ত্রিকোণমিতি ফাংশনের লেখচিত্র — প্রশ্নমালা VI B

1(a) Sol^n : জ্যামিতিক কোণ ধনাত্মক এবং 360^0 এর ছোট হয়। $\therefore$ Ans. B

(b) Sol^n : $\frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{2r} = \pi$ Ans. C   **(c) Sol^n :** $\sec\theta = \frac{OB}{OP}$ $\therefore$ Ans. A

(d) Sol^n : $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$ Ans. C

(e) Sol^n : সবগুলি তথ্য সত্য ।   Ans. D

(f) Sol^n : $\sin\theta$ ও $\cos\theta$ এর মান সবসময় -1 থেকে $+1$ Ans. C

(g) Sol^n : কোণ $90°$ থেকে বেড়ে $180°$ হলে $\cos\theta$ এর মান 0 থেকে কমে -1 হবে।   Ans. A

(h) Sol^n : সর্বোচ্চ মান $= 1+\sqrt{(\pm 1)^2+1} = 1+\sqrt{2}$ Ans. C

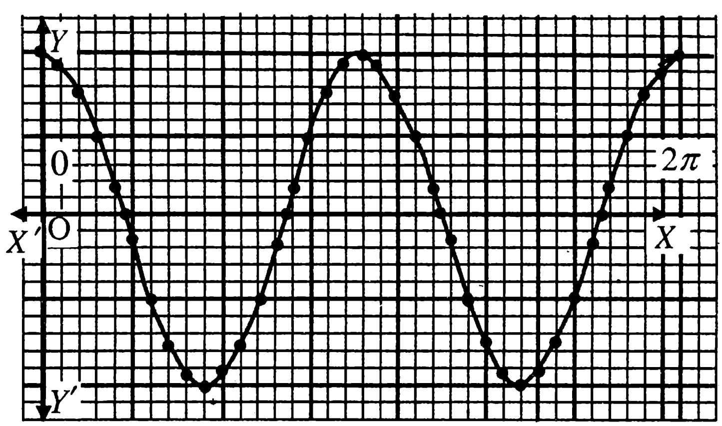
2. নিম্নের ফাংশনগুলোর লেখচিত্র অঙ্কন কর ঃ

(a) $y = \cos 2x$, যখন $0 \le x \le 2\pi$ [ঢা.'১০,'১৪; চ.'০৯,'১৩]

সমাধান ঃ নিচের তালিকায় $x \in [0, 2\pi]$ এর জন্য $y = \cos 2x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\frac{\pi}{18}$	$2.\frac{\pi}{18}$	$3.\frac{\pi}{18}$	$4.\frac{\pi}{18}$	$4.5\times\frac{\pi}{18}$	$5.\frac{\pi}{18}$	$6.\frac{\pi}{18}$
y = cos2x	1	0.94	0·77	0·5	0·17	0	– 0·17	– 0·5
x	$7.\frac{\pi}{18}$	$8.\frac{\pi}{18}$	$9.\frac{\pi}{18}$	$12.\frac{\pi}{18}$	$17.\frac{\pi}{18}$	$22.\frac{\pi}{18}$	$28.\frac{\pi}{18}$	$36.\frac{\pi}{18}$
y = cos2x	– 0·77	– 0.93	–1.	-0·5	0.94	-0·17	0.94	1

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি ।



$y = \cos 2x$ এর লেখচিত্র ।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $=\frac{\pi^c}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু = 1

এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। স্থাপিত বিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে প্রদত্ত সীমা অনুযায়ী $y = \cos 2x$ এর লেখ অঙ্কন করা হল।

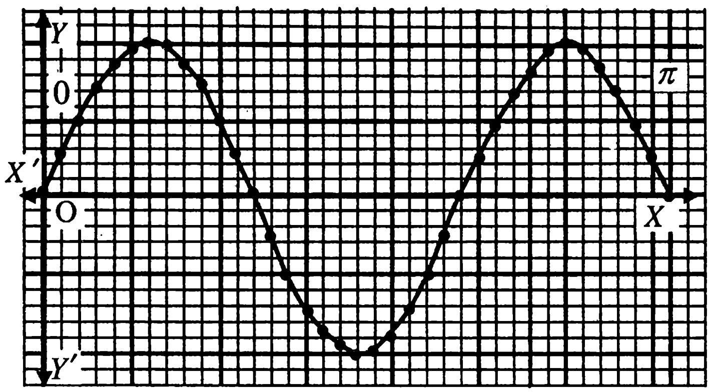
(b) $y = \sin 3x$, যখন $0 \leq x \leq \pi$ [কু. '০৯,'১২; রা.'১৪; দি.'১৩]

সমাধান ঃ নিচের তালিকায় $x \in [0 , \pi]$ এর জন্য $y = \sin 3x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\frac{\pi}{36}$	$2.\frac{\pi}{36}$	$3.\frac{\pi}{36}$	$4.\frac{\pi}{36}$	$5.\frac{\pi}{36}$	$6.\frac{\pi}{36}$	$7.\frac{\pi}{36}$
y = sin3x	0	0·26	0.5	0·71	0·87	0·97	1	0·97
x	$8.\frac{\pi}{36}$	$9.\frac{\pi}{36}$	$10.\frac{\pi}{36}$	$12.\frac{\pi}{36}$	$17.\frac{\pi}{36}$	$22.\frac{\pi}{36}$	$28.\frac{\pi}{36}$	$36.\frac{\pi}{36}$
y = sin3x	0·87	0.71	0.5	0	–0.97	–0·5	0.87	0

