

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখা মাধ্যমে সৃষ্ট যেকোনো ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।
২. বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের মাধ্যমে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।
৩. বিন্দুপাতনের মাধ্যমে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কন।



১০টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

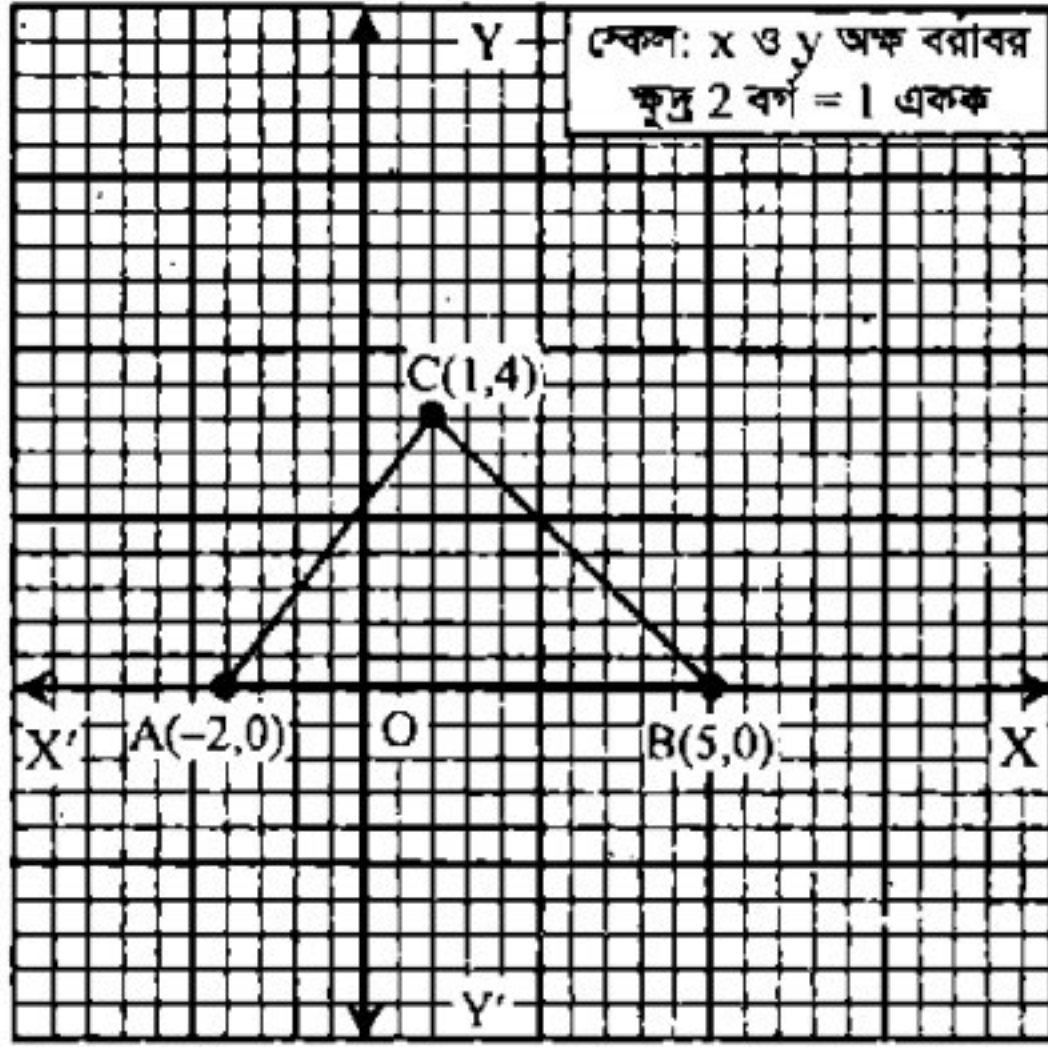
৩৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৩টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৬টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ১৫টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ১টি শ্রেণির কাজ ■ ১১টি মাস্টার ট্রেনার প্রশ্ন ■ ৩টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. $A(-2, 0)$, $B(5, 0)$, $C(1, 4)$ যথাক্রমে $\triangle ABC$ এর শীর্ষবিন্দু।
(i) AB , BC এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য এবং $\triangle ABC$ এর পরিসীমা নির্ণয় কর। (ii) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: (i) দেওয়া আছে, প্রদত্ত বিন্দুসমূহ $A(-2, 0)$, $B(5, 0)$ এবং $C(1, 4)$ এখন xy সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান চিহ্নিত করে $\triangle ABC$ আঁকা হলো :



