(c) **Sol^n :** $\dfrac{10!}{2!} = 1814400.$

(d) **Sol^n :** অঙ্কগুলির সমষ্টি $\times (4-1)! \times 4$ সংখ্যক 1 দ্বারা গঠিত সংখ্যা $= (1+2+3+4)\times 3! \times 1111$
$= 10\times 6\times 1111 = 66660$

(e) **Sol^n :** উপরের সবগুলি তথ্য সত্য। $\therefore$ Ans. D.

(f) **Sol^n :** ${}^nP_3 + {}^nC_3 = 70 \Rightarrow {}^nC_3 \times 3! + {}^nC_3 = 70 \Rightarrow 7.{}^nC_3 = 70 \Rightarrow {}^nC_3 = 10 = {}^5C_3$ $\quad n = 5$

(g) **Sol^n :** ${}^{5-2}C_3 + {}^{5-2}C_{3-1} + {}^{5-2}C_{3-2} = {}^3C_3 + {}^3C_2 + {}^3C_1 = 1 + 3 + 3 = 7$

(h) **Sol^n :** ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ $\therefore$ Ans. A.

(i) **Sol^n :** প্রদত্ত শব্দে 2 টি সহ ব্যঞ্জন বর্ণ আছে 6টি। নির্ণেয় উপায় সংখ্যা $= \dfrac{6!}{2!} - 1 = 360 - 1 = 359$

Ans. B

(j) **Sol^n :** সংখ্যা গঠন করা যায় $4\times 10^7 = 40000000$ সংখ্যক Ans. D

(k) **Sol^n :** ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ Ans. B

(*l*) **Sol^n :** 'PARALLEL' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে অন্তত একটি বর্ণ বাছাই করা যায় $(3+1)(2+1)2^3 - 1$ উপায়ে। Ans. B

2. **(a)** দেওয়া আছে, ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2} \Rightarrow r + r + 2 = 2n$ [${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে, $x + y = n$]
$\Rightarrow 2r = 2(n-1)$ $\therefore r = n - 1$ (Ans.)

(b) দেওয়া আছে, ${}^nC_r : {}^nC_{r+1} : {}^nC_{r+2} = 1:2:3$

১ম এবং ২য় অনুপাত হতে আমরা পাই, ${}^nC_r : {}^nC_{r+1} = 1:2 \Rightarrow \dfrac{{}^nC_r}{{}^nC_{r+1}}\,\dfrac{1}{2} \Rightarrow 2\,{}^nC_r = {}^nC_{r+1}$

$$\Rightarrow 2\frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!} \Rightarrow 2\frac{1}{r!(n-r)(n-r-1)!} = \frac{1}{(r+1).r!(n-r-1)!}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{n-r} = \frac{1}{r+1} \Rightarrow n - r = 2r + 2 \Rightarrow n = 3r + 2 \cdots\cdots\cdots(1)$$

২য় এবং শেষ অনুপাত হতে আমরা পাই, ${}^nC_{r+1} : {}^nC_{r+2} = 2:3 \Rightarrow 3.{}^nC_{r+1} = 2.{}^nC_{r+2}$

$$\Rightarrow 3.\frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!} = 2.\frac{n!}{(r+2)!(n-r-2)!}$$

$$\Rightarrow 3.\frac{1}{(r+1)!(n-r-1).(n-r-2)!} = 2.\frac{1}{(r+2).(r+1)!(n-r-2)!} \Rightarrow \frac{3}{n-r-1} = \frac{2}{r+2}$$

$\Rightarrow 2n - 2r - 2 = 3r + 6 \Rightarrow 2n = 5r + 8 \Rightarrow 2(3r+2) = 5r + 8$ [(1) দ্বারা]
$\Rightarrow 6r + 4 = 5r + 8 \Rightarrow r = 4$
(1) হতে আমরা পাই, $n = 3.4 + 2 = 14$ $\therefore r = 4$, $n = 14$ (Ans.)

(c) দেখাও যে, ${}^nC_r = {}^{n-2}C_r + 2\,{}^{n-2}C_{r-1} + {}^{n-2}C_{r-2}$, যখন $n > r > 2$.

প্রমাণ ঃ $^{n-2}C_r + 2\ ^{n-2}C_{r-1} + ^{n-2}C_{r-2} = (^{n-2}C_r + \ ^{n-2}C_{r-1}) + (^{n-2}C_{r-1} + ^{n-2}C_{r-2})$

$= ^{n-2+1}C_r + ^{n-2+1}C_{r-1} = \ ^{n-1}C_r + ^{n-1}C_{r-1}$ $\qquad [\ ^nC_r + ^nC_{r-1} = ^{n+1}C_r]$

$= ^{n-1+1}C_r = ^nC_r$

$^nC_r = ^{n-2}C_r + 2\ ^{n-2}C_{r-1} + ^{n-2}C_{r-2}$

(d) দেখাও যে, $^{n+2}C_r = ^nC_r + 2\ ^nC_{r-1} + ^nC_{r-2}$,যখন $n > r > 2$.

প্রমাণ ঃ $^nC_r + 2\ ^nC_{r-1} + ^nC_{r-2} = (^nC_r + \ ^nC_{r-1}) + (\ ^nC_{r-1} + ^nC_{r-2})$

$= ^{n+1}C_r + ^{n+1}C_{r-1} = ^{n+1+1}C_r$ $\qquad [\ ^nC_r + ^nC_{r-1} = ^{n+1}C_r]$

$^{n+2}C_r = ^nC_r + 2\ ^nC_{r-1} + ^nC_{r-2}$

3. (a) 'LOGARITHMS' শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2টি স্বরবর্ণ কত প্রকারে বাছাই করা যায় ?

সমাধান ঃ 'LOGARITHMS' শব্দটিতে মোট 10টি বিভিন্ন বর্ণ আছে যাদের 7টি ব্যঞ্জনবর্ণ এবং 3টি স্বরবর্ণ ।

7টি ব্যঞ্জনবর্ণ থেকে প্রতিবারে 3টি $^7C_3 = \dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1} = 35$ উপায়ে এবং 3টি স্বরবর্ণ থেকে প্রতিবারে 2টি $^3C_2 = 3$ উপায়ে বাছাই করা যায়। অতএব, প্রতিবারে 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2টি স্বরবর্ণ বাছাই সংখ্যা $= 35\times3 = 105$

(b) 'DEGREE' শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 4টি বর্ণ নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যেতে পারে ?

[য.'০৭,'১৩; রা.'১১]

সমাধান ঃ ' DEGREE ' শব্দটিতে 3টি E সহ মোট 6টি বর্ণ আছে ।

সবগুলোই বর্ণ ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা $= ^4C_4 = 1$ $\qquad$ [∵ ভিন্ন বর্ণ 4টি]

2 টি E এবং অন্য 2টি ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা $= ^3C_2 = ^3C_1 = 3$ $\qquad$ [E ব্যতীত ভিন্ন বর্ণ 3টি]

3টি E এবং আরেকটি অন্য বর্ণ এরূপ বাছাই সংখ্যা $= ^3C_1 = 3$

নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা $= 1 + 3 + 3 = 7$ (Ans.)

4. (a) 4 জন ভদ্র মহিলাসহ 10 ব্যক্তির মধ্য থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত রকমে গঠন করা যেতে পারে , যাতে অন্ততঃ একজন ভদ্র মহিলা থাকবে? **[য.'০২; মা.বো.'১৩]**

সমাধান ঃ 5 জনের কমিটি নিম্নরূপে গঠন করা যায় –

ভদ্র মহিলা (4)	অন্যান্য (6)	কমিটি গঠনের উপায়
1	4	$^4C_1\times\ ^6C_4 = 4\times15 = 60$
2	3	$^4C_2\times\ ^6C_3 = 6\times20 = 120$
3	2	$^4C_3\times\ ^6C_2 = 4\times15 = 60$
4	1	$^4C_4\times\ ^6C_1 = 1\times6 = 6$

কমিটি গঠনের মোট উপায় $= 60 + 120 + 60 + 6 = 246$

[বি. দ্র. কমিটি গঠনের মোট উপায় $= \sum_{i=1}^{4} {}^4C_i\times{}^6C_{5-i} = {}^4C_1\times{}^6C_4 + {}^4C_2\times{}^6C_3 + {}^4C_3\times{}^6C_2$ $+ {}^4C_4\times{}^6C_1 = 246$]

4. (b) 6 জন বিজ্ঞান ও 4 জন কলা বিভাগের ছাত্র থেকে 6 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। বিজ্ঞানের ছাত্রদেরকে সংখ্যা গরিষ্ঠতা দিয়ে কত প্রকারে কমিটি গঠন করা যাবে ? **[য.'০৬,'১২; কু.'০৯; ব.,চ.'১৩]**

সমাধান ঃ নিম্নরূপে 6 জনের কমিটি গঠন করা যেতে পারে –

বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র (6)	কলা বিভাগের ছাত্র (4)	কমিটি গঠনের উপায়
6	0	${}^6C_6 = 1$
5	1	${}^6C_5 \times {}^4C_1 = 6 \times 4 = 24$
4	2	${}^6C_4 \times {}^4C_2 = 15 \times 6 = 90$

$(1 + 24 + 90)$ অর্থাৎ, 115 প্রকারে কমিটি গঠন করা যাবে ।

(c) 5 জন বিজ্ঞান ও 3 জন কলা বিভাগের ছাত্রের মধ্য থেকে 4 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। যদি প্রত্যেক কমিটিতে (i) অন্তত একজন বিজ্ঞানের ছাত্র থাকে, (ii) অন্তত একজন বিজ্ঞান ও একজন কলা বিভাগের ছাত্র থাকে, তাহলে কত প্রকারে কমিটি গঠন করা যেতে পারে?

সমাধান ঃ (i) নিম্নরূপে 4 জনের কমিটি গঠন করা যেতে পারে –

বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র (5)	কলা বিভাগের ছাত্র (3)	কমিটি গঠনের উপায়	
1	3	${}^5C_1 \times {}^3C_3 = 5 \times 1 = 15$	
2	2	${}^5C_2 \times {}^3C_2 = 10 \times 3 = 30$	3
1	${}^5C_3 \times {}^3C_1 = 10 \times 3 = 30$		
	4	0	${}^5C_4 \times {}^3C_0 = 5 \times 1 = 5$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 5 + 30 + 30 + 5 = 70$

(ii) নিম্নরূপে 4 জনের কমিটি গঠন করা যেতে পারে –

বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র (5)	কলা বিভাগের ছাত্র (3)	কমিটি গঠনের উপায়	
1	3	${}^5C_1 \times {}^3C_3 = 5 \times 1 = 15$	
2	2	${}^5C_2 \times {}^3C_2 = 10 \times 3 = 30$	3
1	${}^5C_3 \times {}^3C_1 = 10 \times 3 = 30$		

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 5 + 30 + 30 = 65$

(d) 15 জন ক্রিকেট খেলোয়াড়ের মধ্যে 5 জন বোলার এবং 3 জন উইকেট রক্ষক । এদের মধ্য হতে 11 জন খেলোয়াড়ের একটি দল কত প্রকারে বাছাই করা যেতে পারে যাতে অন্তত 8 জন বোলার ও 2 জন উইকেট রক্ষক থাকে? [রা.'১৪]

সমাধান ঃ 11 জনের একটি দল নিম্নরূপে বাছাই করা যায় –

বোলার (5)	ইউকেট রক্ষক (3)	অন্যান্য (7)	দল বাছাই করার উপায় সংখ্যা
4	2	5	${}^5C_4 \times {}^3C_2 \times {}^7C_5 = 5 \times 3 \times 21 = 315$
4	3	4	${}^5C_4 \times {}^3C_3 \times {}^7C_4 = 5 \times 1 \times 35 = 175$
5	2	4	${}^5C_5 \times {}^3C_2 \times {}^7C_4 = 1 \times 3 \times 35 = 105$
5	3	3	${}^5C_5 \times {}^3C_3 \times {}^7C_3 = 1 \times 1 \times 35 = 35$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 315 + 175 + 105 + 35 = 630$

