

# সেট ও ফাংশন

## অনুশীলনী-১.২

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সেটের সাহায্যে রিলেশন ও ফাংশন এর ধারণার ব্যাখ্যা।
২. ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয়।
৩. এক-এক ফাংশন, সার্বিক ফাংশন ও এক এক সার্বিক ফাংশন।
৪. বিপরীত ফাংশন।



১৬টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

১০৬টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৩৫টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ২২টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৪৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক  
৩৪টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ১০টি শ্রেণির কাজ ■ ১১টি মাস্টার ট্রেনার প্রণীত ■ ১১টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১.  $\{(2, 2), (4, 2), (2, 10), (7, 7)\}$  অন্বয়ের ডোমেন কোনটি?

- (ক)  $\{2, 4, 7\}$  (খ)  $\{2, 2, 10, 7\}$   
(গ)  $\{2, 2, 10, 7\}$  (ঘ)  $\{2, 4, 2, 5, 7\}$

২.  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$  এবং  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  নিচের কোনটি  $S$  অন্বয়ের সদস্য?

- (ক)  $(2, 4)$  (খ)  $(-2, 4)$   
(গ)  $(-1, 1)$  (ঘ)  $(1, -1)$

☞ ব্যাখ্যা:  $y = x^2$ -তে  $x = -1$  বসালে  $y = (-1)^2 = 1$   
 $\therefore (x, y) = (-1, 1) \in S$ .

৩. যদি  $S = \{(1, 4), (2, 1), (3, 0), (4, 1), (5, 4)\}$  হয় তবে,

- (i)  $S$  অন্বয়ের রেঞ্জ  $S = \{4, 1, 0, 4\}$   
(ii)  $S$  অন্বয়ের বিপরীত অন্বয়,  
 $S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$   
(iii)  $S$  অন্বয়টি একটি ফাংশন

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii  
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

☞ ব্যাখ্যা: (i) সঠিক নয়, কারণ  $S$  অন্বয়ের রেঞ্জ  $\{4, 1, 0\}$   
(ii) সঠিক, কারণ  $S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$   
(iii) সঠিক, কারণ  $S$  অন্বয়ের একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

নিচের তথ্যের আলোকে নিচের (৪-৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

যদি  $F(x) = \sqrt{x-1}$  হয়, তবে—

৪.  $F(10) =$  কত?

- (ক) 9 (খ) 3  
(গ) -3 (ঘ)  $\sqrt{10}$

☞ ব্যাখ্যা:  $F(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow F(10) = \sqrt{10-1} = 3$

৫.  $F(x) = 5$  হলে,  $x$  এর মান কত?

- (ক) 5 (খ) 24  
(গ) 25 (ঘ) 26

☞ ব্যাখ্যা:  $F(x) = \sqrt{x-1}$

$$\therefore 5 = \sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow 25 = x-1$$

$$\therefore x = 26$$

৬. ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি?

- (ক) ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$   
(খ) ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$   
(গ) ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$   
(ঘ) ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$

☞ ব্যাখ্যা:  $F(x) = \sqrt{x-1}$

$F(x)$  সংজ্ঞায়িত হবে যদি এবং কেবল যদি  
 $x-1 \geq 0$   
 $x \geq 1$   
 $\therefore$  ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$



অনুশীলনী প্রশ্ন ও সমাধান

৭. (a) প্রদত্ত  $S$  অন্বয়ের ডোমেন, রেঞ্জ ও বিপরীত অন্বয় নির্ণয় কর।

(b)  $S$  অথবা  $S^{-1}$  ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর।

(c) ফাংশনগুলো এক-এক কিনা?

(ক)  $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$

(খ)  $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$

(গ)  $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

(ঘ)  $S = (-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)$

(ঙ)  $S = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

সমাধান:

(ক) (a) এখানে,  $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$

ডোম  $S = \{1, 2, 3, 4\}$

রেঞ্জ  $S = \{5, 10, 15, 20\}$

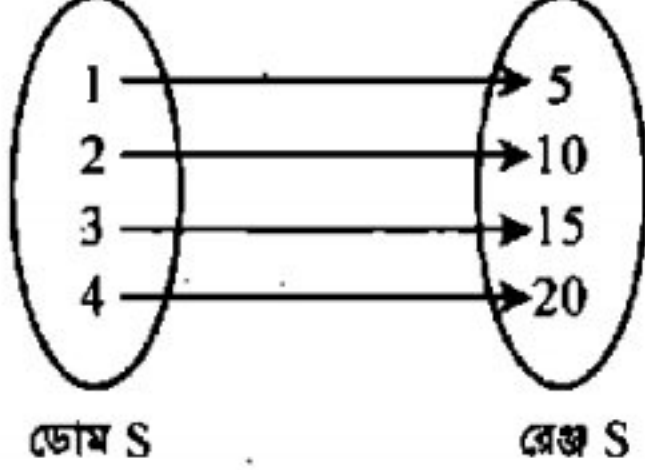
$S^{-1} = \{(5, 1), (10, 2), (15, 3), (20, 4)\}$



- (b) এখন,  $S$  এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। সুতরাং  $S$  একটি ফাংশন।  
আবার  $S^{-1}$  অস্তিত্বেরও একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

$\therefore S^{-1}$  অস্তিত্বটিও ফাংশন।

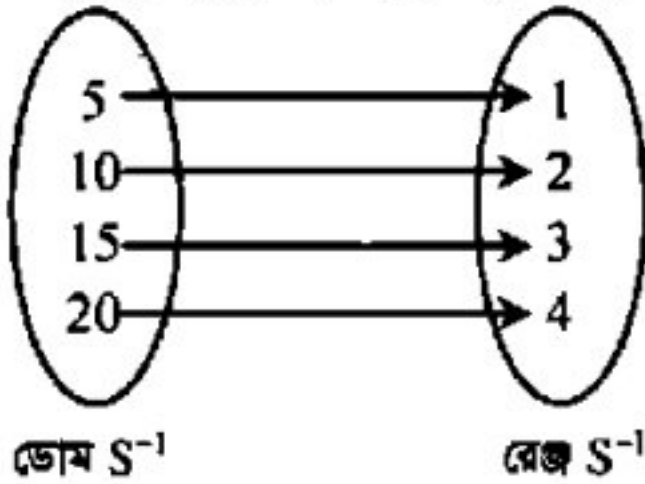
- (c)  $S = \{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)\}$



$S$  ফাংশনের ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন ভিন্ন।

$\therefore S$  এক-এক ফাংশন।

আবার,  $S^{-1} = \{(5, 1), (10, 2), (15, 3), (20, 4)\}$



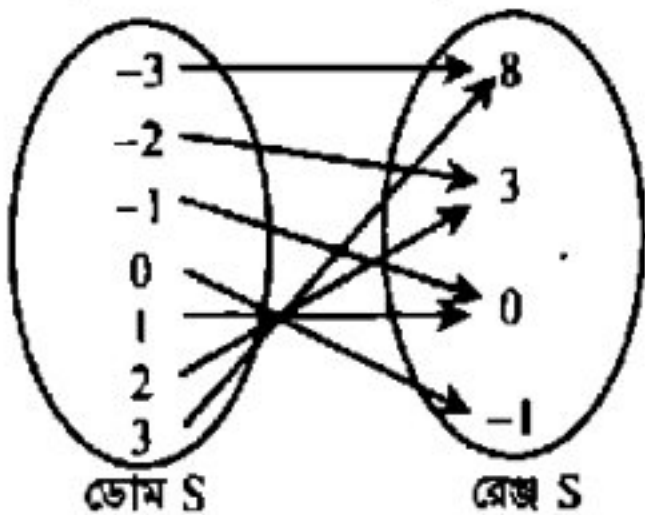
$S^{-1}$  ফাংশনের ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন ভিন্ন।

$\therefore S^{-1}$  এক-এক ফাংশন।

- (খ) (a) এখানে,  
 $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$   
ডোম  $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$   
রেঞ্জ  $S = \{-1, 0, 3, 8\}$   
 $S^{-1} = \{(8, -3), (3, -2), (0, -1), (-1, 0), (0, 1), (3, 2), (8, 3)\}$

- (b) এখন  $S$  এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।  
 $\therefore S$  একটি ফাংশন।  
কিন্তু  $S^{-1}$  এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন:  $(0, -1)$  এবং  $(0, 1)$   
 $\therefore S^{-1}$  ফাংশন নয়।

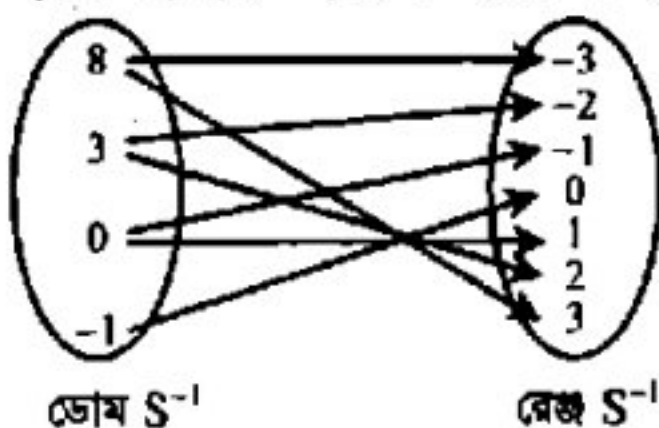
- (c)  $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$



এই ফাংশনের একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই। কিন্তু একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন:  $(-3, 8)$  ও  $(3, 8)$ । সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন নয়।