$$\begin{aligned} \therefore AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য, } c &= \sqrt{(-2-5)^2 + (0-0)^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{49} \\ &= 7 \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য, } a &= \sqrt{(5-1)^2 + (0-4)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{16 + 16} \\ &= \sqrt{32} \\ &= 4\sqrt{2} \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CA \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য, } b &= \sqrt{(1+2)^2 + (4-0)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC \text{ এর পরিসীমা} &= AB + BC + CA \\ &= (7 + 4\sqrt{2} + 5) \text{ একক} \\ &= (12 + 4\sqrt{2}) \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } \triangle ABC \text{ ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা, } s &= \frac{(12 + 4\sqrt{2})}{2} \text{ একক।} \\ &= (6 + 2\sqrt{2}) \text{ একক।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{(6+2\sqrt{2})(6+2\sqrt{2}-4\sqrt{2})(6+2\sqrt{2}-5)(6+2\sqrt{2}-7)} \\ &= \sqrt{(6+2\sqrt{2})(6-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1)} \\ &= \sqrt{\{6^2 - (2\sqrt{2})^2\} \{(2\sqrt{2})^2 - 1^2\}} \\ &= \sqrt{(36-8)(8-1)} \\ &= \sqrt{28 \times 7} = \sqrt{196} \\ &= 14 \text{ বর্গ একক। (Ans.)} \end{aligned}$$

বিকল্প সমাধান: $\triangle ABC$ এর শীর্ষগুলো $A(-2, 0)$, $B(5, 0)$ ও $C(1, 4)$ শীর্ষগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 5 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (0 + 20 + 0 - 0 - 0 + 8) \text{ বর্গ একক} = 14 \text{ বর্গ একক। (Ans.)} \end{aligned}$$

২. নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেত্রে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর:

$$(i) A(2, 3), B(5, 6) \text{ এবং } C(-1, 4)$$

$$(ii) A(5, 2), B(1, 6) \text{ এবং } C(-2, -3)$$

সমাধান: (i) দেওয়া আছে, $A(2, 3)$, $B(5, 6)$ এবং $C(-1, 4)$ শীর্ষবিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

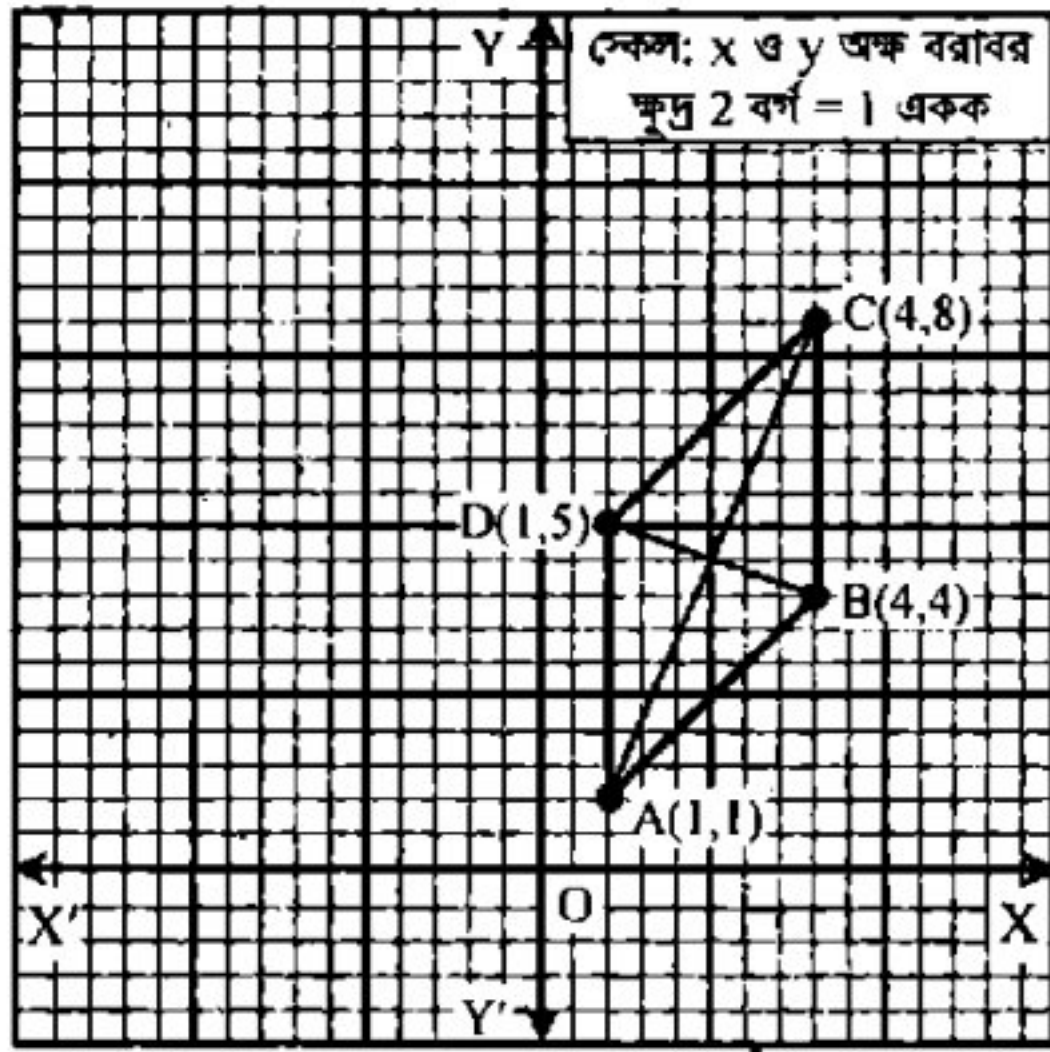
$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (12 + 20 - 3 - 15 + 6 - 8) \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (38 - 26) \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \text{ বর্গ একক} \\ &= 6 \text{ বর্গ একক। (Ans.)} \end{aligned}$$

$$(ii) \text{ দেওয়া আছে, } A(5, 2), B(1, 6) \text{ এবং } C(-2, -3)$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (30 - 3 - 4 - 2 + 12 + 15) \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \times 48 \text{ বর্গ একক} \\ &= 24 \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

