

1. (a) $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

ম্যাট্রিক্স দুইটির সমষ্টি ও অঙ্কন নির্ণয় কর। [কু.'০৫; সি.'১১]

$$+ B \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8-4 & 4+6 & -1+2 \\ 0+1 & 1+3 & 3+7 \\ 5+5 & 4+4 & 8+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 \\ 1 & 4 & 10 \\ 10 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8+4 & 4-6 & -1-2 \\ 0-1 & 1-3 & 3-7 \\ 5-5 & 4-4 & 8-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

1(b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ ও $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 6 \\ 2 & 0 & -7 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

হলে, $7A - 5B$ নির্ণয় কর। [কু.'০২]

সমাধান : $7A - 5B =$

$$7 \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 1 & -4 & 6 \\ 2 & 0 & -7 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 21 & 7 & -7 \\ 14 & 21 & 28 \\ -28 & 35 & 42 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -20 & 30 \\ 10 & 0 & -35 \\ 15 & 25 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 21-5 & 7+20 & -7-30 \\ 14-10 & 21-0 & 28+35 \\ -28-15 & 35-25 & 42-0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & 27 & -37 \\ 4 & 21 & 63 \\ -43 & 10 & 42 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

2(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ হলে,

AB ও BA নির্ণয় কর। [য.'০৯]

সমাধান $AB = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 4+12 & 0-6 \\ -12+10 & 0-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & -6 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+0 & 24+0 \\ 2+3 & 12-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 24 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

2(b) $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$ হলে

দেখাও যে, $AB = BA = I_3$

[কু.'০৮; সি.'০৫, '১০; য.'০৮; ডা.'১০; চ.'১২; মা.'১১]

প্রমাণ : $AB = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 3-8+6 & 6-20+14 & -6+16-10 \\ -2+2+0 & -4+5+0 & 4-4+0 \\ -1-2+3 & -2-5+7 & 2+4-5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-4+2 & -4+2-2 & 2+0-2 \\ 6-10+4 & -8+5+4 & 4+0-4 \\ 9-14+5 & -12+7+5 & 6+0-5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3$$

$AB = BA = I_3$ (Showed)

$$2(c) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ এবং } B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

হলে দেখাও যে, $AB = BA$ [স. '০৫; চ. '০৮]

$$\text{প্রমাণ : } AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6-0-5 & -2+0+2 & 2+0-2 \\ 15-15+0 & -5+6+0 & 5-5+0 \\ 0-15+15 & 0+6-6 & 0-5+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6-5+0 & 0-1+1 & -3+0+3 \\ -30+30+0 & 0+6-5 & 15+0-15 \\ 10-10+0 & 0-2+2 & -5+0+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = BA \text{ (Showed)}$$

$$3(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ এবং } B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ হলে,}$$

(i) AB ও BA নির্ণয় কর।

[স. '০৮; সি. '১২, '১৪; চ. '১০; ব. '১২; সি. '১৩; মা. '১২]

(ii) দেখাও যে, $AB \neq BA$

[য. '০৭; ব. '০৭; চা. '০৮; সি. '১২]

$$(i) \text{ সমাধান : } AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+2+0 & 2+4-3 \\ 0+5+0 & 8+10-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+8 & 0+10 & 0+12 \\ 1+8 & 2+10 & 3+12 \\ 0-4 & 0-5 & 0-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 9 & 12 & 15 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$3(b) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ এবং } B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix} \text{ হলে,}$$

AB নির্ণয় কর।

[ব. '০৩]

$$\text{সমাধান : } AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+4 & -4+5 & 0-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

(Ans.)

$$3(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ এবং } C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ হলে,}$$

(i) AB এবং BC নির্ণয় কর। [ব. মা. '০৯; ব. '১৩]

(ii) দেখাও যে, $(AB)C = A(BC)$ [য. '০৪]

$$(i) \text{ সমাধান : } AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+4 & 3+2 \\ 12+8 & 9+4 \\ 0+2 & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+6 & 8+9 \\ 2+2 & 4+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

$$(ii) \text{ প্রমাণ : } AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+4 & 3+2 \\ 12+8 & 9+4 \\ 0+2 & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+6 & 8+9 \\ 2+2 & 4+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{এখন } (AB)C = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8+10 & 16+15 \\ 20+26 & 40+39 \\ 2+2 & 4+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 31 \\ 46 & 79 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10+8 & 17+14 \\ 30+16 & 51+28 \\ 0+4 & 0+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 31 \\ 46 & 79 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

∴ (AB)C = A(BC) (Showed)

$$4(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ এবং } C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

হলে দেখাও যে, (AB)C = A(BC) [সি.'০২; ব.'০৬]

$$\text{প্রমাণ : } AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2 & 3+0 & 0+1 \\ 0+4 & 0+0 & 0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+9+0 \\ 4+0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{এখন, } (AB)C = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6+9+1 \\ 8+0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11+5 \\ 0+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 10 \end{bmatrix}$$

