

সমীকরণ

অনুশীলনী-৫.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সূচকীয় সমীকরণ ব্যাখ্যা
২. সূচকীয় সমীকরণ সমাধান



১২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

৪৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩০টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৫টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক

১০টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ৫টি মাস্টার ট্রেনার প্রদীপ ■ ৪টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

১. $3^{x+2} = 81$

সমাধান: $3^{x+2} = 81$

বা, $3^{x+2} = 3^4$

বা, $x+2 = 4$ [$a^m = a^n$ হলে $m = n$]

বা, $x = 4 - 2$

$\therefore x = 2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$

২. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

সমাধান: $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

বা, $\frac{5^{3x}}{5^7} = \frac{3^{3x}}{3^7}$ [$\therefore a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$]

বা, $\frac{5^{3x}}{3^{3x}} = \frac{5^7}{3^7}$

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{5}{3}\right)^7$ [$\therefore \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$]

বা, $3x = 7$

$\therefore x = \frac{7}{3}$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{7}{3}$

৩. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$, ($a > 0$, $a \neq 2$)

সমাধান: $2^{x-4} = 4a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-4}}{4} = a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6}$

বা, $2^{x-4-2} = a^{x-6}$ [$\therefore \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$]

বা, $2^{x-6} = a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-6}}{a^{x-6}} = 1$

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1$ [$\therefore \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$]

বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0$ [$\therefore p^0 = 1$]

বা, $x-6 = 0$

$\therefore x = 6$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 6$

৪. $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$

সমাধান: $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$

বা, $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+5} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x+5}$

বা, $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$ [$\therefore (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$

বা, $2(2x+5) = 3(x+5)$

বা, $4x+10 = 3x+15$

বা, $4x-3x = 15-10$

$\therefore x = 5$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 5$

৫. $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (11\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

সমাধান: $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (11\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

বা, $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (11\sqrt[11]{4^3})^{2x+7}$

বা, $\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left(4^{\frac{3}{11}}\right)^{2x+7}$ [$\therefore \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$]

বা, $4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$ [$\therefore (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $\frac{1}{5}(4x+7) = \frac{3}{11}(2x+7)$

বা, $11(4x+7) = 5 \times 3(2x+7)$

বা, $44x+77 = 30x+105$

বা, $44x - 30x = 105 - 77$

বা, $14x = 28$

বা, $x = \frac{28}{14}$

$\therefore x = 2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$

৬. $\frac{3^{3x-4} \cdot a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5} \quad (a > 0)$

সমাধান: $\frac{3^{3x-4} \cdot a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$

বা, $3^{3x-4-x-1} = \frac{a^{2x-5}}{a^{2x-5}}$

বা, $3^{2x-5} = 1$

বা, $3^{2x-5} = 3^0 \quad [\because a^0 = 1]$

বা, $2x - 5 = 0$

$\therefore x = \frac{5}{2}$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{5}{2}$

৭. $\frac{5^{3x-5} \cdot b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6} \quad (a > 0, b > 0, 5b \neq a)$

সমাধান: $\frac{5^{3x-5} \cdot b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6}$

বা, $5^{3x-5-x-1} \cdot b^{2x-6} = a^{2x-6} \quad \left[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \right]$

বা, $\frac{5^{2x-6} \cdot b^{2x-6}}{a^{2x-6}} = 1$

বা, $\left(\frac{5b}{a} \right)^{2x-6} = 1 \quad \left[\because \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b} \right)^m \right]$

বা, $\left(\frac{5b}{a} \right)^{2x-6} = \left(\frac{5b}{a} \right)^0$

বা, $2x - 6 = 0$

বা, $2x = 6$

বা, $x = \frac{6}{2}$

$\therefore x = 3$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 3$

৮. $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

সমাধান: $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

বা, $4^2 \cdot 4^x = 2^{2x} \cdot 2 + 14$

বা, $16 \cdot 4^x = (2^2)^x \cdot 2 + 14$

বা, $16 \cdot 4^x = 4^x \cdot 2 + 14$

বা, $16 \cdot 4^x - 4^x \cdot 2 = 14$

বা, $4^x(16 - 2) = 14$

বা, $4^x \cdot 14 = 14$

বা, $4^x = 1$ [উভয় পক্ষকে 14 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $4^x = 4^0 \quad [\because a^0 = 1]$