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $=\frac{\pi^c}{36}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু = 1



y = sin 3x এর লেখচিত্র

এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। স্থাপিত বিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে প্রদত্ত সীমা অনুযায়ী $y = \sin 3x$ এর লেখ অঙ্কন করা হল।

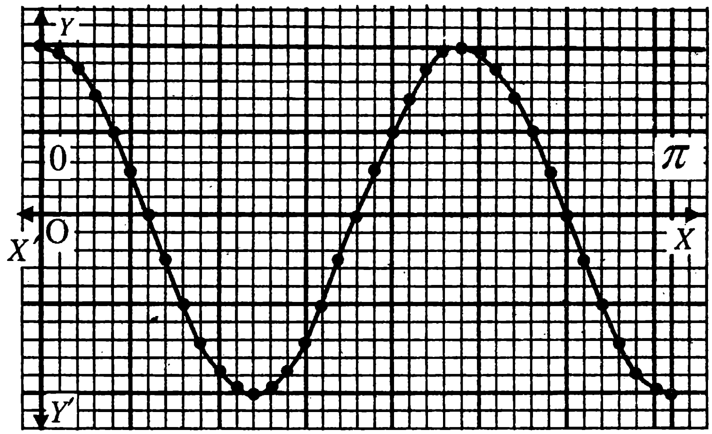
2. (c) $y = \cos 3x$, যখন $0 \leq x \leq \pi$ [চ.'০১,'০৪; ঢা.'০৩ ; য.'০৫]

সমাধান ঃ নিচের তালিকায় $x \in [0 , \pi]$ এর জন্য $y = \cos 3x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\frac{\pi}{36}$	$2.\frac{\pi}{36}$	$3.\frac{\pi}{36}$	$4.\frac{\pi}{36}$	$5.\frac{\pi}{36}$	$6.\frac{\pi}{36}$	$7.\frac{\pi}{36}$
y = cos3x	1	0·97	0.87	0·71	0·5	0·26	0	–0·26
x	$8.\frac{\pi}{36}$	$9.\frac{\pi}{36}$	$10.\frac{\pi}{36}$	$12.\frac{\pi}{36}$	$17.\frac{\pi}{36}$	$22.\frac{\pi}{36}$	$28.\frac{\pi}{36}$	$36.\frac{\pi}{36}$
y = cos3x	–0·5	–0.71	–0.87	–1	–0.26	–0·5	0.5	–1

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $=\frac{\pi^c}{36}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু = 1



$y = \cos 3x$ এর লেখচিত্র ।

এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি । স্থাপিত বিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে প্রদত্ত সীমা অনুযায়ী $y = \cos 3x$ এর লেখ অঙ্কন করা হল ।

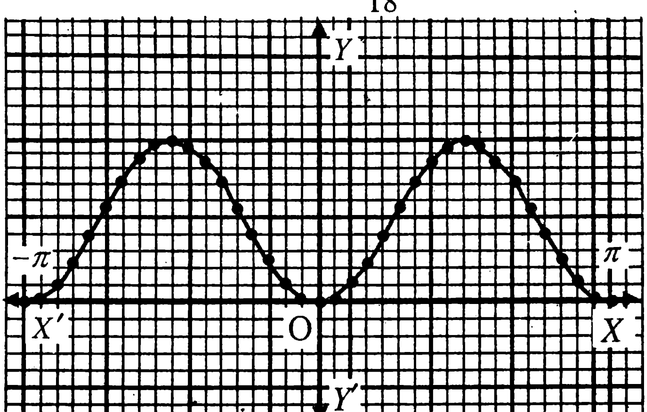
2. (d) $y = \sin^2 x$ **যখন** $-\pi \leq x \leq \pi$ [ব.'০১;সি.'১,'১০; ঢা.'০৪; কু.'১৩; চ.'১৩]

সমাধান ঃ নিচের তালিকায় $x \in [-\pi, \pi]$ এর জন্য $y = \sin^2 x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\pm\frac{\pi}{18}$	$\pm 2.\frac{\pi}{18}$	$\pm 3.\frac{\pi}{18}$	$\pm 4.\frac{\pi}{18}$	$\pm 5.\frac{\pi}{18}$	$\pm 6.\frac{\pi}{18}$
$y = \sin^2 x$	0	0·03	0·117	0·25	0·41	0·59	0·75
x	$\pm 7.\frac{\pi}{18}$	$\pm 8.\frac{\pi}{18}$	$\pm 9.\frac{\pi}{18}$	$\pm 12.\frac{\pi}{18}$	$\pm 14.\frac{\pi}{18}$	$\pm 16.\frac{\pi}{18}$	$\pm 18.\frac{\pi}{18}$
$y = \sin^2 x$	0·88	0.97	1	0.75	0.41	0·117	0

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি ।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু $= 1$



$y = \sin^2 x$ এর লেখচিত্র ।

এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি । স্থাপিত বিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে প্রদত্ত সীমা অনুযায়ী $y = \sin^2 x$ এর লেখ অঙ্কন করা হল ।