৩. দেখাও যে, A(1, 1), B(4, 4), C(4, 8) এবং D(1, 5) বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু। AC ও BD বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল ত্রিভুজের মাধ্যমে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: A(1, 1), B(4, 4), C(4, 8) এবং D(1, 5) বিন্দুগুলি xy তলে স্থাপন করে একটি সামান্তরিক আঁকা হলো।



$$\begin{aligned} \text{AB বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(1-4)^2 + (1-4)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} \\ &= 3\sqrt{2} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{DC বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(1-4)^2 + (5-8)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} \\ &= 3\sqrt{2} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{AD বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-5)^2} \\ &= \sqrt{0^2 + (-4)^2} \\ &= 4 \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(4-4)^2 + (4-8)^2} \\ &= \sqrt{0^2 + (-4)^2} \\ &= 4 \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(1-4)^2 + (1-8)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (-7)^2} \\ &= \sqrt{9+49} = \sqrt{58} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(4-1)^2 + (4-5)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} \text{ একক} \end{aligned}$$

এখানে, AB = DC এবং AD = BC; কিন্তু কর্ণ AC ≠ কর্ণ BD.

∴ A, B, C, D বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

$$\therefore \text{AC বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{58} \text{ একক এবং BD বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{10} \text{ একক (Ans.)}$$

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \triangle ABD \text{ এর অর্ধ পরিসীমা} &= \frac{AB + AD + BD}{2} \\ &= \frac{(3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{10})}{2} \text{ একক} \\ &= 5.70 \text{ একক} \end{aligned}$$

∴ $\triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= \sqrt{5.70(5.70 - 3\sqrt{2})(5.70 - 4)(5.70 - \sqrt{10})} \text{ বর্গ একক} \\ &= \sqrt{5.70(1.457)(1.70)(2.538)} \text{ বর্গ একক} \\ &= \sqrt{35.832} \text{ বর্গ একক} \\ &= 5.986 \text{ বর্গ একক (প্রায়)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল} &= 2 \times \triangle ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} \\ &= 2 \times 5.986 \text{ বর্গ একক (প্রায়)} \\ &= 11.972 \text{ বর্গ একক (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

বিকল্প সমাধান:

ABCD সামান্তরিকের

$$\begin{aligned} \text{ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 8 & 5 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (4 + 32 + 20 + 1 - 4 - 16 - 8 - 5) \\ &= \frac{1}{2} (57 - 33) \\ &= 12 \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল} = 12 \text{ বর্গ একক। (Ans.)}$$

৪. A(-a, 0), B(0, -a), C(a, 0) এবং D(0, a) শীর্ষবিন্দু ABCD চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো

A(-a, 0), B(0, -a), C(a, 0) এবং D(0, a),

এখন, A, B, C, D বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

$$\begin{aligned} \text{ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -a & 0 & a & 0 \\ 0 & -a & 0 & a \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (a^2 + 0 + a^2 + 0 - 0 + a^2 - 0 + a^2) \\ &= \frac{1}{2} \times 4a^2 \text{ বর্গ একক।} \end{aligned}$$