$\therefore S$  এক-এক ফাংশন নয়।

আবার,  $S^{-1} = \{(8, -3), (3, -2), (0, -1), (-1, 0), (0, 1), (3, 2), (8, 3)\}$



$S^{-1}$  এ একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট  $(0, -1)$  ও  $(0, 1)$  ক্রমজোড় আছে। কাজেই এটি ফাংশন নয়। সুতরাং এটি এক-এক ফাংশন নয়।

- (গ) (a) এখানে,  $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

$$\text{ডোম } S = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\}$$

$$\text{রেঞ্জ } S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$S^{-1} = \left\{\left(0, \frac{1}{2}\right), (1, 1), (-1, 1), \left(2, \frac{5}{2}\right), \left(-2, \frac{5}{2}\right)\right\}$$

- (b)  $S$  এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে, যেমন:  $(1, 1)$  এবং  $(1, -1)$ ।  
 $\therefore S$  ফাংশন নয়।

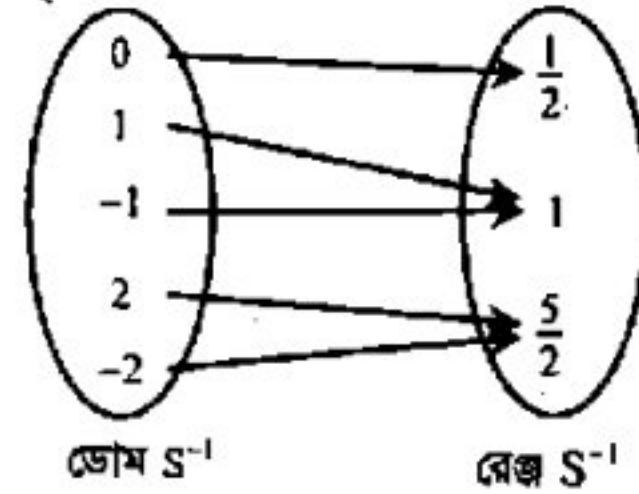
$S^{-1}$  এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।

সুতরাং  $S^{-1}$  ফাংশন।

- (c)  $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

যেহেতু  $S$  ফাংশন নয় তাই  $S$  এক-এক ফাংশন নয়।

$$S^{-1} = \left\{\left(0, \frac{1}{2}\right), (1, 1), (-1, 1), \left(2, \frac{5}{2}\right), \left(-2, \frac{5}{2}\right)\right\}$$



$S^{-1}$  ফাংশনটির একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় রয়েছে, যেমন-  $(1, 1)$  ও  $(-1, 1)$

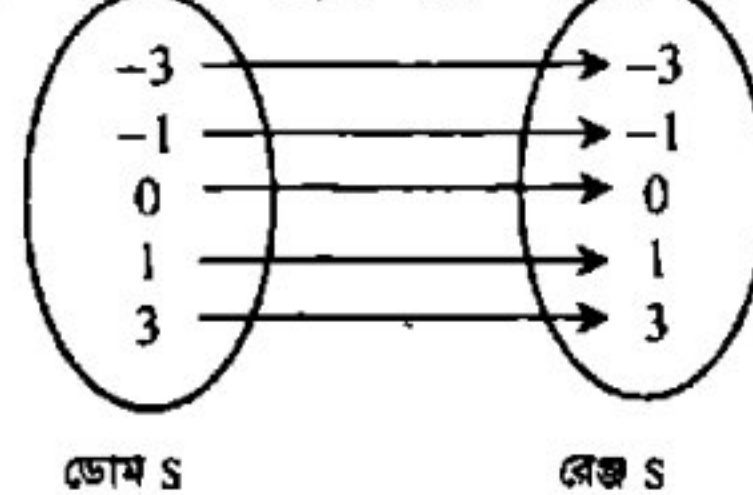
সুতরাং  $S^{-1}$  ফাংশনটি এক-এক নয়।

[বি:দ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

- (খ) (a) এখানে,  $S = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$   
ডোম  $S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$   
রেঞ্জ  $S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$   
 $S^{-1} = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$

- (b)  $S$  এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।  
সুতরাং  $S$  একটি ফাংশন।  
 $S^{-1}$  এরও একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।  
সুতরাং  $S^{-1}$  একটি ফাংশন।

- (c)  $S = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$

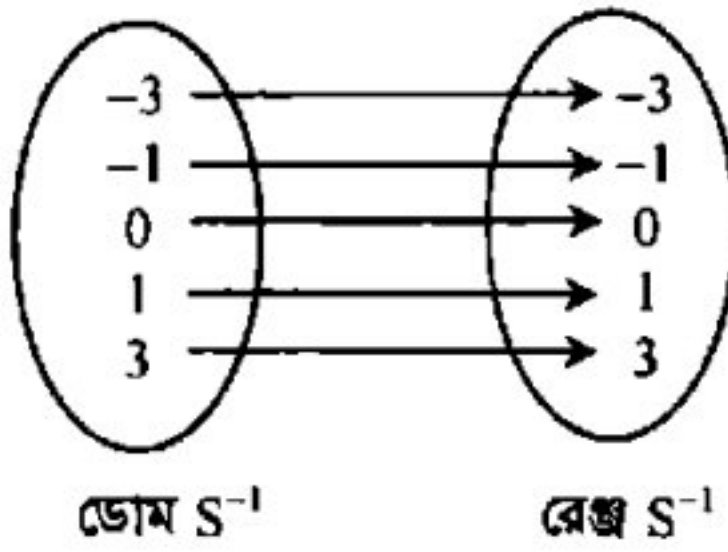


$S$  ফাংশনের ডোমেনের ভিন্নভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন।

সুতরাং,  $S$  এক-এক ফাংশন।

$$S^{-1} = \{(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (3, 3)\}$$



ডোম  $S^{-1}$ রেঞ্জ  $S^{-1}$ 

$S^{-1}$  ফাংশনের ডোমেনের ভিন্নভিন্ন সদস্যের প্রতিচ্ছবি ভিন্ন।  
সুতরাং,  $S^{-1}$  এক-এক ফাংশন।

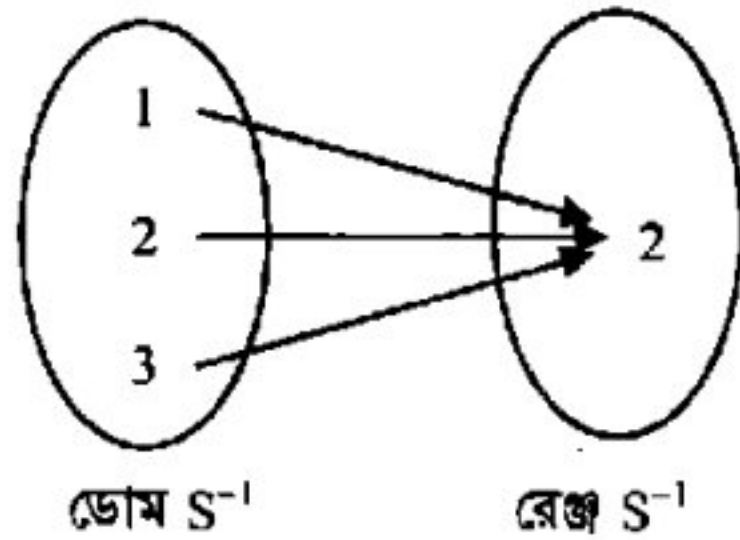
(গ) (a) এখানে,  $S = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

ডোম =  $\{2\}$ রেঞ্জ =  $\{1, 2, 3\}$  $S^{-1} = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$ 

(b) এখন,  $S$  এর একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় আছে। যেমন:  $(2, 1)$  এবং  $(2, 2)$

সুতরাং  $S$  ফাংশন নয়। $S^{-1}$  এর একই প্রথম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় নেই।সুতরাং  $S^{-1}$  ফাংশন।

(c) এখানে,  $S$  ফাংশন নয় তাই এক-এক নয়।

ডোম  $S^{-1}$ রেঞ্জ  $S^{-1}$ 

$S^{-1}$  ফাংশনটির একই দ্বিতীয় উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় রয়েছে। যেমন-  $(1, 2)$ ,  $(2, 2)$  ও  $(3, 2)$ ।

সুতরাং  $S^{-1}$  ফাংশনটি এক-এক নয়।

৮.  $F(x) = \sqrt{x-1}$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য—

(ক)  $F(1)$ ,  $F(5)$  এবং  $F(10)$  নির্ণয় কর।(খ)  $F(a^2 + 1)$  নির্ণয় কর, যেখানে  $a \in \mathbb{R}$ ।(গ)  $F(x) = 5$  হলে,  $x$  নির্ণয় কর।(ঘ)  $F(x) = y$  হলে,  $x$  নির্ণয় কর, যেখানে  $y \geq 0$ ।

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে,  $F(x) = \sqrt{x-1}$ 

$$F(1) = \sqrt{1-1} = \sqrt{0} = 0$$

$$F(5) = \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2$$

$$F(10) = \sqrt{10-1} = \sqrt{9} = 3$$

Ans. 0, 2, 3

(খ) দেওয়া আছে,  $F(x) = \sqrt{x-1}$ 

$$F(a^2 + 1) = \sqrt{a^2 + 1 - 1} = \sqrt{a^2} = |a|$$

Ans.  $|a|$ (গ) দেওয়া আছে,  $F(x) = \sqrt{x-1}$ 

$$\text{এবং } F(x) = 5$$

$$\therefore \sqrt{x-1} = 5$$

$$\text{বা, } x-1 = 25 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\therefore x = 25 + 1 = 26$$

Ans. 26

(ঘ) দেওয়া আছে,  $F(x) = \sqrt{x-1}$ 

$$\text{এবং } F(x) = y$$

$$\therefore \sqrt{x-1} = y$$

$$\text{বা, } x-1 = y^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\therefore x = 1 + y^2$$