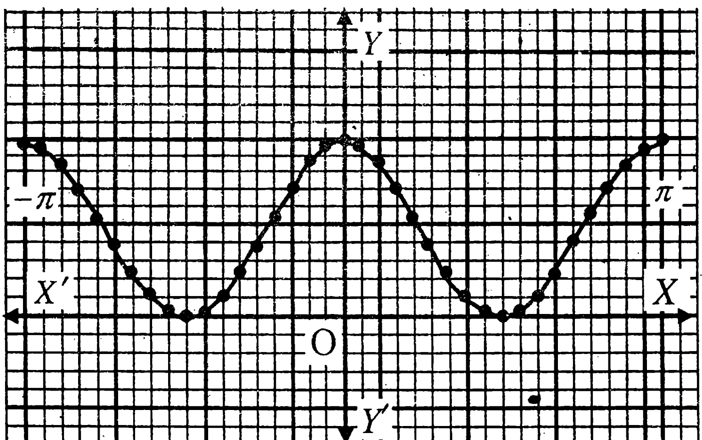
(e) $y = \cos^2 x$, যখন $-\pi \le x \le \pi$ [রা.'০৩, '০৬,'০৯; ব.'০৫; চ.'০৫,'১১; য.'০৯,'১৩; ব.,দি.'১৩]

সমাধান ঃ নিচের তালিকায় $x \in [-\pi, \pi]$ এর জন্য $y = \cos^2 x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\pm\frac{\pi}{18}$	$\pm 2.\frac{\pi}{18}$	$\pm 3.\frac{\pi}{18}$	$\pm 4.\frac{\pi}{18}$	$\pm 5.\frac{\pi}{18}$	$\pm 6.\frac{\pi}{18}$
$y = \cos^2 x$	1	0·97	0.88	0·75	0·59	0·41	0·25
x	$\pm 7.\frac{\pi}{18}$	$\pm 8.\frac{\pi}{18}$	$\pm 9.\frac{\pi}{18}$	$\pm 10\frac{\pi}{18}$	$\pm 12.\frac{\pi}{18}$	$\pm 15.\frac{\pi}{18}$	$\pm 18.\frac{\pi}{18}$
$y = \cos^2 x$	0·12	0·03	0	0·97	0·25	0·75	1

একটি ছক কাগজে স্থানাংকের অক্ষরেখা X′OX ও YOY′ আঁকি ।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু = 1



$y = \cos^2 x$ এর লেখচিত্র ।

এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি । স্থাপিত বিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে প্রদত্ত সীমা অনুযায়ী $y = \cos^2 \mathbf{x}$ এর লেখ অঙ্কন করা হল ।

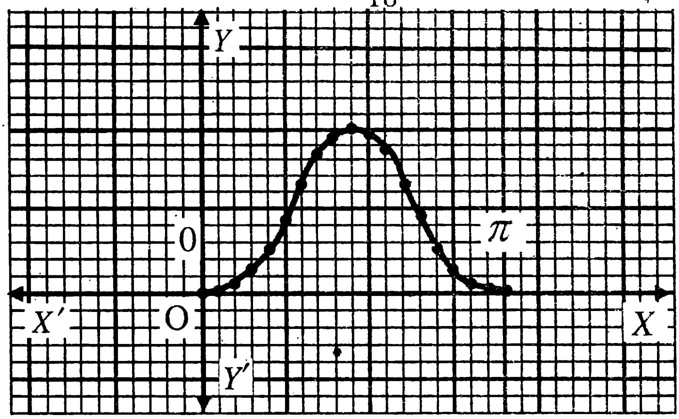
2. (f) $y = \sin^3 x$, যখন $0 \le x \le \pi$ [য. '০০; চ. '০২]

সমাধান ঃ নিচের তালিকায় $x \in [0, \pi]$ এর জন্য $y = \sin^3 x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\frac{\pi}{18}$	$2.\frac{\pi}{18}$	$3.\frac{\pi}{18}$	$4.\frac{\pi}{18}$	$5.\frac{\pi}{18}$	$6.\frac{\pi}{18}$
$y = \sin^3 x$	0	0·005	0·04	0·13	0·27	0·45	0·65
x	$7.\frac{\pi}{18}$	$8.\frac{\pi}{18}$	$9.\frac{\pi}{18}$	$12.\frac{\pi}{18}$	$14.\frac{\pi}{18}$	$16.\frac{\pi}{18}$	$18.\frac{\pi}{18}$
$y = \sin^3 x$	0·83	0.96	1	0.65	0.27	0·04	0

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X′OX ও YOY′ আঁকি ।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $=\frac{\pi}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু $= 1$



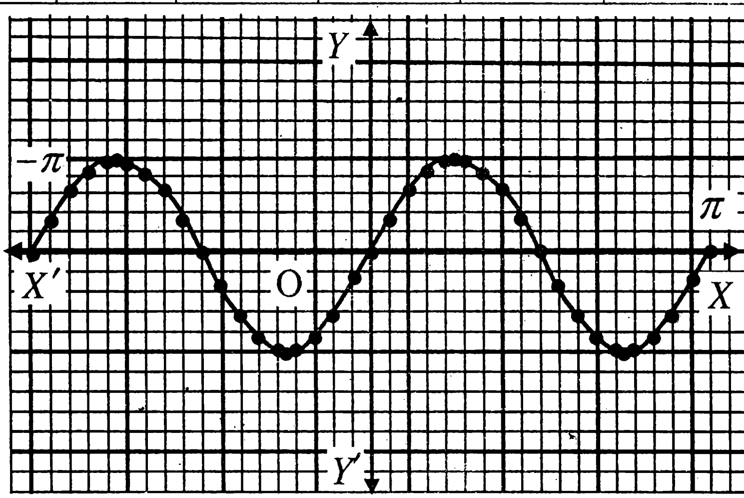
এখন নির্ধরিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। স্থাপিত বিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে প্রদত্ত সীমা অনুযায়ী $y = \sin^3 x$ এর লেখ অঙ্কন করা হল।

