

ত্রিকোণমিতি

অনুশীলনী-৮.১

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. রেডিয়ান পরিমাপের ধারণার ব্যাখ্যা।
২. রেডিয়ান পরিমাপ ও ডিগ্রী পরিমাপের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয়।
৩. চারটি চতুর্ভাঙ্গে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন চিহ্নিতকরণ।

ষোড়শ শতাব্দীর ত্রিকোণমিতিবিদ, জ্যোতির্বিদ ও ধর্মতত্ত্ববিদ বার্থোলোমিউ পিটিসকাস (Bartholomeo Pitiscus, 1561-1613)। তাঁর বিখ্যাত লেখা "Trigonometria: sive de solutione triangulorum tractatus brevis et perspicuus"-এ 'Trigonometry' শব্দটি প্রথম ব্যবহার করেন। তিনি Rheticus (হেটিকাস) এর ত্রিকোণমিতিক টেবিলের উন্নতি সাধন করেন।



১৩টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

১০৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৫৬টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ১৩টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৩৬টি অল্প তথ্যভিত্তিক
১৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ১০টি মাস্টার ট্রেনার প্রণীত ■ ৮টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নের সমস্যাগুলোর সমাধান নির্ণয় কর।
সমস্ত ক্ষেত্রে π এর আনুমানিক মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত ব্যবহার কর ($\pi = 3.1416$)।

১. (ক) রেডিয়ানে প্রকাশ কর:

(i) $75^\circ 30'$ (ii) $55^\circ 54' 53''$ (iii) $33^\circ 22' 11''$

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 75^\circ 30' &= \left(75 \frac{30}{60}\right)^\circ \\ &= \left(75 \frac{1}{2}\right)^\circ \\ &= \left(\frac{151}{2}\right)^\circ \\ &= \frac{151}{2} \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান } \left[\because 1^\circ = \frac{\pi}{180}\right] \\ &= 1.3177 \text{ রেডিয়ান (প্রায়)} \end{aligned}$$

Ans. 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়)।

বিকল্প সমাধান:

$$\begin{aligned} 75^\circ 30' &= 75^\circ + 30' \\ &= 75^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ \quad [\because 1^\circ = 60'] \\ &= 75^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^\circ \\ &= \left(75 + \frac{1}{2}\right)^\circ \\ &= \left(\frac{151}{2}\right)^\circ \\ &= \frac{151}{2} \times \frac{\pi}{180} \left[\because 1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)^\circ\right] \\ &= \frac{151 \times 3.1416}{360} \text{ রেডিয়ান } [\because \pi = 3.1416] \\ &= 1.3177 \text{ রেডিয়ান (প্রায়)} \end{aligned}$$

Ans. 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়)

[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(ii) $55^\circ 54' 53'' = 55^\circ + 54' + 53''$

$$= 55^\circ + 54' + \left(\frac{53}{60}\right)' \quad [\because 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)']$$

$$= 55^\circ + \left(54 + \frac{53}{60}\right)'$$

$$= 55^\circ + \left(\frac{3293}{60}\right)'$$

$$= 55^\circ + \left(\frac{3293}{60 \times 60}\right)^\circ \quad [\because 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ]$$

$$= \left(55 + \frac{3293}{3600}\right)^\circ$$

$$= \left(\frac{201293}{3600}\right)^\circ$$

$$= \frac{201293 \times \pi}{3600 \times 180} \quad [\because 1^\circ = \frac{\pi}{180}]$$

$$= 0.310637345 \times 3.1416 \text{ রেডিয়ান}$$

$$[\because \pi = 3.1416]$$

$$= 0.9759 \text{ রেডিয়ান (প্রায়)}$$

Ans. 0.9759 রেডিয়ান (প্রায়)।

[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

$$\text{(iii)} \quad 33^\circ 22' 11'' = 33^\circ + \left(22 \frac{11}{60}\right)'$$

$$= 33^\circ + \left(\frac{1331}{60}\right)'$$

$$= \left(33 + \frac{1331}{60 \times 60}\right)^\circ$$

$$= \left(\frac{120131}{3600}\right)^\circ$$

$$= \frac{120131}{3600} \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{120131\pi}{648000} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= 0.5824 \text{ রেডিয়ান (প্রায়)}$$

$$\therefore 33^\circ 22' 11'' = 0.5824 \text{ রেডিয়ান (প্রায়)}$$

Ans. 0.5824 রেডিয়ান (প্রায়)।

[বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(খ) ডিগ্রিতে প্রকাশ কর:

- (i) $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান (ii) 1.3177 রেডিয়ান (iii) 0.9759 রেডিয়ান

সমাধান:

- (i) $\frac{8\pi}{13}$ রেডিয়ান

$$= \frac{8\pi}{13} \times \frac{180}{\pi} \text{ ডিগ্রি} \quad [\because 1^\circ = \frac{180^\circ}{\pi}]$$

$$= \frac{1440}{13} \text{ ডিগ্রি}$$

$$= 110.76923 \text{ ডিগ্রি}$$

$$= 110^\circ 46' 9.23'' \text{ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{8\pi}{13} \text{ রেডিয়ান} = 110^\circ 46' 9.23''$$

Ans. $110^\circ 46' 9.23''$

বিঃ দ্রঃ পাঠ্যবইয়ের মূল প্রশ্ন $\frac{8\pi}{13}$ এর পরিবর্তে $\frac{8\pi}{13}$ হবে।

- (ii) 1.3177 রেডিয়ান

$$= 1.3177 \times \frac{180}{\pi} \text{ ডিগ্রি} \quad [\because 1^\circ = \frac{180^\circ}{\pi}]$$

$$= \frac{237.186}{\pi} \text{ ডিগ্রি}$$

$$= \frac{237.186}{3.1416} \text{ ডিগ্রি} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 75.49847 \text{ ডিগ্রি}$$

$$= 75^\circ 29' 54.5'' \text{ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]}$$

$$\text{সুতরাং, } 1.3177 \text{ রেডিয়ান} = 75^\circ 29' 54.5''$$

Ans. $75^\circ 29' 54.5''$

- (iii) 0.9759 রেডিয়ান

$$= 0.9759 \times \frac{180}{\pi} \text{ ডিগ্রি} \quad [\because 1^\circ = \frac{180^\circ}{\pi}]$$

$$= \frac{175.662}{\pi} \text{ ডিগ্রি}$$

$$= \frac{175.662}{3.1416} \text{ ডিগ্রি} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 55.91495 \text{ ডিগ্রি}$$

$$= 55^\circ 54' 53.35'' \text{ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]}$$

$$\text{সুতরাং, } 0.9759 \text{ রেডিয়ান} = 55^\circ 54' 53.35''$$

Ans. $55^\circ 54' 53.35''$

২. একটি কোণকে ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে যথাক্রমে D° এবং

$$R^\circ \text{ দ্বারা প্রকাশ করা হলে, প্রমাণ কর যে, } \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

সমাধান: দেওয়া আছে, ষাটমূলকে কোনো কোণের পরিমাণ D° এবং বৃত্তীয় পদ্ধতিতে তার মান R°

ডিগ্রি ও রেডিয়ান কোণের সম্পর্ক অনুসারে, $1^\circ = \frac{\pi^\circ}{180}$

$$\therefore D^\circ = \left(\frac{D\pi}{180} \right)^\circ$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{D\pi}{180} = R$$

$$\therefore \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৩. একটি চাকার ব্যাসার্ধ ২ মিটার ৩ সে.মি. হলে চাকার পরিধির আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

চাকার ব্যাসার্ধ, $r = ২$ মিটার ৩ সে.মি.

$$= 2.03 \text{ মিটার}$$

জানা আছে, চাকার পরিধি $= 2\pi r$ মিটার

$$= 2 \times 3.1416 \times 2.03 \text{ মিটার}$$

$$= 12.7549 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{চাকাটির নির্ণেয় পরিধি} = 12.7549 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