Ans.  $1 + y^2$ 

৯.  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x^2$  ফাংশনের জন্য—

(ক) ডোম  $F$  এবং রেঞ্জ  $F$  নির্ণয় কর।(খ) দেখাও যে,  $F$  এক-এক ফাংশন নয়।সমাধান: দেওয়া আছে,  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x^2$ (ক)  $F(x) = x^2$ এখানে,  $x$  এর সকল মানের জন্য  $F(x)$  সংজ্ঞায়িত।অতএব, ডোম  $F = \mathbb{R}$ ।এখানে,  $x$  এর সকল মানের জন্য  $F(x)$  এর মান  $\mathbb{R}_+$  হয়।এবং রেঞ্জ  $F = \mathbb{R}_+$ ।উত্তর: ডোম  $F = \mathbb{R}$  এবং রেঞ্জ  $F = \mathbb{R}_+$ ।(খ) দেওয়া আছে,  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x^2$ ধরি,  $x_1, x_2 \in \text{ডোম } F$ যেখানে  $x_1 \neq x_2$ এখন,  $F(x_1) = F(x_2)$  এর জন্য  $F$  এক-এক ফাংশন হবে কেবল এবং কেবল যদি  $x_1 = x_2$  হয়।

$$\therefore F(x_1) = x_1^2 \text{ এবং } F(x_2) = x_2^2$$

$$\therefore F(x_1) = F(x_2) \Rightarrow x_1^2 = x_2^2$$

$$\therefore x_1 = \pm x_2$$

অর্থাৎ  $x_1 \neq x_2$  $\therefore F$  এক-এক ফাংশন নয়।

১০. (ক)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  একটি ফাংশন যা  $f(x) = ax + b$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে দেখাও যে,  $f$  এক-এক এবং অনটু।

(খ)  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  ফাংশনটি  $F(x) = \sqrt{1-x^2}$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত, তবে দেখাও যে,  $f$  এক-এক এবং অনটু।

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে,  $f(x) = ax + b$ ধরি,  $x_1, x_2 \in \text{ডোম } f$ এখন,  $f(x_1) = f(x_2)$  এর জন্য  $f$  এক-এক ফাংশন হবে যদি এবং কেবল যদি  $x_1 = x_2$  হয়।

$$\text{এখন, } f(x_1) = ax_1 + b \text{ এবং } f(x_2) = ax_2 + b$$

$$\therefore f(x_1) = f(x_2)$$

$$\text{বা, } ax_1 + b = ax_2 + b$$

$$\text{বা, } ax_1 = ax_2$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

অতএব, প্রদত্ত ফাংশন এক-এক ফাংশন।

আবার,  $y \in \mathbb{R}$  যেকোন প্রদত্ত সংখ্যা হলে,

$$\text{ধরি, } y = ax + b = f(x)$$

$$\text{বা, } ax = y - b$$

$$x = \frac{y-b}{a}$$

$$f\left(\frac{y-b}{a}\right) = a \cdot \frac{y-b}{a} + b = y - b + b = y$$

$$f\left(\frac{y-b}{a}\right) = y = f(x)$$

 $\therefore$  ফাংশনটি অনটু বা সার্বিক।

সুতরাং ফাংশনটি এক-এক এবং অনটু। (দেখানো হলো)



(খ)  $F(x) = \sqrt{1-x^2}$

এখন,  $F(a) = \sqrt{1-a^2}$  এবং  $F(b) = \sqrt{1-b^2}$

যদি  $F(a) = F(b)$  হয়, তবে

$$\sqrt{1-a^2} = \sqrt{1-b^2}$$

বা,  $1-a^2 = 1-b^2$

বা,  $-a^2 = -b^2$

বা,  $a^2 = b^2$

বা,  $a = b$

অতএব, প্রদত্ত ফাংশন  $F$  এক-এক ফাংশন।

আবার,  $y \in [0, 1]$  যেকোনো সংখ্যা হলে,

ধরি,  $y = \sqrt{1-x^2} = f(x)$

বা,  $y^2 = 1-x^2$

বা,  $x^2 = 1-y^2$

$\therefore x = \sqrt{1-y^2}$

$$\begin{aligned} f(\sqrt{1-y^2}) &= \sqrt{1-(\sqrt{1-y^2})^2} \\ &= \sqrt{1-(1-y^2)} \\ &= \sqrt{1-1+y^2} \\ &= \sqrt{y^2} \\ &= y = f(x) \end{aligned}$$

$\therefore$  ফাংশনটি অনটু

সুতরাং  $f$  এক-এক ও অনটু। (সেখানে হলো)

১১. যদি  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  এবং  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ফাংশন হয়  $f(x) = x^3 + 5$  এবং

$g(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে দেখাও যে,  $g = f^{-1}$ ।

সমাধান: দেওয়া আছে,  $f(x) = x^3 + 5$

এবং  $g(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$

ধরি,  $y = f(x) \therefore x = f^{-1}(y)$

$\Rightarrow y = x^3 + 5$

$\Rightarrow x^3 = y - 5$

$\Rightarrow x = (y-5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(y) = (y-5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = g(x)$

$\therefore g = f^{-1}$  (সেখানে হলো)

১২.  $\mathbb{R}$  বাস্তব সংখ্যার সেট হলে এবং  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ফাংশনটি

$f(x) = x^2 - x - 2$  দ্বারা প্রদত্ত হলে  $f^{-1}([-2, 0])$  এবং  $f^{-1}(\{0\})$

নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  যেখানে  $f(x) = x^2 - x - 2$

মনে করি,  $f^{-1}([-2, 0]) = x$

বা,  $[-2, 0] = f(x)$

বা,  $x^2 - x - 2 = [-2, 0]$

এখন,  $x^2 - x - 2 \geq -2$  এবং  $x^2 - x - 2 \leq 0$

বা,  $x^2 - x - 2 + 2 \geq 0$  বা,  $x^2 - 2x + x - 2 \leq 0$

বা,  $x(x-1) \geq 0$  বা,  $x(x-2) + 1(x-2) \leq 0$

$\therefore x(x-1) \geq 0 \dots (1)$   $\therefore (x-2)(x+1) \leq 0 \dots (2)$

(1) নং সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি  $x$  ও  $(x-1)$  উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়ই ঋণাত্মক হয়।

$x-1 \geq 0$  বা,  $x \geq 1$  হলে  $x$  ও  $(x-1)$  উভয়ই ধনাত্মক

$x \leq 0$  হলে  $x$  ও  $(x-1)$  উভয়ই ঋণাত্মক।

$\therefore x \geq 1$  অথবা  $x \leq 0$  হলে (1) নং সত্য হবে।

আবার, (2) নং সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি  $(x-2)$  ও  $(x+1)$  এর একটি ধনাত্মক ও একটি ঋণাত্মক হয়।

$x-2 \geq 0$  বা,  $x \geq 2$  হলে  $x-2 \geq 0$  ও  $x+1 \geq 0$

$x+1 \leq 0$  বা,  $x \leq -1$  হলে  $x-2 \leq 0$  ও  $x+1 \leq 0$

$x-2 \leq 0$  বা,  $x \leq 2$  হলে,  $x-2 \leq 0$  ও  $x+1 \geq 0$

$-1 \leq x \leq 2$  হলে  $x-2 \leq 0$  অথবা  $x+1 \geq 0$

(1) ও (2) নং উভয়ই সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি

$-1 \leq x \leq 0$  এবং  $1 \leq x \leq 2$

$\therefore f^{-1}([-2, 0]) = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2 \text{ অথবা, } -1 \leq x \leq 0\}$

এবং মনে করি,  $f^{-1}(\{0\}) = x$

বা,  $f(x) = \{0\}$

বা,  $x^2 - x - 2 = 0$

বা,  $x^2 - 2x + x - 2 = 0$

বা,  $x(x-2) + 1(x-2) = 0$

বা,  $(x-2)(x+1) = 0$

$\therefore x = -1, 2$

$\therefore f^{-1}(\{0\}) = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 2\}$

১৩.  $S$  অক্ষের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অক্ষটি ফাংশন কি না তা লেখচিত্র থেকে নির্ণয় কর যেখানে:

(ক)  $S = \{(x, y) : 2x - y + 5 = 0\}$

(খ)  $S = \{(x, y) : x + y = 1\}$

(গ)  $S = \{(x, y) : 3x + y = 4\}$

(ঘ)  $S = \{(x, y) : x = -2\}$

সমাধান:

(ক)  $S$ -এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

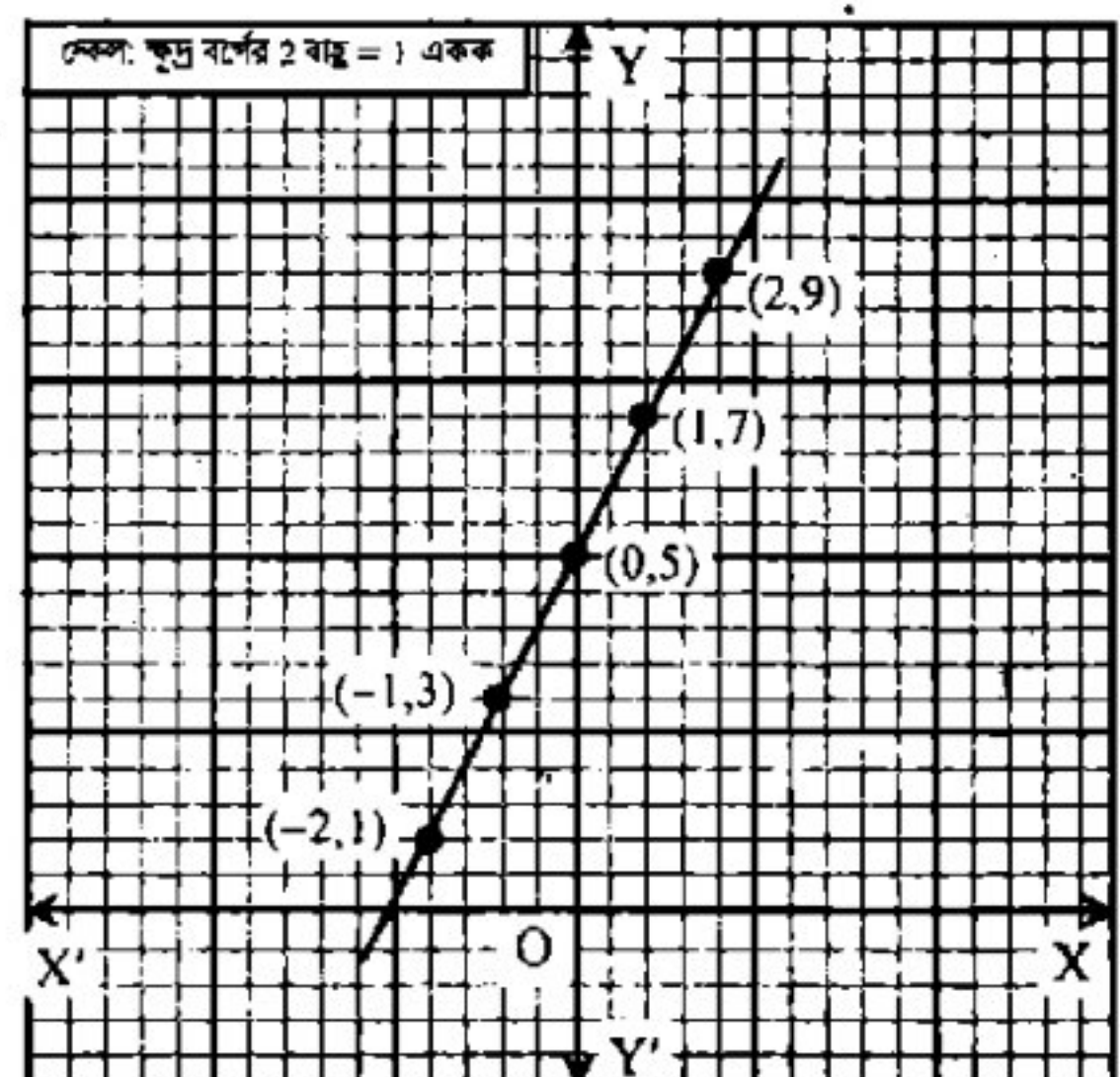
$2x - y + 5 = 0$

বা,  $y = 2x + 5$  থেকে  $x$  ও  $y$  এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিয়ে হকে নির্ণয় করা হলো-

$x$	0	1	-1	2	-2
$y = 2x + 5$	5	7	3	9	1

$\therefore L = \{(0, 5), (1, 7), (-1, 3), (2, 9), (-2, 1)\} \subset S$

এখন  $L$ -এর লেখ অঙ্কন করে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই  $S$  এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো-



লেখ চিত্রে  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার ওপর  $S$  এর দুইটি বিন্দু নেই। সুতরাং এটি একটি ফাংশন।



(খ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$$x + y = 1$$

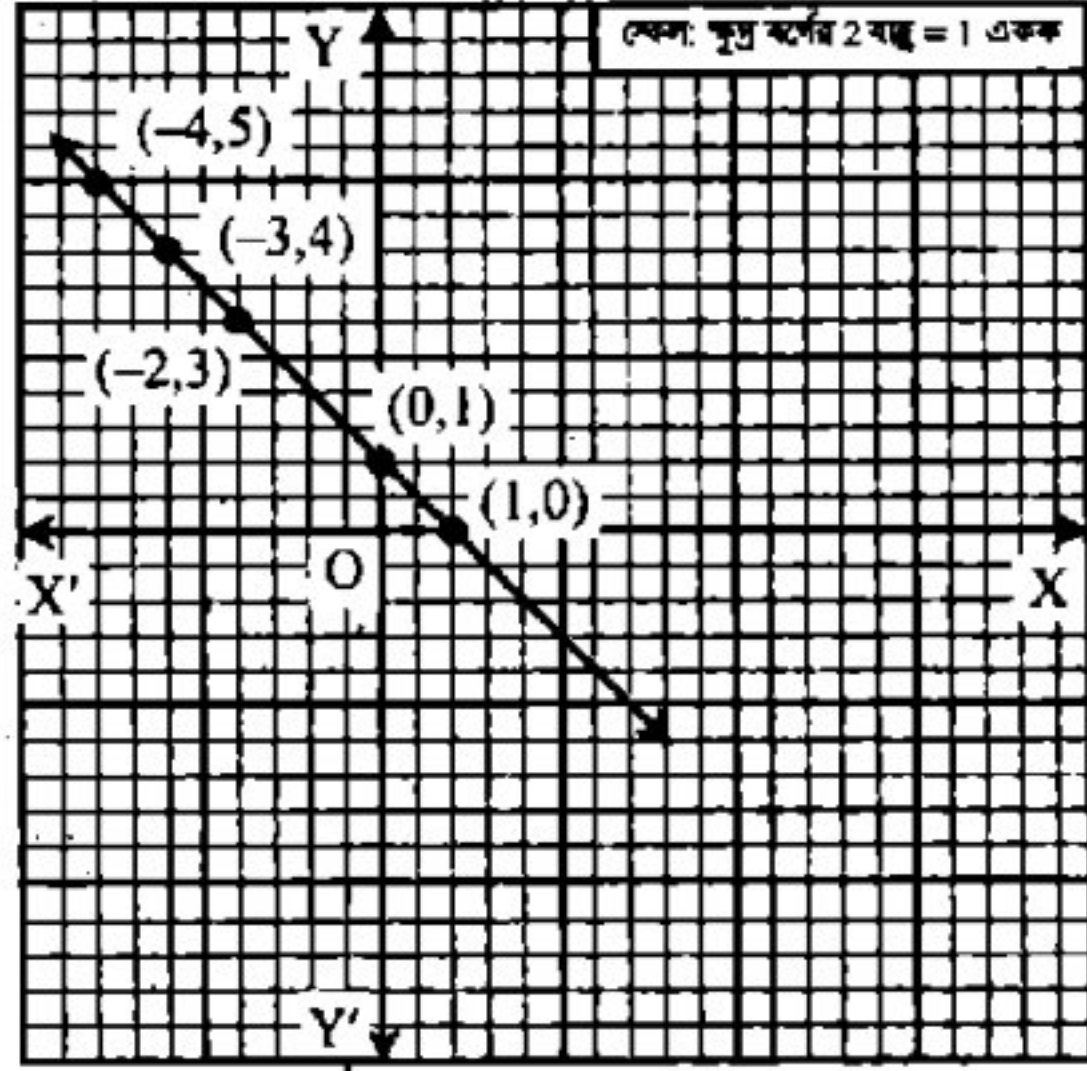
বা,  $y = 1 - x$  থেকে  $x$  ও  $y$  এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিয়ে ছকে নির্ণয় করা হলো—

$x$	0	1	-2	-3	-4
$y = 1 - x$	1	0	3	4	5

$$\therefore L = \{(0, 1), (1, 0), (-2, 3), (-3, 4), (-4, 5)\} \subset S$$

L-এর লেখ একে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই S এর লেখ পাওয়া যাবে।

নিম্নে তা দেখানো হলো—



লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখায় S-এর দুইটি বিন্দু নেই।

