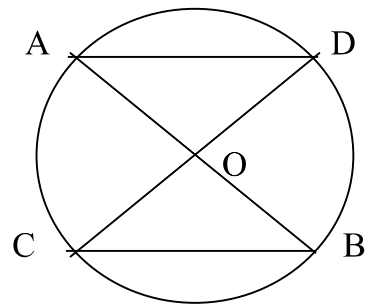
অনুশীলনী ১০.১

১। প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে। অর্থাৎ AO = BO এবং CO = DO। প্রমাণ করতে হবে যে, O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র।

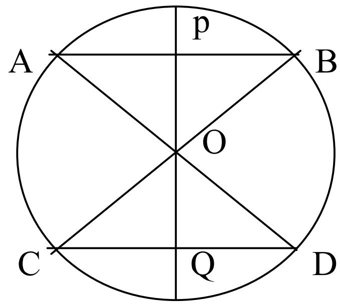
অঙ্কন : A, D এবং B, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔBOC- এ, $CO = BO$ এবং ΔAOD- এ, $DO = AO$ $\therefore AO = BO = CO = DO$ অর্থাৎ O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ A, B, C, D বিন্দুর দূরত্ব সমান। তাই বলা যায় O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো বিন্দুর দূরত্ব সমান $\therefore$ O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র। **(প্রমাণিত)**	[AB ও CD রেখা O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়েছে।]

২। প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান্তরাল জ্যা। AB ও CD এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে, P, Q এর সংযোজক সরলরেখা O বিন্দুগামী। অর্থাৎ P, O, Q একই সরলরেখয় অবস্থিত প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে।

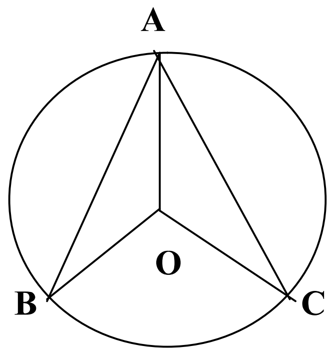
অঙ্কন : P, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOP ও ΔBOP এর মধ্যে	
$AO = BO$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$BP = AP$	[P, AB এর মধ্যবিন্দু]
এবং OP সাধারণ বাহু	
$\therefore \Delta AOP \cong \Delta BOP$	[বাহু- বাহু- বাহু উপপাদ্য]
(২) $\angle APO = \angle BPO = 1$ সমকোণ	[রৈখিক যুগল কোণ বলে]
$\therefore OP \perp AB$	
অনুরূপে $\angle CQO = \angle DQO = 1$ সমকোণ	[রৈখিক যুগল কোণ বলে]
$\therefore OQ \perp CD$	
(৩) আবার, $OP = OQ$	
$\therefore AO = BO = CO = DO$	
অর্থাৎ P, Q, O বিন্দুগামী **(প্রমাণিত)**	

৩। কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, AB = AC.

সমাধান :



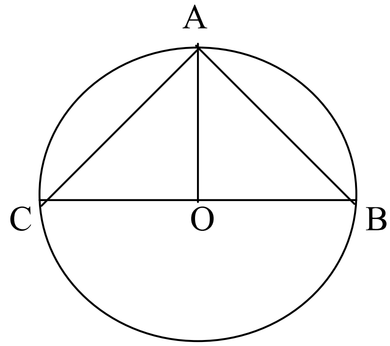
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔAOC এর মধ্যে	
$BO = CO$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\angle BAO = \angle CAO$	[কল্পনা]
এবং $OA = OA$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$	[বাহু - বাহু- বাহু উপপাদ্য]
$\therefore AB = AC$ **(প্রমাণিত)**	

৪। চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC.
প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAO = \angle CAO$

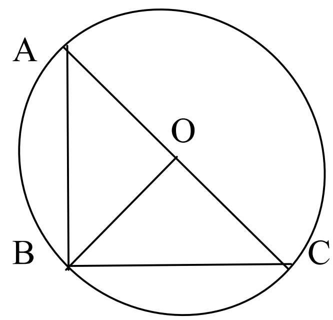
অঙ্কন : O,B এবং O,C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) ΔAOB ও ΔAOC এর মধ্যে	
$AB = AC$	[কল্পনা]
$OB = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
এবং $OA = OA$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$	[বাহু- বাহু- বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle BAO = \angle CAO$ **(প্রমাণিত)**	

৫। কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, বৃত্তটি ABC সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A দিয়ে যায়। AB এর মধ্যবিন্দু O বৃত্তটির কেন্দ্র অর্থাৎ $BO = \frac{১}{২} AC$

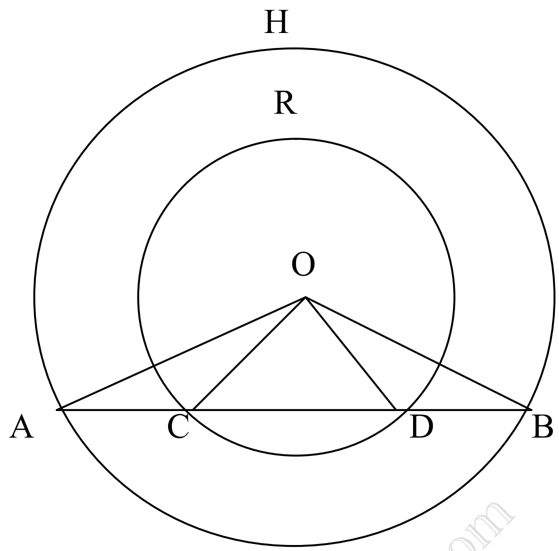
অঙ্কন : O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AC বৃত্তের ব্যাস এবং $\angle ABC$ = এক সমকোণ। সুতারাং A, B, C শীর্ষবিন্দু তিনটি বৃত্তস্থ হবে। অর্থাৎ A, B, C বৃত্তের পরিধির উপর তিনটি বিন্দু। O বৃত্তের কেন্দ্র হওয়ায় BO = CO = AO	[অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক- সমকোণ] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
(২) এখন, AO + CO = AC বা, BO + BO = AC বা, 2BO = AC $\therefore BO = \frac{১}{২} AC$ **(প্রমাণিত)**	[(১) থেকে]

৬। দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে।
প্রমাণ কর যে, AC = BD.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত ABH ও CDR। ABH বৃত্তের একটি জ্যা AB, CDR বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = BD

অঙ্কন : A, O; C, O; D, O ও B, O যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOC ও ΔBOD-এ	
AO = BO,	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
CO = DO	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
এবং $\angle OAC = \angle OBD$	
$\therefore \Delta AOC \cong \Delta BOD$	
$\therefore AC = BD$ **(প্রমাণিত)**	[বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]