5. (a) প্রতি গ্রুপে 5টি প্রশ্ন আছে এমন দুইটি গ্রুপে বিভক্ত 10 টি প্রশ্ন থেকে একজন পরীক্ষার্থীকে 6 টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে এবং তাকে কোন গ্রুপ থেকে 4 টির বেশি উত্তর দিতে দেয়া হবে না । সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারবে? [য.'০৩]

সমাধান ঃ একজন পরীক্ষার্থী 6টি প্রশ্ন নিম্নরূপে বাছাই করতে পারবে

১ম গ্রুপ (5)	২য় গ্রুপ (5)	প্রশ্ন বাছাই করার উপায়

2	4	${}^5C_2 \times {}^5C_4 = 10 \times 5 = 50$
3	3	${}^5C_3 \times {}^5C_3 = 10 \times 10 = 100$
4	2	${}^5C_4 \times {}^5C_2 = 5 \times 10 = 50$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 50 + 100 + 50 = 200$

(b) একজন পরীক্ষার্থীকে 12 টি প্রশ্ন থেকে 6 টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তাকে প্রথম 5 টি থেকে ঠিক 4 টি প্রশ্ন বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারবে? **[ব.'০২, '০৬, '০৭]**

সমাধান ঃ সে প্রথম 5টি প্রশ্ন হতে 4টি ${}^5C_4 = 5$ উপায়ে এবং অবশিষ্ট 7টি প্রশ্ন থেকে 2টি ${}^7C_2 = 21$ উপায়ে বাছাই করতে পারবে।

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 5 \times 21 = 105$ (Ans.)

(c) একজন পরীক্ষার্থীকে 12 টি প্রশ্ন হতে 7 টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। এদের মধ্যে তাকে প্রথম পাঁচটি হতে ঠিক চারটি প্রশ্ন বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে 7 টি প্রশ্ন বাছাই করতে পারবে? **[সি.'০১]**

সমাধান ঃ পরীক্ষার্থী প্রথম 5টি প্রশ্ন হতে 4টি ${}^5C_4 = 5$ প্রকারে এবং শেষের 7টি প্রশ্ন হতে 3টি ${}^7C_3 = 35$ প্রকারে বাছাই করতে পারবে।

সে $5 \times 35 = 175$ প্রকারে 7টি প্রশ্ন বাছাই করতে পারবে।

6. (a) সাতটি সরল রেখার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 সে.মি.। দেখাও যে, একটি চতুর্ভুজ গঠন করার জন্য চারটি সরল রেখা যত প্রকারে বাছাই করা যায় তার সংখ্যা 32.

[রা. '০৪,'১০; চ.'০৬, '০৮,'১২; সি.'০৮,'১২; দি.'০৯; ব.'০৮,'১০; য.'০৯]

সমাধান ঃ 7টি সরল রেখা হতে 4টি সরল রেখা বাছাই করার উপায় $= {}^7C_4 = 35$

কিন্তু বাছাই করা 4টি সরল রেখার দৈর্ঘ্যের সেট {1, 2, 3, 6}, {1, 2, 3, 7} এবং {1, 2, 4, 7} হলে, তাদের ক্ষুদ্রতম সরল রেখা তিনটির দৈর্ঘ্যের যোগফল ৪র্থ সরল রেখার দৈর্ঘ্যের বৃহত্তম নয় বলে তাদের দ্বারা কোন চতুর্ভুজ গঠন করা সম্ভব নয়। $\therefore$ নির্ণেয় চতুর্ভুর সংখ্যা $= 35 - 3 = 32$

(b) দেখাও যে, n বাহু বিশিষ্ট একটি বহুভুজের $\frac{1}{2}n(n-3)$ সংখ্যক কর্ণ আছে। আরও দেখা যে, এর কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বার $\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ সংখ্যক বিভিন্ন ত্রিভুজ গঠন করা যেতে পারে। **[ঢা.'০৫]**

সমাধান ঃ প্রথম অংশ ঃ n বাহু বিশিষ্ট একটি বহুভুজের nটি কৌণিক বিন্দু আছে এবং দুই বিন্দুর সংযোগে একটি সরলরেখা উৎপন্ন হয়। $\therefore$ n টি কৌণিক বিন্দু দ্বারা গঠিত সরল রেখার সংখ্যা $= {}^nC_2 = \frac{n(n-1)}{2}$

কিন্তু এদের মধ্যে, বহুভুজের nটি সীমান্ত বাহু কর্ণ নয়।

$$\text{কর্ণের সংখ্যা} = \frac{n(n-1)}{2} - n = \frac{1}{2}n(n-1-2) = \frac{1}{2}n(n-3)$$

দ্বিতীয় অংশ ঃ অসমরেখ তিনটি বিন্দুর সংযোগ রেখা দ্বারা একটি ত্রিভুজ গঠিত হয়।

$$\text{nটি কৌণিক বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের সংখ্যা} = {}^nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$$

n বাহু বিশিষ্ট একটি বহুভুজের $\frac{1}{2}n(n-3)$ সংখ্যক কর্ণ আছে এবং $\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ সংখ্যক সংখ্যক ত্রিভুজ গঠন করা যেতে পারে।

7. (a) 10 খানা ও 12 খানা বই এর দুইজন মালিক কতভাবে দুইখানার পরিবর্তে দুইখানা বই পরস্পরের মধ্যে বিনিময় করতে পারবে?

সমাধান : 10 খানা বই এর মালিক দুইখানা বই $^{10}C_2$ উপায়ে 12 খানা বই এর মালিককে দিতে পারবে এবং 12 খানা বই এর মালিক দুইখানা বই $^{12}C_2$ উপায়ে 10 খানা বই এর মালিককে দিতে পারবে ।

তারা $^{10}C_2 \times {}^{12}C_2 = 2970$ উপায়ে দুইখানার পরিবর্তে দুইখানা বই পরস্পরের মধ্যে বিনিময় করতে পারবে।

(b) 12 খানা পুস্তকের মধ্যে 5 খানা কত প্রকারে বাছাই করা যায় (i) যাতে দুইখানা নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই থাকবে এবং (ii) যাতে দুইখানা নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই বাদ থাকবে?

সমাধান : (i) দুইখানা নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত রেখে অবশিষ্ট $(12-2)$ অর্থাৎ, 10 খানা পুস্তক হতে বাকি $(5-2)$ অর্থাৎ, 3 খানা পুস্তক বাছাই করা যাবে $^{10}C_3 = 120$ উপায়ে। সুতরাং, নির্ণেয় সংখ্যা $= 120$

(ii) দুইখানা নির্দিষ্ট পুস্তক সর্বদাই বাদ দিয়ে অবশিষ্ট $(12-2)$ অর্থাৎ, 10 খানা পুস্তক হতে 5 খানা পুস্তক বাছাই করা যাবে $^{10}C_5 = 252$ উপায়ে। সুতরাং, নির্ণেয় সংখ্যা $= 252$

(c) দুইজনকে কখনও একত্রে না নিয়ে, 9 জন ব্যক্তি হতে 5 জনকে একত্রে কতভাবে বাছাই করা যায়?

সমাধান : বিশেষ দুইজনের কাউকে না নিয়ে 5 জনকে একত্রে বাছাই করার উপায় $= {}^{9-2}C_5 = {}^{7}C_5 = 21$

বিশেষ দুইজনের এক জন এবং অন্য 7 জনের 4 জনকে নিয়ে বাছাই করার উপায় $= {}^{2}C_1 \times {}^{7}C_4 = 2 \times 35 = 70$

নির্ণেয় সংখ্যা $= 21 + 70 = 91$

8. (a) 1 হতে 30 সংখ্যাগুলোর যে তিনটির সমষ্টি জোড় তাদেরকে কত ভাবে বাছাই করা যায়?

সমাধান ঃ 1 হতে 30 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর 15টি জোড় এবং 15টি বিজোড় । তিনটি জোড় সংখ্যার যোগফল একটি জোড় সংখ্যা এবং দুইটি বিজোড় ও একটি জোড় সংখ্যার যোগফল একটি জোড় সংখ্যা ।

15টি জোড় সংখ্যা হতে 3টি জোড় সংখ্যা $^{15}C_3 = 455$ উপায়ে বাছাই করা যায় যাদের সমষ্টি একটি জোড় সংখ্যা

আবার , 15টি বিজোড় সংখ্যা হতে 2টি বিজোড় সংখ্যা $^{15}C_2 = 105$ উপায়ে এবং 15টি জোড় সংখ্যা হতে 1টি জোড় সংখ্যা $^{15}C_1 = 15$ উপায়ে বাছাই করা যায়

1 হতে 30 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর দুইটি বিজোড় ও একটি জোড় সংখ্যা $105 \times 15 = 1575$ উপায়ে বাছাই করা যায় যাদের সমষ্টি একটি জোড় সংখ্যা ।

$(455 + 1575)$ বা , 2030 উপায়ে বাছাই করা যায় ।

(b) 3টি শূন্য পদের জন্য 10 জন প্রার্থী আছে। একজন নির্বাচক তিন বা তিনের কম প্রর্থীকে কতভাবে নির্বাচন করতে পারেন? [ঢা.'০৯]

সমাধান ঃ একজন নির্বাচক নিম্নরূপে নির্বাচন করতে পারেন –

তিনি 3 জন প্রার্থীকে নির্বাচন করতে পারেন $^{10}C_3$ বা, 120 উপায়ে ।

তিনি 2 জন প্রার্থীকে নির্বাচন করতে পারেন $^{10}C_2$ বা, 45 উপায়ে ।

তিনি 1 জন প্রার্থীকে নির্বাচন করতে পারেন $^{10}C_1$ বা, 10 উপায়ে ।

নির্ণেয় সংখ্যা $= 120 + 45 + 10 = 175$ (Ans)

(c) কোন নির্বাচনে 5 জন পদপ্রার্থী আছেন, তার মধ্যে 3 জনকে নির্বাচন করতে হবে । একজন ভোটার যত ইচ্ছা ভোট দিতে পারেন, কিন্তু যতজন নির্বাচিত হবেন তার চেয়ে বেশি ভোট দিতে পারবেন না । তিনি মোট কতভাবে ভোট দিতে পারবেন ?

সমাধান ঃ একজন ভোটার নিম্নরূপে ভোট দিতে পারেন–

তিনি 1 জন প্রার্থীকে ভোট দিতে পারেন $^{5}C_1$ বা, 5 উপায়ে ।

তিনি 2 জন প্রার্থীকে ভোট দিতে পারেন $^{5}C_2$ বা, 10 উপায়ে ।

তিনি 3 জন প্রার্থীকে ভোট দিতে পারেন $^5C_3$ বা, 10 উপায়ে ।

নির্ণেয় সংখ্যা = 5 + 10 + 1 0 = 25 (Ans)

9. (a) 277200 সংখ্যাটির উৎপাদকের সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ $277200 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 11 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^1 \times 11^1$

277200 এর উৎপাদকের সংখ্যা $= (4+1)(2+1)(2+1)2^2 - 1 = 179$ (Ans.)

(b) "Daddy did a deadly deed" বাক্যটির বর্ণগুলো হতে যতগুলো সমাবেশ গঠন করা যাবে তার সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ "Daddy did a deadly deed" এ আছে 9 টি d , 3 টি a , 3 টি e , 2 টি y, 1 টি *l* এবং 1 টি *i*

নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা $= (9 + 1)(3 + 1)(3 + 1)(2 + 1)2^2 - 1 = 1920 - 1 = 1919$

(c) কোন পরীক্ষায় কৃতকার্য হতে হলে 6টি বিষয়ের প্রতিটিতে ন্যূনতম নম্বর পেতে হয়। একজন ছাত্র কত রকমে অকৃতকার্য হতে পারে?