2. (g) $y = \sin x \cos x$, যখন $-\pi \le x \le \pi$

সমাধান ঃ $y = \sin x \cos x \Rightarrow y = \frac{1}{2}\sin 2x$

নিচের তালিকায় $x \in [-\pi , \pi]$ এর জন্য $y = \frac{1}{2}\sin 2x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি

x	0	$\pm\frac{\pi}{18}$	$\pm 2.\frac{\pi}{18}$	$\pm 3.\frac{\pi}{18}$	$\pm 4.\frac{\pi}{18}$	$\pm\frac{\pi}{4}$	$\pm 5.\frac{\pi}{18}$
$y = \frac{1}{2}\sin 2x$	0	$\pm 0\cdot 17$	± 0.32	$\pm 0\cdot 43$	$\pm 0\cdot 49$	$\pm 0\cdot 5$	± 0.49
x	$\pm 6.\frac{\pi}{18}$	$\pm 7\frac{\pi}{18}$	$\pm 8.\frac{\pi}{18}$	$\pm 9.\frac{\pi}{18}$	$\pm 14.\frac{\pi}{18}$	$\pm 15.\frac{\pi}{18}$	$\pm 18.\frac{\pi}{18}$
$y = \frac{1}{2}\sin 2x$	$\pm 0\cdot 43$	± 0.32	± 0.17	0	∓ 0.49	$\mp 0\cdot 43$	0



$y = \sin x \cos x$ এর লেখচিত্র ।

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি ।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু $= 1$

এখন নির্ধরিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি । স্থাপিত বিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে প্রদত্ত সীমা অনুযায়ী $y = \sin x \cos x$ এর লেখ অঙ্কন করা হল ।

3. লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর ঃ

(a) $\sin x - \cos x = 0$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

[কু. '০৯; রা.'১৩; চ.'১২; য.'১১,'১৪; ব.'০৯; সি.'০৯; ঢা. '০৯,'১২,'১৪; মা.'১৪]

সমাধান ঃ দেওয়া আছে $\sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos x$

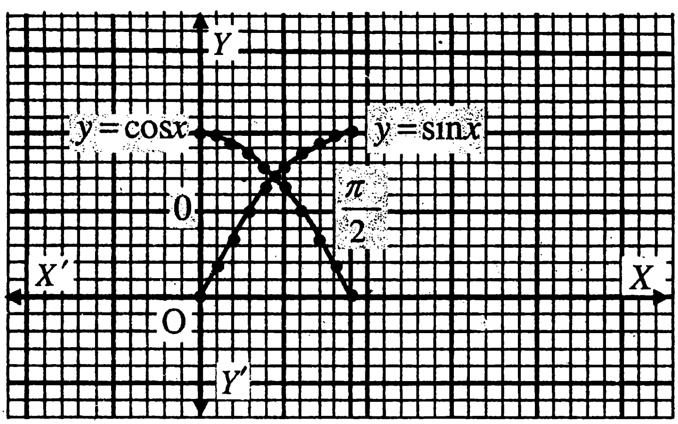
মনে করি , $y = \sin x = \cos x$ $\therefore y = \sin x$ এবং $y = \cos x$

নিচের তালিকায় $x \in [0 , \frac{\pi}{2}]$ এর জন্য $y = \sin x$ ও $y = \cos x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\frac{\pi}{18}$	$2.\frac{\pi}{18}$	$3.\frac{\pi}{18}$	$4.\frac{\pi}{18}$	$\frac{\pi}{4}$	$5.\frac{\pi}{18}$
y = sinx	0	0·17	0·34	0·5	0.64	0.71	0.77
y = cosx	1	0·98	0·94	0.87	0.77	0.71	0.64
x	$6.\frac{\pi}{18}$	$7.\frac{\pi}{18}$	$8.\frac{\pi}{18}$	$9.\frac{\pi}{18}$			
y = sinx	0.87	0·94	0·98	1			
y = cosx	0·5	0·34	0·17	0			

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি ।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু $= 1$



এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে $y = \sin x$ ও $y = \cos x$ ফাংশনদ্বয়ের লেখচিত্র দুইটি অঙ্কন করি। লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রদত্ত সীমার মধ্যে ছেদ বিন্দুর ভূজ

হচ্ছে $\frac{\pi}{4}$. সুতরাং নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{\pi}{4}$.