$\therefore x = 0$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 0$

৯. $5^x + 5^{2-x} = 26$

সমাধান: $5^x + 5^{2-x} = 26$

বা, $5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26 \quad \left[\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n} \right]$

বা, $5^x \cdot 5^x + 5^2 = 26 \cdot 5^x$

বা, $(5^x)^2 + 25 = 26 \cdot 5^x$

বা, $(5^x)^2 - 26 \cdot 5^x + 25 = 0$

বা, $a^2 - 26a + 25 = 0 \quad [5^x = a \text{ ধরে}]$

বা, $a^2 - 25a - a + 25 = 0$

বা, $a(a - 25) - 1(a - 25) = 0$

বা, $(a - 1)(a - 25) = 0$

হয় $a - 1 = 0$ অথবা, $a - 25 = 0$

$\therefore a = 1 \quad \therefore a = 25$

$a = 1$ হলে, $5^x = 1$ আবার, $a = 25$ হলে,

$5^x = 1 \quad 5^x = 25$

বা, $5^x = 5^0$ বা, $5^x = 5^2$

$\therefore x = 0 \quad \therefore x = 2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 0, 2$

১০. $3(9^x - 4 \cdot 3^{x-1}) + 1 = 0$

সমাধান: $3(9^x - 4 \cdot 3^{x-1}) + 1 = 0$

বা, $3 \cdot 9^x - 4 \cdot 3 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$

বা, $3 \cdot (3^2)^x - 4 \cdot 3^{x-1+1} + 1 = 0 \quad [\because a^m \cdot a^n = a^{m+n}]$

বা, $3(3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \quad [(a^m)^n = a^{mn} = a^{nm} = (a^n)^m]$

বা, $3a^2 - 4a + 1 = 0 \quad [3^x = a \text{ ধরে}]$

বা, $3a^2 - 3a - a + 1 = 0$

বা, $3a(a - 1) - 1(a - 1) = 0$

বা, $(3a - 1)(a - 1) = 0$

হয়, $3a - 1 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{3} \quad \therefore a = 1$

$a = \frac{1}{3}$ হলে, $3^x = \frac{1}{3}$ আবার, $a = 1$ হলে,

$3^x = \frac{1}{3} \quad 3^x = 1$

বা, $3^x = 3^{-1}$ বা, $3^x = 3^0$

$\therefore x = -1 \quad \therefore x = 0$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 0, -1$

১১. $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

সমাধান: $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

বা, $4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} = 10 \quad \left[\because a^{m+n} = a^m \cdot a^n, a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n} \right]$

বা, $4 \cdot 4^x \cdot 4^x + 4 = 10 \cdot 4^x$

বা, $4(4^x)^2 - 10 \cdot 4^x + 4 = 0$

বা, $4a^2 - 10a + 4 = 0 \quad [4^x = a \text{ ধরে}]$

বা, $4a^2 - 8a - 2a + 4 = 0$

বা, $4a(a - 2) - 2(a - 2) = 0$

বা, $(a - 2)(4a - 2) = 0$

হয় $a - 2 = 0$ অথবা, $4a - 2 = 0$

$\therefore a = 2 \quad \therefore 4a = 2$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

$a = 2$ হলে, $4^x = 2$

বা, $(4)^x = 4^{\frac{1}{2}} \quad [\because \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 2]$

$\therefore x = \frac{1}{2}$

আবার, $a = \frac{1}{2}$ হলে, $4^x = \frac{1}{2}$

বা, $4^x = 4^{\frac{1}{2}}$

বা, $4^x = 4^{\frac{1}{2}}$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

১২. $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} = -32$

সমাধান: $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} = -32$

বা, $(2^x)^2 - 3 \cdot 2^2 \cdot 2^x = -32$ [$\because a^{mn} = (a^m)^n, a^{m+n} = a^m \cdot a^n$]

