

সম্ভাবনা

অনুশীলনী-১৪

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সম্ভাবনার ধারণা ব্যাখ্যা।
২. দৈনন্দিন বিভিন্ন উদাহরণের সাহায্যে নিশ্চিত ঘটনা, অসম্ভব ঘটনা ও সম্ভাব্য ঘটনা বর্ণনা।
৩. একই ঘটনার পুনরাবৃত্তি ঘটলে সম্ভাব্য ফলাফল বর্ণনা।
৪. একই ঘটনার পুনরাবৃত্তি ঘটলে সম্ভাবনা নির্ণয়।
৫. সম্ভাবনার সহজ ও বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সমাধান।

ইংলিশ পরিসংখ্যাবিদ আর এ ফিশার
(R.A. Fisher, 1890-1962) কে
আধুনিক পরিসংখ্যানের জনক বলা হয়।
তিনি পরিসংখ্যানে কম্পিউটারের
পরিচিতি ঘটান এবং সম্ভাব্যতাকে
সিস্থান্ত গ্রহণের মূল ধারণা হিসাবে
প্রতিষ্ঠিত করেন।



১৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

৮০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ২৭টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৪টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি অনুশীলনী ■ ৫টি শ্রেণির কাজ ■ ৯টি মাস্টার ট্রেনার প্রশ্ন ■ ১০টি প্রশ্নব্যাংক

অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. একটি ছক্কা মারলে ৩ উঠার সম্ভাবনা কোন্টি?

- (ক) $\frac{1}{6}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল:

1, 2, 3, 4, 5, 6
3 উঠার অনুকূল ফলাফল সংখ্যা = 1
সুতরাং, 3 উঠার সম্ভাবনা = $\frac{1}{6}$

নিচের তথ্য থেকে (২-৩) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি থলিতে নীল বল 12টি, সাদা বল 16টি এবং কালো বল 20টি আছে। দৈবভাবে একটা বল নেওয়া হলো।

২. বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{16}$ (খ) $\frac{1}{12}$
(গ) $\frac{1}{8}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা: মোট বল = 12 + 16 + 20টি = 48 টি।

নীল বল আছে 12টি।

∴ বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

৩. বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{2}{3}$
(গ) $\frac{1}{16}$ (ঘ) $\frac{1}{48}$

ব্যাখ্যা: মোট বল = 12 + 16 + 20টি = 48 টি।

সাদা বল আছে 16 টি।

∴ সাদা বল ছাড়া অন্য বল = (48 - 16)টি = 32 টি।

∴ সাদা বল না হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{32}{48} = \frac{2}{3}$

নিচের তথ্য থেকে (৪-৫) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি মুদ্রাকে তিনবার নিক্ষেপ করা হলো।

৪. সর্বাধিক বার H আসার সম্ভাবনা কত?

- (ক) 1 বার (খ) 2 বার
(গ) 3 বার (ঘ) 4 বার

বিঃদ্র: পাঠ্যপুস্তকের প্রশ্নটি ভুল। প্রশ্নটি হবে “সর্বাধিক H কতবার আসতে পারে?”

ব্যাখ্যা: একটি মুদ্রাকে তিন বার নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি:

{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT}

নমুনা ক্ষেত্র থেকে দেখা যাচ্ছে, সর্বাধিক H তিনটি বা একবার ঘটেছে।

৫. সবচেয়ে কম সংখ্যক বার T আসার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{3}{8}$
(গ) $\frac{4}{8}$ (ঘ) $\frac{5}{8}$

ব্যাখ্যা: একটি মুদ্রাকে তিনবার নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি:

{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

নমুনা ক্ষেত্র থেকে দেখা যাচ্ছে, সবচেয়ে কম সংখ্যক অর্থাৎ শূন্যবার T এসেছে একবার।

∴ সবচেয়ে কম সংখ্যক বার T আসার সম্ভাবনা = $\frac{1}{8}$

৬. চট্টগ্রাম আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১২ সালের জুলাই মাসের ১ম সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট ৫ দিন। সোমবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{7}$ (খ) $\frac{2}{7}$
(গ) $\frac{5}{7}$ (ঘ) 1

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, 1 সপ্তাহ = 7 দিন।

বৃষ্টি হয়েছে 5 দিন।

∴ যেকোনো একদিন বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{7}$

∴ সোমবার বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{7}$

∴ সোমবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{5}{7} = \frac{7-5}{7} = \frac{2}{7}$



৭. 30টি টিকেটে 1 থেকে 30 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেয়া আছে। টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নেয়া হলো। টিকেটটি (i) জোড় সংখ্যা (ii) চার দ্বারা বিভাজ্য (iii) 8 এর চেয়ে ছোট (iv) 22 এর চেয়ে বড় হওয়ার সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান: টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নেয়া হলে সম্ভাব্য ফলাফল, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

এখানে, ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য অর্থাৎ, যেকোনো ফলাফল আসার সম্ভাবনা সমান।

(i) ধরি, জোড় সংখ্যা হওয়ার ঘটনা A।

এখানে, জোড় সংখ্যা : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30.