সমাধান ঃ একজন ছাত্র এক, দুই, তিন , চার, পাঁচ বা ছয় বিষয়ে অকৃতকার্য হতে পারে ।

ছাত্রটির মোট অকৃতকার্য হওয়ার উপায় $= {}^6C_1 + {}^6C_2 + {}^6C_3 + {}^6C_4 + {}^6C_5 + {}^6C_6$

$= 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 63$

(d) দেখাও যে, প্রতিটি বিকল্পসহ 8টি প্রশ্ন থেকে একজন পরীক্ষার্থী একটি অথবা একাধিক প্রশ্ন $3^8 - 1$ উপায়ে বাছাই করতে পারে।

প্রমাণ ঃ যেহেতু প্রতিটি প্রশ্নের বিকল্প প্রশ্ন দেওয়া আছে, প্রতিটি প্রশ্নকে তিন উপায়ে নিষ্পত্তি করা যায়– প্রশ্নটিকে গ্রহণ করে, এর বিকল্প প্রশ্নকে গ্রহণ করে অথবা উভয় প্রশ্নকে গ্রহণ না করে। অতএব, প্রদত্ত 8টি প্রশ্ন নিষ্পত্তি করা যায় 3^8 উপায়ে। কিন্তু এর ভিতর বিকল্পসহ 8টি প্রশ্নের একটিও না নেয়ার উপায়ও অন্তর্ভুক্ত ।

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 3^8 - 1$

10. একটি OMR সীটের একটি সারিতে 20টি ছোট বৃত্ত আছে। পেন্সিল দ্বারা কমপক্ষে একটি বৃত্ত কতভাবে ভরাট করা যায় ?

সমাধান ঃ 20টি ছোট বৃত্তের কমপক্ষে একটি বৃত্ত ভরাট করার উপায় $= 2^{20} - 1 = 1048575$,[$2^n - 1$ সূত্রের সাহায্যে]

11 (a) 21টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ এবং 5টি ভিন্ন স্বরবর্ণ হতে প্রতিবার কমপক্ষে 1টি ব্যঞ্জন বর্ণ এবং কমপক্ষে 2টি স্বরবর্ণ কতভাবে বাছাই করা যায়?

সমাধান ঃ 21টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ হতে কমপক্ষে 1টি বাছাই করা যায় $(2^{21} - 1) = 2097151$ উপায়ে।

5টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ হতে কমপক্ষে 2টি বাছাই করা যায় $\sum_{r=2}^{5} {}^5C_r = {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5 = 26$ উপায়ে।

নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা $= 2097151 \times 26 = 54525926$

(b) 3টি নারিকেল, 4টি আপেল, 2টি কমলা লেবু হতে প্রত্যেক প্রকার ফলের কমপক্ষে একটি করে ফল কতভাবে বাছাই করা যায়?

সমাধান ঃ 3টি নারিকেলের কমপক্ষে একটি $(2^3 - 1)$ উপায়ে, 4টি আপেলের কমপক্ষে একটি $(2^4 - 1)$ উপায়ে এবং 2টি কমলা লেবুর কমপক্ষে একটি $(2^2 - 1)$ উপায়ে বাছাই করা যায় ।

তিন প্রকারের কমপক্ষে একটি করে ফল বাছাই করার উপায় $= (2^3 - 1)(2^4 - 1)(2^2 - 1) = 315$

12. (a) 9 ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমন করবে, যার একটিতে সাত জনের বেশি এবং অন্যটিতে চার জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

[চ.'০৯; ঢা.'১১,'১৪; রা.'০৭; সি.'১০,'১৪; ব.'০৯;কু.'১০; য.'১১; দি.'১৪]

সমাধান ঃ নিম্নরূপে দলটি ভ্রমণ করতে পারবে –

১ম যানবাহন	২য় যানবাহন	ভ্রমণ করার উপায়
7	2	${}^9C_7 \times {}^2C_2 = 36 \times 1 = 36$
6	3	${}^9C_6 \times {}^3C_3 = 6 \times 1 = 84$
5	4	${}^9C_5 \times {}^4C_4 = 15 \times 1 = 126$

$(36 + 84 + 126)$ বা, 246 উপায়ে দলটি ভ্রমণ করতে পারবে।

[বি. দ্র.: ভ্রমণ করার উপায় সংখ্যা $({}^9C_7 + {}^9C_6 + {}^9C_5)$ বা, $({}^9C_4 + {}^9C_3 + {}^9C_2)$]

(b) 20 ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমন করবে। প্রতিটি যানবাহনের ধারণ ক্ষমতা 20। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

সমাধান ঃ দলটির দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করার উপায় $= \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r \times {}^{20-r}C_{20-r}$ $\quad [\ {}^nC_n = 1]$

$$= \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r = 2^{20} = 1048576$$

বিকল্প পদ্ধতি : প্রতিজন দুইটি যানবাহনের যেকোন একটিতে ভ্রমণ করতে পারবে।

প্রতিজনের ভ্রমণ করার উপায় = 2

20 ব্যক্তির দলটি দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করতে পারবে 2^{20} বা, 1048576 উপায়ে।

(c) 10 জন লোক দুইটি শয়ন কক্ষে কত রকমভাবে রাত্রি যাপন করতে পারবে তা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ প্রতিজন লোক দুইটি শয়ন কক্ষের যেকোন একটিতে রাত্রি যাপন করতে পারবে।

প্রতিজনের রাত্রি যাপনের উপায় = 2

10 জন লোক দুইটি শয়ন কক্ষে রাত্রি যাপন করতে পারবে 2^{10} বা, 1024 উপায়ে।

(d) A , B ও C কে কতভাবে 12 খানা বই দেয়া যাবে যেন A ও B একত্রে C এর দ্বিগুণ পায়?

সমাধান ঃ মনে করি, C বই পায় x টি । তাহলে, A ও B একত্রে বই পায় $2x$ টি

$x + 2x = 12 \Rightarrow x = 4$

4 খানা বই C পাবে এবং অবশিষ্ট $(12 - 4)$ বা, 8 খানা বই A ও B পাবে।

12 খানা বই হতে 4 খানা C কে দেওয়া যায় ${}^{12}C_4 = 495$ উপায়ে এবং অবশিষ্ট 8 খানা বই A ও B কে দেওয়া যায় $\sum_{r=0}^{8} {}^8C_r \times {}^{8-r}C_{8-r} = \sum_{r=0}^{8} {}^8C_r = 2^8 = 256$ উপায়ে, $[\ {}^nC_n = 1\ ]$ ।

A , B ও C কে 12 খানা বই দেয়া যাবে 495×256 বা 126720 উপায়ে।

13. (a) 15 জন ছাত্রের মধ্য থেকে প্রতি কমিটিতে 5 জন হিসাবে মোট 3টি কমিটি গঠন করতে হবে। কত উপায়ে কমিটিগুলো গঠন করা যাবে? [প্র.ভ.প.'০৫]

সমাধান ঃ 15 জন ছাত্রের মধ্য থেকে প্রতি কমিটিতে 5 জন হিসাবে 3টি কমিটি গঠন করা যায় $\frac{15!}{3!(5!)^3}$ উপায়ে।

(b) কত প্রকারে 52 খানা তাস 4 ব্যক্তির মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা যেতে পারে?

সমাধান ঃ 52 খানা তাস 4 ব্যক্তির মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা যায় $\frac{52!}{(13!)^4}$ উপায়ে । [সূত্র প্রয়োগ করে।]

[চ.'০৯; ঢা.'১১,'১৪; রা.'০৭; সি.'১০,'১৪; ব.'০৯;কু.'১০; য.'১১; দি.'১৪]

সমাধান ঃ নিম্নরূপে দলটি ভ্রমণ করতে পারবে –

১ম যানবাহন	২য় যানবাহন	ভ্রমণ করার উপায়
7	2	${}^9C_7 \times {}^2C_2 = 36 \times 1 = 36$
6	3	${}^9C_6 \times {}^3C_3 = 6 \times 1 = 84$
5	4	${}^9C_5 \times {}^4C_4 = 15 \times 1 = 126$

$(36 + 84 + 126)$ বা , 246 উপায়ে দলটি ভ্রমণ করতে পারবে ।

[বি. দ্র.: ভ্রমণ করার উপায় সংখ্যা $({}^9C_7 + {}^9C_6 + {}^9C_5)$ বা, $({}^9C_4 + {}^9C_3 + {}^9C_2)$]

(b) 20 ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমন করবে । প্রতিটি যানবাহনের ধারণ ক্ষমতা 20। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

সমাধান ঃ দলটির দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করার উপায় $= \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r \times {}^{20-r}C_{20-r}$ $[\ {}^nC_n = 1]$

$$= \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r = 2^{20} = 1048576$$

বিকল্প পদ্ধতি : প্রতিজন দুইটি যানবাহনের যেকোন একটিতে ভ্রমণ করতে পারবে।

প্রতিজনের ভ্রমণ করার উপায় = 2

20 ব্যক্তির দলটি দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করতে পারবে 2^{20} বা, 1048576 উপায়ে।

(c) 10 জন লোক দুইটি শয়ন কক্ষে কত রকমভাবে রাত্রি যাপন করতে পারবে তা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ প্রতিজন লোক দুইটি শয়ন কক্ষের যেকোন একটিতে রাত্রি যাপন করতে পারবে।

প্রতিজনের রাত্রি যাপনের উপায় = 2

10 জন লোক দুইটি শয়ন কক্ষে রাত্রি যাপন করতে পারবে 2^{10} বা, 1024 উপায়ে।

(d) A , B ও C কে কতভাবে 12 খানা বই দেয়া যাবে যেন A ও B একত্রে C এর দ্বিগুণ পায়?

সমাধান ঃ মনে করি, C বই পায় x টি । তাহলে, A ও B একত্রে বই পায় $2x$ টি

$x + 2x = 12 \Rightarrow x = 4$

4 খানা বই C পাবে এবং অবশিষ্ট (12 – 4) বা, 8 খানা বই A ও B পাবে।

12 খানা বই হতে 4 খানা C কে দেওয়া যায় ${}^{12}C_4 = 495$ উপায়ে এবং অবশিষ্ট 8 খানা বই A ও B কে দেওয়া যায় $\sum_{r=0}^{8} {}^8C_r \times {}^{8-r}C_{8-r} = \sum_{r=0}^{8} {}^8C_r = 2^8 = 256$ উপায়ে, [${}^nC_n = 1$] ।

A , B ও C কে 12 খানা বই দেয়া যাবে 495×256 বা 126720 উপায়ে।

13. (a) 15 জন ছাত্রের মধ্য থেকে প্রতি কমিটিতে 5 জন হিসাবে মোট 3টি কমিটি গঠন করতে হবে। কত উপায়ে কমিটিগুলো গঠন করা যাবে? **[প্র.ভ.প.'০৫]**

সমাধান ঃ 15 জন ছাত্রের মধ্য থেকে প্রতি কমিটিতে 5 জন হিসাবে 3টি কমিটি গঠন করা যায় $\frac{15!}{3!(5!)^3}$ উপায়ে।

(b) কত প্রকারে 52 খানা তাস 4 ব্যক্তির মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা যেতে পারে?