সুতরাং S একটি ফাংশন।

(গ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$$3x + y = 4$$

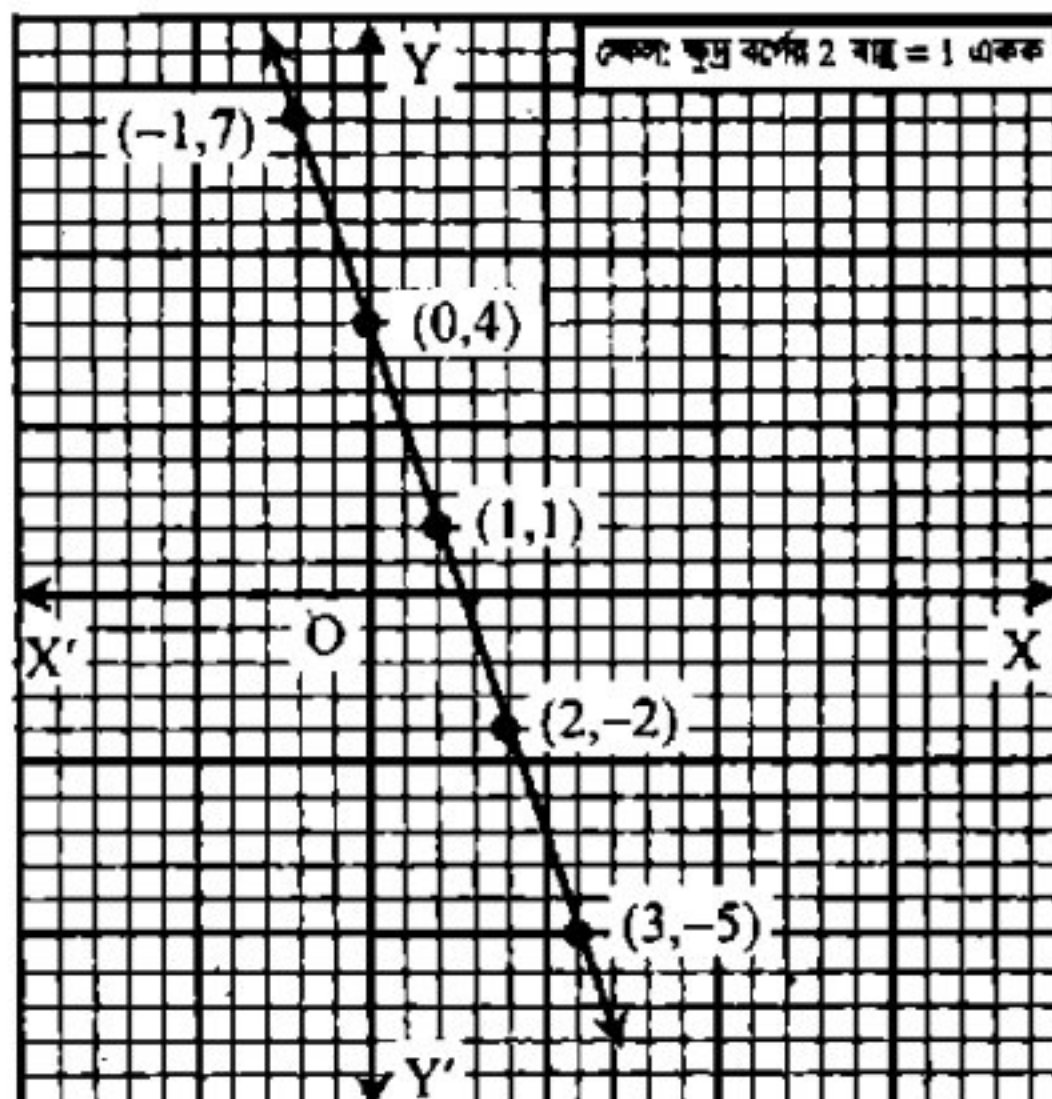
বা,  $y = 4 - 3x$  থেকে  $x$  ও  $y$  এর কয়েকটি সংশ্লিষ্ট মান নিয়ে ছকে দেখানো হলো—

$x$	0	1	2	-1	3
$y = 4 - 3x$	4	1	-2	7	-5

$$\therefore L = \{(0, 4), (1, 1), (2, -2), (-1, 7), (3, -5)\} \subset S$$

L-এর লেখ একে বিন্দুগুলোকে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করলেই S এর লেখ পাওয়া যাবে।

নিম্নে তা দেখানো হলো—

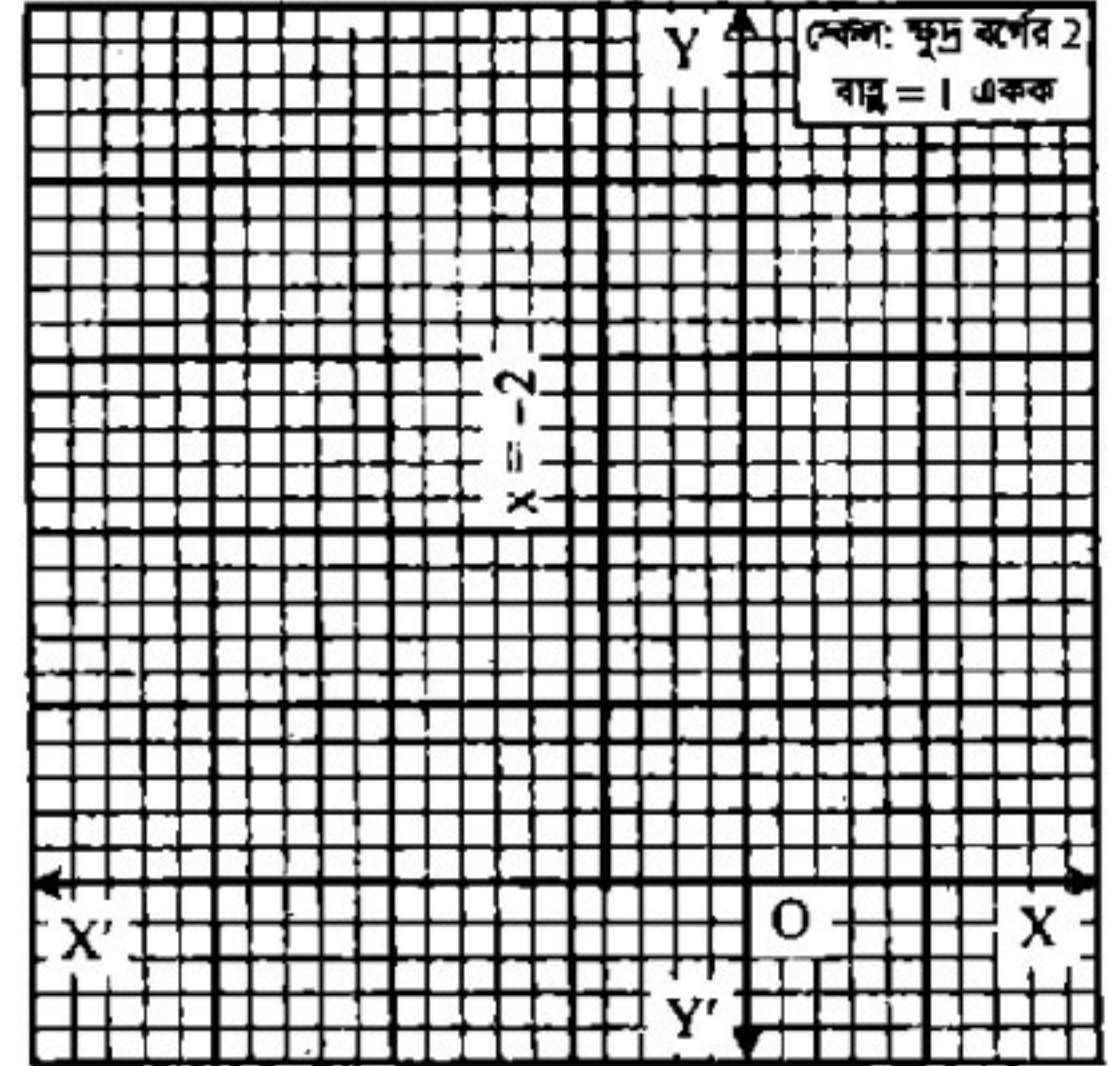


লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখায় ওপর S এর দুইটি বিন্দু নেই। সুতরাং S একটি ফাংশন।

(ঘ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x = -2$  তে  $y$  যুক্ত কোনো পদ নেই।  $y$  এর মান যাই হোক না কেন  $x$ -এর মান সর্বদাই  $-2$ ।

S অক্ষের লেখচিত্র হলো y-অক্ষের সমান্তরাল রেখা যা মূলবিন্দু হতে 2 একক বামে অবস্থিত।



লেখচিত্রে y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার উপর অসংখ্য বিন্দু আছে। সুতরাং S অক্ষের ফাংশন নয়।

১৪. S অক্ষের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অক্ষের ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র থেকে নির্ণয় কর যেখানে:

(ক)  $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 25\}$

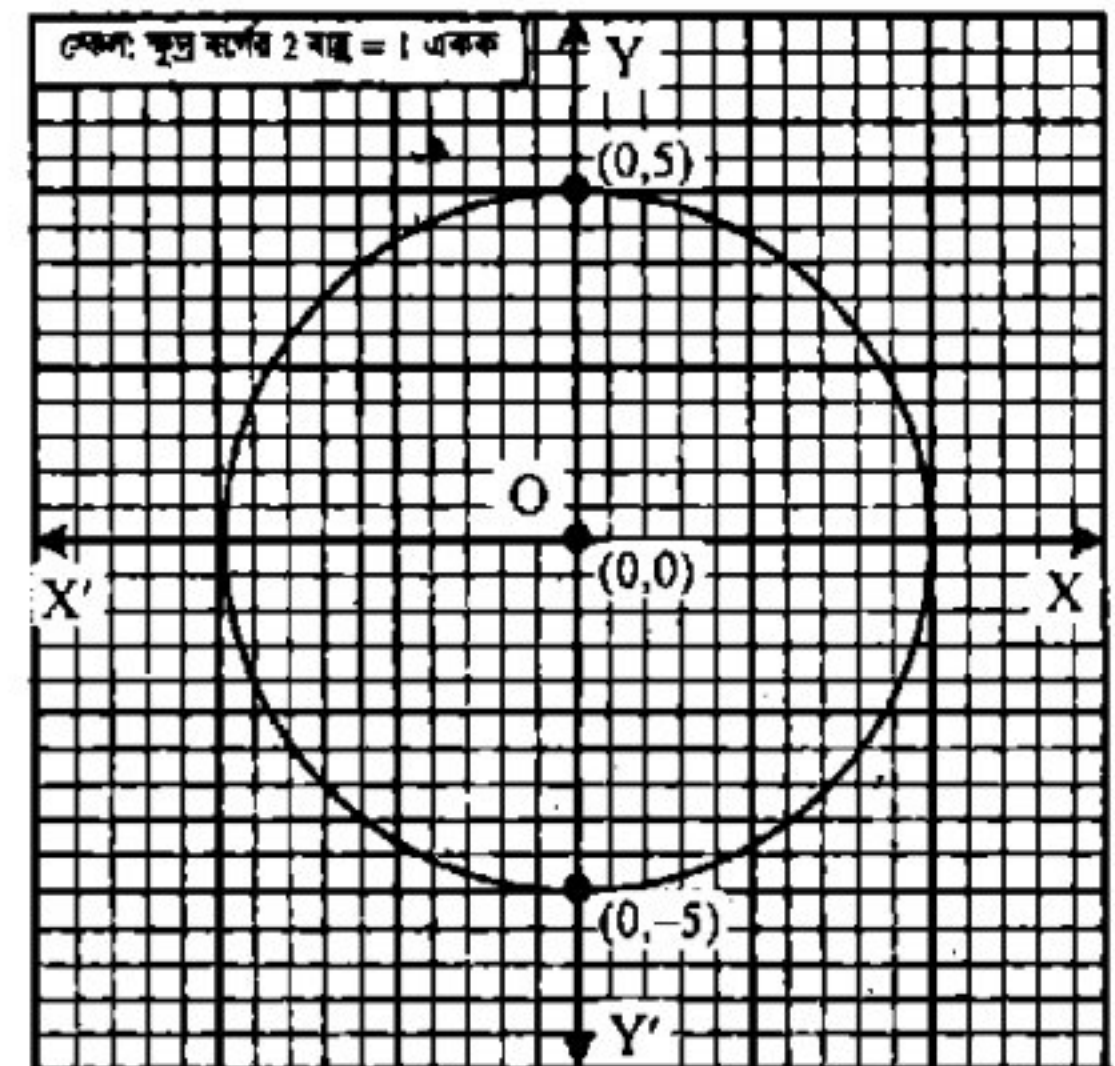
(খ)  $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 9\}$