3. (b) $2\sin^2 x = \cos 2x$, $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ [য.'০৩,'০৮,'০৯]

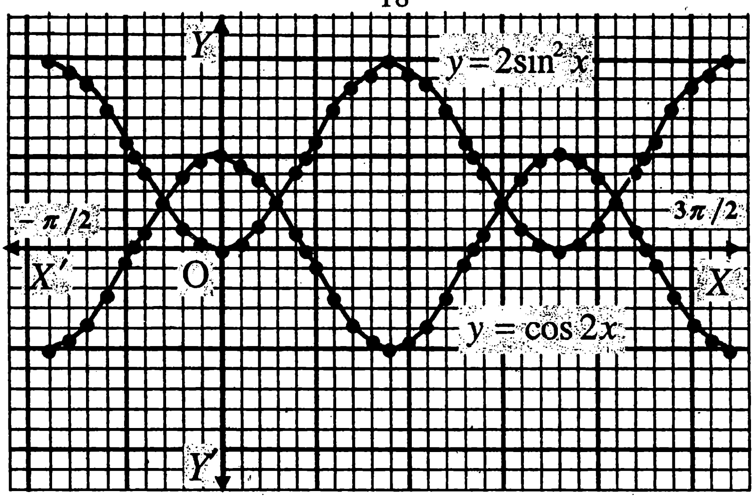
সমাধান ঃ মনে করি, $y = 2\sin^2 x = \cos 2x$ $\quad y = 2\sin^2 x$ এবং $y = \cos 2x$

নিচের তালিকায় $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ এর জন্য $y = 2\sin^2 x$ ও $y = \cos 2x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\pm\frac{\pi}{18}$	$\pm 2.\frac{\pi}{18}$	$\pm 3.\frac{\pi}{18}$	$\pm 4.\frac{\pi}{18}$	$\pm.\frac{\pi}{4}$	$\pm 5.\frac{\pi}{18}$
$y = 2\sin^2 x$	0	0·06	0·23	0·5	0.83	1	1.17
$y = \cos 2x$	1	0·94	0·77	0.5	0.17	0	–0·17
x	$\pm 6.\frac{\pi}{18}$	$\pm 7.\frac{\pi}{18}$	$\pm 8.\frac{\pi}{18}$	$\pm 9.\frac{\pi}{18}$	$15.\frac{\pi}{18}$	$21.\frac{\pi}{18}$	$27.\frac{\pi}{18}$
$y = 2\sin^2 x$	1.5	1·77	1·94	2	0·5	0.5	2
$y = \cos 2x$	–0·5	-0·77	0·94	–1	0.5	0.5	-1

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 5 বাহু = 1



এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে $y = 2\sin^2 x$ ও $y = \cos 2x$ ফাংশনদ্বয়ের লেখচিত্র দুইটি অঙ্কন করি। লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রদত্ত সীমার মধ্যে ছেদ বিন্দুর ভুজসমূহ হচ্ছে $-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$. সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান, $x = -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$

3. (c) $5\sin x + 2\cos x = 5$, $0 \le x \le \frac{3\pi}{2}$ [য.'০৪; চ.'১০; রা.,ব.'১৪]

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $5\sin x + 2\cos x = 5 \Rightarrow 2\cos x = 5(1 - \sin x)$

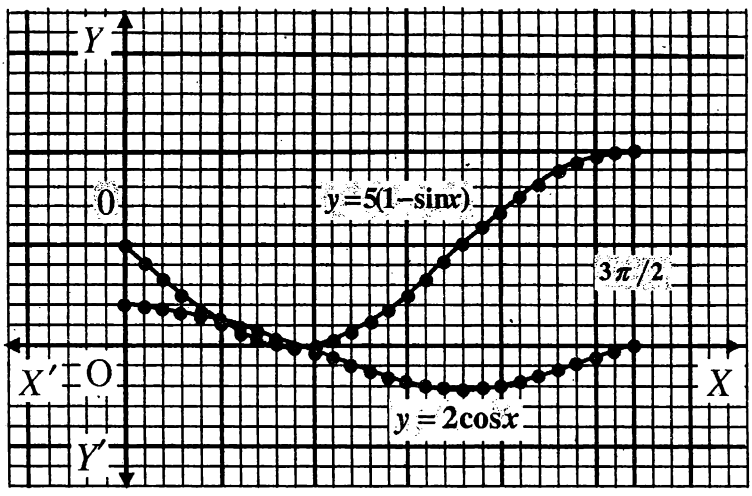
মনে করি $y = 5(1 - \sin x) = 2\cos x$ $\therefore y = 5(1 - \sin x)$ এবং $y = 2\cos x$

সমাধান ঃ নিচের তালিকায় $x \in [0, \frac{3\pi}{2}]$ এর জন্য, $y = 2\sin^2 x$ ও $y = \cos 2x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\frac{\pi}{18}$	$2.\frac{\pi}{18}$	$3.\frac{\pi}{18}$	$4.\frac{\pi}{18}$	$5.\frac{\pi}{18}$	$6.\frac{\pi}{18}$
$y = 5(1 - \sin x)$	5	4·13	3·29	2·5	1.79	1.17	0.67
$y = 2\cos x$	2	1·97	1·88	1.73	1.53	1·29	1
x	$7.\frac{\pi}{18}$	$8.\frac{\pi}{18}$	$9.\frac{\pi}{18}$	$11.\frac{\pi}{18}$	$15.\frac{\pi}{18}$	$19.\frac{\pi}{18}$	$20.\frac{\pi}{18}$
$y = 5(1 - \sin x)$	0·3	0·08	0	0.3	2·5	5.89	6.7
$y = 2\cos x$	·68	0·35	0	−0.68	-1.73	−1.97	−1.88
x	$21.\frac{\pi}{18}$	$22.\frac{\pi}{18}$	$23.\frac{\pi}{18}$	$24.\frac{\pi}{18}$	$25.\frac{\pi}{18}$	$26.\frac{\pi}{18}$	$27.\frac{\pi}{18}$
$y = 5(1 - \sin x)$	7·5	8·2	8.83	9.93	9·7	9.9	10
$y = 2\cos x$	−·73	1·53	−1.29	−1	-0.68	−0.35	0

