

ঘন জ্যামিতি

অনুশীলনী-১৩



অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে—

- ঘনবস্তুর প্রতীকীয় চিত্র অঙ্কন।
- প্রিজম, পিরামিড আকৃতির বস্তু, গোলক ও সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন এবং পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।
- ঘন জ্যামিতির ধারণা প্রয়োগ করে সমস্যার সমাধান।
- যৌগিক ঘনবস্তুর আয়তন ও পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল পরিমাপ।
- ঘন জ্যামিতির ধারণার ব্যবহারিক প্রয়োগ।

ক্লাডিয়াস টলেমি (Claudius Ptolemy, 90-168 AD) ছিলেন একজন গ্রীক গণিতবিদ, জ্যোতির্বিদ, ভূগোলবিদ ও জ্যোতিষবিদ। জ্যোতির্বিদ্যা সংক্রান্ত বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে তিনিই প্রথম গাণিতিক পদ্ধতি প্রয়োগ করেন।



৩২টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

১৫৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৬৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ২৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৫৮টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
২৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন ■ ২টি অনুশীলনী ■ ৪টি শ্রেণির কাজ ■ ১৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত ■ ৯টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি., প্রস্থ ৪ সে.মি. এবং উচ্চতা ৩ সে.মি. হলে এর কর্ণ কত?

- (ক) $\sqrt{89}$ সে.মি. (খ) ২৫ সে.মি.
(গ) $25\sqrt{2}$ সে.মি. (ঘ) ৫০ সে.মি.

☐ ব্যাখ্যা: আমরা জানি,

$$\text{আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ} = \sqrt{8^2 + 4^2 + 3^2} \text{ সে.মি.} = \sqrt{89} \text{ সে.মি.}$$

২. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ তিন অপর বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. এবং ৩ সে.মি.। ত্রিভুজটিকে বৃত্তের বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে—

- i. উৎপন্ন ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক হবে
ii. ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার হবে
iii. উৎপন্ন ঘনবস্তুটির ভূমির ক্ষেত্রফল হবে 9π বর্গ সে.মি.
ওপরের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) ii
(গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

☐ ব্যাখ্যা: iii. সঠিক; ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi \cdot 3^2$ বর্গ সে.মি.
 $= 9\pi$ বর্গ সে.মি.

নিম্নের তথ্যের আলোকে ৩ ও ৪ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

২ সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাস্তব ঠিকভাবে এঁটে যায়।

৩. সিলিন্ডারের আয়তন কত?

- (ক) 2π ঘন সে.মি. (খ) 4π ঘন সে.মি.
(গ) 6π ঘন সে.মি. (ঘ) 8π ঘন সে.মি.

☐ ব্যাখ্যা: আমরা জানি,

$$\text{সিলিন্ডারের আয়তন} = \pi r^2 h \text{ ঘন একক}$$

$$= \pi \cdot r^2 \times (2r) \text{ ঘন একক}$$

$$= 2\pi r^3 \text{ ঘন একক}$$

$$= 2 \times \pi \times 1^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$[\because \text{ব্যাস, } 2r = 2 \text{ সে.মি. বা, } r = 1 \text{ সে.মি.}]$$

$$= 2\pi \text{ ঘন সে.মি.}$$

৪. সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন কত?

- (ক) $\frac{\pi}{3}$ ঘন সে.মি. (খ) $\frac{2\pi}{3}$ ঘন সে.মি.
(গ) $\frac{4\pi}{3}$ ঘন সে.মি. (ঘ) $\frac{3\pi}{3}$ ঘন সে.মি.

☐ ব্যাখ্যা: সিলিন্ডারের অনধিকৃত অংশের আয়তন = সিলিন্ডারের আয়তন - গোলকের আয়তন

$$= \left(2\pi - \frac{4}{3}\pi r^3\right) \text{ ঘন একক}$$

$$= \left(2\pi - \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3\right) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \pi \left(\frac{6-4}{3}\right) \text{ ঘন সে.মি.} = \frac{2\pi}{3} \text{ ঘন সে.মি.}$$

নিম্নের তথ্যের ভিত্তিতে ৫ ও ৬ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬ সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি ধাতব কঠিন গোলককে গলিয়ে ৩ সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার তৈরি করা হলো।

৫. উৎপন্ন সিলিন্ডারটির উচ্চতা কত?