সমাধান:

(ক) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,  $x^2 + y^2 = 25$ ,

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 5^2$$

$\therefore$  S-এর লেখ একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র (0, 0) এবং ব্যাসার্ধ 5. ছক কাগজে (0, 0) বিন্দু পাতন করে একে কেন্দ্র করে 5 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকলেই S-এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো।



লেখচিত্রে দেখা যায় y- অক্ষের ওপর দুইটি বিন্দু (0, 5) ও (0, -5) অবস্থিত। সুতরাং, S একটি ফাংশন নয়।



(খ) S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

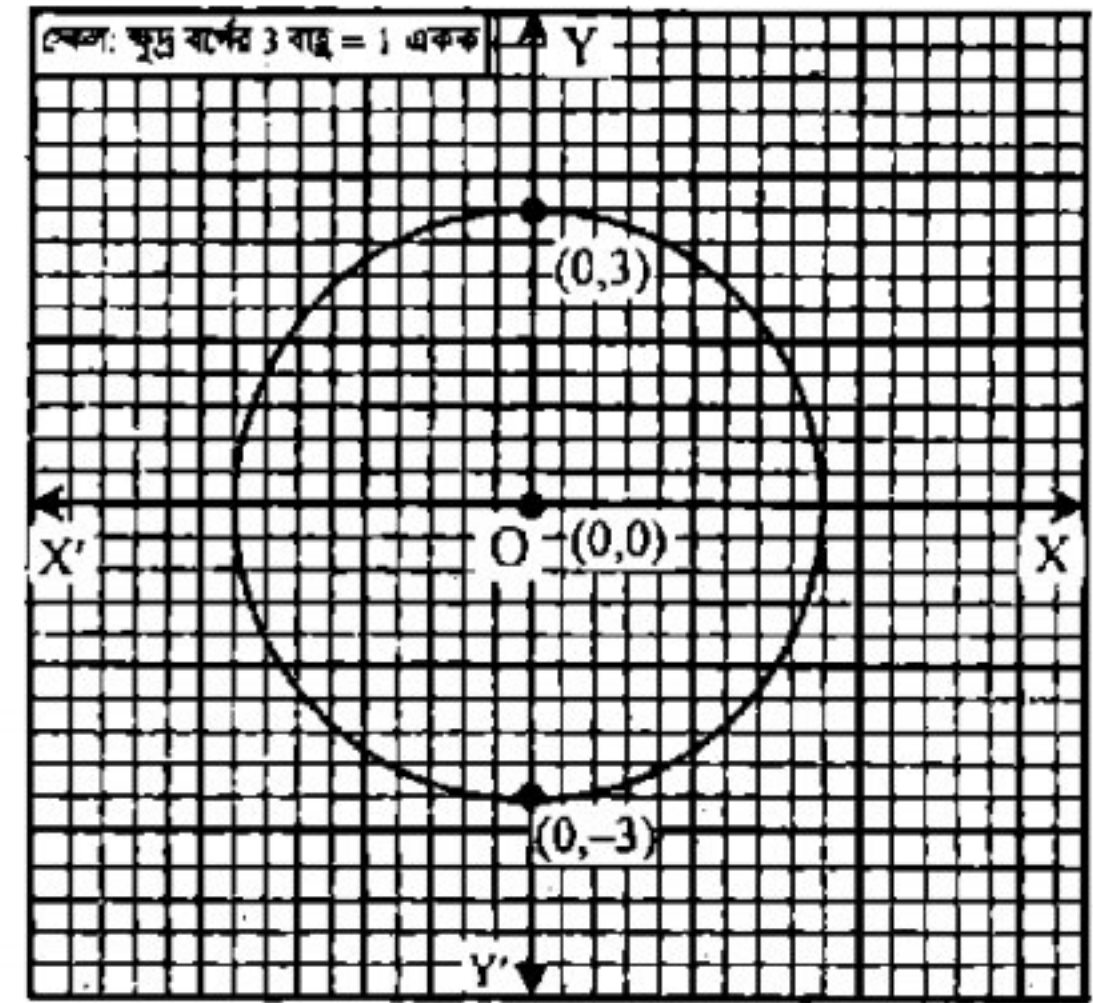
$$x^2 + y^2 = 9$$

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$$

∴ S-এর লেখ একটি বৃত্ত

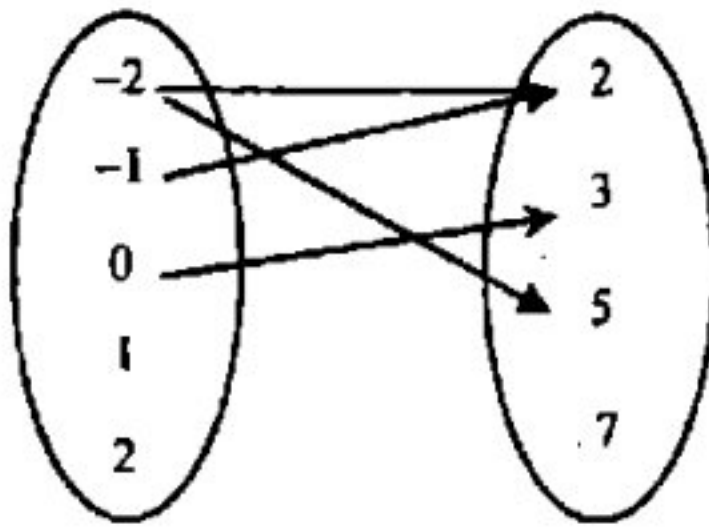
যার কেন্দ্র (0, 0) ও ব্যাসার্ধ 3. এখন (0, 0) বিন্দু পাতন করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলেই S-এর লেখ পাওয়া যাবে। নিম্নে তা দেখানো হলো –

লেখচিত্রে, দেখা যায়, y-অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখার ওপর লেখের দুইটি বিন্দু যথা (0, 3), (0, -3) অবস্থিত। সুতরাং S ফাংশন নয়।



১৫. A = {-2, -1, 0, 1, 2} এবং B = {2, 3, 5, 7}

A সেটের কয়েকটি উপাদানের সাথে B সেটের উপাদানগুলোকে অধিত করে নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো :



(ক) গঠিত অসমতা D হলে, D এর মান ক্রমজোড়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ)  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x = y^2\}$  অসমতিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর।

(গ) উপরে বর্ণিত অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অসমতা ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর।

#### ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {-2, -1, 0, 1, 2} এবং B = {2, 3, 5, 7}

$$\therefore D = \{(-2, 2), (-2, 5), (-1, 2), (0, 3)\}$$

খ  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x = y^2\}$   
 $= \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = \pm\sqrt{x}\}$

$$\text{এখন, } y = \pm\sqrt{x}$$

-2 ও -1 এর জন্য y এর মান অবাস্তব

$$x = 0 \text{ হলে, } y = 0 \in A \therefore (0, 0) \in S$$

$$x = 1 \text{ হলে, } y = \pm 1 \in A \therefore (1, 1), (1, -1) \in S$$

$$x = 2 \text{ হলে, } y = \pm\sqrt{2} \notin A \therefore (2, \pm\sqrt{2}) \notin S$$