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি ।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{18}$ এবং y-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 1 বাহু = 1



এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে $y = 5(1 - \sin x)$ ও $y = 2\cos x$. ফাংশনদ্বয়ের লেখচিত্র দুইটি অঙ্কন করি। লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রদত্ত সীমার মধ্যে ছেদ বিন্দুর ভূজসমূহ হচ্ছে $46.4° = \frac{232}{9}\pi, 90° = \frac{\pi}{2}$. সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান, $x = 46.4° = \frac{232}{9}\pi, 90° = \frac{\pi}{2}$

3. (d) $\boldsymbol{x - \tan x = 0}$ **,** $\boldsymbol{0 \le x \le \frac{\pi}{2}}$

[রা.'০৪,'০৯; ব.'০৪,'১১,'১৩.'০৫,'১০,'১২; কু. '০৭,'১০; দি.'১০,'১২; চ.'১১; ঢা.'১১; য.'১২]

সমাধান ঃ দেওয়া আছে , $x - \tan x = 0 \Rightarrow x = \tan x$

মনে করি $y = x = \tan x$ $\therefore y = x$ এবং $y = \tan x$

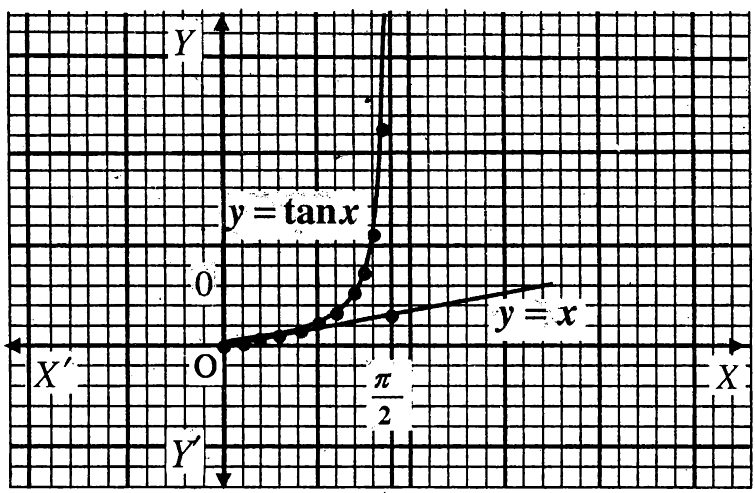
নিচের তালিকায় $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ এর জন্য $y = x$ ও $y = \tan x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\frac{\pi}{18}$	$3.\frac{\pi}{18}$	$\frac{\pi}{2}$
y = x	0	0.18	0.52	1.57

x	0	$\frac{\pi}{18}$	$2.\frac{\pi}{18}$	$3.\frac{\pi}{18}$	$4.\frac{\pi}{18}$	$5.\frac{\pi}{18}$	$6.\frac{\pi}{18}$
y = tanx	0	0.18	0·36	0·58	0·84	1·19	1·73
x	$7\frac{\pi}{18}$	$7\cdot5\times\frac{\pi}{18}$	$8.\frac{\pi}{18}$	$8\cdot5\times\frac{\pi}{18}$	$9.\frac{\pi}{18}$		
y = tanx	2·75	3·73	5.67	11.43	অসংজ্ঞায়িত		

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি ।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 1 বাহু = 1



এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে $y = x$ ও $y = \tan x$ ফাংশনদ্বয়ের লেখচিত্র দুইটি অঙ্কন করি। লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রদত্ত সীমার মধ্যে ছেদ বিন্দুর ভুজসমূহ হচ্ছে $0, \frac{\pi}{18}$. সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $x = 0, \frac{\pi}{18}$

3 **(e)** $\mathbf{2x = \tan x}$, $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ [চ.'০২]

সমাধান ঃ মনে করি $y = 2x = \tan x$ $\therefore y = 2x$ এবং $y = \tan x$

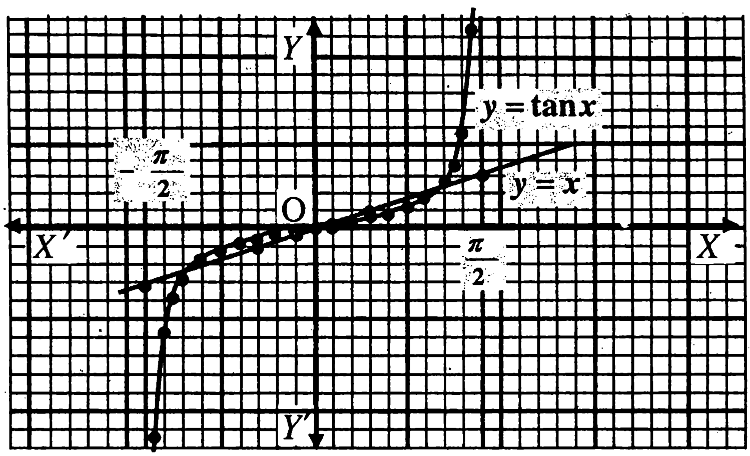
নিচের তালিকায় $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ এর জন্য $y = 2x$ ও $y = \tan x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\pm\frac{\pi}{18}$	$\pm 3.\frac{\pi}{18}$	$\pm\frac{\pi}{2}$
y = 2x	0	± 0.35	± 1.05	±3.14