এদের মধ্যে যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই জোড় সংখ্যা হবে।

সুতরাং, জোড় সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল = 15.

$$\therefore P(A) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

(ii) ধরি, চার দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হওয়ার ঘটনা B।

এখানে, চার দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই চার দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হবে।

সুতরাং, চার দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল = 7

$$\therefore P(B) = \frac{7}{30}$$

(iii) ধরি, 8 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা হওয়ার ঘটনা C।

এখানে, 8 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই 8 এর চেয়ে ছোট হবে।

সুতরাং, 8 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল = 7

$$\therefore P(C) = \frac{7}{30}$$

(iv) ধরি, 22 এর চেয়ে বড় সংখ্যা হওয়ার ঘটনা D।

এখানে, 22 এর চেয়ে বড় সংখ্যা : 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই 22 এর চেয়ে বড় হবে।

সুতরাং, 22 এর চেয়ে বড় সংখ্যা আসার অনুকূল ফলাফল = 8

$$\therefore P(D) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

$$\text{উত্তর : (i) } \frac{1}{2}; \text{ (ii) } \frac{7}{30}; \text{ (iii) } \frac{7}{30}; \text{ (iv) } \frac{4}{15}$$

৮. কোনো একটি লটারিতে 570টি টিকেট বিক্রি হয়েছে। রহিম 15টি টিকেট কিনেছে। টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে প্রথম পুরস্কারের জন্য তোলা হলো। রহিমের প্রথম পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: লটারিতে মোট 570টি টিকেট বিক্রি হয়েছে। অর্থাৎ, সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল 570. রহিম কিনেছে 15 টি টিকেট। অর্থাৎ, অনুকূল ফলাফল 15.

সুতরাং, প্রথম পুরস্কারের জন্য যে টিকেটটি তোলা হয়েছে তা

$$\text{রহিমের টিকেট হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{15}{570} = \frac{1}{38}$$

$$\text{উত্তর: } \frac{1}{38}$$

৯. একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো: 1, 2, 3, 4, 5, 6. ছক্কাটি নিরপেক্ষ হলে ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য হবে অর্থাৎ, যে কোনো ফলাফল আসার সম্ভাবনা সমান।

এখানে, জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হলো 2, 3, 4, 6 এই 4টি।

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই তা জোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

সুতরাং, অনুকূল ফলাফল = 4

$$\therefore P(\text{জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\text{উত্তর: } \frac{2}{3}$$

১০. কোনো একটি স্বাস্থ্য কেন্দ্রের রিপোর্ট অনুযায়ী 155 শিশু কম ওজনের, 386 শিশু স্বাভাবিক ওজনের এবং 98টি শিশু বেশি ওজনের জন্ম নেয়। এখান হতে একটি শিশু দৈবভাবে নির্বাচন করলে নির্বাচিত শিশুটি বেশি ওজনের হবে তার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: এখানে, মোট শিশুর সংখ্যা = (155 + 386 + 98) = 639টি।

639 টি শিশুর মধ্যে বেশি ওজনের শিশু অর্থাৎ অনুকূল ফলাফল সংখ্যা = 98

\therefore দৈবভাবে একটি শিশু নির্বাচন করা হলে শিশুটি বেশি ওজনের হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{98}{639}$

$$\text{উত্তর: } \frac{98}{639}$$

১১. দুই হাজার লাইসেন্স প্রাপ্ত ড্রাইভার এক বছরে নিম্নলিখিত সংখ্যক ট্রাফিক আইন ভঙ্গ করে।

ট্রাফিক আইন ভঙ্গের সংখ্যা	ড্রাইভারের সংখ্যা
0	1910
1	46
2	18
3	12
4	9
5 বা তার অধিক	5

একজন ড্রাইভারকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে ড্রাইভারটির 1টি আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা কত? ড্রাইভারটির 4 এর অধিক আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: এখানে, মোট ড্রাইভারের সংখ্যা

$$= (1910 + 46 + 18 + 12 + 9 + 5) = 2000 \text{ জন।}$$

এখন, একটি আইন ভঙ্গ করে এমন ড্রাইভারের সংখ্যা = 46 জন।

\therefore নির্বাচিত ড্রাইভারটির 1টি আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা

$$= \frac{46}{2000} = \frac{23}{1000}$$

আবার, 4 এর অধিক অর্থাৎ, 5 বা তার অধিক আইন ভঙ্গ করে এমন ড্রাইভারের সংখ্যা = 5 জন।

\therefore নির্বাচিত ড্রাইভারটির 4 এর অধিক আইন ভঙ্গ করার

$$\text{সম্ভাবনা} = \frac{5}{2000} = \frac{1}{400}$$

$$\text{উত্তর: } \frac{23}{1000}; \frac{1}{400}$$

১২. কোনো একটি ফ্যাক্টরীতে নিয়োগকৃত লোকদের কাজের ধরণ অনুযায়ী নিম্নভাবে শ্রেণিকৃত করা যায় :

শ্রেণি করণ	সংখ্যা
ব্যবস্থাপনায়	157
পরিদর্শক হিসেবে	52
উৎপাদন কাজে	1473
অফিসিয়াল কাজে	215

একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে লোকটি ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত তার সম্ভাবনা কত? লোকটি ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত তার সম্ভাবনা কত? লোকটি উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় তার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: এখানে, মোট নিয়োগকৃত লোকসংখ্যা
 $= (157 + 52 + 1473 + 215)$ জন
 $= 1897$ জন।

এখন, ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত লোকসংখ্যা $= 157$ জন।

\therefore নির্বাচিত লোকটির ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা
 $= \frac{157}{1897}$

আবার, ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত লোকসংখ্যা $= (157 + 1473) = 1630$ জন।

\therefore নির্বাচিত লোকটির ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{1630}{1897}$