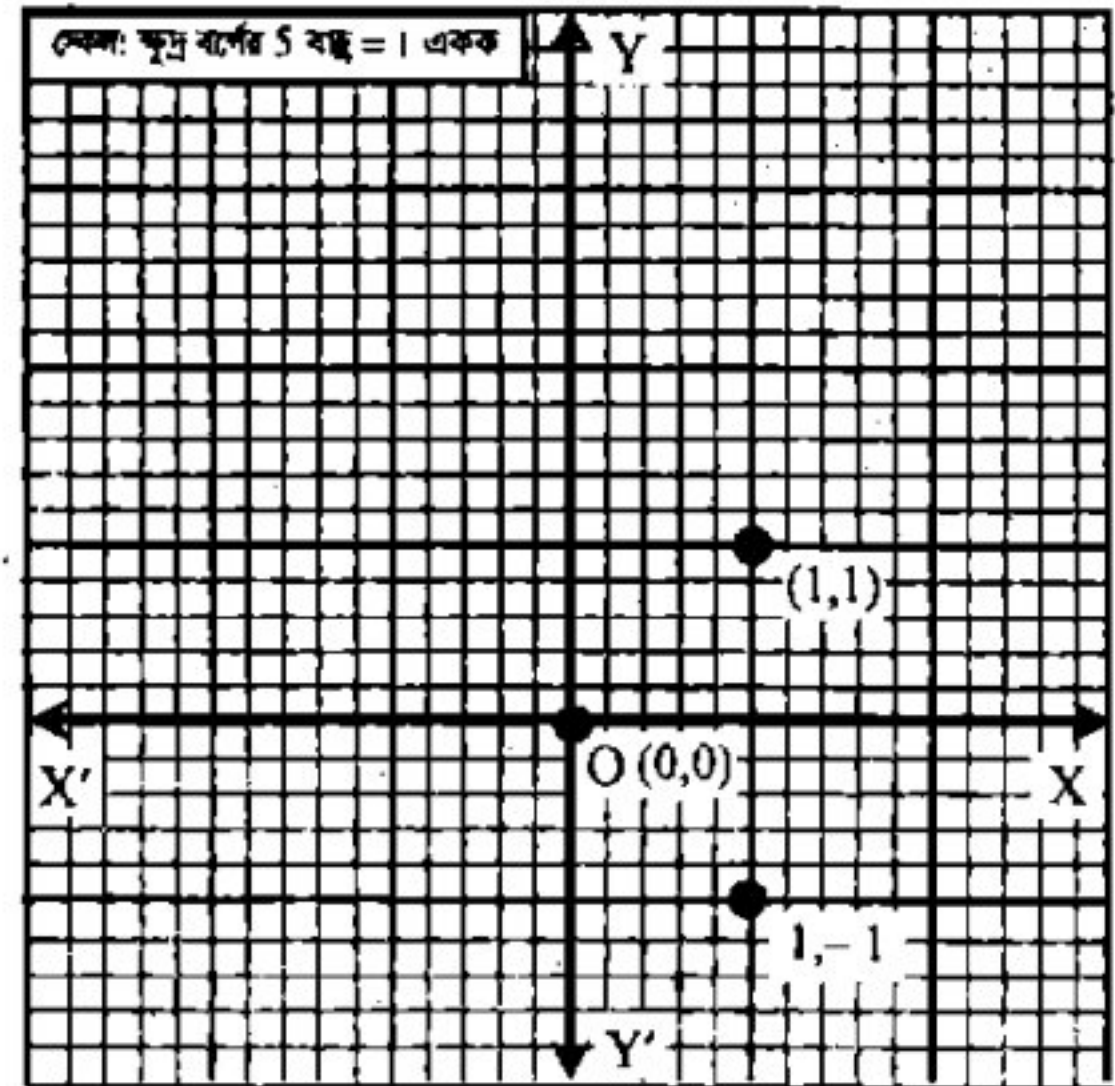
$$\therefore S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$$

$$\therefore \text{ডোম } S = \{0, 1\}$$

$$\text{রেঞ্জ } S = \{0, 1, -1\}$$

গ 'খ' এ প্রাপ্ত অসমতা,  $S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$

X-অক্ষ বরাবর 5 ঘর = 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর 5 ঘর = 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে প্রদত্ত অসমতার লেখচিত্র পাওয়া যায়।



যেহেতু  $x = 1$  এর দুটি ইমেজ বা প্রতিচ্ছবি যথা 1, -1 পাওয়া যায়। সুতরাং S অসমতা ফাংশন নয়।

১৬.  $F(x) = 2x - 1$

ক.  $F(x + 1)$  এবং  $F\left(\frac{1}{2}\right)$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $F(x)$  ফাংশনটি এক-এক কি না তা নির্ণয় কর, যখন  $x, y \in \mathbb{N}$

গ.  $F(x) = y$  হলে x এর তিনটি মান নির্ণয় কর, যখন  $x, y \in \mathbb{N}$  এবং  $y = 2x - 1$  সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন কর।

#### ১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $F(x) = 2x - 1$

$$\therefore F(x + 1) = 2(x + 1) - 1$$

$$= 2x + 2 - 1$$

$$= 2x + 1$$

$$\text{এবং } F\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\text{উত্তর : } 2x + 1; 0$$

খ দেওয়া আছে,  $F(x) = 2x - 1$

ধরি,  $a, b \in \text{ডোম } F$ , যেখানে  $a \neq b$

এখন,  $F(a) = F(b)$  এর জন্য

যদি ও কেবল যদি  $a = b$  হয়, তবে F ফাংশনটি এক-এক হবে।

$$\therefore F(a) = 2a - 1 \text{ এবং } F(b) = 2b - 1$$



$$\text{এখন, } F(a) = F(b)$$

$$\Rightarrow 2a - 1 = 2b - 1$$

$$\Rightarrow 2a = 2b$$

$$\therefore a = b$$

সুতরাং ফাংশনটি এক-এক।

$$\text{গ) } F(x) = y$$

$$\text{বা, } F(x) = 2x - 1 = y \quad [\because y = 2x - 1]$$

$$\text{বা, } 2x = y + 1$$

$$x = \frac{1}{2}(y + 1)$$

$$\text{এখন, } y = 1 \text{ হলে, } x = \frac{1}{2}(1 + 1) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

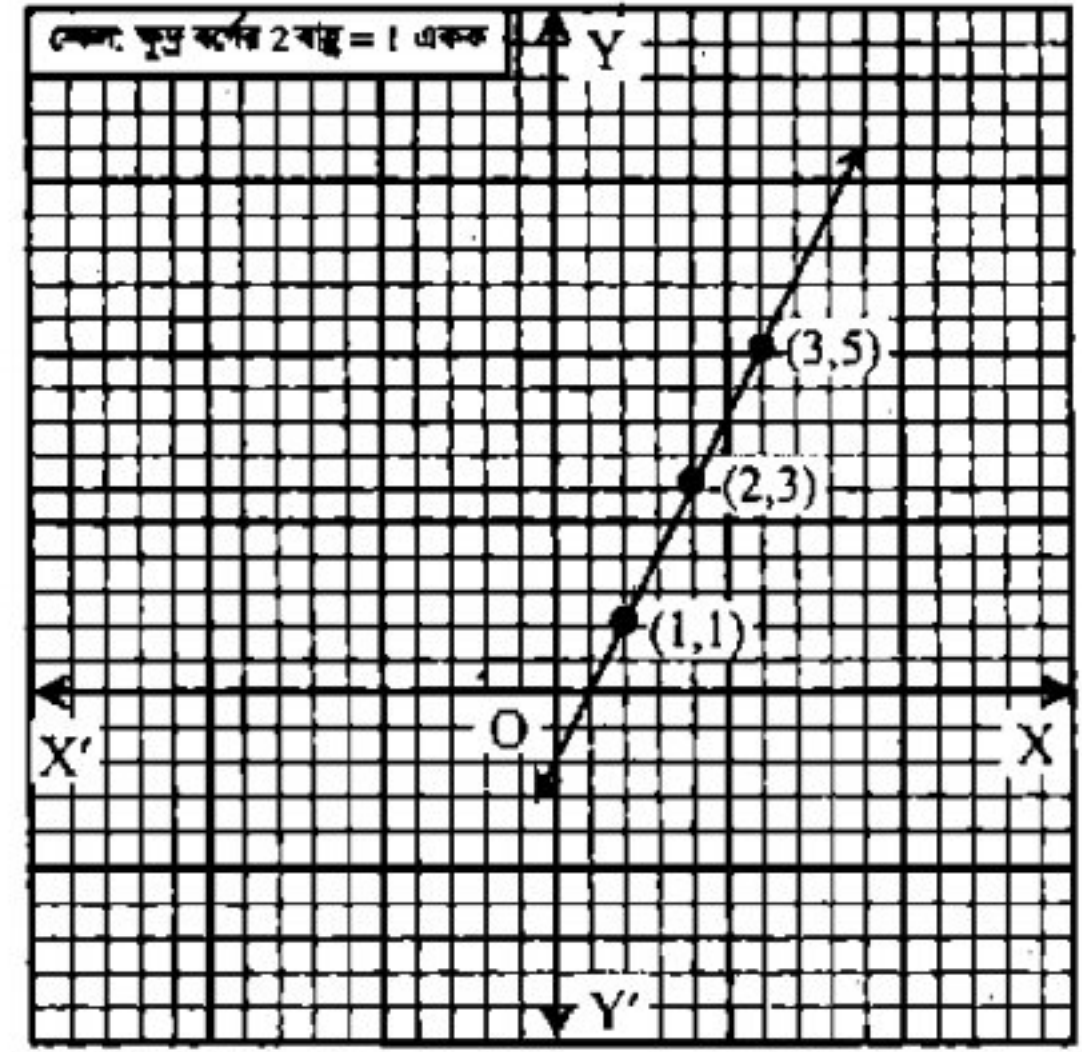
$$y = 3 \text{ হলে, } x = \frac{1}{2}(3 + 1) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$y = 5 \text{ হলে, } x = \frac{1}{2}(5 + 1) = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$\therefore x$  এর তিনটি মান 1, 2, 3

এখানে ক্রমজোড় তিনটি (1, 1), (2, 3), (3, 5)

এখানে,  $x$ -অক্ষ বরাবর 2 বর্গ ঘর = 1 একক এবং  $y$ -অক্ষ বরাবর 2 বর্গ ঘর = 1 একক ধরে প্রাপ্ত ক্রমজোড় বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে সংযোগ করে  $y = 2x - 1$  সমীকরণের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