$$= 2a^2 \text{ বর্গ একক। (Ans.)}$$

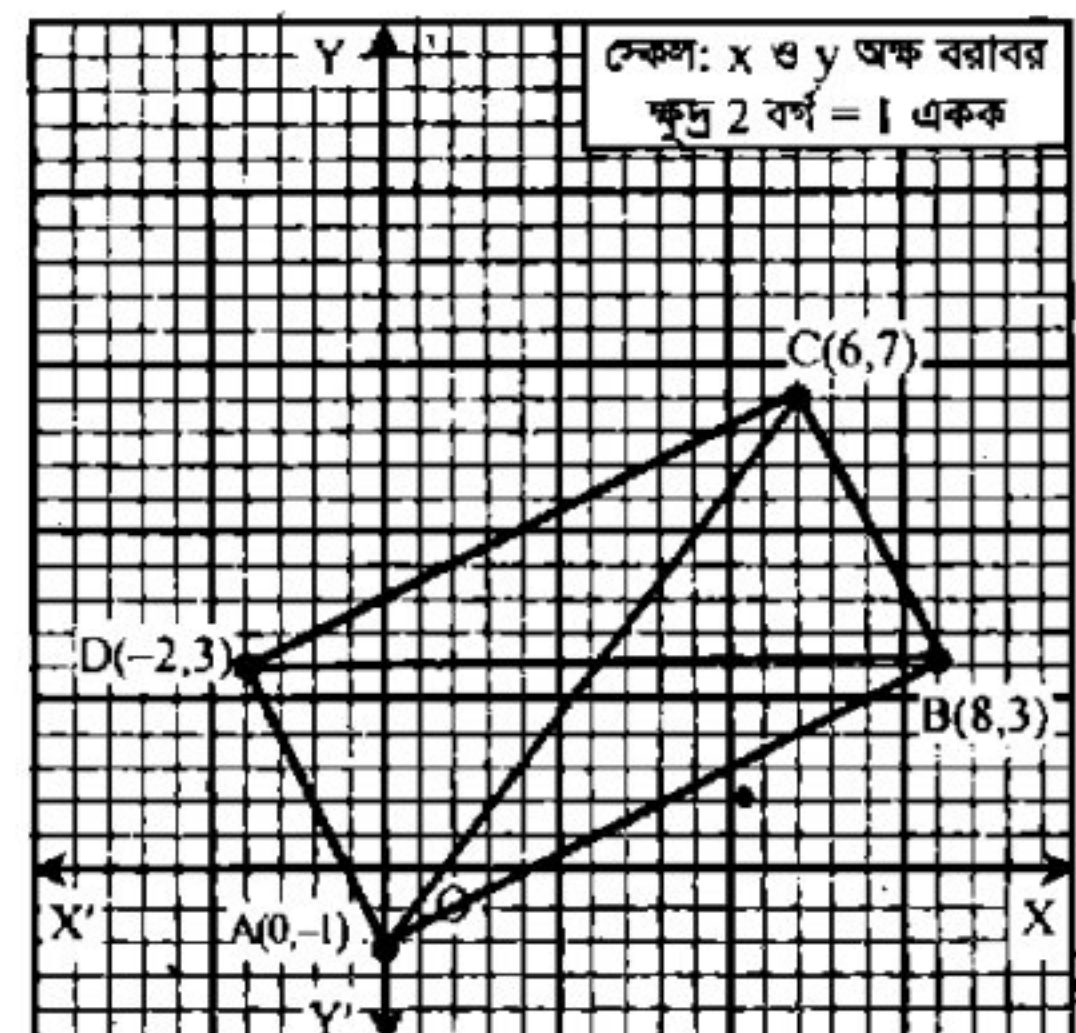
[বিঃদ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

৫. দেখাও যে, (0, -1), (-2, 3), (6, 7) এবং (8, 3) বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষ। কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য এবং আয়তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, A(0, -1), B(8, 3), C(6, 7) এবং D(-2, 3) এখন,

$$\begin{aligned} \text{AB বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(0-8)^2 + (-1-3)^2} \\ &= \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{BC বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{4 + 16} \\ &= \sqrt{20} \text{ একক} \end{aligned}$$



$$\text{CD বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} \text{ একক}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং AD বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(0+2)^2 + (-1-3)^2} \\ &= \sqrt{4+16} \\ &= \sqrt{20} \text{ একক (Ans.)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আবার, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(0-6)^2 + (-1-7)^2} \\ &= \sqrt{36+64} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \text{ একক (Ans.)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং BD কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2} \\ &= \sqrt{10^2} = 10 \text{ একক।}\end{aligned}$$

দেখা যাচ্ছে, AB = CD, BC = AD এবং কর্ণ AC = কর্ণ BD.

∴ A, B, C, D বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

আয়তক্ষেত্রটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 10 একক। (Ans.)

$$\begin{aligned}\text{আয়তটির ক্ষেত্রফল} &= AB \times BC \\ &= \sqrt{80} \times \sqrt{20} \text{ বর্গ একক} \\ &= \sqrt{1600} \text{ বর্গ একক} \\ &= 40 \text{ বর্গ একক। (Ans.)}\end{aligned}$$

৬. তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(-2, 1), B(10, 6) এবং C(a, -6)। AB = BC হলে a এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় কর। 'a' এর মানের সাহায্যে যে ত্রিভুজ গঠিত হয় এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned}\text{সমাধান: দেওয়া আছে, A(-2, 1), B(10, 6) এবং C(a, -6),} \\ \text{এখন, AB} &= \sqrt{(-2-10)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} \\ &= 13 \text{ একক।}\end{aligned}$$

$$\text{এবং BC} = \sqrt{(10-a)^2 + (6+6)^2} = \sqrt{(10-a)^2 + 144} \text{ একক}$$

প্রশ্নানুসারে, AB = BC

$$\text{বা, } 13 = \sqrt{(10-a)^2 + 144}$$

$$\text{বা, } 169 = (10-a)^2 + 144 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (10-a)^2 = 25$$

$$\text{বা, } 10-a = \pm 5$$

$$\text{বা, } a = 10 \pm 5$$

$$\therefore a = 5, 15$$

∴ a এর সম্ভাব্য মানসমূহ 5 ও 15 (Ans.)