বা, $(2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$

বা, $a^2 - 12a + 32 = 0$ [$2^x = a$ ধরে]

বা, $a^2 - 8a - 4a + 32 = 0$

বা, $a(a - 8) - 4(a - 8) = 0$

বা, $(a - 4)(a - 8) = 0$

হয় $a - 4 = 0$ অথবা, $a - 8 = 0$

$\therefore a = 4$ $\therefore a = 8$

$a = 4$ হলে, আবার, $a = 8$ হলে,

$2^x = 4$ $2^x = 8$

বা, $2^x = 2^2$ বা, $2^x = 2^3$

$\therefore x = 2$ $\therefore x = 3$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 2, 3$



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ ৫.৩ সূচক-সমীকরণ | Text পৃষ্ঠা-১৭

- যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে, তাকে সূচক সমীকরণ বলে। যেমন: $2^x = 8$; x অজ্ঞাত চলক।
- $a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদিও কেবল যদি $x = m$ হয়।
- সূচকীয় সমীকরণে উভয়পক্ষের ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়।
- সূচকের নিয়মে ভিত্তির মান শূন্য হতে পারে না।

১. যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকরূপে থাকে, তাকে কী সমীকরণ বলে? (সহজ)

- ক) সূচক খ) দ্বিঘাত গ) একঘাত ঘ) ত্রিঘাত

২. নিচের কোনটি সূচক সমীকরণ? (সহজ)

- ক) $2^x = 8$ খ) $x^2 = 4$ গ) $x^3 = 8$ ঘ) $x^4 = 16$

৩. $a \neq 1$, $a^x = a^m$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) [শহীদ বীর উত্তম লে: অনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

- ক) $x = m$ খ) $x \neq m$ গ) $x > m$ ঘ) $x < m$

৪. 4096 কে $\frac{1}{2}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে, এর ঘাত কত হবে? (মধ্যম)

- ক) -12 খ) -11 গ) 11 ঘ) 12

৫. $q \neq 1$ হলে, $q^x = q$ সমীকরণের সমাধান কত? (সহজ)

- ক) $x = 0$ খ) $x = 1$ গ) $x = 2$ ঘ) $x = 3$

৬. $(ab)^x = (ab)^{-2}$ সূত্রে সমীকরণটির

($a > 0, b > 0$ এবং $ab \neq 1$) সমাধান কত? (সহজ)

- ক) -2 খ) $-\frac{1}{2}$ গ) $\frac{1}{2}$ ঘ) 2

৭. $3^x = 81$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) -4 খ) 4 গ) 5 ঘ) 6

৮. $3^{x+4} = 81$ সমীকরণে x এর মান কোনটি? (সহজ) [কাসিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]; [পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

- ক) 4 খ) 3 গ) 2 ঘ) 0

৯. $2^{x+7} = 2^{2x+4}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম) [সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

- ক) -3 খ) 3 গ) 4 ঘ) 6

১০. $2^{2x} - 2^{x+2} = 0$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

- ক) 2 খ) -2 গ) -4 ঘ) -8

১১. $a^{2x-3} = 1$ সমীকরণের সমাধান কত? (সহজ)

- ক) 3 খ) 2 গ) $\frac{3}{2}$ ঘ) $-\frac{3}{2}$

১২. $(2a)^{2x-3} = 1$ ($a > 0$ এবং $a \neq \frac{1}{2}$) হলে, $x =$ কত? (মধ্যম)

- ক) $\frac{3}{2}$ খ) 3 গ) 6 ঘ) $\frac{9}{2}$

১৩. $4^{x+2} = 2^{3x+1}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

- ক) -3 খ) 3 গ) 6 ঘ) 12

১৪. $2^{x+7} = 4^{x+2}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (মধ্যম) [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