x	0	$\pm\frac{\pi}{18}$	$\pm 2.\frac{\pi}{18}$	$\pm 3.\frac{\pi}{18}$	$\pm 4.\frac{\pi}{18}$	$\pm 5.\frac{\pi}{18}$	$\pm 6.\frac{\pi}{18}$
y = tanx	0	± 0.18	± 0·36	± 0·58	± 0·84	± 1·19	± 1·73
x	$\pm 7\frac{\pi}{18}$	$\pm 7\cdot 5\times\frac{\pi}{18}$	$\pm 8.\frac{\pi}{18}$	$\pm 8\cdot 5\times\frac{\pi}{18}$	$\pm 9.\frac{\pi}{18}$		
y = tanx	± 2·75	± 3·73	± 5.67	± 11.43	অসংজ্ঞায়িত		

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{18}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 1 বাহু = 1



এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে y = 2x ও y = tanx ফাংশনদ্বয়ের লেখচিত্র দুইটি অঙ্কন করি। লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রদত্ত সীমার মধ্যে ছেদ বিন্দুর ভূজসমূহ হচ্ছে $0, -66° = -\frac{11\pi}{30}, 66° = \frac{11\pi}{30}$. সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান, $x = 0, -\frac{11\pi}{30}, \frac{11\pi}{30}$

3. (f) $\cot x - \tan x = 2,\ 0 \le x \le \pi$ [য. '০৫ ; চ.'০২; সি.'০৩,'১১; ঢা.'০৬; রা.'১০,'১২;কু.'১:

সমাধান ঃ দেওয়া আছে , $\cot x - \tan x = 2 \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2 \Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 2\sin x\cos x$

$\Rightarrow \cos 2x = \sin 2x$

মনে করি , $y = \sin 2x = \cos 2x \quad \therefore y = \sin 2x,\ y = \cos 2x$

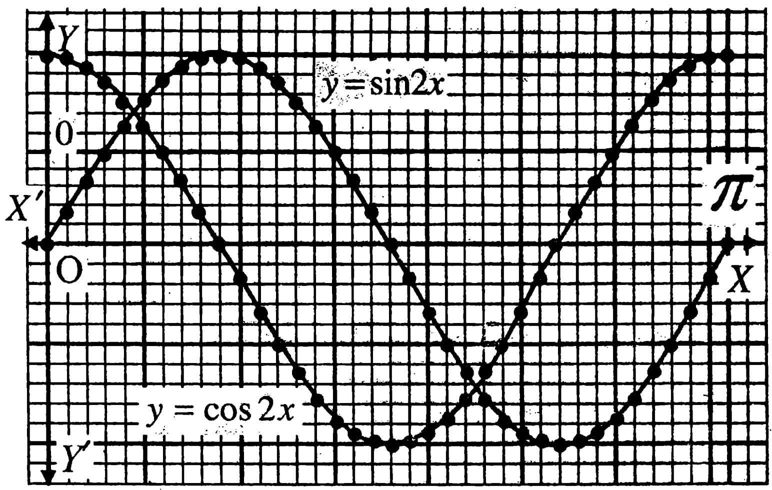
নিচের তালিকায় $x \in [0, \pi]$ এর জন্য $y = \sin 2x$ ও $y = \cos 2x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি ঃ

x	0	$\frac{\pi}{36}$	$2.\frac{\pi}{36}$	$3.\frac{\pi}{36}$	$4.\frac{\pi}{36}$	$5.\frac{\pi}{36}$	$6.\frac{\pi}{36}$

y = sin2x	0	0·17	0.34	0.5	0·64	0·77	0.87
y = cos2x	1	0·98	0.94	0.87	0·77	0·64	0.5
x	$7.\frac{\pi}{36}$	$8.\frac{\pi}{36}$	$9.\frac{\pi}{36}$	$10.\frac{\pi}{36}$	$24.\frac{\pi}{36}$	$32.\frac{\pi}{36}$	$36.\frac{\pi}{36}$
y = sin2x	0.94	0·98	1	0·98	– 0.87	– 0.64	0
y = cos2x	0.34	0·17	0	– 0·17	– 0.5	0.77	1

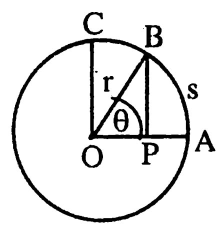
একটি ছক কাগজে স্থানাংকের অক্ষরেখা X′OX ও YOY′ আঁকি।

স্কেল নির্ধারণ ঃ x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের এক বাহু $= \frac{\pi^c}{36}$ এবং y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের 10 বাহু = 1



এখন নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে y = sin2x ও y = cos2x ফাংশনদ্বয়ের লেখচিত্র দুইটি অঙ্কন করি। লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রদত্ত সীমার মধ্যে ছেদ বিন্দুর ভূজসমূহ হচ্ছে $\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$. সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$.

