

দ্বিপদী বিশৃতি অনুশীলনী-১০.১

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

- দ্বিপদী বিস্তৃতির বর্ণনা
- প্যাসকেলের ত্রিভুজ বর্ণনা
- প্যাসকেলের ত্রিভূঞ্জ ব্যবহার করে দ্বিপদীকে বিভিন্ন পদ পর্যন্ত বিস্তৃতিকরণ।

ফরাসি গণিতবিদ ব্লাইস প্যাসকেল (Blaise Pascal, 1623-1665) দ্বিপদী উপপাদ্য বর্ণনা ও তার সহগগুলোকে ত্রিভুজ আকারে প্রকাশ করেন যা প্যাসকেলের ব্রিভুজ নামে পরিচিত।





৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন

৫৬টি বহুনির্বাচনি প্রস্তু = ৩৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি **= ৮টি বহুপদী সমা•িতস্**চক **= ১০টি অভিনু তথ্যভিত্তিক** ১৭টি সুজনশীল প্রস্তু 🗷 ৪টি প্রেশির কাজ 🛎 ৭টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত 🛎 ৬টি প্রস্নব্যাংক



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্যাসকেলের ত্রিভুজ বা বিপদী বিস্কৃতি ব্যবহার করে (1 + y)⁵ এর বিস্কৃতি নির্ণয় কর। উক্ত বিস্কৃতির সাহায্যে (i) (1 - y)5 ও (ii) (1 + 2x)⁵ এর বিস্কৃতি নির্ণয় কর।

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে:

 $(1+y)^5 = 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5$ (Ans.)

দিপদী বিস্তৃতি বা উপপাদ্য ব্যবহার করে:

$$(1+y)^5$$

$$= {5 \choose 0} y^0 + {5 \choose 1} y^1 + {5 \choose 2} y^2 + {5 \choose 3} y^3 + {5 \choose 4} y^4 + {5 \choose 5}$$

$$= {5 \choose 0} y^0 + {5 \choose 1} y^1 + {5 \choose 2} y^2 + {5 \choose 3} y^3 + {5 \choose 4} y^4 + {5 \choose 5}$$

$$= {5 \choose 1} y^0 + {5 \choose 1} y^1 + {5 \choose 2} y^2 + {5 \choose 1} y^3 + {5 \choose 1} y^3 + {5 \choose 4} y^4 + {5 \choose 5}$$

 $= 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5$ (Ans.)

(1 + y)⁵ এর বিস্তৃতি ব্যবহার করে

(i)
$$(1-y)^5 = \{1+(-y)\}^5$$

$$= 1 + 5 (-y) + 10 (-y)^{2} + 10 (-y)^{3} + 5 (-y)^{4} + (-y)^{5}$$

 $= 1 - 5y + 10y^2 - 10y^3 + 5y^4 - y^5$ (Ans.)

(ii)
$$(1+2x)^5 = 1 + 5(2x) + 10(2x)^2 + 10(2x)^3 + 5(2x)^4 + (2x)^5$$

= $1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5$. (Ans.)

 x এর খাতের উপক্রিম অনুসারে (a) (1 + 4x)⁶, (b) (1 – 3x)⁷ এর প্রথম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি কর।

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভূজ ব্যবহার করে:

(a) $(1 + 4x)^6$

$$= 1 + 6 (4x) + 15 (4x)^2 + 20 (4x)^3 + \dots$$

$$= 1 + 6.4x + 15.16x^2 + 20.64x^3 + \dots$$

$$= 1 + 24x + 240x^2 + 1280x^3 + \dots$$
 (Ans.)

(b)
$$(1-3x)^7$$

$$= 1 + 7 (-3x) + 21 (-3x)^2 + 35 (-3x)^3 + ...$$

$$= 1 + 7(-3x) + 21(9x^{2}) + 35(-27x^{3}) + \dots$$

$$= 1 - 21x + 189x^2 - 945x^3 + \dots$$
 (Ans.)

বিকল্প সমাধান:

দ্বিপদী উপাপাদ্যের সাহায্যে-

(a)
$$(1 + 4x)^6$$

$$= {6 \choose 0} (4x)^0 + {6 \choose 1} (4x)^1 + {6 \choose 2} (4x)^2 + {6 \choose 3} (4x)^3 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{6}{1}(4x) + \frac{6.5}{1.2}(16x^2) + \frac{6.5.4}{1.2.3}(64x^3) + \dots$$

$$= 1 + 24x + 240x^2 + 1280x^3 + \dots$$
 (Ans.)