- ক) $x = 0$ খ) $x = 2$ গ) $x = 3$ ঘ) $x = 9$

১৫. $2^{x+7} = a^{2x+4}$ সমীকরণের সমাধান (যেখানে x চলক) 3 হলে, a এর মান কত? (কঠিন) [যশোর জিলা স্কুল, যশোর]

- ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4

১৬. $3^{mx-2} = a^{mx-2}$ হলে, $x =$ কত? (মধ্যম) [পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

- ক) -2m খ) 2m গ) $2m^2$ ঘ) $\frac{2}{m}$

১৭. $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^{2x+5}$ সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

- ক) 5 খ) $\frac{1}{5}$ গ) -5 ঘ) -10

১৮. $\left(\frac{3}{4}\right)^y = 4096$ হলে y এর মান কত? (মধ্যম)

- ক) 18 খ) 12 গ) 8 ঘ) 4

১৯. $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{64}{729}$ হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

- ক) -12 খ) -6 গ) 6 ঘ) 12

২০. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২১. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২২. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২৩. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২৪. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২৫. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২৬. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২৭. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২৮. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২৯. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

৩০. $(\sqrt{3})^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 4 খ) 8 গ) 16 ঘ) 32

২১. $\frac{16}{81} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ হলে, $x =$ কত? (কঠিন) [মেহেরপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মেহেরপুর]

- (ক) 6 (খ) 4 (গ) 0 (ঘ) -4

☛ ব্যাখ্যা: $\frac{16}{81} = \frac{2^4}{3^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \therefore \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \therefore x = -4$

২২. $(\sqrt{5})^{x+1} = 125$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম) [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]

- (ক) 2 (খ) 3 (গ) 5 (ঘ) 10

☛ ব্যাখ্যা: $(\sqrt{5})^{x+1} = 125 = 5^3 \therefore (\sqrt{5})^6$
 $\therefore x+1 = 6$ বা, $x = 5$

২৩. $\sqrt[11]{64} = 2^x$ হলে, $x =$ কত? (মধ্যম)

- (ক) $\frac{11}{6}$ (খ) $\frac{6}{11}$ (গ) $\frac{-11}{6}$ (ঘ) $\frac{-6}{11}$

☛ ব্যাখ্যা: $2^{\frac{6}{11}} = 2^x$ বা, $\frac{6}{11} = x$

২৪. $3 \cdot 3^x = 27$ সমীকরণকে $a^x = a^m$ আকারে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি? (সহজ)

- (ক) $3^x = 3^3$ (খ) $3^{x+1} = 3^2$ (গ) $3^{x+1} = 3^3$ (ঘ) $3^{x-1} = 3^3$

☛ ব্যাখ্যা: $3 \cdot 3^x = 27$
 বা, $3^{x+1} = 3^3$

২৫. $2^x \cdot 3^x = 216$ হলে, $x =$ কত? (মধ্যম) [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

☛ ব্যাখ্যা: $2^x \cdot 3^x = 216$
 বা, $(2 \cdot 3)^x = 216$
 বা, $6^x = 6^3$
 $\therefore x = 3$

২৬. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ সমীকরণের সমাধান কত? (কঠিন) [প্রতিভা মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- (ক) -a (খ) a (গ) -6 (ঘ) 6

☛ ব্যাখ্যা: $\frac{2^{x-4}}{2^x} = a^{x-6}$ বা, $2^{x-6} = a^{x-6}$
 বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1$ বা, $\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0$
 বা, $x = 6$

২৭. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ সমীকরণের সমাধান কত? (মধ্যম)

- (ক) $\frac{7}{3}$ (খ) $\frac{3}{7}$ (গ) $\frac{-3}{7}$ (ঘ) $\frac{-7}{3}$

☛ ব্যাখ্যা: $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = 1$ বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0$ বা, $x = \frac{7}{3}$

২৮. $5^x + 5^{2-x} = a$ (যেখানে $x = 0$) হলে, a এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) 0 (খ) 25 (গ) 26 (ঘ) 27