4. **(a) প্রমাণ :** OA ⊥ OC টানি।



$$\frac{\text{বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা AOC এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\angle AOB \text{ এর পরিমাপ}}{\angle AOC \text{ এর পরিমাপ}}$$

$$\Rightarrow \text{বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{\pi/2} \times \text{বৃত্তকলা AOC এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{2\theta}{\pi} \times \frac{1}{4} \times \text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{2\pi} \times \pi r^2 = \frac{r^2\theta}{2}$$

(b) **সমাধান:** OBP ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, $\sin\theta = \frac{BP}{OB} = \frac{BP}{r}$ ও $\cos\theta = \frac{OP}{OB} = \frac{OP}{r}$

উত্তরের অবশিষ্ট অংশ প্রশ্নমালা VI B এর 3(a) দ্রষ্টব্য।

(c) **সমাধান:** দেওয়া আছে, $\theta = 60^0 = \frac{\pi}{3}$, $r = 5$ সে.মি., $BP = 4$ সে.মি.

$OP = \sqrt{OB^2 - BP^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$ সে.মি.

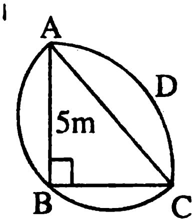
বৃত্তাংশ s এর দৈর্ঘ্য $= r\theta = 5 \times \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$ সে.মি.

এবং ABP ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল – ত্রিভুজ OBP এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{r^2\theta}{2} - \frac{1}{2}(OP \times BP) = \frac{1}{2} \times 5^2 \times \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}(3 \times 4)$$

$$= \frac{25\pi}{6} - 6 = \frac{25\pi - 36}{6}$$ বর্গ সে.মি. ।

5. চিত্রে ABC সমকোণী ত্রিভুজে ABC একটি অর্ধবৃত্ত ও ADC একটি বৃত্তাংশ ।



(a) **সমাধান:** ADC একটি বৃত্তাংশ বলে AB = BC = 5 মিটার ।

বৃত্তাংশ ADC এর দৈর্ঘ্য $= AB \times \angle ABC = 5 \times \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$ মিটার ।

(b) প্রশ্নমালা VI B এর উদাহরণ-1 দ্রষ্টব্য ।

(c) $AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ মিটার । সুতরাং, ABC একটি অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{AC}{2} = 2\sqrt{2}$ মিটার ।

ABCD সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ABC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল

+ (ABC বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল – ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল)

$$= \frac{1}{2}\pi \times (2\sqrt{2})^2 + (\frac{1}{2} \times 5^2 \times \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \times 5 \times 5)$$

$$= 4\pi + (\frac{25\pi}{4} - \frac{25}{2}) = \frac{16\pi + 25\pi - 50}{4} = \frac{41\pi - 50}{4}$$ বর্গ মিটার ।

ভর্তি পরীক্ষার MCQ ঃ

1. $\sin(4x+1)$ এর পর্যায় কত?

[RU 06-07;BUET 00-01]

$Sol^n.:$ $4x = 2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$ $\therefore$ পর্যায়কাল $= \frac{\pi}{2}$

নিয়ম ঃ $\sin x, \cos x, \sec x, \operatorname{cosec} x$ এর পর্যায় $= 2\pi$ এবং $\tan x, \cot x$ এর পর্যায় $= \pi$.

2. $\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ এর সর্বোচ্চ মান– [SU 08-09]

$Sol^n.:$ সর্বোচ্চ মান $= \sqrt{1+3} = 2$

বি.দ্র.ঃ $a\cos x + b\sin x$

$$= \sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\tan^{-1}\frac{b}{a})$$

$a\cos\theta + b\sin\theta$ সর্বোচ্চ হবে যদি $\sin(x+\tan^{-1}\frac{b}{a})$ সর্বোচ্চ হয় অর্থাৎ $\sin(x+\tan^{-1}\frac{b}{a}) = 1$ হয়।

$\therefore$ $x = 90^0 - \tan^{-1}\frac{b}{a}$ এর জন্য $a\cos x + b\sin x$ এর সর্বোচ্চ মান $= \sqrt{a^2+b^2}$

3. $f(x) = 1+\sqrt{\sin^2 x + 1}$ ফাংশনের সর্বোচ্চ মান হবে– [CU 07-08]

$Sol^n.:$ সর্বোচ্চ মান $= 1+\sqrt{(\pm 1)^2+1} = 1+\sqrt{2}$

4. $f(x) = 2\cos|x|$ এর সীমা – [RU 03-04]

$Sol^n.:$ $\cos|x|$ এর বিস্তার $= [-1,1]$

$\therefore$ $-2 \le f(x) \le 2$

5. $\cos^2 x$ $(x \in \mathbb{R})$ এর বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম মান হচ্ছে– [CU 03-04]

$Sol^n.:$ বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম মান যথাক্রমে 1 ও 0.

6. $\sin 2x - \cos x$ এর সর্বনিম্ন মান – [IU 07-08]

$Sol^n.:$ $x = -45^0$ এর জন্য প্রদত্ত রাশির সর্বনিম্ন মান পাওয়া যায় $-\sqrt{3}$.