সমাধান ঃ 52 খানা তাস 4 ব্যক্তির মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা যায় $\frac{52!}{(13!)^4}$ উপায়ে । [সূত্র প্রয়োগ করে।]

(c). 23 জন খেলোয়াড় দ্বারা 11 সদস্যের দুইটি ক্রিকেট দল কতভাবে গঠন করা যায়.? 23 জনের মধ্যে দু'জন উইকেট কিপিং করতে পারে এবং তাদেরকে দুইটি দলে রেখে কতভাবে দুইটি ক্রিকেট দল গঠন করা যায়?

সমাধান : ১ম অংশ : 23 জন খেলোয়াড় হতে 22 জনকে $^{23}C_{22}$ উপায়ে বাছাই করা যায়। আবার 22 জনকে 11 জন করে সমান দুইটি দলে বিভক্ত করা যায় $\frac{22!}{2!(11!)^2}$ উপায়ে।

$$\text{দুইটি ক্রিকেট টিম গঠন করার উপায়} = {}^{23}C_{22} \times \frac{22!}{2!(11!)^2} = 23 \times \frac{22!}{2!(11!)^2} = \frac{23!}{2!(11!)^2}$$

২য় অংশ : 21 জন হতে 20 জনকে বাছাই করা যায় $^{21}C_{20}$ উপায়ে। আবার, দুইজন ইউকেট রক্ষককে দুইটি টিমে নিদিষ্ট করে 20 জনকে দুইটি সমান ভাগে সেই নির্দিষ্ট টিমে বিভক্ত করা যায় $\frac{20!}{(10!)^2}$ উপায়ে।

$$\text{দুইটি ক্রিকেট টিম গঠন করার উপায়} = {}^{21}C_{20} \times \frac{20!}{(10!)^2} = \frac{21!}{20!} \times \frac{20!}{(10!)^2} = \frac{21!}{(10!)^2}$$

(d) 23 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে দুইজন উইকেট রক্ষক। তাদেরকে দুইটি দলে রেখে A ও B দল নামে দুইটি ক্রিকেট দল কতভাবে গঠন করা যায় ?

সমাধান : দুইজন উইকেট রক্ষককে A ও B দলে অন্তর্ভুক্ত করা যাবে $2! = 2$ উপায়ে।
অবশিষ্ট 21 জন খেলোয়াড় হতে A -দলের জন্য বাকি 10 জনকে বাছাই করা যায় $^{21}C_{10}$ উপায়ে। বাকি 11 জন হতে B -দলের জন্য 10 জনকে বাছাই করা যায় $^{11}C_{10} = 11$ উপায়ে।

$$\text{A ও B দল নামে দুইটি ক্রিকেট টিম গঠন করার উপায়} = 2 \times {}^{21}C_{10} \times 11 = 2 \times \frac{21!}{10!11!} \times 11$$
$$= 2 \times \frac{21!}{(10!)^2}$$

(e) একটি কম্পানি দুইটি ফ্যাক্টরির জন্য 15 জনকে নিয়োগ দিয়েছে। একটি ফ্যাক্টরিতে 5 জনকে ও অপরটিতে 10 জনকে কতভাবে নিয়োগ দেওয়া যায় তা নির্ণয় কর।

সমাধান : 15 জন হতে একটি ফ্যাক্টরিতে 5 জনকে নিয়োগ দেওয়া যাবে $^{15}C_5$ উপায়ে এবং অবশিষ্ট 10 জনকে অপর ফ্যাক্টরিতে $^{10}C_{10}$ উপায়ে নিয়োগ দেওয়া যাবে।

$$\text{নির্ণেয় উপায় সংখ্যা} = {}^{15}C_5 \times {}^{10}C_{10} = \frac{15!}{5! \times 10!} \times 1 = \frac{15!}{5! \times 10!}$$

(f) একটি ক্রিকেট টুর্নামেন্ট– এ 16 টি দল অংশ নেয়। র‍্যাংকিং - এ শীর্ষ 8 টি দল থেকে দুইটি দল এবং অপর 8 টি দল থেকে দুইটি দল নিয়ে 4 দলের 4 টি গ্রুপ কতভাবে গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর।

সমাধান : ১ম অংশ : শীর্ষ 8টি দলকে 2টি করে সমান 4টি দলে বিভক্ত করা যায় $\frac{8!}{4!(2!)^4} = 105$ উপায়ে।

পুনরায়, অপর 8টি দলকে 2টি করে সমান 4টি দলে বিভক্ত করা যায় $\frac{8!}{4!(2!)^4} = 105$ উপায়ে।

$$\text{4 দলের 4টি গ্রুপ গঠন করার উপায়} = 105 \times 105 = 11025$$

২য় অংশ : শীর্ষ 8টি দলকে 2টি করে A, B, C, D নামে 4টি দলে বিভক্ত করা যায় $\frac{8!}{(2!)^4} = 2520$ উপায়ে।

অপর 8টি দলকে 2টি করে A , B, C, D নামে 4টি দলে বিভক্ত করা যায় $\frac{8!}{(2!)^4} = 2520$ উপায়ে ।

A B , C , D নামে 4 দলের 4টি গ্রুপ গঠন করার উপায় $= 2520 \times 2520 = 6350400$

(g) এক ব্যক্তির 5টি সিম কার্ড এবং দুইটি করে সিম কার্ড ব্যবহার উপযোগী দুইটি মোবাইল সেট আছে। তিনি তাঁর মোবাইল সেট দুইটিতে কতভাবে 2 টি করে 4 টি সিম কার্ড সংরক্ষিত রাখতে পারেন এবং কতভাবে 1 টি করে 2 টি সিম কার্ড চালু রাখতে পারেন ?

সমাধান ঃ 5 টি সিম কার্ড হতে 4 টি সিম কার্ড $^5C_4 = 5$ উপায়ে বেছে নেওয়া যায়। এই বেছে নেওয়া 4 টি সিম কার্ড দুইটি মোবাইল সেটে সমান দুইভাগে ভাগ করা যায় $\frac{4!}{(2!)^2} = \frac{24}{4} = 6$ উপায়ে।

4 টি সিম কার্ড মোবাইল সেট দুইটিতে সংরক্ষিত রাখা যায় $= 5 \times 6 = 30$ উপায়ে।

এখন, একটি মোবাইল সেটের সংরক্ষিত সিম কার্ড দুইটির একটি চালু রাখা যায় 2! উপায়ে এবং অপর মাবাইল সেটের সংরক্ষিত সিম কার্ড দুইটির একটি চালু রাখা যায় 2! উপায়ে।

2 টি সিম কার্ড দুইটি সেটে চালু রাখা যায় $30 \times 2! \times 2! = 120$ উপায়ে।

14. দেওয়া আছে, $^nP_r = 240 \cdots\cdots(1)$ এবং $^nC_r = 120 \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$ [চ.'১১]

$(1) \div (2) \Rightarrow {}^nP_r \div {}^nC_r = 240 \div 120 = 2 \Rightarrow {}^nP_r = 2.{}^nC_r$

$\Rightarrow r!.{}^nC_r = 2.{}^nC_r \Rightarrow r! = 2 \quad \therefore r = 2 \qquad [\quad {}^nP_r = r!.{}^nC_r\,]$

এখন, $^nC_r = 120 \Rightarrow {}^nC_2 = 120 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{1.2} = 120 \Rightarrow n^2 - n = 420 \Rightarrow n^2 - n - 420 = 0$

$\Rightarrow (n-16)(n+15) = 0 \Rightarrow n = 16 , -15 .$

কিন্তু n -এর মান ঋণাত্মক হতে পারেনা । $n = 16$ (Ans.)

15. (a) 21টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ এবং 5টি ভিন্ন স্বরবর্ণ হতে প্রতিবার 2টি ব্যঞ্জন বর্ণ এবং 3টি স্বরবর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যায়?

সমাধান ঃ 21টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ হতে 2টি $^{21}C_2 = 210$ উপায়ে এবং 5টি ভিন্ন স্বরবর্ণ হতে 3টি $^5C_3 = 10$ উপায়ে বেছে নেওয়া যায় । এ বেছে নেওয়া 5টি ভিন্ন বর্ণ (2টি ব্যঞ্জন বর্ণ ও 3টি স্বরবর্ণ) দ্বারা $5! = 120$ টি শব্দ গঠন করা যায়। $\therefore 210 \times 10 \times 120 = 252000$ টি শব্দ গঠন করা যায়।

(b) 12টি বিভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ এবং 5টি বিভিন্ন স্বরবর্ণ হতে প্রতিবার 3টি ব্যঞ্জন বর্ণ এবং 2টি স্বরবর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যায়? [চ.'১০]

সমাধান ঃ 12টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ হতে 3টি $^{12}C_3 = 220$ উপায়ে এবং 5টি ভিন্ন স্বরবর্ণ হতে 2টি $^5C_2 = 10$ উপায়ে বেছে নেওয়া যায় । এ বেছে নেওয়া 5টি ভিন্ন বর্ণ (2টি ব্যঞ্জন বর্ণ ও 3টি স্বরবর্ণ) দ্বারা $5! = 120$ টি শব্দ গঠন করা যায়। $\therefore 220 \times 10 \times 120 = 264000$ টি শব্দ গঠন করা যায়।

(c) 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলো একবার এবং 6 দুইবার পর্যন্ত ব্যবহার করে তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

সমাধান ঃ নিম্নরূপ তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়–

6 দুইবার ব্যবহার করা হলে, অন্য 4টি অঙ্কের 1টি ব্যবহার করতে হবে এবং তা $^4C_1$ উপায়ে ব্যবহার করা যাবে।

6 দুইবার ব্যবহার করে সংখ্যা গঠন করা যায় $^4C_1 \times \frac{3!}{2!} = 4 \times 3 = 12$ টি

অনুরূপভাবে, 6 একবার ব্যবহার করে সংখ্যা গঠন করা যায় $^4C_2 \times 3! = 36$ টি এবং

6 ব্যবহার না করে সংখ্যা গঠন করা যায় $^4C_3 \times 3! = 24$টি

সর্বমোট শব্দ সংখ্যা $= 12 + 36 + 24 = 72$

16. (a) ' ALGEBRA' শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবার 3টি করে নিয়ে কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়? [ব. ১০]

সমাধান ঃ ALGEBRA' শব্দটিতে 2টি A সহ মোট 7টি বর্ণ আছে ।

7টি বর্ণ হতে 3টি নিয়ে নিম্নরূপে শব্দ গঠন করা যায় –

6টি ভিন্ন বর্ণ A, L, G, E, B ও R হতে 3টি নিয়ে শব্দ গঠন করা যায় $^6P_3 = 120$ উপায়ে।

2টি A এবং অপর 5টি ভিন্ন বর্ণ L, G, E, B ও R হতে 1টি নিয়ে শব্দ গঠন করা $= {}^2C_2 \times {}^5C_1 \times \dfrac{3!}{2!}$

$= 1 \times 5 \times 3 = 15$ উপায়ে। $\therefore$ সর্বমোট শব্দ সংখ্যা $= 120 + 15 = 135$

(b) 'EXAMINATION' শব্দটির বর্ণগুলো হতে প্রত্যেকবার 4টি বর্ণ নিয়ে বিভিন্ন শব্দ গঠন করা হল, এদের কতগুলোতে এক প্রান্তে N এবং অন্য প্রান্তে A থাকবে ? [প্র.ভ.প.'৮৮]

সমাধান ঃ 'EXAMINATION ' শব্দটিতে 2টি A , 2টি I ও 2টি N সহ মোট 11টি বর্ণ আছে ।

এক প্রান্তে N এবং অন্য প্রান্তে A রেখে 4টি বর্ণ নিয়ে বিভিন্ন শব্দ গঠন করা হলে, মধ্যের স্থান দুইটি অবশিষ্ট $(11-2) = 9$ টি বর্ণের 2টি দ্বারা পূরণ করতে হবে।