☛ ব্যাখ্যা: $5^0 + 5^2 = a$ বা, $1 + 25 = a$ বা, $a = 26$

২৯. $5^{x-1} = 5 \cdot 2^{x-2}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (কঠিন)

- (ক) $x = 0$ (খ) $x = 1$ (গ) $x = 2$ (ঘ) $x = 3$

☛ ব্যাখ্যা: $5^{x-1} = 5 \cdot 2^{x-2}$ বা, $\frac{5^{x-1}}{5} = 2^{x-2}$
 বা, $5^{x-1-1} = 2^{x-2}$
 বা, $5^{x-2} = 2^{x-2}$
 বা, $\left(\frac{5}{2}\right)^{x-2} = 1 = \left(\frac{5}{2}\right)^0$
 বা, $x-2 = 0$
 $\therefore x = 2$

৩০. $3^{2x-2} - 5 \cdot 3^{3x-2} - 66 = 0$ (যেখানে $x = 3$) হলে, a এর মান কত? (কঠিন)

- (ক) -2 (খ) -1 (গ) 0 (ঘ) 1

☛ ব্যাখ্যা: $3^{6-2} - 5 \cdot 3^{9-2} = 66$ বা, $81 - 5 \cdot 3^{3x-2} = 66$
 বা, $5 \cdot 3^{3x-2} = 15$ বা, $3^{3x-2} = 3$ বা, $3a-2 = 1$ বা, $a = 1$

৩১. নিচের কোনগুলো সূচকের নিয়ম অনুযায়ী সঠিক যখন $a, b \neq 0$ —

- i. $a^x = a^m$ হলে, $x = m$.
 ii. $a^x = b^m$ হলে, $a = b$.
 iii. $a^x = 1$ হলে, $x = 0$.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩২. $a^x = a^m$ হলে— [সাতকীরা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সাতকীরা; কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল]

- i. $x = 1$ এর জন্য $m = 2$ হবে।
 ii. $x = m$ হবে।
 iii. $a^{x-m} = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৩. $a^{-x} (a^x + b^{-x}) = a^2 b^2$ হলে— [সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; [ভি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা]

- i. $a > 1$
 ii. $b > 1$
 iii. $ab = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

☛ ব্যাখ্যা: $a^{-x} \cdot a^x + (ab)^{-x} = a^2 b^2$
 বা, $1 + \frac{1}{(ab)^x} = a^2 b^2$ বা, $(ab)^x = \frac{1}{a^2 b^2 - 1}$

৩৪. $2^{2x-3} = a$ সমীকরণে— [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

- i. $a = 1$ হলে, $x = \frac{3}{2}$
 ii. $a = 2$ হলে, $x = 2$
 iii. $x = 0$ হলে, $a = 8$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৫. 729 সংখ্যাটির—

- i. 3 এর সূচক 3^6
 ii. $\sqrt{9}$ এর সূচক $(\sqrt{9})^6$
 iii. 27 এর সূচক 27^2

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

☛ ব্যাখ্যা: $729 = 27 \times 27 = 9 \times 3 \times 9 \times 3 = 9 \times 9 \times 9$
 $= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৬-৩৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3^{2x+1} - 4 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$ একটি সূচক সমীকরণ।

৩৬. $3^x = a$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটি a এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কী রূপ হবে? (কঠিন)

- (ক) $3a^2 - 12a + 9 = 0$ (খ) $a^2 - 4a + 9 = 0$
 (গ) $3a^2 - 4a + 9 = 0$ (ঘ) $a^3 - 4a + 9 = 0$

☛ ব্যাখ্যা: $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$

বা, $3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3 \cdot 3^x + 9 = 0$ বা, $3a^2 - 12a + 9 = 0$

৩৭. $3^x = a$ ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটিতে a এর মান কত? (সহজ)