আবার, উৎপাদন কাজে নিয়োজিত লোক $= 1473$ জন।

\therefore উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় এমন লোকসংখ্যা
 $= (1897 - 1473)$ জন

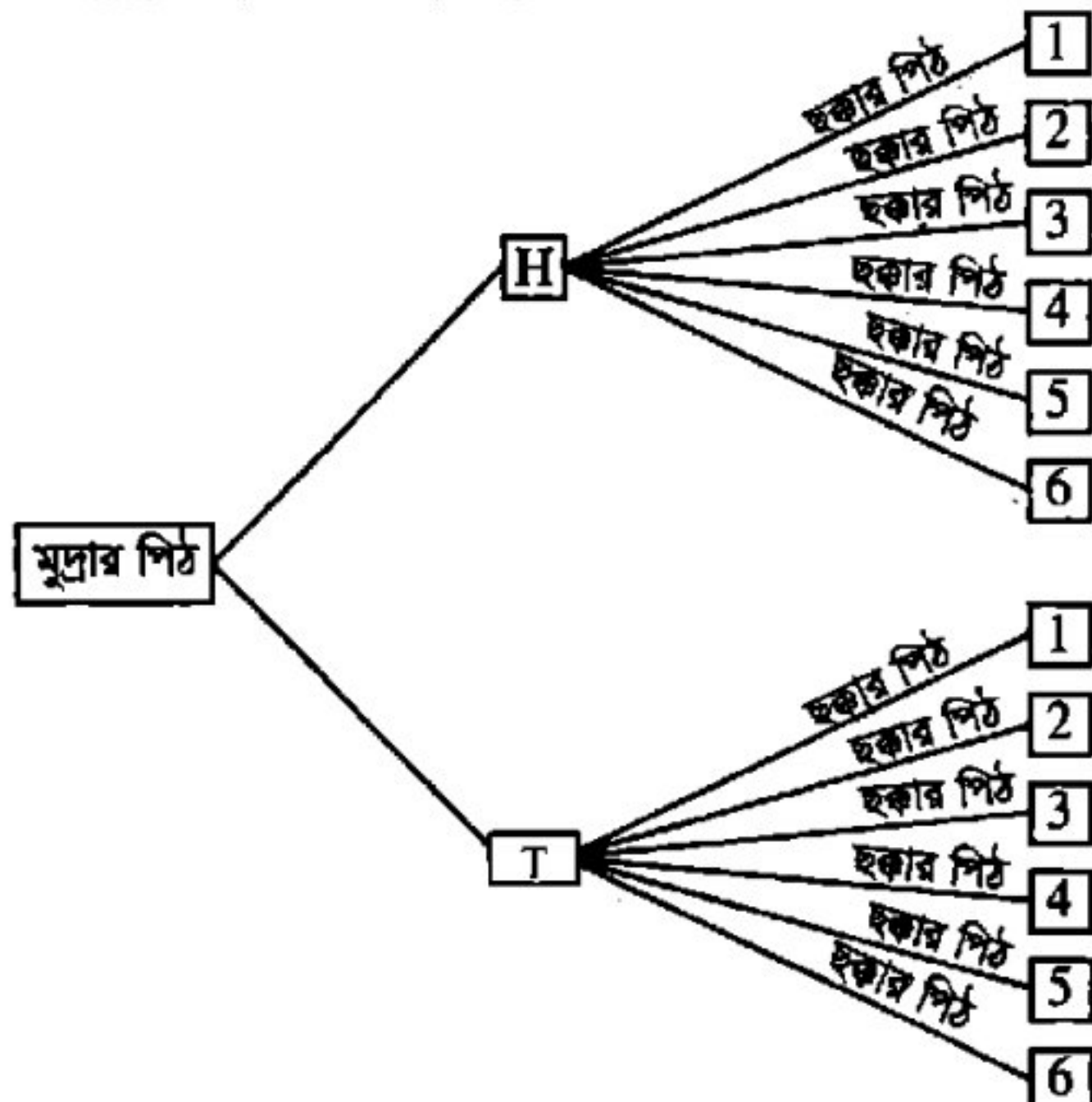
$= 424$ জন

\therefore নির্বাচিত লোকটি উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় তার সম্ভাবনা $= \frac{424}{1897}$

উত্তর: $\frac{157}{1897}, \frac{1630}{1897}, \frac{424}{1897}$

১৩. ১টি মুদ্রা ও ১টি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree তৈরি কর।

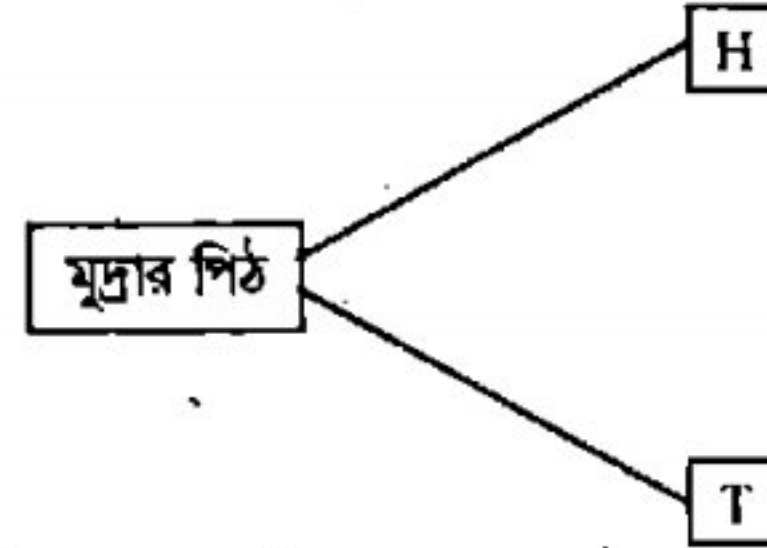
সমাধান: একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree নিম্নে দেখানো হলো :