Ans. 12.7549 মিটার (প্রায়)

৪. একটি গাড়ির চাকার ব্যাস ০.৮৪ মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে ৬ বার ঘুরে। গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, চাকাটির ব্যাস $= ০.৮৪$ মিটার

$$\therefore \text{চাকাটির ব্যাসার্ধ, } r = \frac{০.৮৪}{2} \text{ মিটার} = ০.৪২ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{চাকাটির পরিধি} = 2\pi r$$

$$= 2 \times 3.1416 \times ০.৪২ \text{ মিটার}$$

$$= 2.6389 \text{ মিটার}$$

\therefore চাকাটি একবার ঘুরে ২.৬৩৮৯ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে।

আবার, প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি ৬ বার ঘুরে।

$$\text{সুতরাং, ১ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব } 2.6389 \times 6 \text{ মিটার}$$

$$\therefore ১ ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব $2.6389 \times 6 \times 60 \times 60 \text{ মিটার}$$$

$$= 57001.1904 \text{ মিটার}$$

$$= \frac{57001.1904}{1000} \text{ কি.মি.}$$

$$= 57.0012 \text{ কি.মি.}$$

\therefore গাড়ির গতিবেগ ঘণ্টায় ৫৭ কি.মি. (প্রায়)

\therefore নির্ণেয় গতিবেগ ৫৭ কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

Ans. ৫৭ কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

৫. কোনো ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত ২ : ৫ : ৩; ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত ২ : ৫ : ৩

মনে করি, কোণ তিনটি যথাক্রমে $2x^\circ$, $5x^\circ$ ও $3x^\circ$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি π°

$$\therefore 2x + 5x + 3x = \pi$$

$$\text{বা, } 10x = \pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{10}$$

$$\therefore \text{কোণ তিনটি যথাক্রমে } 2 \times \frac{\pi^\circ}{10}, 5 \times \frac{\pi^\circ}{10} \text{ ও } 3 \times \frac{\pi^\circ}{10}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{\pi^\circ}{5}, \frac{\pi^\circ}{2}, \frac{3\pi^\circ}{10}$$

$$\therefore \text{বৃহত্তম কোণ} = \frac{\pi^c}{2}$$

$$\text{এবং ক্ষুদ্রতম কোণ} = \frac{\pi^c}{5}$$

$$\text{উত্তর: ক্ষুদ্রতম কোণের বৃত্তীয় মান} \frac{\pi^c}{5}$$

$$\text{বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান} \frac{\pi^c}{2}$$

৬. একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণীভুক্ত এবং বৃহত্তর কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণের বিগুন। কোণগুলোর রেডিয়ান পরিমাপ কত?

$$\text{সমাধান: মনে করি, ক্ষুদ্রতম কোণ} = A^c$$

$$\therefore \text{বৃহত্তম কোণ} = 2A^c$$

$$\begin{aligned} \text{কোণগুলো সমান্তর শ্রেণীভুক্ত হলে অন্য কোণটি} &= \frac{A^c + 2A^c}{2} \\ &= \frac{3}{2} A^c \end{aligned}$$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা π^c

$$A + \frac{3A}{2} + 2A = \pi$$

$$\text{বা, } \frac{9A}{2} = \pi$$

$$\therefore A = \frac{2\pi}{9}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{3A}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2\pi}{9} = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{এবং } 2A = 2 \times \frac{2\pi}{9} \text{ এবং } \frac{4\pi}{9}$$

$$\text{Ans. কোণ তিনটি যথাক্রমে } \frac{2\pi^c}{9}, \frac{\pi^c}{3}, \frac{4\pi^c}{9}$$

৭. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। ঢাকা ও চট্টগ্রাম পৃথিবীর কেন্দ্রে 5° কোণ উৎপন্ন করে। ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কি.মি.