যখন a = 5, তখন বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

$$\Delta ACB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 5 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (12 + 30 + 10 - 5 + 60 + 12) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (124 - 5) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{119}{2} \text{ বর্গ একক বা } 59\frac{1}{2} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

যখন a = 15, তখন শীর্ষগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করে পাই,

$$\Delta ACB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 15 & 10 & -2 \\ 1 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (12 + 90 + 10 - 15 + 60 + 12) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (184 - 15) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{169}{2} \text{ বর্গ একক বা } 84\frac{1}{2} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

[বিঃদ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তর ভুল আছে]

৭. A, B, C তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(a, a+1), B(-6, -3) এবং C(5, -1)। AB এর দৈর্ঘ্য AC এর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ হলে 'a' এর সম্ভাব্য মান এবং ত্রিভুজটির বৈশিষ্ট্য নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, A(a, a+1), B(-6, -3) এবং C(5, -1)

$$\begin{aligned}\text{তাহলে, AB এর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(a+6)^2 + (a+1+3)^2} \\ &= \sqrt{(a^2+12a+36) + (a^2+8a+16)} \\ &= \sqrt{2a^2+20a+52} \text{ একক।}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং AC এর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(a-5)^2 + (a+1+1)^2} \\ &= \sqrt{(a^2-10a+25) + (a^2+4a+4)} \\ &= \sqrt{2a^2-6a+29} \text{ একক।}\end{aligned}$$

প্রশ্নানুসারে, AB এর দৈর্ঘ্য = 2 (AC এর দৈর্ঘ্য)

$$\text{বা, } \sqrt{2a^2+20a+52} = 2(\sqrt{2a^2-6a+29})$$

$$\text{বা, } 2a^2+20a+52 = 4(2a^2-6a+29) \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 2a^2+20a+52 = 8a^2-24a+116$$

$$\text{বা, } 8a^2-24a+116-2a^2-20a-52 = 0$$

$$\text{বা, } 6a^2-44a+64 = 0$$

$$\text{বা, } 3a^2-22a+32 = 0 \text{ [2 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } 3a^2-6a-16a+32 = 0$$

$$\text{বা, } 3a(a-2)-16(a-2) = 0$$

$$\text{বা, } (a-2)(3a-16) = 0$$

$$\therefore a = 2, \frac{16}{3}$$

∴ a এর সম্ভাব্য মানসমূহ 2 এবং $\frac{16}{3}$ (Ans.)

a = 2 হলে,

$$\begin{aligned}\text{AB এর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{2 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 + 52} \\ &= \sqrt{8+40+52} \\ &= \sqrt{100} = 10 \text{ একক}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{AC এর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{2 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 29} \\ &= \sqrt{8-12+29} \\ &= \sqrt{25} = 5 \text{ একক}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আবার BC এর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-6-5)^2 + (-3+1)^2} \\ &= \sqrt{121+4} \\ &= \sqrt{125} \\ &= 5\sqrt{5} \text{ একক।}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দেখা যাচ্ছে, } AB^2 + AC^2 &= 10^2 + 5^2 \\ &= 100 + 25 \\ &= 125 \\ &= (5\sqrt{5})^2 \\ &= BC^2\end{aligned}$$

∴ পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, BC অতিভুজ এবং $\angle BAC$ সমকোণ।

আবার, a = $\frac{16}{3}$ হলে,

$$\begin{aligned}\text{AB এর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{2 \cdot \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 20 \cdot \frac{16}{3} + 52} \\ &= \sqrt{2 \cdot \frac{256}{9} + \frac{320}{3} + 52} \\ &= \sqrt{\frac{512+960+468}{9}} \\ &= \sqrt{\frac{1940}{9}} \\ &= \frac{\sqrt{1940}}{3} \text{ একক}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{AC এর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{2 \cdot \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 6 \cdot \frac{16}{3} + 29} \\
 &= \sqrt{\frac{512}{9} - 32 + 29} \\
 &= \sqrt{\frac{512 - 288 + 261}{9}} \\
 &= \frac{\sqrt{485}}{3} \text{ একক}
 \end{aligned}$$

এবং BC এর দৈর্ঘ্য = $5\sqrt{5}$ একক

যেহেতু $AB \neq AC \neq BC$ সুতরাং ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