2টি I দ্বারা মধ্যের স্থান দুইটি পূরণ করা যায় $\dfrac{2!}{2!} = 1$ উপায়ে।

2টি ভিন্ন বর্ণ দ্বারা মধ্যের স্থান দুইটি পূরণ করা যায় $^{9-1}P_2 = {}^8P_2 = 56$ উপায়ে। [$11-3 = 8$ টি ভিন্ন বর্ণ]

আবার, N ও A দ্বারা প্রান্তের স্থান দুইটি পূরণ করা যায় $2! = 2$ উপায়ে।

নির্ণেয় সংখ্যা $= (1+56) \times 2 = 114$

(c) ' MATHEMATICS ' শব্দটিতে 2টি M , 2টি A ও 2টি T সহ মোট 11টি বর্ণ আছে যাদের 4টি স্বরবর্ণ ও 7টি ব্যঞ্জন বর্ণ ।

সমাধান ঃ 3টি ভিন্ন স্বরবর্ণ A , E ও I হতে 1টি স্বরবর্ণ এবং 5টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ M , T , H , C ও S হতে 2টি ব্যঞ্জন বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^3C_1 \times {}^5C_2 \times 3! = 3 \times \dfrac{5 \times 4}{2} \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

আবার, 3টি ভিন্ন স্বরবর্ণ A , E ও I হতে 1টি স্বরবর্ণ এবং 2টি M বা 2টি T নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^3C_1 \times {}^2C_1 \times \dfrac{3!}{2!} = 3 \times 2 \times 3 = 18$. $\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 180 + 18 = 198$

(d) 'EXPRESSION' শব্দটির বর্ণগুলো হতে প্রত্যেকবার 4 টি বর্ণ নিয়ে সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর ।

সমাধান ঃ ' EXPRESSION ' শব্দটিতে মোট 10টি বর্ণ আছে যাদের 2টি E এবং 2টি S

10টি বর্ণ হতে 4টি বর্ণ নিয়ে নিম্নরূপে সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় –

8টি ভিন্ন বর্ণ E, X, P, R, S, I ,O ও N হতে 4টি নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা $= {}^8C_4 = 70$ এবং বিন্যাস সংখ্যা $= {}^8P_4 = 1680$

2টি E এবং অপর 7টি ভিন্ন বর্ণ X, P, R, S, I , O ও N হতে 2টি নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা $= {}^2C_2 \times {}^7C_2$ $= 1 \times 21 = 21$ এবং বিন্যাস সংখ্যা $= 21 \times \dfrac{4!}{2!} = 21 \times 12 = 252$

অনুরূপভাবে, 2টি S এবং অপর 7টি ভিন্ন বর্ণ E, X, P, R, I ,O ও N হতে 2টি নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা = 21 এবং বিন্যাস সংখ্যা = 252

2টি E এবং 2টি S নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা = ${}^2C_2 \times {}^2C_2 = 1$ এবং বিন্যাস সংখ্যা = $1\times \frac{4!}{2!2!} = 6$

নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা = $70 + 42 + 1 = 113$ এবং বিন্যাস সংখ্যা = $1680 + 504 + 6 = 2190$

(e) 'ENGINEERING' শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 3 টি বর্ণ নিয়ে শব্দ গঠন করা হল, এদের কতগুলোতে অন্তত একটি স্বরবর্ণ বর্তমান থাকবে। [RU 06-07]

সমাধান ঃ ' ENGINEERING ' শব্দটিতে ব্যঞ্জন বর্ণ আছে 3টি N, 2 টি G ও 1টি R এবং স্বরবর্ণ আছে 3টি E ও 2টি I .

যেকোন 3টি বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা = 5টি ভিন্ন বর্ণ E, N, G, I ও R হতে 3টি নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা + 2টি N বা, 2 টি G বা, 2টি E বা, 2 টি I এবং অপর 4টি ভিন্ন বর্ণ হতে 1টি নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা + 3টি N বা, 3টি E নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা $= {}^5P_3 + {}^4C_1\times{}^4C_1\times\frac{3!}{2!} + {}^2C_1\times\frac{3!}{3!} = 60 + 4\times 4\times 3 + 2\times 1$

$= 60 + 48 + 2 = 110$ **www.boighar.com**

যেকোন 3টি ব্যঞ্জন বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা = 3টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ N, G ও R একত্রে নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা + 2টি N বা, 2 টি G এবং অপর 2টি ভিন্ন ব্যঞ্জন বর্ণ হতে 1টি নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা + 3টি N দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যা

$$= 3! + {}^2C_1\times{}^2C_1\times\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{3!} = 6 + 2\times 2\times 3 + 1 = 6 + 12 + 1 = 19$$

অন্তত 1টি স্বরবর্ণ নিয়ে 3টি বর্ণ দ্বারা গঠিত শব্দ সংখ্যা = যেকোন 3টি বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা – কোন স্বরবর্ণ না নিয়ে অর্থাৎ যেকোন 3টি ব্যঞ্জন বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দ সংখ্যা = $110 - 19 = 91$

17. (a) n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের r (n> r) সংখ্যক একবারে নিয়ে গঠিত বিন্যাসের যেগুলোতে একটি বিশেষ জিনিস অন্তর্ভুক্ত থাকে তাদের সংখ্যা এবং যেগুলোতে উহা অন্তর্ভুক্ত থাকেনা তাদের সংখ্যা সমান হলে দেখাও যে, n = 2r.

সমাধান ঃ n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের একটি বিশেষ জিনিস অন্তর্ভুক্ত থাকলে অবশিষ্ট $(n-1)$ সংখ্যক জিনিস হতে বাকি $(r-1)$ সংখ্যক জিনিসকে ${}^{n-1}C_{r-1}$ উপায়ে অন্তর্ভুক্ত করা যাবে। এক্ষেত্রে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা = ${}^{n-1}C_{r-1}\times r!$

একটি বিশেষ জিনিস অন্তর্ভুক্ত না থাকলে অবশিষ্ট $(n-1)$ সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিসকে ${}^{n-1}C_r$ উপায়ে অন্তর্ভুক্ত করা যাবে। এক্ষেত্রে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা = ${}^{n-1}C_r\times r!$

প্রশ্নমতে , ${}^{n-1}C_{r-1}\times r! = {}^{n-1}C_r\times r! \Rightarrow \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-1-r+1)!} = \frac{(n-1)!}{r!(n-1-r)!}$

$$\Rightarrow \frac{1}{(r-1)!(n-r).(n-r-1)!} = \frac{1}{r.(r-1)!(n-1-r)!} \Rightarrow \frac{1}{n-r} = \frac{1}{r}$$

$\Rightarrow \quad n - r = r \Rightarrow n = 2r$ (Showed)

(b) n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের r সংখ্যক একবারে নিয়ে গঠিত বিন্যাসের যেগুলোতে দুইটি বিশেষ জিনিস অন্তর্ভুক্ত থাকে তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর। এদের কতগুলোতে বিশেষ জিনিস দুইটি পাশাপাশি থাকবে।

সমাধান ঃ ১ম অংশ ঃ n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের দুইটি বিশেষ জিনিস অন্তর্ভুক্ত থাকলে অবশিষ্ট $(n-2)$ সংখ্যক জিনিস হতে বাকি $(r-2)$ সংখ্যক জিনিসকে ${}^{n-2}C_{r-2}$ উপায়ে অন্তর্ভুক্ত করা যাবে।

n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের r সংখ্যক একবারে নিয়ে গঠিত বিন্যাসের যেগুলোতে দুইটি বিশেষ জিনিস অন্তর্ভুক্ত থাকে তাদের সংখ্যা $= {}^{n-2}C_{r-2} \times r! = \dfrac{(n-2)!r!}{(r-2)!(n-2-r+2)!} = \dfrac{(n-2)!r!}{(r-2)!(n-r)!}$ (Ans.)

২য় অংশ ঃ এই দুইটি বিশেষ জিনিসকে একটি একক জিনিস বিবেচনা করলে $(r-1)$ সংখ্যক ভিন্ন জিনিস $(r-1)!$ ভাবে বিন্যস্ত হবে এবং বিশেষ জিনিস দুইটি $2!$ ভাবে বিন্যস্ত হবে।

নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{n-2}C_{r-2} \times (r-1)! \times 2! = \dfrac{(n-2)!}{(r-2)!(n-2-r+2)!} 2.(r-1)!$

$$= \frac{(n-2)!}{(r-2)!(n-r)!} 2.(r-1).(r-2)! = \frac{2(r-1).(n-2)!}{(n-r)!} \text{ (Ans.)}$$

17. (c) n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের r সংখ্যক একবারে নিয়ে গঠিত বিন্যাসের যেগুলোতে দুইটি বিশেষ জিনিস অন্তর্ভুক্ত থাকলে উভয়েই থাকে তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের দুইটি বিশেষ জিনিস অন্তর্ভুক্ত থাকলে অবশিষ্ট $(n-2)$ সংখ্যক জিনিস হতে বাকি $(r-2)$ সংখ্যক জিনিসকে ${}^{n-2}C_{r-2}$ উপায়ে অন্তর্ভুক্ত করা যাবে। এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{n-2}C_{r-2} \times r!$

n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিসের দুইটি বিশেষ জিনিসের কোনটি অন্তর্ভুক্ত না থাকলে অবশিষ্ট $(n-2)$ সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিসকে ${}^{n-2}C_r$ উপায়ে অন্তর্ভুক্ত করা যাবে। এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{n-2}C_r \times r!$

নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= {}^{n-2}C_{r-2} \times r! + {}^{n-2}C_r \times r! = \dfrac{(n-2)!.r!}{(r-2)!(n-2-r+2)!} + \dfrac{(n-2)!.r!}{r!(n-2-r)!}$

$$= \frac{(n-2)!.r(r-1).(r-2)!}{(r-2)!(n-r)!} + \frac{(n-2)!.}{(n-2-r)!} = \frac{(n-2)!.r(r-1)}{(n-r)(n-r-1)(n-r-2)!} + \frac{(n-2)!.}{(n-2-r)!}$$

$$= \frac{(n-2)!\{r(r-1)+(n-r)(n-r-1)\}}{(n-r)(n-r-1)(n-r-2)!} = \frac{(n-2)!(r^2-r+n^2-2nr+r^2-n+r)}{(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-2)!}{(n-r)!}(2r^2+n^2-2nr-n) \text{ (Ans.)}$$

(d) একটি সংকেত তৈরি করতে তিনটি পতাকার প্রয়োজন হয়। 6টি বিভিন্ন রং-এর প্রত্যেটির 4টি করে 24টি পতাকা দ্বারা কতগুলো সংকেত দেয়া যেতে পারে?

সমাধান ঃ সবগুলো পতাকা ভিন্ন ভিন্ন রঙের নিয়ে সংকেত দেয়ার সংখ্যা $= {}^6P_3 = 120$

6টি বিভিন্ন রঙের পতাকা হতে এক রঙের 2টি পতাকা বাছাই করা যায় ${}^6C_1$ উপায়ে। আবার অবশিষ্ট 5টি বিভিন্ন রঙের পতাকা হতে এক রঙের 1টি পতাকা বাছাই করা যায় ${}^5C_1$ উপায়ে। এই বেছে নেয়া এক রঙের 2টি ও অন্য রঙের 1টি পতাকাকে $\dfrac{3!}{2!} = 3$ উপায়ে সাজানো যায়।

2টি এক রঙের এবং অপরটি অন্য এক রঙের নিয়ে সংকেত দেয়ার সংখ্যা $= {}^6C_1 \times {}^5C_1 \times 3 = 6 \times 5 \times 3 = 90$

সবগুলো পতাকা একই রঙের নিয়ে সংকেত দেয়ার সংখ্যা $= {}^6C_1 \times \dfrac{3!}{3!} = 6$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 120 + 90 + 6 = 216$

18. n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে প্রতিবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে যত প্রকারে বিন্যাস (Permutation) করা যায় তার সংখ্যা ${}^nP_r$ এবং যতগুলি সমাবেশ (Combination) হতে পারে তার সংখ্যা ${}^nC_r$.

