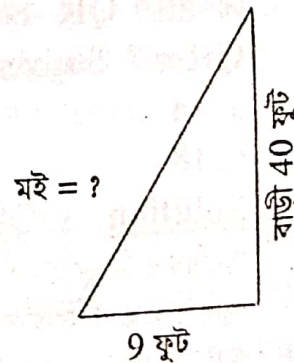
$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2$$

$$\text{বা, } x^2 = (40)^2 + (9)^2$$

$$\text{বা, } x^2 = 1600 + 81$$

$$\text{বা, } x^2 = 1681$$

$$x = \sqrt{1681} = 41$$



Easy Solution:

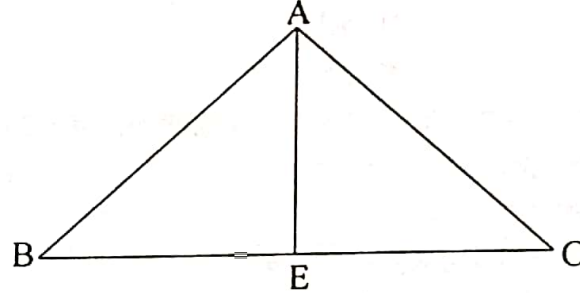
বাড়ীর খাড়া দেয়াল মাটির সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।

সুতরাং, এক্ষেত্রে বাহুগুলোর অনুপাত 9 : 40 : 41।

Ans. b

13. ABC ত্রিভুজের AB = AC = 5 সে.মি.। যদি $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে এবং AE = 3 সে.মি হয়, তবে BC = কত?/ In a triangle ABC, AB = AC = 5cm. If the bisector of $\angle A$ intersects side BC at point E and AE = 3cm, then BC = ? [খানা ও জেলা সমাজসেবা অফিসার - ৯৯]
- ক. 10 সে.মি. খ. 5.5 সে.মি. গ. 6 সে.মি. ঘ. 8 সে.মি.

সমাধান:



$\triangle ABE$ ও $\triangle ACE$ -এ $AB = AC$, AE সাধারণ বাহু।
 $\angle BAE = \angle CAE$ [যেহেতু AE রেখাটি $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\triangle ABE \cong \triangle ACE$

$\therefore BE = CE$ $BC = 2BE$ এবং $\angle AEB = \angle AEC$

আবার, $\angle AEB + \angle AEC = 180^\circ$

$$2\angle AEB = 180^\circ$$

$$\angle AEB = 90^\circ$$

AEB সমকোণী ত্রিভুজে, $AB^2 = AE^2 + BE^2$

$$BE^2 = AB^2 - AE^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

$$BE = 4$$

$$BC = 2 \times 4 = 8$$

উত্তর: ঘ

14. In the figure at the right end, PS is perpendicular to QR. If PQ = PR = 26 and PS = 24, then QR = ?/ ডান প্রান্তের চিত্রটিতে PS রেখাংশটি QR এর উপর লম্ব। যদি $PQ = PR = 26$ এবং $PS = 24$ হয়, তবে QR = ? [Bangladesh Bank Officer : 15]

a. 14

b. 16

c. 18

d. 20

Solution: $\triangle PQR$ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটি।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু (P) হতে ভূমির (QR) বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$$SQ = SR$$

$\triangle PQS$ সমকোণী ত্রিভুজে-

$$SQ^2 = 26^2 - 24^2$$

$$SQ = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{100} = 10 = SR$$

$$\therefore QR = SQ + SR = 10 + 10 = 20$$

Ans. d