- (ক) ৪ সে.মি. (খ) ৬ সে.মি.
(গ) ৮ সে.মি. (ঘ) ১২ সে.মি.

☐ ব্যাখ্যা: প্রশ্নমতে, গোলকের আয়তন = সিলিন্ডারের আয়তন

$$\text{বা, } \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \pi r_2^2 h$$

$$\text{বা, } \frac{4}{3} \times 3^3 = 3^2 \times h$$

$$[\because \text{গোলকের ব্যাস, } 2r_1 = 6 \text{ সে.মি. } \therefore r_1 = 3 \text{ সে.মি. এবং সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ, } r_2 = 3 \text{ সে.মি.}]$$

$$\therefore h = 4 \text{ সে.মি.}$$

৬. সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

- (ক) 24π (খ) 42π
(গ) 72π (ঘ) 96π

☐ ব্যাখ্যা: সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r h$ বর্গ একক
 $= 2 \times \pi \times 3 \times 4$ বর্গ সে.মি. $= 24\pi$ বর্গ সে.মি.

১৩ অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৭. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১৬ মি., ১২ মি. ও ৪.৫ মিটার। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক।

সুতরাং, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $a = 16$ মিটার
প্রস্থ $b = 12$ মিটার
এবং উচ্চতা $c = 4.5$ মিটার

∴ আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল
 $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক
 $= 2(16 \times 12 + 12 \times 4.5 + 4.5 \times 16)$ বর্গমিটার
 $= 2(192 + 54 + 72)$ বর্গমিটার
 $= 636$ বর্গমিটার

আবার, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য
 $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক
 $= \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (4.5)^2}$ মিটার
 $= \sqrt{256 + 144 + 20.25}$ মিটার
 $= \sqrt{420.25}$ মিটার
 $= 20.5$ মিটার

এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $= (a \times b \times c)$ ঘন একক
 $= (16 \times 12 \times 4.5)$ ঘনমি
 $= 864$ ঘনমিটার

Ans. পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং আয়তন যথাক্রমে ৬৩৬ বর্গমিটার, ২০.৫ মিটার এবং ৮৬৪ ঘনমিটার।

৮. ভূমির উপর অবস্থিত ২.৫ মি. দৈর্ঘ্য ও ১.০ মি. প্রস্থবিশিষ্ট (অভ্যন্তরীণ পরিমাপ) একটি আয়তাকার জলাধারের উচ্চতা ০.৪ মিটার হলে, এর আয়তন এবং অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক।

সুতরাং, আয়তাকার জলাধারের দৈর্ঘ্য $a = 2.5$ মিটার
প্রস্থ $b = 1.0$ মিটার
এবং উচ্চতা $c = 0.4$ মিটার

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের আয়তন $= abc$ ঘন একক
 $= 2.5 \times 1.0 \times 0.4$ ঘনমিটার
 $= 1$ ঘনমিটার

আয়তাকার ক্ষেত্রের অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল
 $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক
 $= 2(2.5 \times 1.0 + 1.0 \times 0.4 + 0.4 \times 2.5)$ বর্গমিটার
 $= 2(2.5 + 0.4 + 1)$ বর্গমিটার
 $= 7.8$ বর্গমিটার

Ans. আয়তন $= 1$ ঘনমিটার এবং ক্ষেত্রফল $= 7.8$ বর্গমিটার।

৯. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো ৫ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৩ সে.মি. হলে, এর কর্ণের সমান ধারবিশিষ্ট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, এবং উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক।

সুতরাং আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, $a = 5$ সে.মি.

প্রস্থ, $b = 4$ সে.মি.
এবং উচ্চতা, $c = 3$ সে.মি.

কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক
 $= \sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2}$ সে.মি.
 $= \sqrt{25 + 16 + 9}$ সে.মি.
 $= \sqrt{50}$ সে.মি.
 $= 5\sqrt{2}$ সে.মি.

∴ ঘনকের ধার, $p = 5\sqrt{2}$ সে.মি.

ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6p^2$ বর্গ একক
 $= 6(5\sqrt{2})^2$ বর্গ সে.মি.
 $= 6 \times 50$ বর্গ সে.মি.
 $= 300$ বর্গ সে.মি.

Ans. ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ৩০০ বর্গ সে.মি.।

১০. ৭০ জন ছাত্রের জন্য এরূপ একটি হোস্টেল নির্মাণ করতে হবে যাতে প্রত্যেক ছাত্রের জন্য ৪.২৫ বর্গমিটার মেঝে ও ১৩.৬ ঘনমিটার শূন্যস্থান থাকে। হোস্টেলটি ৩.৪ মিটার লম্বা হলে, এর প্রস্থ ও উচ্চতা কত হবে?

সমাধান: ১ জন ছাত্রের জন্য প্রয়োজন ৪.২৫ বর্গমিটার মেঝে
 $\therefore 70$ " " " " (৪.২৫ \times ৭০) " "
 $= 297.50$ বর্গমিটার মেঝে

আমরা জানি, দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ $=$ ক্ষেত্রফল
বা, $3.4 \times$ প্রস্থ $= 297.50$

∴ প্রস্থ $= \frac{297.50}{3.4} = 87.5$ মিটার

আয়তন $=$ (দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ) \times উচ্চতা

∴ আয়তন $=$ ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা

বা, $13.6 = 4.25 \times$ উচ্চতা

বা, উচ্চতা $= \frac{13.6}{4.25}$

∴ উচ্চতা $= 3.2$ মিটার

Ans. হোস্টেলটির প্রস্থ ৮৭.৫ মিটার এবং উচ্চতা ৩.২ মিটার।

১১. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা ৮ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ ৬ সে.মি. হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h একক
এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r একক

সুতরাং, কোণকের উচ্চতা $h = 8$ সে.মি.
এবং ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 6$ সে.মি.



∴ কোণকের তির্যক বাহুর উচ্চতা $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
 $= \sqrt{8^2 + 6^2}$ সে.মি.
 $= \sqrt{64 + 36}$ সে.মি.
 $= \sqrt{100}$ সে.মি.
 $= 10$ সে.মি.

$$\begin{aligned}\text{কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= \pi r (\ell + r) \text{ বর্গ একক} \\ &= 3.1416 \times 6 (10 + 6) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 3.1416 \times 6 \times 16 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 301.5936 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{কোণকের আয়তন} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ ঘন একক} \\ &= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 8 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 301.5929 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

Ans. কোণকের সমগ্রতল 301.5936 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং আয়তন 301.5936 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ে উত্তরে সমগ্রতলের পরিবর্তে বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হয়েছে।]

১২. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 24 সে.মি. এবং আয়তন 1232 ঘন সে.মি.। এর হেলানো উচ্চতা কত?

সমাধান: ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের

উচ্চতা h একক, ব্যাসার্ধ r একক

এবং কোণকের হেলান উচ্চতা ℓ একক।

সুতরাং, কোণকের উচ্চতা $h = 24$ সে.মি.

কোণকের আয়তন = 1232 ঘন সে.মি.

$$\therefore \text{কোণকের আয়তন} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ ঘন একক}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 24 = 1232 \quad [\because h = 24 \text{ সে.মি.}]$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{1232 \times 3}{24 \times 3.1416} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$\text{বা, } r^2 = 49.0196$$

$$\therefore r = 7.0014 \text{ সে.মি.}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{হেলানো উচ্চতা } \ell &= \sqrt{h^2 + r^2} \text{ একক} \\ &= \sqrt{(24)^2 + (7.0014)^2} \text{ সে.মি.} \\ &= \sqrt{576 + 49.0196} \text{ সে.মি.} \\ &= 25.0004 \text{ সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

Ans. কোণকের হেলান উচ্চতা 25 সে.মি. (প্রায়)।

১৩. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং 3.5 সে.মি.। একে বৃত্তের বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজের 5 সে.মি. বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে 3.5 সে.মি. ব্যাসার্ধ এবং 5 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি হবে।

ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের

ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক।

সুতরাং $r = 3.5$ সে.মি, $h = 5$ সে.মি.

$$\therefore \text{কোণকের আয়তন} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ ঘন একক}$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (3.5)^2 \times 5 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 64.14 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