(a) $^{n+1}P_3+{}^nC_3+{}^nC_2=343$ হলে n এর মান নির্ণয় কর। বইঘর.কম

(b) প্রমাণ কর যে, $^nC_r+{}^nC_{r-1}={}^{n+1}C_r$

[ঢা.'১০,'১২; রা. '০৮; চ. '০৭,'১৪; সি. '০৭, '০৯; কু.'০৭,'১২,'১৪; ব.'০৮,'১২,'১৪; দি.'১০,'১৩; য.'১৪]

(c) 'Combination' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে অন্তত একটি বর্ণ কত উপায়ে বাছাই করা যায় এবং স্বরবর্ণগুলির স্থান পরিবর্তন না করে 'Permutation' শব্দটির বর্ণগুলি কত উপায়ে পুনর্বিন্যাস করা যায়?

[ব.০৫ ; চ.'০৪; ঢা. '০৯; দি.'১৩]

সমাধান ঃ (a) $^{n+1}P_3+{}^nC_3+{}^nC_2=392 \Rightarrow {}^{n+1}P_3+({}^nC_3+{}^nC_{3-1})=392$

$\Rightarrow {}^{n+1}C_3\times 3!+{}^{n+1}C_3=392 \Rightarrow 7\times{}^{n+1}C_3=392 \Rightarrow {}^{n+1}C_3=56={}^8C_3 \Rightarrow n+1=8 \therefore n=7$

(b) **মূল বইয়ের ১৩৮ পৃষ্ঠা দ্রষ্টব্য।**

(c) 'Combination' শব্দটিতে 2টি O, 2টি N, 2টি I ও 5টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ আছে।

অন্তত একটি বর্ণ বাছাই করা যাই $(2+1)(2+1)(2+1)2^5-1=863$ উপায়ে।

'PERMUTATION' শব্দটিতে মোট 11টি বর্ণ আছে যাদের 5টি স্বরবর্ণ।

5 টি স্বরবর্ণের স্থান পরিবর্তন না করে 2টি T সহ অবশিষ্ট (11 – 5) বা, 6টি ব্যঞ্জন বর্ণকে $\frac{6!}{2!}=\frac{720}{2}=360$ উপায়ে সাজানো যায়।

নির্ণেয় পুনর্বিন্যাস করার উপায় $=360-1=359$ (Ans.)

19. সাতটি সরল রেখার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 সে.মি.।

(a) 1234567 সংখ্যাটির অঙ্কগুলি থেকে অন্তত একটি জোড় অঙ্ক ও অন্তত একটি বিজোড় অঙ্ক কতভাবে বাছাই করা যায়? উ: 105

(b) ^nP_r এর মান নির্ণয় কর। [কু.'০৮;ব.'০৯ ; চ.'০৬,'০৯,'১৩;য.'০৭,'১১; দি.'১৪]

(c) দেখাও যে, একটি চতুর্ভুজ গঠন করার জন্য চারটি সরল রেখা যত প্রকারে বাছাই করা যায় তার সংখ্যা 32.

[চ.'০৮,'১২;সি.'০৮,'১২; দি.'০৯;য.'০৯;ব.'০৮,'১০]

সমাধান: (a) 1234567 সংখ্যাটির তিনটি জোড় অঙ্ক ও চারটি বিজোড় অঙ্ক আছে।

অন্তত একটি জোড় অঙ্ক ও অন্তত একটি বিজোড় অঙ্ক বাছাই করা যায় $(2^3-1)(2^4-1)=105$ উপায়ে।

(b) **মূল বইয়ের ১২৭ পৃষ্ঠা দ্রষ্টব্য।**

(c) **প্রশ্নমালা VB এর 6(a) দ্রষ্টব্য।**

20. যেকোনো সংখ্যা গঠনে 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অঙ্কগুলি ব্যবহার করা হয়।

(a) প্রত্যেক সংখ্যায় প্রত্যেক অঙ্ক কেবল একবার ব্যবহার করে 10 অঙ্কের কতগুলি অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যায়?

(b) প্রত্যেক সংখ্যায় প্রত্যেক অঙ্ক কেবল একবার ব্যবহার করে 10 অঙ্কের কতগুলি অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়।

(c) প্রত্যেক সংখ্যায় 1 নয়বার ও 9 একবার ব্যবহার করে 10 অঙ্কের যতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায় তাদের গড় নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ (a) প্রদত্ত 10টি অঙ্ক ব্যবহার করে 10! সংখ্যক সংখ্যা গঠন করা যায়। কিন্তু 0 দ্বারা শুরু 9! সংখ্যক সংখ্যা অর্থপূর্ণ সংখ্যা নয়।

নির্ণেয় অর্থপূর্ণ সংখ্যা $= 10! - 9! = 3265920$

(b) সংখ্যাগুলির শেষে 0, 2, 4, 6 অথবা 8 থাকলে সংখ্যাগুলি জোড় হবে। আবার, সংখ্যার প্রথমে 0 থাকলে তা অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবেনা।

0 শেষে রেখে প্রথম স্থানটি 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 বা 9 দ্বারা 9 উপায়ে পূরণ করা যায়। অবশিষ্ট মাঝের 8টি স্থান বাকী 8টি অঙ্ক দ্বারা $8! = 40320$ উপায়ে পূরণ করা যায়।

0 শেষে রেখে অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করার উপায় সংখ্যা $= 9 \times 40320 = 362880$

আবার, 2 শেষে রেখে প্রথম স্থানটি 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 বা 9 দ্বারা 8 উপায়ে পূরণ করা যায়। অবশিষ্ট মাঝের 8টি স্থান বাকী 8টি অঙ্ক দ্বারা $8! = 40320$ উপায়ে পূরণ করা যায়।

2 শেষে রেখে অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করার উপায় সংখ্যা $= 8 \times 40320 = 322560$

অনুরূপভাবে, 4, 6 অথবা 8 শেষে রেখে অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করার উপায় সংখ্যা $= 322560$

নির্ণেয় অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা $= 362880 + 4 \times 322560 = 1653120$ সংখ্যক।

(c) প্রত্যেক সংখ্যায় 1 নয়বার ও 9 একবার ব্যবহার করে যতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায় তাদের সংখ্যা $= \frac{10!}{9!} = 10$

প্রত্যেক স্থানে (একক, দশক, শতক ইত্যাদি) 9 একবার ও 1 নয়বার পুনরাবৃত্ত হয়।

দশ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার প্রত্যেক স্থানের অঙ্কগুলির সমষ্টি $= 9 + 1 \times 9 = 18$

প্রত্যেক সংখ্যায় 1 নয়বার ও 9 একবার ব্যবহার করে 10 অঙ্কের গঠিত সংখ্যার সমষ্টি

$= 18 \times 1111111111 = 19999999998$

নির্ণেয় গড় $= 19999999998 \div 10 = 1999999999{\cdot}8$

অথবা.

গঠিত সংখ্যার সমষ্টি $= 9111111111 + 1911111111 + 1191111111 + 1119111111 + 1111911111 + 1111191111 + 1111119111 + 1111111911 + 1111111191 + 1111111119$
$= 19999999998$

নির্ণেয় গড় $= 19999999998 \div 10 = 1999999999{\cdot}8$

কাজ:

১। 10 টি জিনিসের মধ্যে 2টি এক জাতীয় এবং বাকীগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। ঐ জিনিসগুলো থেকে প্রতিবারে 5টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

সমাধান : সবগুলোই জিনিস ভিন্ন ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা $= (10 - 2 + 1)$ অর্থাৎ 9টি বিভিন্ন জিনিস থেকে প্রতিবারে 5টি নিয়ে বাছাই সংখ্যা $= {}^9C_5 = 126$

2টি জিনিস এক জাতীয় এবং অপর 3টি জিনিস ভিন্ন ভিন্ন এরূপ বাছাই সংখ্যা $= {}^2C_2 \times {}^8C_3 = 1 \times 56 = 56$

নির্ণেয় মোট বাছাই সংখ্যা $= 126 + 56 = 182$

২। 13 জন বালকের একটি দলে 5 জন বালক সেনা আছে। কত প্রকারে 7 জন বালক বাছাই করা যায় যাতে (i) ঠিক 3 জন বালক সেনা থাকে, (ii) অন্তত 3 জন বালক সেনা থাকে?

(i) সমাধান : 5 জন বালক সেনা থেকে প্রতিবারে ঠিক 3 জনকে ${}^5C_3 = 10$ উপায়ে এবং অন্যান্য $(13 - 5)$ অর্থাৎ, 8 জন বলক থেকে প্রতিবারে বাকি $(7 - 3)$ অর্থাৎ, 4 জনকে ${}^8C_4 = 70$ উপায়ে বাছাই করা যায়।

7 জনের দল গঠন করা যাবে $= 10\times70 = 700$ উপায়ে।

(ii) ঃ নিম্নরূপে 7 জনের একটি দল গঠন করা যেতে পারে –

বালক সেনা (5)	অন্যান্য বালক (8)	কমিটি গঠনের উপায়
3	4	${}^5C_3\times{}^8C_4 = 10\times70 = 700$
4	3	${}^5C_4\times{}^8C_3 = 5\times56 = 280$
5	2	${}^5C_5\times{}^8C_2 = 1\times28 = 28$

$(700 + 280 + 28)$ অর্থাৎ, 1008 প্রকারে দল গঠন করা যাবে।

৩। 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 চিহ্নিত আটটি কাউন্টার থেকে অন্যূন একটি বিজোড় ও একটি জোড় কাউন্টার নিয়ে চারটি কাউন্টারের কতগুলো সমাবেশ গঠন করা যেতে পারে?

সমাধান ঃ নিম্নরূপে 4টি কাউন্টারের সমাবেশ গঠন করা যেতে পারে –

জোড় কাউন্টার (4)	বিজোড় কাউন্টার (4)	সমাবেশ গঠনের উপায়
1	3	${}^4C_1\times{}^4C_3 = 4\times4 = 16$
2	2	${}^4C_2\times{}^4C_2 = 6\times6 = 36$
3	1	${}^4C_3\times{}^4C_1 = 4\times4 = 16$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 16 + 36 + 16 = 68$

অতিরিক্ত প্রশ্ন (সমাধানসহ)

1. (a) একটি সমতলে n- সংখ্যক সরলরেখা টানলে, যদি কোন দুইটি সরলরেখা সমান্তরাল না হয়, এবং কোন তিনটিও সমবিন্দু না হয়, তবে সেখানে কতগুলো ছেদবিন্দু থাকবে?

সমাধান ঃ দুইটি অসমান্তরাল সরলরেখা একটি বিন্দুতে ছেদ করে।

যেকোন দুইটি সমান্তরাল নয় এরূপ n- সংখ্যক সরলরেখা ছেদ করবে ${}^nC_2 = \frac{1}{2}n(n-1)$ সংখ্যক বিন্দুতে।

(b) শূন্যে অবস্থিত n- সংখ্যক বিন্দুর মধ্যে কোন তিনটি বিন্দুও সমরেখ নয় এবং কোন চারটি এক সমতলে নয়। n-এর কত মানের জন্য বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখার দ্বারা প্রাপ্ত সরলরেখার সংখ্যা ও সমতলের সংখ্যা সমান হবে?

সমাধান ঃ একটি সরলরেখার জন্য দুটি বিন্দু এবং একটি সমতলের জন্য তিনটি বিন্দুর প্রয়োজন।এখানে মোট n- সংখ্যক বিন্দু ।অতএব, মোট সরলরেখার সংখ্যা ${}^nC_2$ এবং মোট সমতলের সংখ্যা ${}^nC_3$.