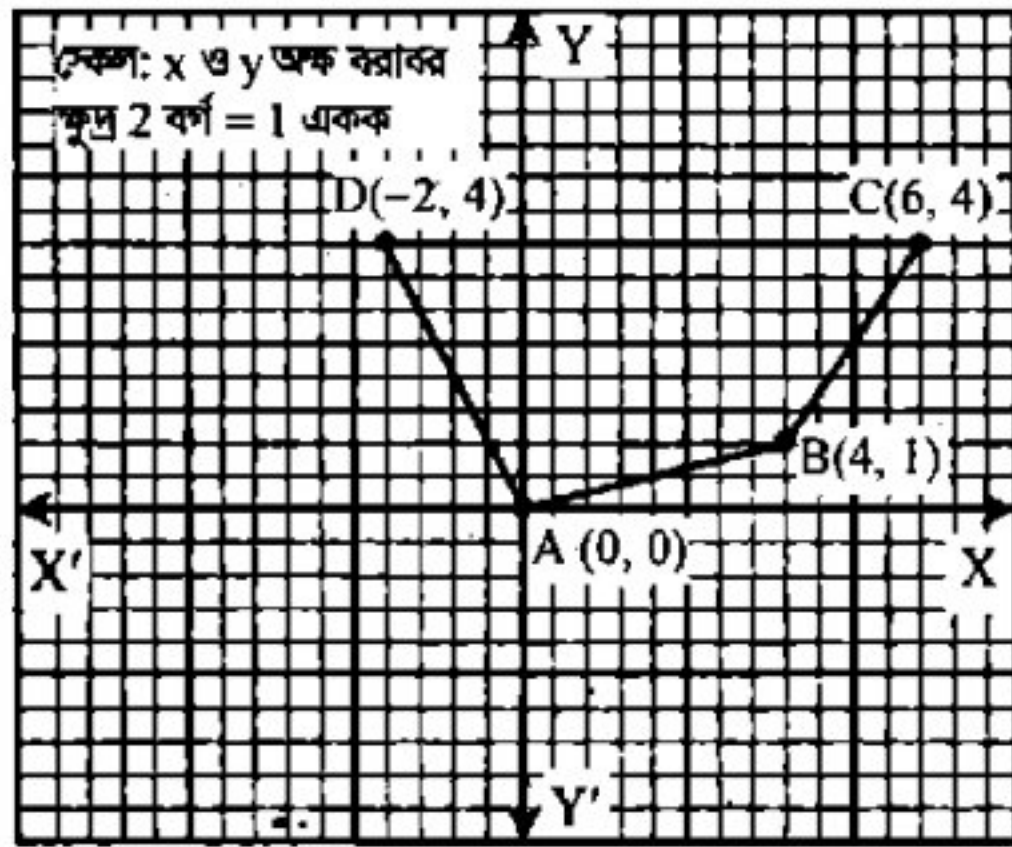
৮. নিম্নোক্ত চতুর্ভুজসমূহের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর [পদ্ধতি ২ ব্যবহার করা:]

(i) (0, 0), (-2, 4), (6, 4), (4, 1)

(ii) (1, 4), (-4, 3), (1, -2), (4, 0)

(iii) (1, 0), (-3, -3), (4, 3), (5, 1)

সমাধান: (i) (0, 0), (-2, 4), (6, 4), (4, 1)



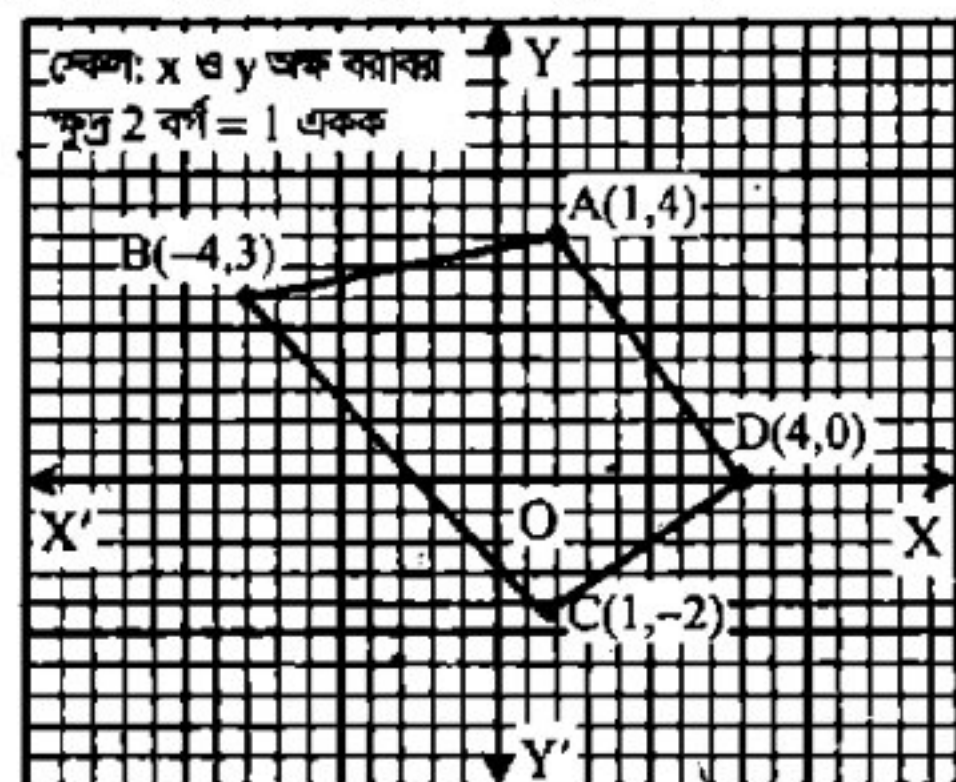
প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,

A(0, 0), B(4, 1), C(6, 4) ও D(-2, 4)

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

$$\begin{aligned}
 \text{ABCD এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 4 & 6 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} \{0 + 16 + 24 + 0 - 0 - 6 - (-8) - 0\} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (16 + 24 - 6 + 8) \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (48 - 6) \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (42) \text{ বর্গ একক} \\
 &= 21 \text{ বর্গ একক (Ans.)}
 \end{aligned}$$

(ii) (1, 4), (-4, 3), (1, -2), (4, 0)