(b)
$$(1-3x)^7$$

$$= {7 \choose 0} (-3x)^{0} + {7 \choose 1} (-3x)^{1} + {7 \choose 2} (-3x)^{2} + {7 \choose 3} (-3x)^{3} + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{7}{1}(-3x) + \frac{7.6}{1.2}(9x^2) + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-27x^3) + \dots$$

$$= 1 - 21x + 189x^2 - 945x^3 + \dots$$
 (Ans.)

(1 + x²)⁸ এর বিস্কৃতির প্রথম চার পদ নির্ণয় কর। উ**ক্ত** ফলাফল ব্যবহার করে (1.01)⁸ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1+x^2)^8$$

$$= {8 \choose 0} (x^2)^0 + {8 \choose 1} (x^2)^1 + {8 \choose 2} (x^2)^2 + {8 \choose 3} (x^2)^3 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{8}{1}x^2 + \frac{8.7}{1.2}x^4 + \frac{8.7.6}{1.23}x^6 + \dots$$

$$= 1 + 8x^2 + 28x^4 + 56x^6 + \dots$$
 (Ans.)

অথবা, প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে পাই,

x এর ঘাতের উর্ধক্রম অনুসারে নিম্নোক্ত বিপদীসমূহের প্রথম তিন পদ নির্ণয় কর।

(a) (1 − 2x)⁵, (b) (1 + 3x)⁹ ভারপর (c) (1 − 2x)⁵ (1 + 3x)⁹ কে x² পর্যন্ত বিস্তৃত কর। সমাধান: (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1-2x)^5 = {5 \choose 0} (-2x)^0 + {5 \choose 1} (-2x)^1 + {5 \choose 2} (-2x)^2 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{5}{1} (-2x) + \frac{5.4}{1.2} (4x^2) + \dots$$

$$= 1 + 5 (-2x) + 10 (4x^2) + \dots$$

$$= 1 - 10x + 40x^2 - \dots (Ans.)$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1+3x)^9 = {9 \choose 0} (3x)^0 + {9 \choose 1} (3x)^1 + {9 \choose 2} (3x)^2 + \dots$$

= 1.1 + $\frac{9}{1} (3x) + \frac{9.8}{2} (9x^2) + \dots$
= 1 + 27x + 324x² + \dots (Ans.)

(c) (a) ও (b) ব্যবহার করে পাই,

৫. নিম্নোক্ত বিস্কৃতিসমূহের প্রথম চার পদ নির্ণয় কর।

বিপদী বিস্কৃতি বা প্যাসকেল ত্রিভুক্ত এর যেকোনো একটি ব্যবহার করে

(a)
$$(1-2x^2)^7$$
 (b) $\left(1+\frac{2}{x}\right)^4$ (c) $\left(1-\frac{1}{2x}\right)^7$

সমাধান: প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে:

(b)
$$\left(1 + \frac{2}{x}\right)^4 = 1 + 4\left(\frac{2}{x}\right) + 6\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \dots$$

 $= 1 + \frac{8}{x} + \frac{24}{x^2} + \frac{32}{x^3} + \dots + (Ans.)$
(c) $\left(1 - \frac{1}{2x}\right)^7 = 1 + 7\left(-\frac{1}{2x}\right) + 21\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + 35\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \dots$
 $= 1 + 7\left(-\frac{1}{2x}\right) + 21\left(\frac{1}{4x^2}\right) + 35\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \dots$
 $= 1 - \frac{7}{2x} + \frac{21}{4x^2} - \frac{35}{8x^3} + \dots$ (Ans.)