প্রশ্নমতে, ${}^nC_3 = {}^nC_2 \Rightarrow \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) = \frac{1}{2}n(n-1) \Rightarrow n-2 = 3 \;\therefore n = 5$

(c) শূন্যে অবস্থিত n- সংখ্যক বিন্দুর মধ্যে কোন তিনটি বিন্দুও সমরেখ নয় এবং কোন চারটি এক সমতলে নয়, কেবল p-সংখ্যক বিন্দু এক সমতলে অবস্থিত।ঐ বিন্দুগুলো দ্বারা কতগুলো ভিন্ন সমতল গঠন করা যেতে পারে?

সমাধান ঃ একটি সমতল গঠন করাতে তিনটি বিন্দুর প্রয়োজন।

প্রদত্ত n- সংখ্যক বিন্দু দ্বারা গঠিত সমতলের সংখ্যা $= {}^nC_3$

কিন্তু যেহেতু p- সংখ্যক বিন্দু একসমতলে অবস্থিত; সুতরাং তারা ${}^pC_3$ সংখ্যক সমতলের পরিবর্তে কেবল একটি সমতল গঠন করে।

নির্ণেয় সমতলের সংখ্যা $= {}^nC_3 - {}^pC_3 + 1 = \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) - \frac{1}{6}p(p-1)(p-2) + 1$

(d) কোন সমতলে অবস্থিত n- সংখ্যক বিন্দুর মধ্যে , p- সংখ্যক বিন্দু সমরেখ, বাকিগুলোর যে কোন তিনটি বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত নয়। ঐ n- সংখ্যক বিন্দুগুলো সংযোগ করে মোট কতগুলো সরলরেখা পাওয়া যাবে? এদের দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের সংখ্যাও নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ প্রথম অংশ ঃ দুই বিন্দুর সংযোগে একটি সরলরেখা উৎপন্ন হয়।

প্রদত্ত n- সংখ্যক বিন্দু দ্বারা গঠিত সরলরেখার সংখ্যা = $^{n}C_2$

কিন্তু যেহেতু p- সংখ্যক বিন্দু সমরেখ; সুতরাং তারা $^{p}C_2$ সংখ্যক রেখার পরিবর্তে কেবল একটি রেখা গঠন করে।

নির্ণেয় রেখার সংখ্যা = $^{n}C_2 - {^{p}C_2} + 1 = \frac{1}{2}n(n-1) - \frac{1}{2}p(p-1) + 1$

দ্বিতীয় অংশ ঃ অসমরেখ তিনটি বিন্দুর সংযোগ রেখা দ্বারা একটি ত্রিভুজ গঠিত হয়।

উপরের যুক্তি অনুযায়ী নির্ণেয় ত্রিভুজ সংখ্যা = $^{n}C_3 - {^{p}C_3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} - \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{6} - \frac{p(p-1)(p-2)}{6}$$

3. ক্রিকেট বিশ্বকাপ -2007 এ 4 টি গ্রুপ থেকে 2টি করে দল শীর্ষ আটে উঠে। নিজ গ্রুপের দল ব্যতীত এই 8 টি দলের প্রতিটি দল পরস্পরের মুখোমুখি হলে শীর্ষ আটে মোট কয়টি খেলা অনুষ্ঠিত হয়।

সমাধান : 8টি দলের 2টি করে দল পরস্পরের সাথে খেললে মোট খেলার সংখ্যা হয় $^{8}C_2$ বা 28 টি।

কিন্তু শীর্ষ আটে নিজ গ্রুপের দল দুইটি পরস্পরের সাথে খেলেনি বলে 4টি গ্রুপের 4টি খেলা অনুষ্ঠিত হয়নি।

শীর্ষ আটে মোট খেলা অনুষ্ঠিত হয় (28 – 4) বা , 24 টি

4. (a) প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 2, 3, 4, 5, 6, 7 এবং 8 অঙ্কগুলো দ্বারা চার অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো পৃথক সংখ্যা গঠন করা যায়?

সমাধান ঃ এখানে 7টি অঙ্ক আছে। প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 7টি অঙ্ক দ্বারা চার অঙ্কের গঠিত মোট সংখ্যা = $^{7}P_4 = 840$

(b) প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 3, 1, 7, 0, 9, 5 অঙ্কগুলো দ্বারা ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে? এদের মধ্যে কতগুলো সংখ্যায় দশকের স্থানে শূন্য থাকবে?

সমাধান ঃ এখানে শূন্যসহ মোট 6টি বিভিন্ন অঙ্ক আছে। সংখ্যার প্রথমে 0 থাকলে তা অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবেনা।

প্রথম স্থানটি 5টি অঙ্ক 3, 1, 7, 9, 5 এর যেকোন একটি দ্বারা $^{5}P_1$ উপায়ে পূরণ করে অবশিষ্ট 5টি স্থান বাকি 5টি অঙ্ক দ্বারা পূরণ করা যাবে 5! উপায়ে। $\therefore$ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = $^{5}P_1 \times 5! = 5 \times 120 = 600$

২য় অংশ : প্রথম স্থানটি 5টি অঙ্ক 3, 1, 7, 9, 5 এর যেকোন একটি দ্বারা $^{5}P_1$ উপায়ে এবং দশকের স্থান শূন্য দ্বারা পূরণ করে অবশিষ্ট 4টি স্থান বাকি 4টি অঙ্ক দ্বারা পূরণ করা যাবে 4! উপায়ে। $\therefore$ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = $^{5}P_1 \times 4! = 5 \times 24 = 120$

(c) 3, 4, 0, 5, 6 অঙ্কগুলোর একটিকেও পুনরাবৃত্তি না করে 10 এবং 1000 মধ্যবর্তী কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?

সমাধান ঃ 10 এবং 1000 মধ্যবর্তী সংখ্যাগুলো দুই অঙ্কের ও তিন অঙ্কের হবে। এখানে শূন্যসহ মোট 5টি বিভিন্ন অঙ্ক আছে। সংখ্যার প্রথমে 0 থাকলে তা অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবেনা।

দুই অঙ্কের গঠিত মোট সংখ্যা = 5টি অঙ্ক দ্বারা দুই অঙ্কের গঠিত মোট সংখ্যা – 0 প্রথমে রেখে বাকি 4টি অঙ্ক দ্বারা এক অঙ্কের গঠিত মোট সংখ্যা = $^{5}P_2 - {^{4}P_1} = 20 - 4 = 16$

অনুরূপভাবে, তিন অঙ্কের গঠিত মোট সংখ্যা = $^{5}P_3 - {^{4}P_2} = 60 - 12 = 48$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা = 16 + 48 = 64

[MCQ এর জন্য : নির্ণেয় মোট সংখ্যা = $4\,({}^4P_1 + {}^4P_2) = 64$]

5. (a) প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবারের বেশি ব্যবহার না করে 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 অঙ্কগুলো দ্বারা 10000 এর ছোট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

সমাধান ঃ এখানে শূন্যসহ মোট 8টি অঙ্ক আছে। সংখ্যার প্রথমে 0 থাকলে তা অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবেনা। 10000 এর ছোট সংখ্যা নিম্নরূপে গঠন করা যায় ঃ

শূন্য ব্যতীত বাকী 7টি অঙ্ক দ্বারা এক অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^7P_1 = 7$

দুই অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = 8টি অঙ্ক দ্বারা দুই অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা – 0 প্রথমে রেখে বাকি 7টি অঙ্ক দ্বারা এক অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^8P_2 - {}^7P_1 = 49$

অনুরূপভাবে, তিন অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^8P_3 - {}^7P_2 = 294$

এবং চার অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^8P_4 - {}^7P_3 = 1470$

10000 এর ছোট মোট সংখ্যা = (7 + 49 + 294 + 1470) = 1820

[MCQ এর জন্য : নির্ণেয় মোট সংখ্যা = ${}^7P_1\,(1 + {}^7P_1 + {}^7P_2 + {}^7P_3) = 1820$]

(b) প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবারের বেশি ব্যবহার না করে 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অঙ্কগুলো দ্বারা 1000-এর চেয়ে ছোট এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

সমাধান ঃ এখানে শূন্যসহ মোট 10টি ভিন্ন অঙ্ক আছে। সংখ্যার প্রথমে 0 থাকলে তা অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবেনা। 5 দ্বারা সংখ্যাগুলোর শেষে 0 বা 5 থাকতে হবে।

1000-এর চেয়ে ছোট এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা নিম্নরূপে গঠন করা যায় ঃ

এক অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = 1

দুই অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = শেষে 0 থাকে এরূপ মোট সংখ্যা + শেষে 5 থাকে এরূপ মোট সংখ্যা

$$= {}^9P_1 + {}^8P_1 = 9 + 8 = 17$$

তিন অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = শেষে 0 থাকে এরূপ মোট সংখ্যা + শেষে 5 থাকে এরূপ মোট সংখ্যা

$$= {}^9P_2 + ({}^9P_2 - {}^8P_1) = 72 + 72 - 8 = 136$$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা = 1 + 17 + 136 = 154

(c) প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবারের বেশি ব্যবহার না করে 0, 1, 2, 3, 4 অঙ্কগুলো দ্বারা তিন অঙ্কের বেশি নয়, এরূপ কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

সমাধান ঃ এখানে শূন্যসহ মোট 5টি ভিন্ন অঙ্ক আছে। সংখ্যার প্রথমে 0 থাকলে তা অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবেনা। তিন অঙ্কের বেশি নয় এরূপ সংখ্যা নিম্নরূপে গঠন করা যায় ঃ

এক অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^4P_1 = 4$

দুই অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^5P_2 - {}^4P_1 = 20 - 4 = 16$

তিন অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^5P_3 - {}^4P_2 = 60 - 12 = 48$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা = 4 + 16 + 48 = 68

(d) 1, 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলি যে কোন সংখ্যকবার ব্যবহার করে চার অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়? এ সংখ্যাগুলির কয়টিতে একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে।

সমাধান ঃ প্রদত্ত পাঁচটি অঙ্ক দ্বারা চার অঙ্কবিশিষ্ট প্রত্যেক সংখ্যার প্রতিটি স্থান 5 উপায়ে পূরণ করা যায়।

প্রদত্ত অঙ্কগুলি যে কোন সংখ্যকবার ব্যবহার করে চার অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায় $5^4 = 625$ উপায়ে। আবার, প্রদত্ত অঙ্কগুলি প্রত্যেক সংখ্যায় একবারের বেশি ব্যবহার না করে চার অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায় $^5P_4 = 120$ উপায়ে।

$625 - 120 = 505$ টি সংখ্যায় একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে।

6. কোনো পরীক্ষায় তিনটি বিষয়ের প্রতিটির পূর্ণমাণ-100 । একজন ছাত্র কতভাবে 200 নম্বর পেতে পারে?

সমাধান : একজন ছাত্রকে 200 নম্বর পেতে হলে প্রতিটি বিষয়ে 0 হতে 100 নম্বর পেতে হবে।

ছাত্রটি নিম্নরূপে পরীক্ষায় 200 নম্বর পেতে পারে -

১ম বিষয়ে প্রাপত নম্বর	২য় বিষয়ে প্রাপত নম্বর	৩য় বিষয়ে প্রাপত নম্বর	মোট প্রাপ্ত নম্বর
0	100	100	200
1	100	99	200
1	99	100	200
2	100	88	200
2	99	99	200
2	88	100	200

লক্ষ্যনীয় যে, ১ম বিষয়ে 0 পাওয়া যায় 1 উপায়ে, 1 পাওয়া যায় 2 উপায়ে, 2 পাওয়া যায় 3 উপায়ে। অনুরূপভাবে, ১ম বিষয়ে 3 পাওয়া যায় 4 উপায়ে, 4 পাওয়া যায় 5 উপায়ে, 5 পাওয়া যায় 6 উপায়ে $\cdots$, 100 পাওয়া যায় 101 উপায়ে।

নির্ণেয় সংখ্যা $= 1 + 2 + 3 + \cdots + 101 = \frac{101(101+1)}{2} = \frac{101 \times 102}{2} = 5151$

7 (a) n (A) = 4 হলে, P(A) সেটের কমপক্ষে একটি উপাদান কতভাবে বাছাই করা যায়?