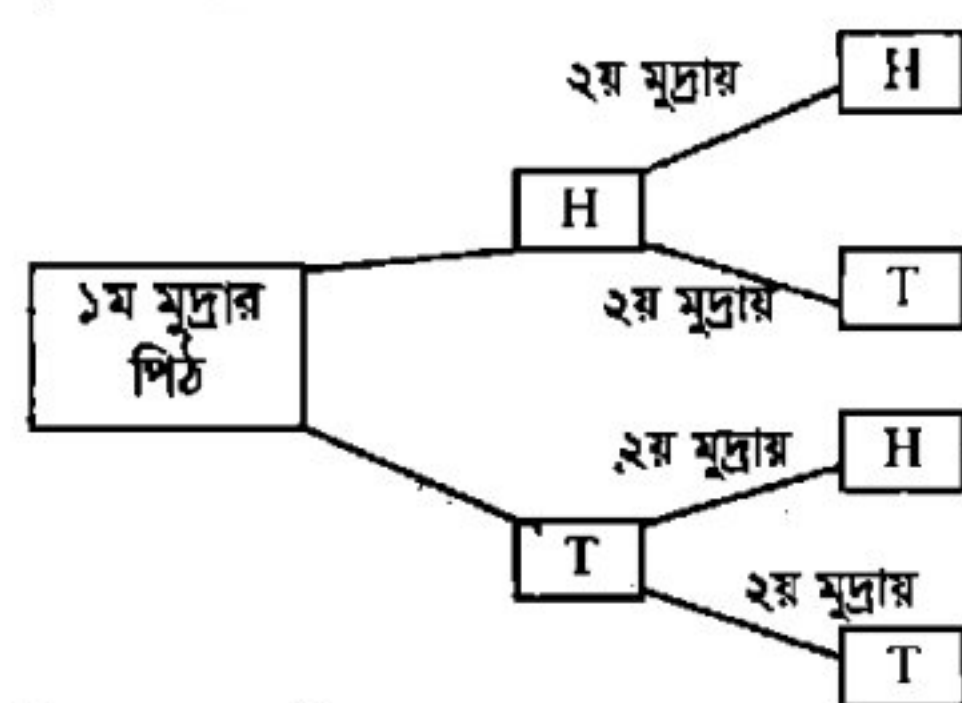
১৪. Probability tree এর সাহায্যে নিচের ছকটি পূরণ কর :

মুদ্রা নিক্ষেপ	সকল সম্ভাব্য ফলাফল	সম্ভাবনা
একবার মুদ্রা নিক্ষেপ		$P(T) =$
দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপ		$P(1H) =$ $P(HT) =$
তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপ		$P(HHT) =$ $P(2H) =$

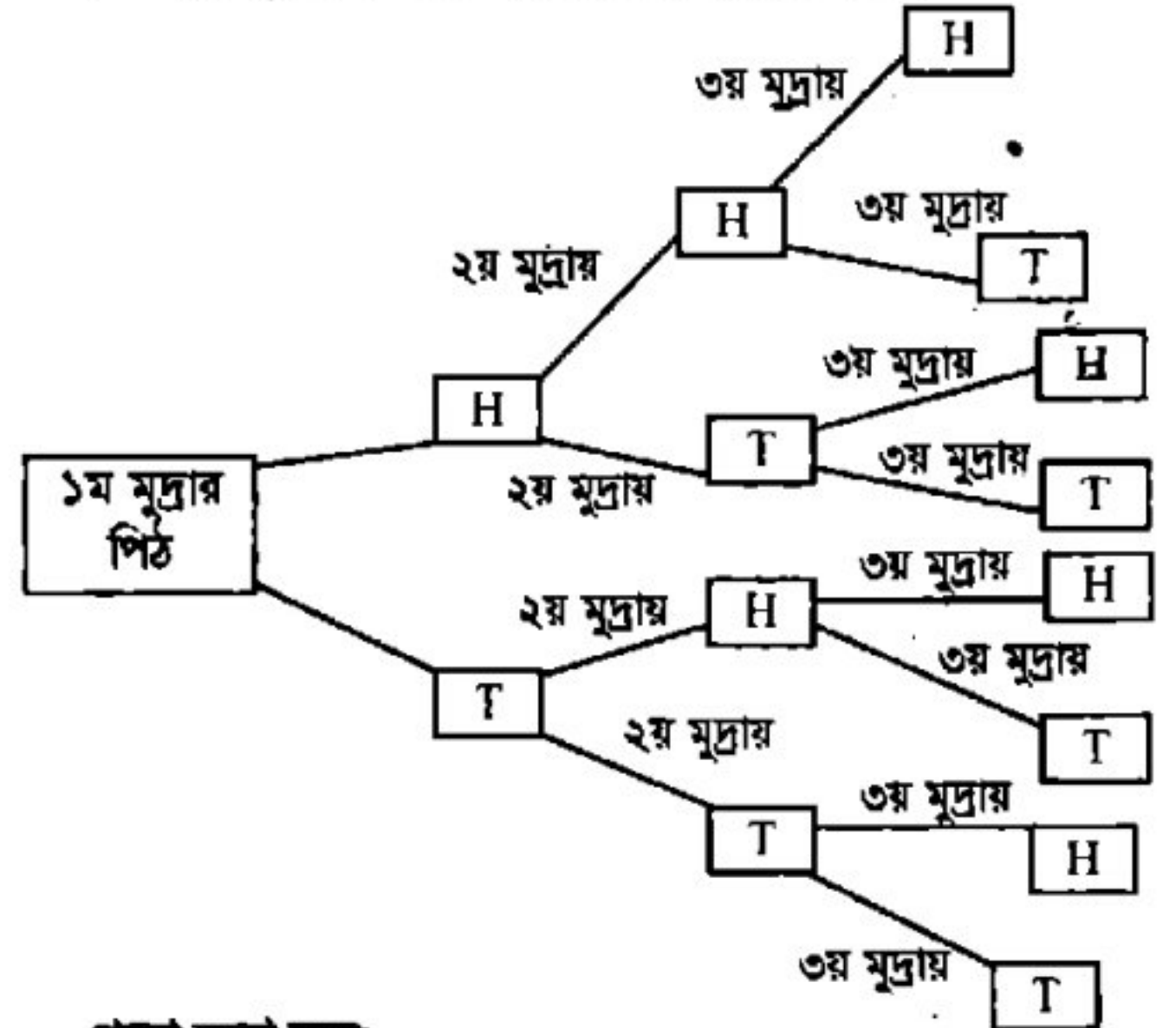
সমাধান: একবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে :



দুই বার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে :



তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে :

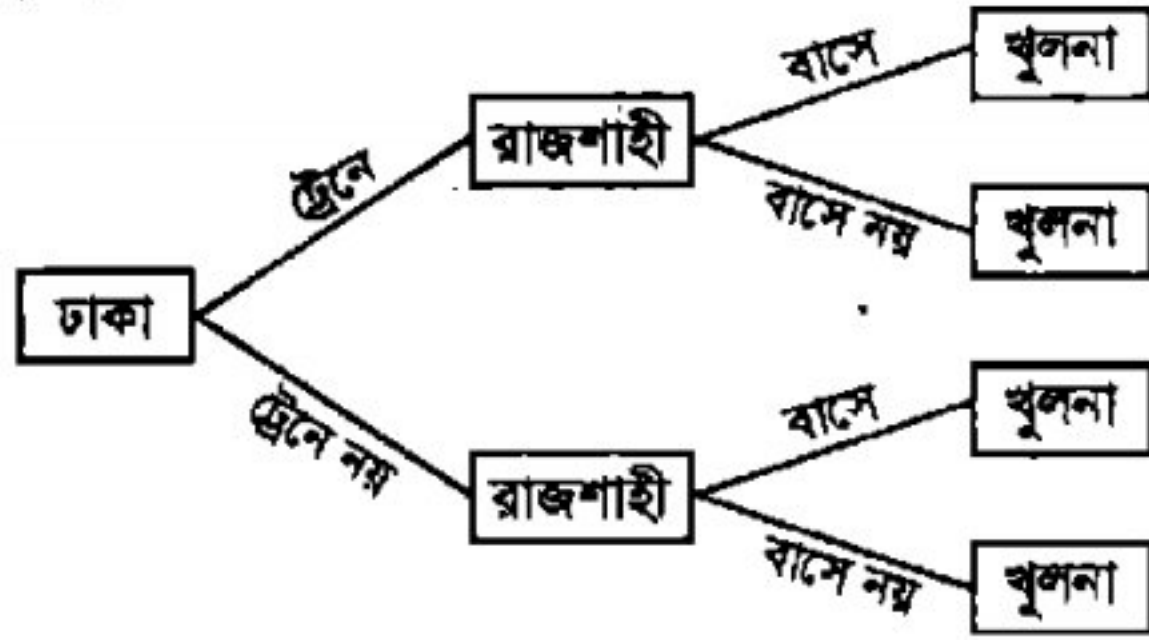


পূরণ করা ছক:

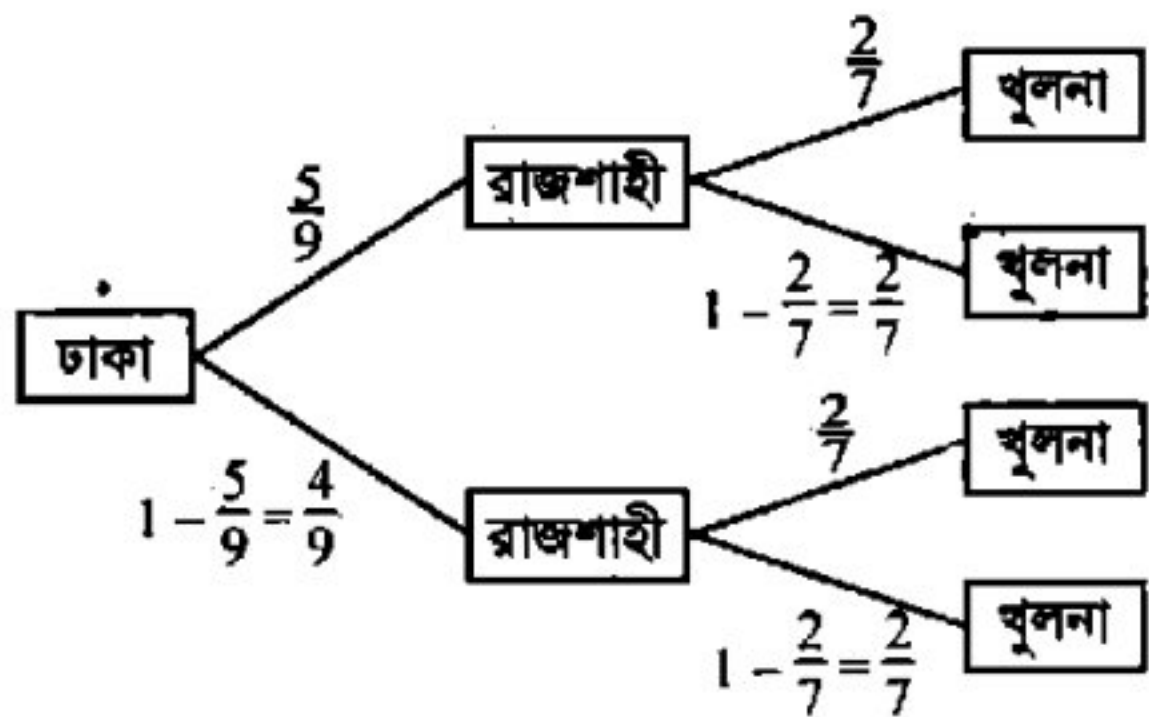
মুদ্রা নিক্ষেপ	সকল সম্ভাব্য ফলাফল	সম্ভাবনা
একবার মুদ্রা নিক্ষেপ	H, T	$P(T) = \frac{1}{2}$
দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপ	HH, HT, TH, TT	$P(1H) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $P(HT) = \frac{1}{4}$
তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপ	HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT	$P(HHT) = \frac{1}{8}$ $P(2H) = \frac{3}{8}$