Ans. কোণকের আয়তন 64.14 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

১৪. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের পৃষ্ঠতল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ r একক।

সুতরাং $r = 6$ সে.মি.

$$\begin{aligned}\therefore \text{গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল} &= 4\pi r^2 \text{ বর্গ একক} \\ &= 4 \times 3.1416 \times (6)^2 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 452.3904 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{গোলকের আয়তন} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক} \\ &= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6)^3 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 904.7808 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

Ans. গোলকের পৃষ্ঠতল 452.3904 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং আয়তন 904.7808 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

১৫. 6, 8, r সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি কঠিন কাঁচের বল গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হল। r এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: 6, 8, r সে.মি. ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তনের সমষ্টি

$$= \left\{ \frac{4}{3} \pi (6)^3 + \frac{4}{3} \pi (8)^3 + \frac{4}{3} \pi r^3 \right\} \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \frac{4}{3} \pi (6^3 + 8^3 + r^3) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$9 \text{ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi 9^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

প্রশ্নমতে,

$$\text{বা, } \frac{4}{3} \pi (6^3 + 8^3 + r^3) = \frac{4}{3} \pi 9^3$$

$$\text{বা, } 6^3 + 8^3 + r^3 = 9^3$$

$$\text{বা, } 216 + 512 + r^3 = 729$$

$$\text{বা, } r^3 = 729 - 728$$

$$\text{বা, } r^3 = 1$$

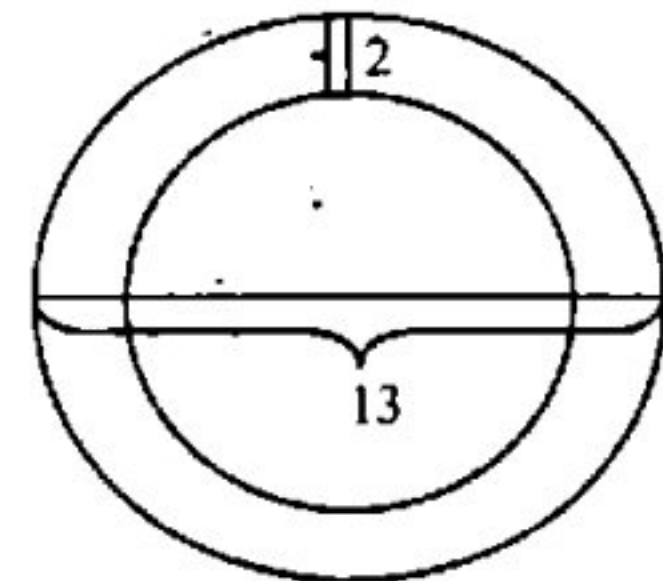
$$\therefore r = 1$$

Ans. 1 সে.মি.।

১৬. একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.। ঐ লোকে ব্যবহৃত লোহা দিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হল। তার ব্যাস কত হবে?

সমাধান: গোলকের বাইরের ব্যাসার্ধ = $\frac{13}{2}$ সে.মি. = 6.5 সে.মি.

$$\begin{aligned}\text{গোলকের ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ} &= (6.5 - 2) \text{ সে.মি.} \\ &= 4.5 \text{ সে.মি.}\end{aligned}$$



$$\therefore \text{ফাঁপা অংশের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi (4.5)^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (4.5)^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 381.7044 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{সম্পূর্ণ গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi (6.5)^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6.5)^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 1150.3492 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গোলকে ব্যবহৃত নিরেট লোহার আয়তন} \\ = (1150.3492 - 381.7044) \text{ ঘন সে.মি.} \\ = 768.6448 \text{ ঘন সে.মি.} \end{aligned}$$

নিরেট লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে আয়তন $= \frac{4}{3} \pi r^3$ ঘন একক যা ঐ নিরেট লোহার আয়তনের সমান।

$$\therefore \frac{4}{3} \pi r^3 = 768.6448$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{768.644 \times 3}{4 \times 3.1416} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$\text{বা, } r^3 = 183.5$$

$$\therefore r = 5.6826$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নিরেট লোহার গোলকের ব্যাস} &= 2r \\ &= (2 \times 5.6826) \text{ সে.মি.} \\ &= 11.3652 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