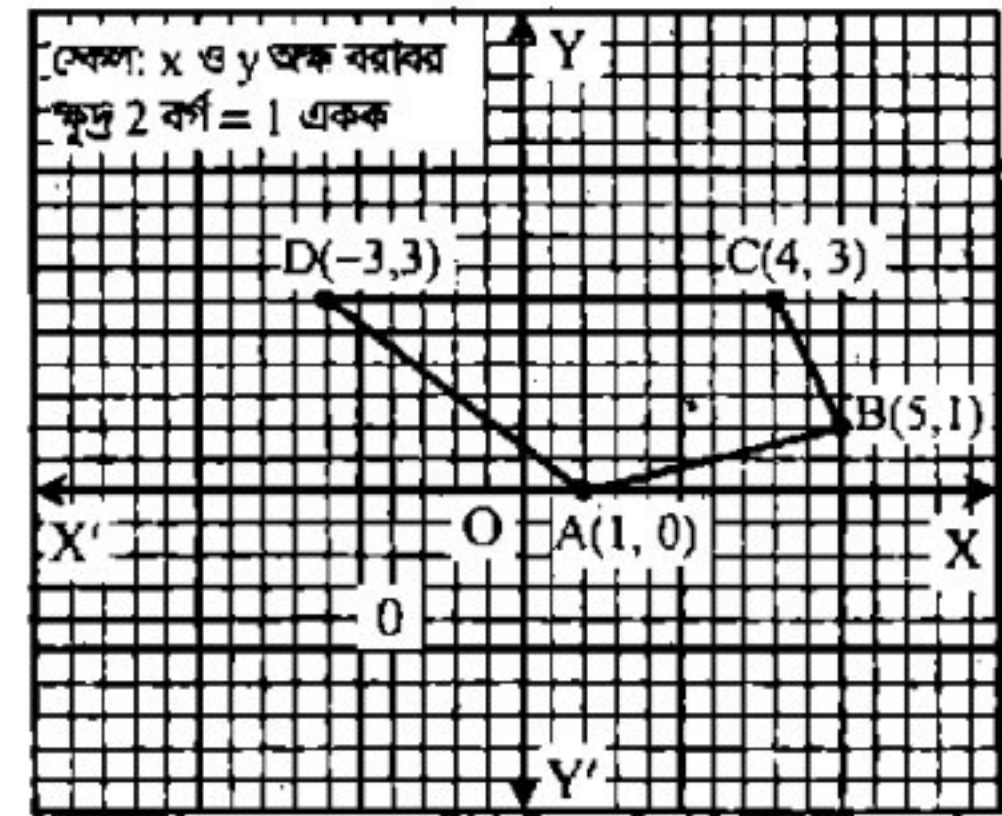
প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,

A(1, 4), B(-4, 3), C(1, -2) ও D(4, 0)

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

$$\begin{aligned}
 \text{ABCD এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & 0 & 4 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} \{3 + 8 + 0 + 16 - (-16) - 3 - (-8) - 0\} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (3 + 8 + 16 + 16 - 3 + 8) \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (51 - 3) \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (48) \text{ বর্গ একক} \\
 &= 24 \text{ বর্গ একক (Ans.)}
 \end{aligned}$$

(iii) (1, 0), (-3, 3), (4, 3), (5, 1)



প্রদত্ত বিন্দুসমূহকে গ্রাফ কাগজে বসিয়ে পাই,

A(1, 0), B(5, 1), C(4, 3) ও D(-3, 3)

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

$$\begin{aligned}
 \text{ABCD এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 3 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (1 + 15 + 12 + 0 - 0 - 4 + 9 - 3) \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (37 - 7) \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (30) \text{ বর্গ একক} \\
 &= 15 \text{ বর্গ একক (Ans.)}
 \end{aligned}$$

৯. দেখাও যে, A(2, -3), B(3, -1), C(2, 0), D(-1, 1) এবং E(-2, -1) শীর্ষবিশিষ্ট বহুভুজের ক্ষেত্রফল 11 বর্গ একক।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুগুলো A(2, -3), B(3, -1), C(2, 0), D(-1, 1) এবং E(-2, -1) শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট বহুভুজটি পঞ্চভুজ ABCDE এর শীর্ষবিন্দু।

∴ বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে পঞ্চভুজ ABCDE এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} \{-2 + 0 + 2 + 1 + 6 - (-9) - (-2) - 0 - (-2) - (-2)\} \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} (-2 + 0 + 2 + 1 + 6 + 9 + 2 + 0 + 2 + 2) \text{ বর্গ একক} \\
 &= \frac{1}{2} \times 22 \text{ বর্গ একক} \\
 &= 11 \text{ বর্গ একক (দেখানো হলো)}
 \end{aligned}$$

১০. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ $A(3, 4)$, $B(-4, 2)$, $C(6, -1)$ এবং $D(p, 3)$ এবং শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে অবর্তিত। $ABCD$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $ABCD$ চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে $A(3, 4)$, $B(-4, 2)$, $C(6, -1)$ এবং $D(p, 3)$ এবং শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে অবর্তিত।