(AB)C = A(BC) (Showed)

$$4(b) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ ও } C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

হলে, (i) AB এবং AC নির্ণয় কর।

(ii) দেখাও যে, AB + AC = A(B + C).

$$(i) \text{ সমাধান : } AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+2+0 & 2+4-3 \\ 0+5+0 & 8+10-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$$

$$AC = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+0+9 & 2+8+18 \\ -4+0+18 & 8+20+36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 28 \\ 14 & 64 \end{bmatrix}$$

$$(ii) \text{ প্রমাণ : } AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+2+0 & 2+4-3 \\ 0+5+0 & 8+10-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$$

$$AC = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+0+9 & 2+8+18 \\ -4+0+18 & 8+20+36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 28 \\ 14 & 64 \end{bmatrix}$$

$$B + C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0-1 & 2+2 \\ 1+0 & 2+4 \\ 0+3 & -1+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{এখন, } AB + AC = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 28 \\ 14 & 64 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+8 & 3+28 \\ 5+14 & 12+64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 31 \\ 19 & 76 \end{bmatrix}$$

$$A(B + C) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+2+9 & 4+12+15 \\ -4+5+18 & 16+30+30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 31 \\ 19 & 76 \end{bmatrix}$$

AB + AC = A(B + C) (Showed)

$$4. (c) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ হলে,}$$

(i) AB এবং BA নির্ণয় কর। [সি.'০৭]

(ii) দেখাও যে, AB ≠ BA [ব.'০৭; ব.'১১; সি.'১৩]

(i) সমাধান : $AB = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 0+2+0 & 2+4 & 3 \\ 0+5+0 & 8 & 10-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{bmatrix} \text{ Ans}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+8 & 0+10 & 3 \\ 1+8 & 2+10 & 1 \\ 0-4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 10 & 3 \\ 9 & 12 & 1 \\ -4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(ii) প্রমাণ : $AB = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$ এর

$$BA = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 9 & 12 \\ -4 & -5 & 6 \end{bmatrix}$$

$AB \neq BA$ (Showed)

4(d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ ও

$C = [1 \ 2 \ -5 \ 6]$ হলে, (i) দেখাও যে,

$(AB)C = A(BC)$ [কু.'১২]

(ii) $(AB)C$ নির্ণয় কর।

[রা.'১১, '১৩; ব.য.'১০; ঢা.'১১, '১৩; দি.'১২]

(i) প্রমাণ : $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 4+12-3 \\ 16+30-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix} [1 \ 2 \ -5 \ 6]$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 8 & -20 & 24 \\ 6 & 12 & -30 & 36 \\ -1 & -2 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 26 & 78 \\ 80 & 240 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 26 & 78 \\ 80 & 240 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 8 & -20 & 24 \\ 6 & 12 & -30 & 36 \\ -1 & -2 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 26 & -65 & 78 \\ 40 & 80 & -200 & 240 \end{bmatrix}$$

$(AB)C = A(BC)$ (Showed)

(ii) সমাধান : $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 4+12-3 \\ 16+30-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{bmatrix} 13 \\ 40 \end{bmatrix} [1 \ 2 \ -5 \ 6]$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 26 & -65 & 78 \\ 40 & 80 & -200 & 240 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

4(e) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ হলে,

দেখাও যে, $AB \neq BA$.

[দি.'১০]

সমাধান : $AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2-3 & -4-4 & -10+0 \\ 1+0 & -2+0 & -5+0 \\ -3+12 & 6+16 & 15+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \\ 1 & -2 & -5 \\ 9 & 22 & 15 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-2+15 & -1+0-20 \\ 6+4+0 & -3+0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -21 \\ 10 & -3 \end{bmatrix}$$

$AB \neq BA$

(Showed)

5.(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ হলে A^2 এবং A^3 নির্ণয় কর

এক দেখাও যে, $A^2 + 2A - 11I$ একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স;

যেখানে $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ [ব.'০৮; রা.'০৭, '১২; জ.'০৯;

চ.'০৯; সি.'০৯, '১৪; মা.'১৩]

সমাধান : $A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+8 & 2-6 \\ 4-12 & -9-17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$

$A^3 = A.A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 9-16 & -4+34 \\ -36+51 & -12-51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 30 \\ 15 & -63 \end{bmatrix}$

এখন, $A^2 + 2A - 11I$

$= \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} - 11 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -11 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9+2-11 & -4+4+0 \\ -8+8+0 & 17-6-11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

অতএব $A^2 + 2A - 11I$ একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স।

(b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ হলে, $A^2 - 5A + 6I$ নির্ণয় কর

; যেখানে $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ [জ.'০৭; সি.'০৯; ব.'১২]

সমাধান : $A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9+10 & 6-2 \\ 15-5 & 10-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 4 \\ 10 & 11 \end{bmatrix}$

এখন, $A^2 - 5A + 6I$

$= \begin{bmatrix} 19 & 4 \\ 10 & 11 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 19 & 4 \\ 10 & 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -15 & -10 \\ -25 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 19-15+6 & 4-10+0 \\ 10-25+0 & 11+5+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -15 & 22 \end{bmatrix}$

(Ans.)