১৫. কোনো একজন লোকের ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{9}$ এবং রাজশাহী হতে খুলনা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$. Probability tree ব্যবহার করে লোকটি ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে নয় এবং রাজশাহী হতে খুলনা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা কত বের কর। লোকটি রাজশাহী ট্রেনে কিন্তু খুলনা বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

সমাধান: লোকটির বিভিন্ন উপায়ে ঢাকা হতে রাজশাহী এবং রাজশাহী হতে খুলনা যাওয়ার Probability tree নিম্নে দেখানো হলো:



সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree দেখানো হলো:



সুতরাং, লোকটির ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে নয় এবং রাজশাহী হতে খুলনা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা = $P[\text{রাজশাহী ট্রেনে নয়, খুলনা বাসে}] = \frac{4}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{63}$

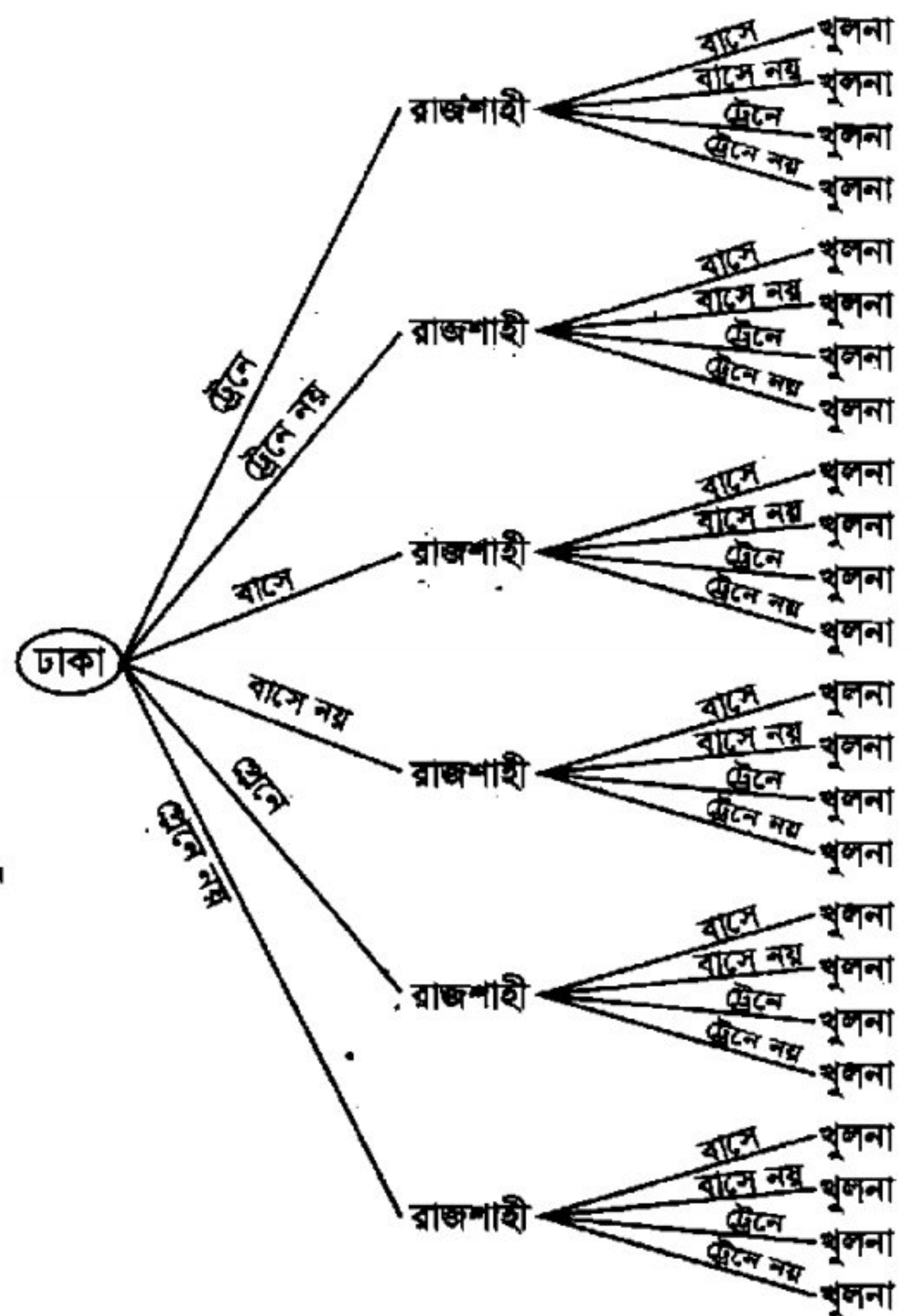
আবার, লোকটির রাজশাহী ট্রেনে কিন্তু খুলনা বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা =

$$P[\text{রাজশাহী ট্রেনে, খুলনা বাসে নয়}] = \frac{5}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{63}$$

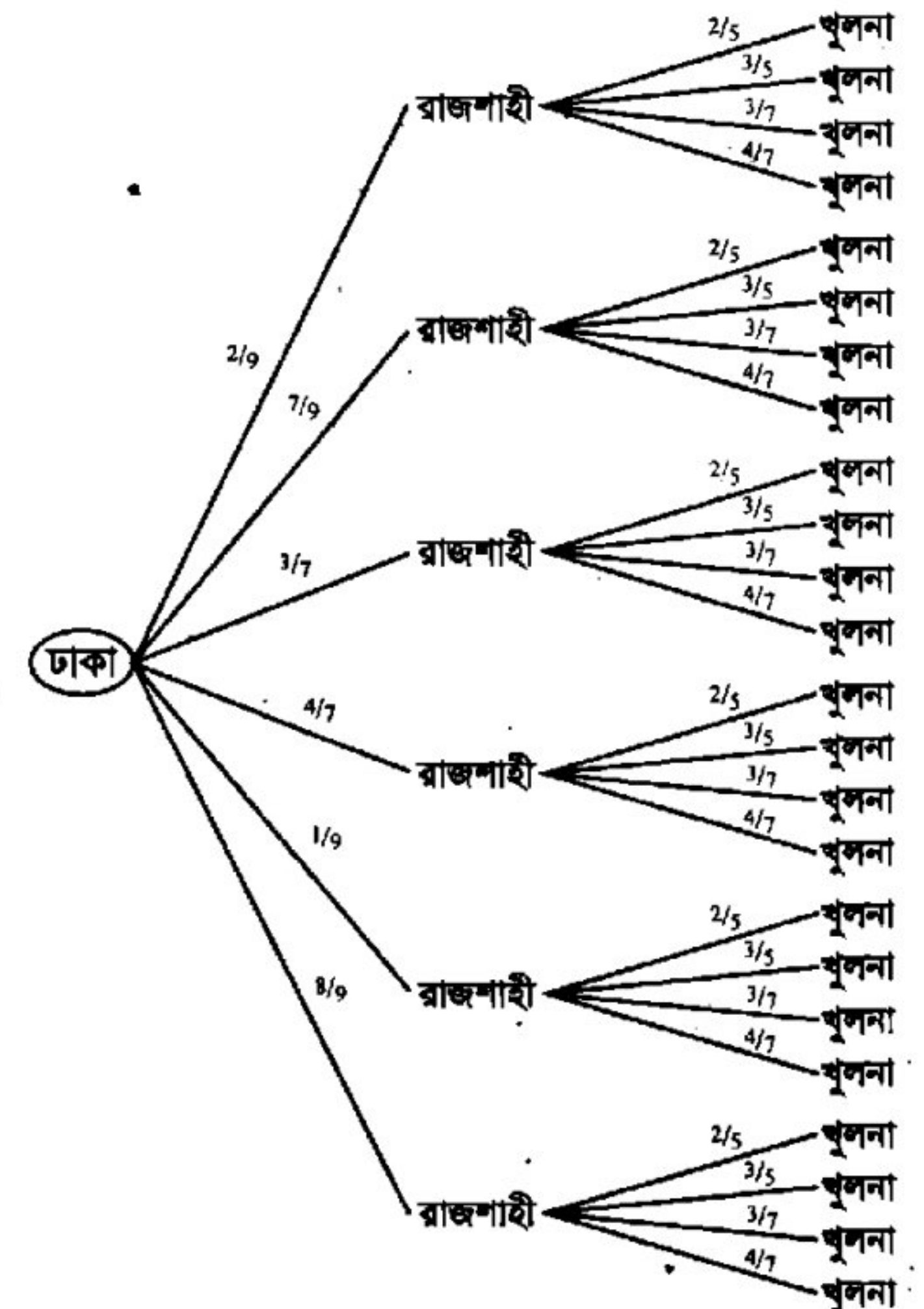
Ans. $\frac{8}{63}, \frac{25}{63}$

১৬. একজন লোক ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{9}$, বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$, ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{9}$ । লোকটির রাজশাহী হতে খুলনার বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ এবং ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$ । Probability tree ব্যবহার করে লোকটি রাজশাহী ট্রেনে এবং খুলনার বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

সমাধান: লোকটির বিভিন্ন উপায়ে ঢাকা হতে রাজশাহী এবং রাজশাহী হতে খুলনা যাওয়ার Probability tree দেখানো হলো:



সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree দেখানো হলো:



এখন লোকটির রাজশাহী ট্রেনে এবং খুলনায় বাসে যাওয়ার

$$\text{সম্ভাবনা} = P[\text{রাজশাহী ট্রেনে, খুলনা বাসে}] = \frac{2}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{45}$$

Ans. $\frac{4}{45}$



অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১৭. একটি দুই টাকার মুদ্রা চার বার নিক্ষেপ করা হলো। (এর শাপলার পিঠকে L এবং প্রাথমিক শিকার শিশুর পিঠকে C বিবেচনা কর।)

- ক. যদি মুদ্রাটিকে চারবারের পরিবর্তে দুইবার নিক্ষেপ করা হয় তবে একটি L আসার সম্ভাবনা এবং একটি C না আসার সম্ভাবনা কত?
- খ. সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর। এবং নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ।
- গ. দেখাও যে, মুদ্রাটি n সংখ্যক বার নিক্ষেপ করলে সংঘটিত ঘটনা 2^n কে সমর্থন করে।

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

একটি দুই টাকার মুদ্রার শাপলার পিঠকে L এবং প্রাথমিক শিকার শিশুর পিঠকে C বিবেচনা করা হলো।

ক. মুদ্রাটিকে দুইবার নিক্ষেপ করা হলে নমুনা ক্ষেত্র,

$$S = \{LL, LC, CL, CC\}$$

এখানে নমুনা বিন্দু ৪টি।

একটি L আসার অনুকূল ফলাফল = {LC, CL}

অর্থাৎ ২টি।

$$\therefore \text{একটি L আসার সম্ভাবনা} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

একটি C আসার অনুকূল ফলাফল = {LC, CL}

অর্থাৎ ২টি।

$$\text{একটি C আসার সম্ভাবনা} = \frac{2}{4}$$

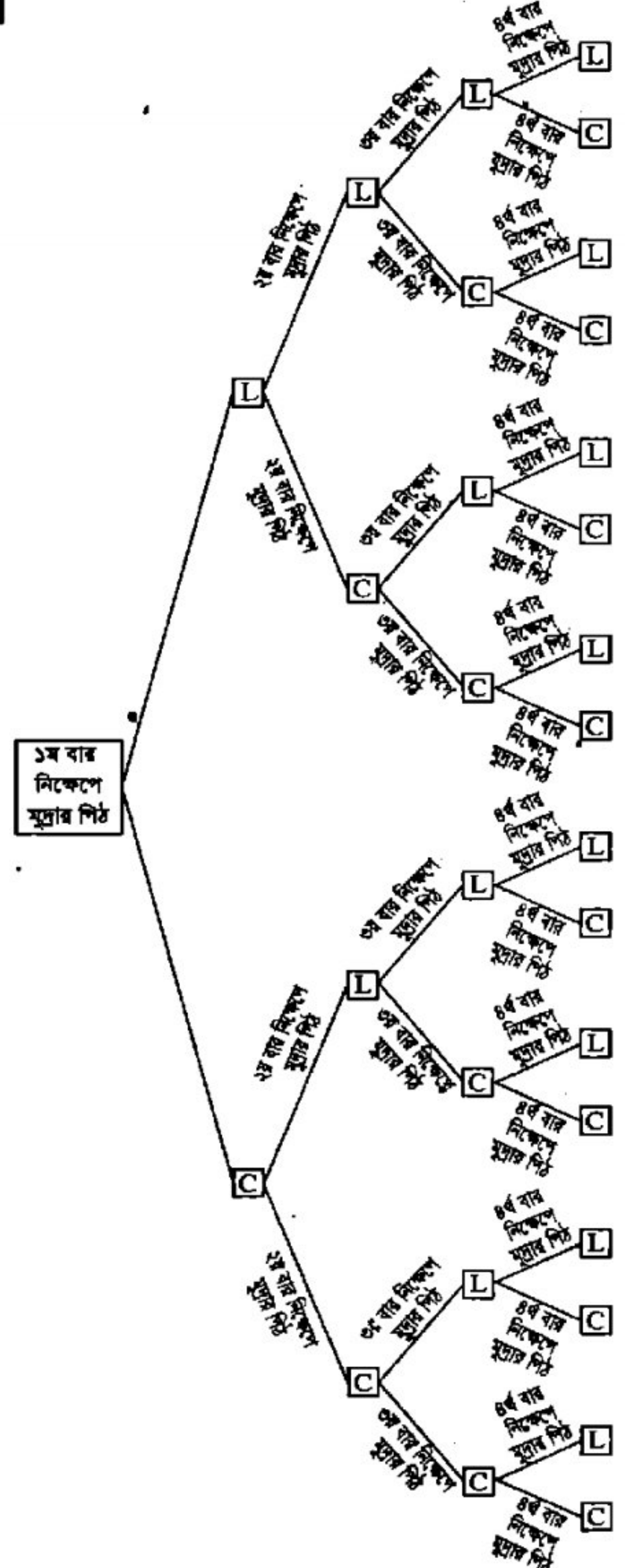
$$= \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{একটি C না আসার সম্ভাবনা} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2-1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\text{Ans. } \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$



\therefore নমুনা ক্ষেত্র, $S = \{LLLL, LLLC, LLCL, LLCC, LCLL, LCLC, LCCL, LCCC, CLLL, CLLC, CLCL, CLCC, CLLL, CCLC, CCCL, CCCC\}$

গ. যেহেতু একটি মুদ্রায় ২টি পিঠ থাকে সুতরাং মুদ্রাটি একবার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল ২টি।

আবার, মুদ্রাটি ২য় বার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল ৪টি। এমনভাবে,