সমাধান ঃ দেওয়া আরছে , $n(A) = 4$ $P(A)$ সেটের উপাদান সংখ্যা $= 2^4 = 16$

$P(A)$ সেটের কমপক্ষে একটি উপাদান বাছাই করা যায় $(2^{16} - 1)$ বা 65535 উপায়ে।

(b) n (A) = 2, n (B) = 3 হলে, P (A × B) সেটের কমপক্ষে একটি উপাদান কতভাবে বাছাই করা যায়?

সমাধান ঃ দেওয়া আরছে , $n(A) = 2,\ n(B) = 3$ $n(A \times B) = 2 \times 3 = 6$

$P(A \times B)$ সেটের উপাদান সংখ্যা $= 2^6 = 64$

$P(A \times B)$ সেটের কমপক্ষে একটি উপাদান বাছাই করা যায় $(2^{64} - 1)$ উপায়ে।

8. n(A)= 3, n(B) = 4 হলে A , B ও J_5 প্রত্যেক সেটের কমপক্ষে একটি উপাদান কতভাবে বাছাই করা যায়?

সমাধান ঃ $n(J_5) = 5$.

প্রত্যেক সেটের কমপক্ষে একটি উপাদান বাছাই করার উপায় $= (2^3 - 1)(2^4 - 1)(2^5 - 1) = 3255$

9. 'EQUATION' শব্দটির সবগুলো ৎ প্রশ্নমালা V (A + B) কারে দুইটি শব্দ গঠন করা যেতে পারে, যেন E, Q, U অক্ষর তিনটি এক শব্দে এবং C, - । অন্তর্ভুক্ত থাকে?

সমাধান ঃ A, T, I অক্ষর তিনটি থেকে যেকোন 0, 1, 2 ও 3টি অক্ষর ১ম শব্দে (E, Q, U অন্তর্ভুক্ত শব্দে) অন্তর্ভুক্ত করা হলে ২য় শব্দে (O, N অন্তর্ভুক্ত শব্দে) যথাক্রমে 3, 2, 1 ও 0টি অক্ষর অন্তর্ভুক্ত করতে হবে। এ 3টি

অক্ষরকে ১ম শব্দে 1টি ও ২য় শব্দে 2টি অন্তর্ভুক্ত করা যায় $\frac{3!}{1! \times 2!}$ উপায়ে।

A, T, I অক্ষর তিনটি নিম্নরূপে অন্তর্ভুক্ত করে দুইটি শব্দ গঠন করা যায় –

E, Q, U অন্তর্ভুক্ত শব্দ	O, N অন্তর্ভুক্ত শব্দ	দুইটি শব্দ গঠন করার উপায়
$3+0=3$	$2+3=5$	$\frac{3!}{0! \times 3!} \times 3! \times 5! = 720$
$3+1=4$	$2+2=4$	$\frac{3!}{1! \times 2!} \times 4! \times 4! = 1728$
$3+2=5$	$2+1=3$	$\frac{3!}{2! \times 1!} \times 5! \times 3! = 2160$
$3+3=6$	$2+0=6$	$\frac{3!}{3! \times 0!} \times 6! \times 2! = 1440$

নির্ণেয় মোট সংখ্যা $= 720 + 1728 + 2160 + 1440 = 6048$

10. **(a) 11 ডিজিট বিশিষ্ট গ্রামীণফোন মোবাইল নম্বরে বাম দিক হতে প্রথম চারটি 0171 দ্বারা নির্ধারিত। গ্রামীণফোন সারা দেশে সর্বাধিক কত সংখ্যক মোবাইল সংযোগ দিতে পারবে? এদের কত সংখ্যক 5 দ্বারা বিভাজ্য হবে? কতগুলোর ঠিক শেষের তিনটি ডিজিট এক রকম হবে তাও নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ ১ম অংশ ঃ 0 হতে 9 পর্যন্ত মোট 10টি অঙ্ক (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) আছে। বাম দিক হতে প্রথম চারটি ডিজিট 0171 দ্বারা নির্ধারিত করে অবশিষ্ট $(11-4)$ বা, 7টি ডিজিট প্রত্যেকটি 10টি অঙ্ক দ্বারা 10 উপায়ে পূরণ করা যাবে।

নির্ণেয় টেলিফোন সংযোগ সংখ্যা $= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^7$

২য় অংশ ঃ 5 দ্বারা বিভাজ্য বলে শেষের ডিজিট 0 অথবা 5 হবে এবং তা $^2C_1 = 2$ উপায়ে পূরণ করা যাবে এবং অবশিষ্ট $(14-4-1)$ বা, 6টি ডিজিট প্রত্যেকটি 10টি অঙ্ক দ্বারা 10 উপায়ে পূরণ করা যাবে।

নির্ণেয় টেলিফোন সংযোগ সংখ্যা $= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 2 = 2 \times 10^6$

৩য় অংশ ঃ শেষের তিনটি ডিজিট 10টি অঙ্কের যেকোন একটির তিনটি দ্বারা 10 উপায়ে পূরণ করা যাবে। শেষের তিনটি ডিজিট 10টি অঙ্কের যেকোন একটি দ্বারা পূরণ করার পর ডান দিক হতে ৪র্থ ডিজিট অবশিষ্ট 9টি অঙ্কের যেকোন একটি দ্বারা 9 উপায়ে পূরণ করা যাবে। অবশিষ্ট $(7-3-1)$ বা, 3টি ডিজিট প্রত্যেকটি 10টি অঙ্ক দ্বারা 10 উপায়ে পূরণ করা যাবে।

শেষের তিনটি ডিজিট ঠিক এক রকম এমন টেলিফোন সংযোগ সংখ্যা $= 10 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 = 9 \times 10^4$

11 ডিজিট বিশিষ্ট টেলিটক মোবাইল নম্বরে বাম দিক হতে প্রথম চারটি 0155 দ্বারা নির্ধারিত। বাম দিক হতে ৫ম ডিজিট জোড় সংখ্যা দ্বারা নির্ধারিত হলে, সারা দেশে কত সংখ্যক টেলিটকের মোবাইল সংযোগ দেওয়া যাবে তা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ 0 হতে 9 পর্যন্ত মোট 4টি অঙ্ক (2, 4, 6, 8) জোড়। বাম দিক হতে ৫ম ডিজিট 4টি অঙ্ক দ্বারা $^4C_1$ উপায়ে পূরণ করা যায়। অবশিষ্ট 6টি ডিজিট প্রত্যেকটি 10টি অঙ্ক দ্বারা 10 উপায়ে পূরণ করা যায়।

মোট সংযোগ সংখ্যা $= {}^4C_1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 4 \times 10^6$

তিন অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার বাম দিক থেকে প্রথম দুইটি অঙ্কের সমষ্টি 4, প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে গঠিত সংখ্যার সমষ্টি 1998 এবং সংখ্যাটির উৎপাদকের সংখ্যা 8 হলে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ মনে করি, সংখ্যাটি $(100a + 10b + c)$.

প্রশ্নমতে, $a + b = 4 \quad \cdots(i)$

$(3-1)! \times (a+b+c) \times 111 = 1998 \Rightarrow a+b+c = \dfrac{1994}{222} = 9 \Rightarrow 4+c = 9 \Rightarrow c = 5$

(i) হতে পাই, $(a, b) = (4, 0), (2, 2), (3, 1)$ অথবা, $(1, 3)$.

নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে 405, 225, 315 অথবা, 135.

এখন, $405 = 3^4 \times 5$. 405 এর উৎপাদকের সংখ্যা $= (4+1)(1+1) = 10$

$225 = 3^2 \times 5^2$ 225 এর উৎপাদকের সংখ্যা $= (2+1)(2+1) = 9$

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 315 এর উৎপাদকের সংখ্যা $= (2+1)(1+1)(1+1) = 12$

$135 = 3^3 \times 5$ 135 এর উৎপাদকের সংখ্যা $= (3+1)(1+1) = 8$

নির্ণেয় সংখ্যা 135.

ভর্তি পরীক্ষার MCQ:

1. যদি *TIME* শব্দটির অক্ষরগুলি পুনর্বিন্যাস করা হয় তবে কতগুলো বিন্যাস স্বরবর্ণ দ্বারা শুরু হবে ? [DU 88-99]

Sol^n : নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= {}^2P_1 \times 3! = 12$

2. *SCIENCE* শব্দটির স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে সবকয়টি বর্ণকে যত উপায়ে সাজানো যায় তাদের সংখ্যা কত? [DU 97-98]

Sol^n : নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= \dfrac{5!}{2!} \times \dfrac{3!}{2!} = 180$

3. প্রতিটি সংখ্যায় প্রতিটি অঙ্ক একবার ব্যবহার করে 0,1,2,3,4,5 দ্বারা কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?[IU 06-07]

Sol^n : নির্ণেয় উপায় $= 6! - 5! = 600$

4. SCHOOL শব্দটি হতে তিনটি অক্ষর বাছাই করা যায় ? [DU 07-08]

Sol^n : নির্ণেয় উপায় $= {}^5C_3 + {}^4C_1 = 14$

5. 6 জন ছাত্র ও 5 জন ছাত্রী হতে 5 জনের একটি কমিটি কতভাবে গঠন করা যাবে যাতে অন্ততঃ একজন ছাত্র ও একজন ছাত্রী অন্তর্ভুক্ত থাকে ? [DU 05-06; Jt.U 06-07]

Sol^n : নির্ণেয় সংখ্যা $= {}^5C_1 \times {}^6C_4 + {}^5C_2 \times {}^6C_3 + {}^5C_3 \times {}^6C_2 + {}^5C_4 \times {}^6C_1 = 455$

6. আটজন ব্রক্তি হতে পাঁচ সদস্যের একটি কমিটি কতভাবে হঠন করা যায় যাতে তিনজন বিশেষ ব্যক্তির সর্বাধিক একজন অন্তর্ভুক্ত থাকে? [DU 97-98]

Sol^n : কমিটি গঠনের উপায় সংখ্যা $= {}^3C_1 \times {}^5C_4 + {}^3C_0 \times {}^5C_5 = 16$

7. 8 জন লোক প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করলে করমর্দনের সংখ্যা কত হবে? [SU 07-08]

Sol^n নির্ণেয় সংখ্যা $= {}^8C_2 = 28$ [$\because$ করমর্দনে দুইজন ব্যক্তি লাগে।]

8. একটি টেনিম টুনামেন্টে 150 জন খেলোয়াড় আছে । এক জন খেলোয়াড় একটি ম্যাচ হারলে টুনামেন্ট থেকে বিদ্যায় নেয়। টুনামেন্টে কতটি ম্যাচ খেলা হয়েছে? [SU 06-07]

Sol^n টুনামেন্টে একজন বিজায়ী হয় এবং অবশিষ্ট $(150 - 1) = 149$ জন খেলোয়াড় 149টি ম্যাচে পরাজিত হয়ে টুনামেন্ট থেকে বিদ্যায় নেয়।অতএব. নির্ণেয় ম্যাচ সংখ্যা $= 149$.

9. ${}^nP_5 = 84 \times {}^{n-1}P_2$ হলে n এর মান কত?