5(c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ হলে, $A^2 - 4A - 5I$ নির্ণয়

কর; যেখানে $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

[ক.'০৭, '১৩; সি.'১১; চ.'১৩; মা.'১৪; জ.'০৫-০৬]

সমাধান : $A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+4+4 & 2+2+4 & 2+4+2 \\ 2+2+4 & 4+1+4 & 4+2+2 \\ 2+4+2 & 4+2+2 & 4+4+1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

এখন $A^2 - 4A - 5I$

$= \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -8 & -8 \\ -8 & -4 & -8 \\ -8 & -8 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9-4-5 & 8-8+0 & 8-8+0 \\ 8-8+0 & 9-4-5 & 8-8+0 \\ 8-8+0 & 8 & 9-4-5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (Ans.)

5(d) $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 5 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

হলে, $A^2 - B^2$ নির্ণয় কর।

সমাধান : $A^2 = A.A$

$= \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 5 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 5 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

উচ্চতর গণিত : ১ম পত্র সমাধান
বইঘর.কম

$$\begin{bmatrix} 1+3-5 & 1+5-5 \\ -3-9+25 & 3+9-25 & -3-15+ \\ -5-15+25 & 5+15-25 & -5-25 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 13 & -13 & 7 \\ 5 & -5 & - \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+4-3 & 0-12 & 12 & 0-12+12 \\ 0-3+3 & 4+9 & 12 & 3+9-12 \\ 0+4-4 & -4-2+16 & 3-12 & 16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - B^2$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 13 & -13 & 7 \\ 5 & -5 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 13 & -14 & 7 \\ 5 & -5 & -6 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

6. (a) সমাধান : মনে করি, P ও Q যথাক্রমে বইয়ের সংখ্যার ম্যাট্রিক্স ও লাভ ম্যাট্রিক্স। তাহলে,

$$P = \begin{bmatrix} 100 & 125 & 110 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 70.00-60.00 \\ 102.00-90.00 \\ 96.00-85.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.00 \\ 12.00 \\ 11.00 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{মোট লাভ} = P \times Q$$

$$= \begin{bmatrix} 100 & 125 & 110 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 10.00 \\ 12.00 \\ 11.00 \end{bmatrix}$$

$$= [1000.00 + 1500.00 + 1210.00]$$

$$\therefore \text{মোট লাভ} = 3710.00 \text{ টাকা}$$

6(b) সমাধান : মনে করি, P ও Q যথাক্রমে বিক্রীত কলমের সংখ্যার ম্যাট্রিক্স ও লাভ ম্যাট্রিক্স। তাহলে,

$$P = \begin{bmatrix} 140 & 155 & 132 \\ 130 & 100 & 148 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 1.50 \\ 2.00 \\ 1.25 \end{bmatrix}$$

$$\text{মোট লাভ} = P \times Q$$

$$\begin{bmatrix} 140 & 155 & 132 \\ 130 & 100 & 148 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1.50 \\ 2.00 \\ 1.25 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 210.00 & 310.00 & 165.00 \\ 195.00 & 200.00 & 185.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 685.00 \\ 580.00 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{মোট লাভ} = (685.00 + 580.00) \text{ টাকা} \\ = 1265.00 \text{ টাকা}$$

নির্ণায়ক

প্রশ্নমালা -IB

1(a) প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সটি কর্ণ, কেলার ও অভেদক ম্যাট্রিক্স।

(b) B ম্যাট্রিক্সটির ক্রম 2×3 \therefore Ans. B

$$(c) 3B = \begin{bmatrix} 3 \times 1 & 3 \times 3 & 3 \times 0 \\ 3 \times 2 & 3 \times 0 & 3 \times 1 \end{bmatrix} \text{ Ans. B}$$

$$(d) A - 2C = \begin{bmatrix} 1-2 & -1-0 \\ 0-0 & 2-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(e) A এর ক্রম = A এর সারি সংখ্যা \times B এর কলাম সংখ্যা = 2×3 Ans. B

$$(f) A^{-1} = \frac{1}{2-0} \begin{vmatrix} 2 & -(-1) \\ -0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(g) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & z \\ y & -3 \end{bmatrix}$$

$$(x, y, z) = (3, 4, 3); \text{ Ans. B}$$

$$(h) \begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} \text{ নির্ণায়কের } 3\text{য় সারি } 2\text{য় সারির তিনগুণ}$$

বলে নির্ণায়কের মান শূন্য। \therefore Ans. C.

$$(i) (i) A^{-1} = \frac{1}{5+6} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$