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,

$$\theta = 5^\circ$$

$$= 5 \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{\pi}{36} \text{ রেডিয়ান}$$

$$\therefore \text{ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব, } s = r\theta$$

$$= 6440 \times \frac{\pi}{36} \text{ কি.মি.}$$

$$= \frac{6440 \times 3.1416}{36} \text{ কি.মি.}$$

$$= \frac{20231.904}{36} \text{ কি.মি.}$$

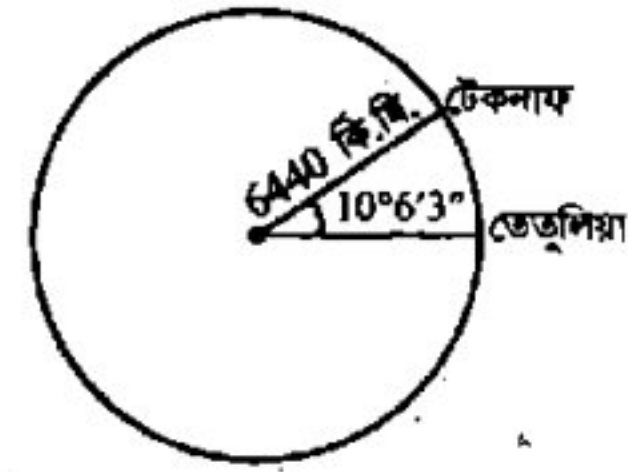
$$= 561.9973 \text{ কি.মি.}$$

$$= 562 \text{ কি.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{Ans. 562 কি.মি. (প্রায়)}$$

৮. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। টেকনাফ ও তেতুলিয়া পৃথিবীর কেন্দ্রে $10^\circ 6' 3''$ কোণ উৎপন্ন করে। টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কি.মি.



$$\text{কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, } \theta = 10^\circ 6' 3''$$

$$= 10^\circ \left(6 \frac{3}{60}\right)' = 10^\circ \left(6 \frac{1}{20}\right)'$$

$$= 10^\circ \left(\frac{121}{20}\right)' = \left(10 \frac{121}{20 \times 60}\right)^\circ$$

$$= \left(10 \frac{121}{1200}\right)^\circ = \left(\frac{12121}{1200}\right)^\circ$$

$$= \frac{12121}{1200} \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{12121\pi}{216000} \text{ রেডিয়ান}$$

\therefore টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$s = r\theta$$

$$= 6440 \times \frac{12121\pi}{216000} \text{ কি.মি.}$$

$$= \frac{78059240\pi}{216000} \text{ কি.মি.}$$

$$= \frac{78059240 \times 3.1416}{216000} \text{ কি.মি.}$$

$$= 1135.3 \text{ কি.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{Ans. 1135.3 কি.মি. (প্রায়)}$$

৯. শাহেদ একটি সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 11 সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 201 মিটার হয়, তবে শাহেদের গতিবেগ কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস, $D = 2r = 201$ মিটার

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ, } r = \frac{201}{2} \text{ মিটার}$$

$$= 100.5 \text{ মিটার}$$

$$\text{কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, } \theta = 30^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান} = \frac{\pi}{6} \text{ রেডিয়ান}$$

$$[\because 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}]$$

আমরা জানি, চাপের দৈর্ঘ্য,

$$s = r\theta$$

$$= 100.5 \times \frac{\pi}{6} \text{ মিটার}$$

$$= \frac{100.5\pi}{6} \text{ মিটার}$$

$$= \frac{100.5 \times 3.1416}{6} \text{ মিটার}$$

$$= \frac{315.7308}{6} \text{ মিটার}$$

$$= 52.6218 \text{ মিটার}$$

অর্থাৎ, শাহেদ 11 সেকেন্ডে অতিক্রম করে 52.6218 মিটার

$$\therefore \text{গতিবেগ} = \frac{52.6218}{11} \text{ মিটার}$$

$$= 4.7838 \text{ মিটার}$$

$$= 4.78 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

\therefore শাহেদের গতিবেগ = 4.78 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)

$$\text{Ans. 4.78 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)}$$