- ক) $-3, -9$ খ) $1, 3$ গ) $-\frac{1}{3}, 9$ ঘ) $3, \frac{1}{9}$

ব্যাখ্যা: $3a^2 - 12a + 9 = 0$ বা, $(a-3)(3a-3) = 0$, $a = 1, 3$

৩৮. সমীকরণটির সমাধান কত? (মধ্যম)

- ক) $0, 1$ খ) $0, -1$ গ) $1, 2$ ঘ) $\frac{1}{2}, 1$

ব্যাখ্যা: $a = 1$ হলে, $3^x = 3^0$ বা, $x = 0$
 $a = 3$ হলে, $3^x = 3^1$ বা, $x = 1$

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৯-৪১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$$

৩৯. সমীকরণটির $a^x = a^m$ আকারে প্রকাশিত সঠিক দু'টি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $3^{2(x+5)} = 3^{3(2x+5)}$ খ) $3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$
 গ) $3^{\frac{2x+5}{2}} = 3^{3(2x+5)}$ ঘ) $3^{2(2x+5)} = 3^{\frac{x+5}{3}}$

ব্যাখ্যা: $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5} \therefore 3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}}$

৪০. $x = 2$ হলে সমীকরণের ডানপক্ষের মান কত হবে? (মধ্যম)

- ক) 3 খ) 9 গ) 27 ঘ) 81

ব্যাখ্যা: ডানপক্ষ $= 3^{\frac{2x+5}{2}} = 3^{\frac{2 \cdot 2 + 5}{2}} = 3^{\frac{4+5}{2}} = 3^{\frac{9}{2}} = 3^3 = 27$ [$\because x = 2$]

৪১. নিচের কোনটি প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান? (সহজ)

- ক) $x = 0$ খ) $x = 2$ গ) $x = \frac{5}{2}$ ঘ) $x = 5$

ব্যাখ্যা: ৪৭ এর ব্যাখ্যা থেকে পাই,

$$\frac{x+5}{3^2} = 3^{\frac{2x+5}{3}} \text{ বা, } \frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3} \text{ বা, } 4x+10 = 3x+15$$

$$\text{বা, } x = 15 - 10 \therefore x = 5$$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২-৪৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$3^{P-1} = 3a^{P-2} \text{ এবং } P = 3^{x+4} - 25 \cdot 3^{x+1}$$

৪২. a এর কোন মানের জন্য ১ম সমীকরণের উত্তর পক্ষ সমান হবে? (সহজ)

- ক) 0 খ) 1 গ) 2 ঘ) 3

৪৩. $a > 0$ এবং $a \neq 3$ হলে P এর কোন মানের জন্য ১ম সমীকরণটি সিদ্ধ হবে? (মধ্যম)

- ক) 3 খ) 2 গ) -2 ঘ) -3

ব্যাখ্যা: $3^{P-2} = a^{P-2}$ বা, $\left(\frac{a}{3}\right)^{P-2} = 1 = \left(\frac{a}{3}\right)^0$

$$\text{বা, } P-2 = 0 \text{ বা, } P = 2$$

৪৪. x এর মান কত? (কঠিন)

- ক) 2 খ) 1 গ) -1 ঘ) -2

ব্যাখ্যা: $P = 3^{x+4} - 25 \cdot 3^{x+1}$ বা, $2 = 3^x (3^4 - 25 \cdot 3)$

$$\text{বা, } 3^x \cdot (81 - 75) = 2 \text{ বা, } 3^x \cdot 6 = 2 \text{ বা, } 3^x = \frac{2}{6} = 3^{-1}$$

$$\therefore x = -1$$



শ্রেণির কাজের ওপর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ১: ৪০৯৬ ও ৭২৯ দুইটি সংখ্যা।

ক. ১ম সংখ্যাটিকে ২, ৪ ও ২য় সংখ্যাটিকে ৩ ও ৭ এর সূচকে প্রকাশ কর।

খ. ১ম সংখ্যাকে $\frac{1}{2}$, 4 , $2\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ এর সূচকে এবং ২য় সংখ্যাকে