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & p & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \{6 + 4 + 18 + 4p - (-16) - 12 - (-p) - 9\} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (6 + 4 + 18 + 4p + 16 - 12 + p - 9) \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (23 + 5p) \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

আবার, A , B ও C বিন্দুকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \{6 + 4 + 24 - (-16) - 12 - (-3)\} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (6 + 4 + 24 + 16 - 12 + 3) \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (53 - 12) \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{41}{2} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

প্রশ্নমতে, $ABCD$ চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 2 \times ABC$ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} \text{বা, } \frac{1}{2} (23 + 5p) &= 2 \times \frac{41}{2} \\ \text{বা, } 23 + 5p &= 41 \times 2 \\ \text{বা, } 5p &= 82 - 23 \\ \text{বা, } 5p &= 59 \\ \therefore p &= \frac{59}{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

*** ১১.৩ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল | Text পৃষ্ঠা-২৩১

- a, b, c ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য হলে এবং s ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক যেখানে, $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ একক
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$ বর্গ একক।
 $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক
- চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

১. কোনো ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩, ৪ ও ৫ একক হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন) [কাদিরাবাস ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর; বি. জে সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; সামসুল হক হান স্কুল এড কলেজ, ঢাকা]

- (ক) ২ (খ) ৪ (গ) ৬ (ঘ) ৮

☞ ব্যাখ্যা: $s = \frac{1}{2}(3+4+5) = 6$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)} \\ = \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1} = \sqrt{36} = 6 \text{ বর্গ একক}$$

২. $ABCD$ একটি বর্গক্ষেত্র। $\Delta ABC = 2$ বর্গ একক হলে, $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

- (ক) ১ (খ) ২ (গ) ৩ (ঘ) ৪

☞ ব্যাখ্যা: $ABCD = 2 \times \Delta ABC = 2 \times 2 = 4$ বর্গ একক।

৩. $EFGH$ একটি বর্গক্ষেত্রের $EF = 3$ একক এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

- (ক) $3\sqrt{2}$ (খ) ৩ (গ) $2\sqrt{3}$ (ঘ) ২

☞ ব্যাখ্যা: আমরা জানি, কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a = 3\sqrt{2}$ [$\because a = 3$]

৪. স্থানাঙ্কের সাহায্যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? (সহজ)

- (ক) $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$ (খ) $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 & x_3 & x_1 & x_1 \\ y_2 & y_3 & y_1 & y_1 \end{vmatrix}$
(গ) $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$ (ঘ) $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

৫. $A(2, 3)$, $B(5, 6)$ ও $C(-1, 4)$ বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম) [মাজুলী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

- (ক) ৬ (খ) ১৫ (গ) ১৮ (ঘ) ২০

৬. $O(0, 0)$, $A(6, 0)$, $B(0, 8)$ শীর্ষ বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

- (ক) ১০ (খ) ১৬ (গ) ২০ (ঘ) ২৪

☞ ব্যাখ্যা: এখানে, O মূলবিন্দু, A , x -অক্ষের উপর এবং B , y -অক্ষের উপর অবস্থিত।

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times OA \times OB = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ বর্গ একক}$$

৭. $O(0, 0)$, $A(-2, 0)$, $B(0, 6)$ হলে ΔOAB এর ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

- (ক) ৮ (খ) ৬ (গ) $2\sqrt{5}$ (ঘ) ২

☞ ব্যাখ্যা: $OA = 2$, $OB = 6$, $AB = \sqrt{(-2-0)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

৮. $P(3, 0)$, $Q(0, 1)$ $R(-1, r)$ শীর্ষ বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৫ বর্গ একক হলে r এর মান কত? (কঠিন) [মাজুলী সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর]

- (ক) -২ (খ) -১ (গ) ০ (ঘ) ১

☞ ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & r & 0 \end{vmatrix} = 5$ বা, $3 + 0 + 0 - 0 + 1 - 3r = 10$
বা $-3r = 10 - 4 = 6 \therefore r = -2$

৯. $A(-a, 0)$, $B(0, -a)$, $C(a, 0)$ হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

- (ক) $2a$ (খ) $a^2\sqrt{2}$ (গ) a^2 (ঘ) $2\sqrt{a}$

☞ ব্যাখ্যা: $\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -a & 0 & a & -a \\ 0 & -a & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (a^2 + 0 + 0 - 0 + a^2 - 0)$
 $= \frac{1}{2} \times 2a^2 = a^2$

১০. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ বিন্দু $A(-2, 0)$, $B(5, 0)$ এবং $C(1, 4)$ হলে ত্রিভুজটির আকার কিরূপ? (মধ্যম)

- (ক) সমকোণী (খ) সমবাহু (গ) বিষমবাহু (ঘ) সমদ্বিবাহু

☞ ব্যাখ্যা: $AB(7) \neq BC(4\sqrt{2}) \neq CA(5)$ ত্রিভুজটি বিষমবাহু।

১১. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(-1, 0)$ এবং $D(0, -1)$ হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

- (ক) $\sqrt{2}$ (খ) ২ (গ) ৪ (ঘ) +১২