বিকল সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

(a)
$$(1-2x^2)^7 = \binom{7}{0} (-2x^2)^0 + \binom{7}{1} (-2x^2)^1 + \binom{7}{2} (-2x^2)^2 + \binom{7}{3} (-2x^2)^3 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{7}{1} (-2x^2) + \frac{7.6}{1.2} (4x^4) + \frac{7.6.5}{1.2.3} (-8x^6) + \dots$$

$$= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + \dots$$
 (Ans.)

$$= 1 - 14x^{2} + 84x^{4} - 280x^{6} + \dots$$

$$(b) \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{4} = \binom{4}{0} \left(\frac{2}{x}\right)^{0} + \binom{4}{1} \left(\frac{2}{x}\right)^{1} + \binom{4}{2} \left(\frac{2}{x}\right)^{2} + \binom{4}{3} \left(\frac{2}{x}\right)^{3} \dots$$

$$= 1 \cdot 1 + \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{x} + \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4}{x^{2}} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{8}{x^{3}} + \dots$$

$$= 1 + \frac{8}{x} + \frac{24}{x^{2}} + \frac{32}{x^{3}} + \dots$$

$$(c) \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^{7} = \binom{7}{0} \left(-\frac{1}{2x}\right)^{0} + \binom{7}{1} \left(-\frac{1}{2x}\right)^{1} + \binom{7}{2} \left(-\frac{1}{2x}\right)^{2} + \binom{7}{3} \left(-\frac{1}{2x}\right)^{3} + \dots$$

$$= 1 \cdot 1 + \frac{7}{1} \left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} \left(\frac{1}{4x^{2}}\right) + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(-\frac{1}{8x^{3}}\right) + \dots$$

$$= 1 - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{21}{4} \cdot \frac{1}{x^{2}} - \frac{35}{8} \cdot \frac{1}{x^{3}} + \dots$$
(Ans.)

৬. x³ পর্যন্ত (a) (1 – x)⁶ এবং (b) (1 + 2x)⁶ বিস্তৃত কর। তারপর (c) (1 + x – 2x²)⁶ কে x³ পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

সমাধান: (a) দিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1-x)^6 = {6 \choose 0} (-x)^0 + {6 \choose 1} (-x)^1 + {6 \choose 2} (-x)^2$$

$$+ {6 \choose 3} (-x)^3 + \dots$$

$$= 1.1 + {6 \choose 1} (-x) + {6.5 \choose 1.2} (x^2) + {6.5.4 \choose 1.2.3} (-x^3) + \dots$$

$$= 1 - 6x + 15x^2 - 20x^3 + \dots$$
 (Ans.)

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1+2x)^6 = \binom{6}{0} (2x)^0 + \binom{6}{1} (2x)^1 + \binom{6}{2} (2x)^2 + \binom{6}{3} (2x)^3 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{6}{1} (2x) + \frac{6.5}{1.2} (4x^2) + \frac{6.5.4}{1.2.3} (8x^3) + \dots$$

$$= 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

[বি:দ্র: পাঠবইয়ে উত্তরে ভূল আছে।]

 x এর মান ঘথেকী ছোট হওয়ায় x³ এবং এর উর্ধাতঘাতের মান উপেক্ষা করা যায় । প্রমাণ কর যে,

 $(1+x)^5 (1-4x)^4 = 1-11x+26x^2$ সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে পাই, $(1+x)^5 = {5 \choose 0} x^0 + {5 \choose 1} x^1 + {5 \choose 2} x^2 + \dots$ $=1.1+\frac{5}{1}x+\frac{5.4}{12}x^2+...$ $= 1 + 5x + 10x^2 + \dots$ এবং $(1-4x)^4 = {4 \choose 0} (-4x)^0 + {4 \choose 1} (-4x)^1 + {4 \choose 2} (-4x)^2 + \dots$ $= 1.1 + \frac{4}{1}(-4x) + \frac{4.3}{1.2}(16x^2) + ...$ $= 1 - 16x + 96x^2 - \dots$ $(1+x)^5 (1-4x)^4$ $= (1 + 5x + 10x^{2} + \dots) (1 - 16x + 96x^{2} - \dots)$ = $(1 - 16x + 96x^{2} - \dots) + (5x - 80x^{2} + \dots) + (10x^{2} - \dots)$ $= 1 - 11x + 26x^2 + \dots$ x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x³ এবং তার উর্ধ্বতম ঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। কারণ x ক্ষুদ্র হলে x³ আরো ক্ষুদ্র হবে। : $(1+x)^5 (1-4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2$ (24)

মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশু

★★★ ১০.৯ দিপদী (1 + y)" এর বিস্তৃতি | Text পৃষ্ঠা-২০৯

দ্বিপদী (1 + y)" এর বিস্তৃতি:

 $(1+y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{12}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{123}y^3 + \dots + y^n$ এখানে, n = 0 হলে, (1 + y)" = 1 [পদসংখ্যা 1]

- (1 + y)" এর বিস্তৃতিতে ঘাত বা শব্তির চেয়ে পদসংখ্যা ।টি বেশি, অৰ্থাৎ (n + 1) সংখ্যক পদ থাকে।
- দ্বিপদী বিস্কৃতিতে y এর বিভিন্ন ঘাতের সহগ (Coefficient) কে দ্বিপদী সহগ বলা হয়।
- নিচের কোনটি দ্বিপদী রাশি? (সহজ)
- $\mathfrak{P} = \frac{1}{v}$
- (1 + x)⁵ **এর বিস্কৃতিতে কতগুলো পদ আছে?** (সহজ) মিতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা|

- (1 + y)" এর বিস্কৃতিতে পদসংখ্যা একটি হলে, n এর মান কত? (সহজ)

- 8. $\left(1+\frac{y}{x}\right)$ এর বিস্কৃতিতে n=3 হলে, পদ সংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)

0

- $(1-2y+y^2)^n$ এর বিস্কৃতিতে পদসংখ্যা 7 হলে, n এর মান কত্য

- ব্যাখ্যা: $(1-2y+y^2)^n = \{(1-y)^2\}^n = (1-y)^{2n}$ ∴ 2n + l = 7 বা, n = 3
- $(1 + y)^n$ এর কিস্থৃতিতে n = 0, 1, 2, 3 এর জন্যে সংগাগুলোকে সাজালে নিচের কোনটির আকার ধারণ করবে? (সহজ)
 - ক্রিভুজের
- বংগর
- ণ্) আয়তনের
- 📵 চতুর্ভুজের
- 9. $(1 + y)^7$ এর বিস্কৃতিতে প্যাসকেলের ত্রিভূজের সহগগুলি নিচের কৌনটিঃ (সহজ)
 - 3 15101051
- ③ 172135352171
- Temperature 1 7 9 26 35 27 8 1
- © 1615201561
- ৮. প্যাসকেলের ব্রিভূজ হতে (a + b) এর বিপদী সহগ জানতে চ**ইলে কোনটির সহগ আগে জানতে হবে?** (সহজ)

 - $(a+b)^4$ $(a+b)^5$
- $(a+b)^7$ $(a+b)^8$

- $b = \phi$ (সহজ)

- **16**
- ১০. $\binom{6}{4} = \Phi$ ত (মধ্যম) সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চ \mathbf{x} গ্রাম
- **a** 1
- **15**

•

- ব্যাখ্যা: $\binom{6}{4} = \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}$
- ১১. $\binom{100}{100} =$ কভা (সহজ) .
- **1**
- **100**
- - **③** n
- ⑨ n+1 ⑨ n−1
- बाधा: $\binom{n}{n-1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = n$
- ১৩. (1 + y)⁸ এর বিস্কৃতিতে r + [তম পদের সহগ কোনটি? (সহজ)
 - 4 4 4 5 6 7 6 7 6 7 6 7 6 7 7 7 9 7 9 7

- 38. (1 + y)" এর বিস্কৃতিতে n-তম পদের সহগ্ কত? (সহজ)

- $\mathfrak{G} \binom{n}{1}$ $\mathfrak{F} \binom{n}{n}$ $\mathfrak{F} \binom{n}{n-1}$
- ১৫. (1 + 2y)⁵ **এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদ নিচের কোনটি?** (সহজ)

- 0
- ১৬. (1 + y)" এর বিস্কৃতিতে n-তম পদের মান কতঃ (মধ্যম)

[বীণাপাণি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ|

- ১৭. $\binom{8}{5}$ x^5 পদের ছিপদী রাশি নিচের কোনটিয় (সহজ্ঞ)

 - (1+x)⁵ (1+x)⁸ (1-x)⁸
- ব্যাখ্যা: $(1 + x)^n$ এর (r + 1) তম পদ = $\binom{n}{r}$ x^r $(1+x)^8$ এর (5+1) তম পদ = $\binom{8}{5}$ x^5