27 , $\sqrt[5]{9}$ এর সূচকে প্রকাশ কর।

গ. $\frac{64}{729}$ কে $\frac{3}{2}$, $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে প্রকাশ কর এবং $\frac{729}{4096}$ কে $\frac{4}{3}$

$\sqrt[5]{\frac{4}{3}}$ এর সূচকে প্রকাশ কর।

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সংখ্যা দুইটি ৪০৯৬ এবং ৭২৯.

$$\therefore 4096 = 64 \times 64 = 2^6 \times 2^6 = 2^{6+6} = 2^{12}$$

$$4096 = 64 \times 64 = 8^2 \times 8^2 = 8^2 \times 8^2 = 8^{2+2} = 8^4$$

$$\text{এবং } 729 = 27 \times 27 = 3^3 \times 3^3 = 3^{3+3} = 3^6$$

$$729 = 81 \times 9 = 9 \times 9 \times 9 = 9^{1+1+1} = 9^3$$

খ. $4096 = 2^{12}$ ['ক' থেকে পাই]

$$= (2^{-1})^{-12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-12}$$

$4096 = 8^4$ ['ক' থেকে পাই]

$$= (2 \times 4)^4 = 2^4 \times 4^4 = 16 \times 4^4 = 4^2 \times 4^4 = 4^{2+4} = 4^6$$

$$4096 = 2^{12} = 2^{4 \times 3} = (2^4)^3 = 16^3$$

$$4096 = 8^4 = \{(2\sqrt{2})^2\}^4 = (2\sqrt{2})^8$$

$$4096 = 2^{12} = 2^{2 \times 6} = (2^2)^6 = 4^6 = \left\{\left(\frac{1}{4}\right)^3\right\}^6 = \left(\sqrt[3]{4}\right)^{18}$$

$$729 = 3^6 \text{ ['ক' থেকে পাই]} = (3^1)^2 = 27^2$$

$$\text{এবং } 729 = 9^3 \text{ ['ক' থেকে পাই]}$$

$$= \left\{\left(9^{\frac{1}{5}}\right)^5\right\}^3 = \left(9^{\frac{1}{5}}\right)^{15} = \left(\sqrt[5]{9}\right)^{15}$$

$$\frac{64}{729} = \frac{2^6}{3^6} \text{ ['ক' থেকে পাই]}$$

$$= \frac{(2^{-1})^{-6}}{(3^{-1})^{-6}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}} = \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}\right)^{-6} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{1}\right)^{-6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$$

$$\text{আবার, } \frac{64}{729} = \frac{2^6}{3^6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$$

$$= \left[\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}^3\right]^{-6} = \left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}^{-18}$$

$$= \left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)^{-18}$$

$$\text{এবং } \frac{729}{4096} = \frac{3^6}{4^6} \text{ ['খ' থেকে পাই]}$$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \left(\frac{3^{-1}}{4^{-1}}\right)^{-6} = \left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}}\right)^{-6} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{1}\right)^{-6} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$$

$$\text{আবার, } \frac{729}{4096} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$$

$$= \left[\left\{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}}\right\}^5\right]^{-6} = \left\{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}}\right\}^{-30} = \left(\sqrt[5]{\frac{4}{3}}\right)^{-30}$$



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত আরও সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

প্রশ্ন ২ $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

- ক. $4^x = a$ ধরে প্রদত্ত সমীকরণটিকে a এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. সমীকরণটি সমাধান কর। ৪
 গ. শূন্য পূরীক্ষা করে সমীকরণটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$$

$$\text{বা, } 4a + \frac{4}{a} = 10 \quad [\because 4^x = a]$$

$$\text{বা, } \frac{4a^2 + 4}{a} = 10$$

$$\text{বা, } 4a^2 + 4 = 10a$$

$$\text{বা, } 4a^2 - 10a + 4 = 0$$

$$\text{বা, } 2a^2 - 5a + 2 = 0$$

$$\therefore 2a^2 - 5a + 2 = 0$$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ. 'ক' হতে পাই, $2a^2 - 5a + 2 = 0$

$$\text{বা, } 2a^2 - 4a - a + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2a(a - 2) - 1(a - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (a - 2)(2a - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } a - 2 = 0$$

$$\text{বা, } a = 2$$

$$\text{বা, } 4^x = 4^{\frac{1}{2}} \quad [\because \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 2] \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\text{অথবা } 2a - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2a = 1$$

$$\text{বা, } a = \frac{1}{2} \quad [\text{উভয় পক্ষকে ৪ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 4^x = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 4^x = 4^{-\frac{1}{2}}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