★★★ অসর এবং ফাংশন | Text পৃষ্ঠা-২৬

- A সেট হতে B সেটের অসর R দুইটি শর্ত পালন করে। R অবশ্যই  $A \times B$  এর একটি উপসেট হবে। R এর ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান A সেটের উপসেট হবে এবং দ্বিতীয় উপাদান B সেটের উপসেট হবে।
- কোন অসরে একই 1ম উপাদান বিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় না থাকে তবে ঐ অসরকে ফাংশন বলে।
- প্রত্যেক ফাংশন অসর কিন্তু প্রত্যেক অসর ফাংশন নয়।
- $y = f(x)$  ফাংশনে  $x$  এর যে সকল মানের জন্য  $f(x)$  সংজ্ঞায়িত,  $x$  এর সেই মানগুলো ডোমেন এবং ডোমেন  $x$  এর জন্য  $f(x)$  এর যে সকল বাস্তব মান পাওয়া যায় সেই মানগুলো রেঞ্জ।

১. নিচের কোনটি একটি ফাংশন? (মধ্যম)

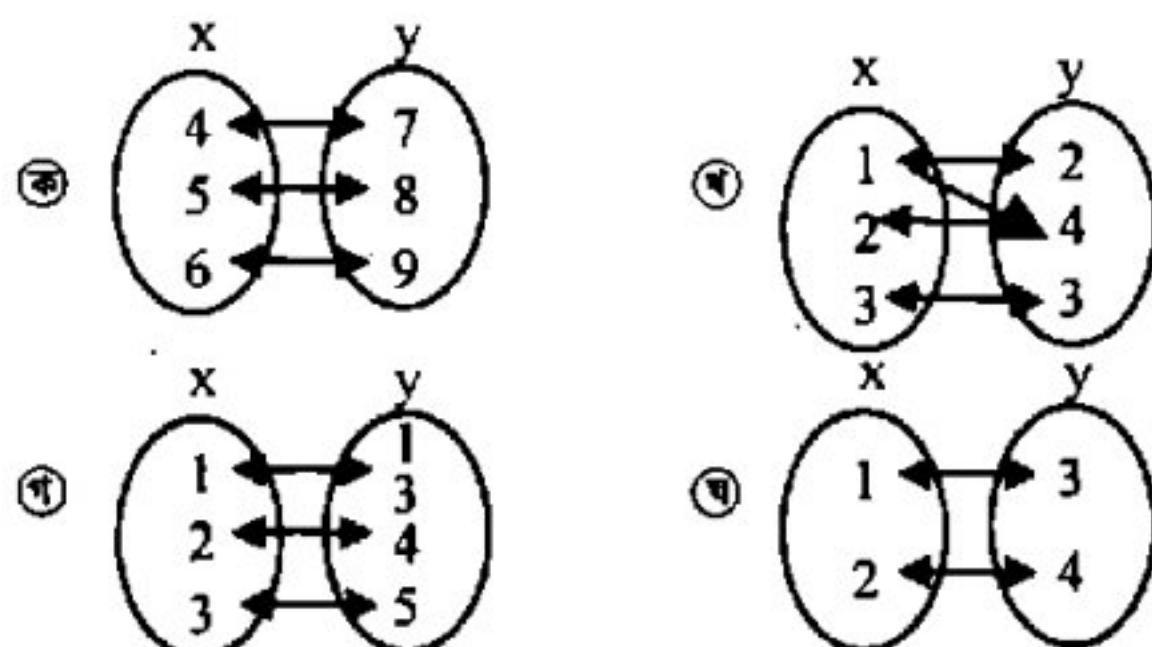
- ক)  $A = \{(1, 2), (1, 5), (0, 0)\}$
- খ)  $B = \{(2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$
- গ)  $C = \{(0, 2), (0, 6), (2, 3)\}$
- ঘ)  $D = \{(-2, 2), (2, 2), (1, 1), (0, 3)\}$

২. ব্যাখ্যা: ক্রমজোড়ের প্রথম উপাদানগুলো ভিন্ন ভিন্ন হলে তা একটি ফাংশন নির্দেশ করে।

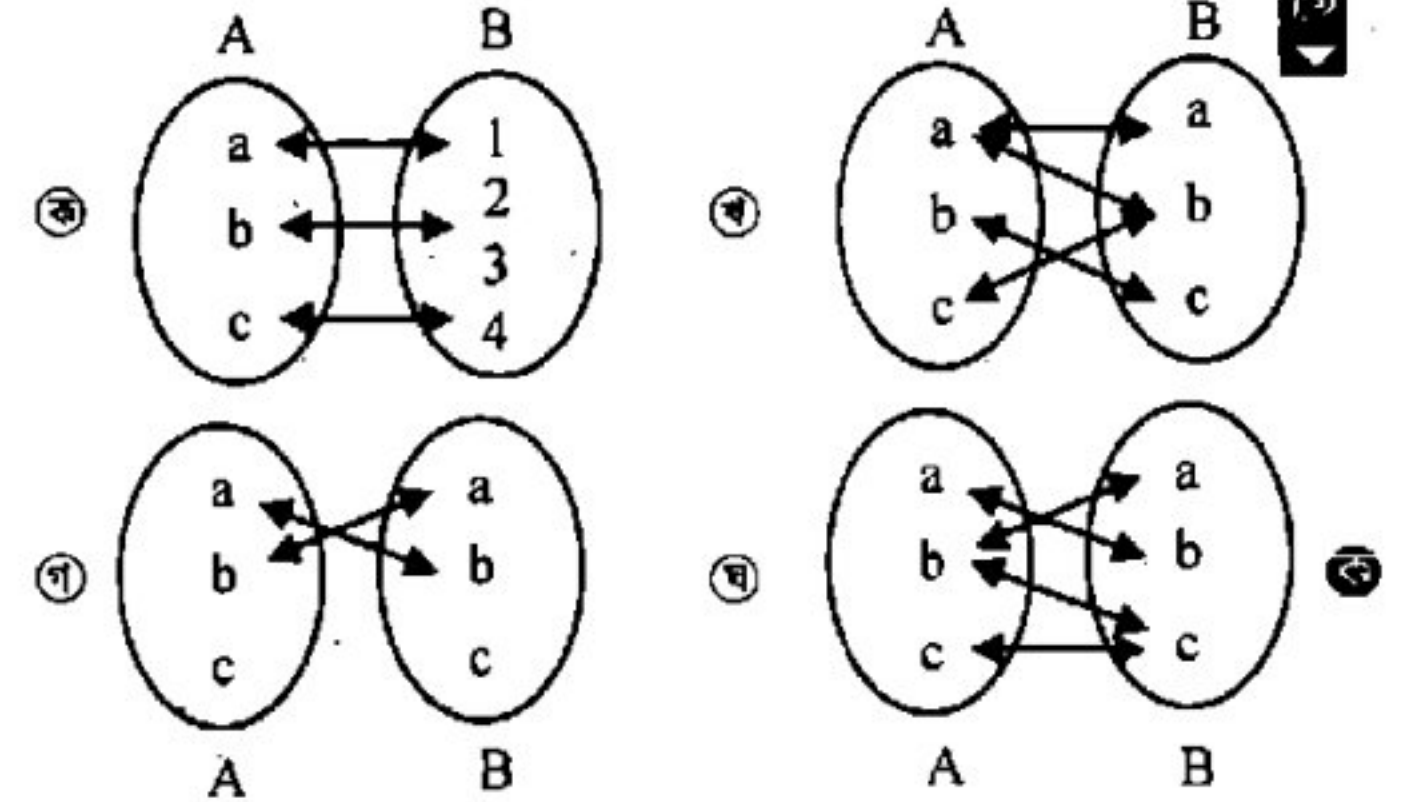
৩. যদি  $T = \{(0, 0), (2, 4), (-1, 3), (3, 4)\}$  একটি ফাংশন হয়, তবে নিচের কোনটি T এর ডোমেন? (সহজ)

- ক)  $\{0, -1, 4, 3\}$
- খ)  $\{0, 2, 4, 3\}$
- গ)  $\{0, 2, -1, 3\}$
- ঘ)  $\{2, 4, -1, 3\}$

৪. নিচের কোন অসরটি ফাংশন নয়? (মধ্যম) [অসর সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া]



৫. নিচের কোন চিত্রটি একটি ফাংশন কে প্রকাশ করে? (সহজ)



৬.  $F(x) = \sqrt{1-x}$ ;  $x \in \mathbb{R}$ , নিচের কোনটির জন্য  $F(x)$  অসংজ্ঞায়িত? (মধ্যম) [অসর সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়ীয়া; বর্ডার গার্লস পাবলিক স্কুল এড কলেজ, সিলেট]

- ক)  $x = 2$
- খ)  $x \leq -1$
- গ)  $x \leq 1$
- ঘ)  $x = 1$

৭.  $F(x) = \sqrt{1-x}$ ;  $x \in \mathbb{R}$ , ফাংশনের ক্ষেত্রে  $x$  এর কোন মানটি ডোমেনের বহির্ভূত? (মধ্যম) [জি সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, চুয়াডাঙ্গা; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর]

- ক) 2
- খ) 1
- গ) 0
- ঘ) -3

৮.  $F(x) = \sqrt{x-1}$ ;  $x \in \mathbb{R}$  যদি ও কেবল যদি (সহজ)

[সরকারি করোনেশন মাধ্যমিক বালিকা বিদ্যালয়, খুলনা]

- ক)  $x \leq 1$
- খ)  $x > 1$
- গ)  $x \geq 1$
- ঘ)  $x < 1$

৯. ব্যাখ্যা:  $F(x)$  সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি  $x - 1 \geq 0$  হয় অর্থাৎ  $x \geq 1$

১০.  $F(x) = (x-1)^2$  হলে, ডোম F = কত? (সহজ)

- ক) ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$
- খ) ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$
- গ) ডোম  $F = \mathbb{R}$
- ঘ) ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$