গ. 'খ' হতে পাই,

$$x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

শূন্য পূরীক্ষা :

যখন, $x = \frac{1}{2}$, তখন প্রদত্ত সমীকরণটির

$$\text{বামপক্ষ} = 4^{1+\frac{1}{2}} + 4^{1-\frac{1}{2}}$$

$$= 4^{\frac{3}{2}} + 4^{\frac{1}{2}}$$

$$= 4^{\frac{3}{2}} + 4^{\frac{1}{2}}$$

$$= (\sqrt{4})^3 + \sqrt{4}$$

$$= 2^3 + 2$$

$$= 8 + 2$$

$$= 10$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

আবার, যখন $x = -\frac{1}{2}$, তখন প্রদত্ত সমীকরণটির

$$\text{বামপক্ষ} = 4^{1-\frac{1}{2}} + 4^{1+\frac{1}{2}}$$

$$= 4^{\frac{1}{2}} + 4^{\frac{3}{2}}$$

$$= 4^{\frac{1}{2}} + 4^{\frac{3}{2}}$$

$$= \sqrt{4} + (\sqrt{4})^3$$

$$= 2 + 2^3$$

$$= 2 + 8$$

$$= 10$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

সুতরাং, $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ এর জন্য প্রদত্ত সমীকরণের সত্যতা যাচাই হলো।

প্রশ্ন ৩ $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$ এবং $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$

($a > 0, b > 0$ এবং $ab \neq 1$) দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।

- ক. প্রথম সমীকরণকে $a^m = a^n$ আকারে লিখ। ২
 খ. প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪
 গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মূল সমান। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$

$$\text{বা, } (\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{4^3})^{2x+7}$$

$$\text{বা, } (4^{\frac{1}{5}})^{4x+7} = (4^{\frac{3}{11}})^{2x+7}$$

$$\therefore 4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$$

এটিই নির্ণেয় আকার।

খ. 'ক' থেকে পাই, $4^{\frac{1}{5}(4x+7)} = 4^{\frac{3}{11}(2x+7)}$

$$\therefore \frac{1}{5}(4x+7) = \frac{3}{11}(2x+7) \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে, } m = n]$$

$$\text{বা, } \frac{4x+7}{5} = \frac{3(2x+7)}{11}$$

$$\text{বা, } 11(4x+7) = 15(2x+7)$$

$$\text{বা, } 44x + 77 = 30x + 105$$

$$\text{বা, } 44x - 30x = 105 - 77,$$

$$\text{বা, } 14x = 28$$

$$\text{বা, } x = \frac{28}{14}$$

$$\therefore x = 2$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$

গ. দেওয়া আছে, $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$

$$\text{বা, } a^{-x}(a^x + b^{-x}) = 1 + \frac{1}{a^2b^2}$$

$$\text{বা, } a^{-x} \cdot a^x + a^{-x} \cdot b^{-x} = 1 + \frac{1}{(ab)^2}$$

$$\text{বা, } 1 + (ab)^{-x} = 1 + (ab)^{-2} \quad [\because a^{-x} \cdot a^x = a^{-x+x} = a^0 = 1]$$

$$\text{বা, } (ab)^{-x} = (ab)^{-2}$$

$$\therefore -x = -2 \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে, } m = n]$$

$$\text{অর্থাৎ, } x = 2$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$

'খ' হতে পাই,

প্রথম সমীকরণটির সমাধান, $x = 2$

অর্থাৎ সমীকরণ দুইটির মূল সমান।