Ans. নিরেট গোলকের ব্যাস 11.37 সে.মি. (প্রায়)।

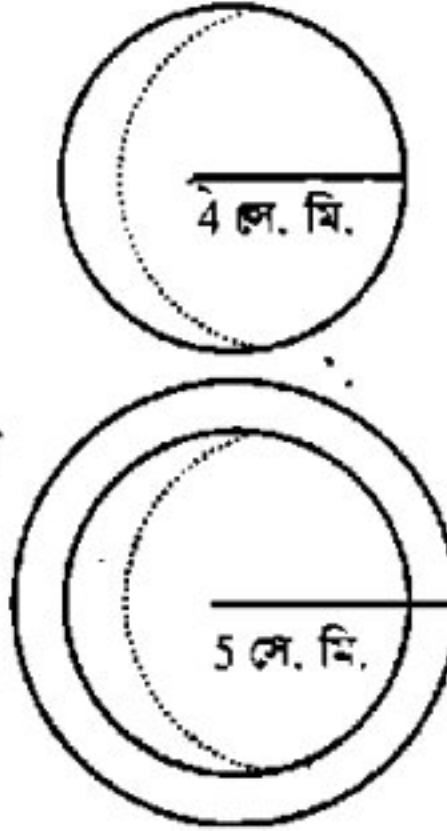
১৭. ৪ সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলকে গলিয়ে ৫ সে.মি. বহিঃব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুরু একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হল। দ্বিতীয় গোলকটি কত পুরু?

সমাধান: দেওয়া আছে,

নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 4$ সে.মি.

ধরি, ফাঁপা গোলকের বহিঃব্যাসার্ধ $r_1 = 5$ সে.মি.

এবং অন্তঃব্যাসার্ধ $= r_2$ সে.মি.



আমরা জানি, উভয় গোলকের নিরেট লোহার আয়তন সমান।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 - \frac{4}{3} \pi r_2^3$$

$$\text{বা, } r^3 = r_1^3 - r_2^3$$

$$\text{বা, } r_2^3 = r_1^3 - r^3$$

$$\text{বা, } r_2^3 = (5)^3 - (4)^3$$

$$\text{বা, } r_2^3 = 125 - 64$$

$$\text{বা, } r_2^3 = 61$$

$$\therefore r_2 = 3.937$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{দ্বিতীয় গোলকের পুরুত্ব} &= (r_1 - r_2) = (5 - 3.937) \text{ সে.মি.} \\ &= 1.063 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

Ans. দ্বিতীয় গোলকের পুরুত্ব 1.063 সে.মি. (প্রায়)।

১৮. একটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ ৬ সে.মি.। এর লোহা থেকে ৪ সে.মি. দৈর্ঘ্য ও ৬ সে.মি. ব্যাসের কয়টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে?

সমাধান: দেওয়া আছে, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ $= 6$ সে.মি.

এবং লোহার সিলিন্ডারের ব্যাস $= 6$ সে.মি.

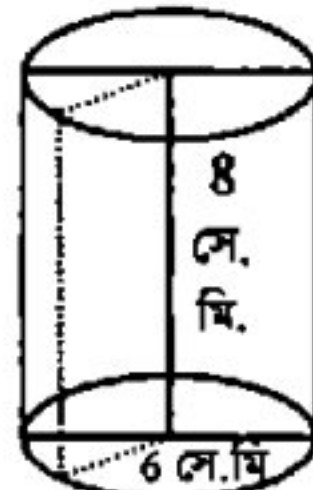
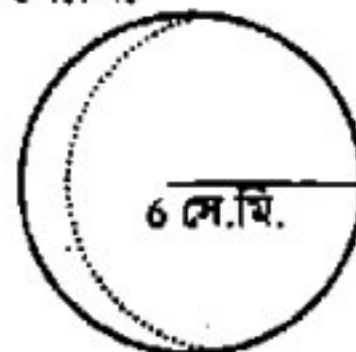
ধরি, ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

এবং দৈর্ঘ্য $h = 8$ সে.মি.

আমরা জানি, গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3} \pi r^3$ ঘন সে.মি.

এবং সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক
 $= \pi 3^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

মনে করি, n সংখ্যক সিলিন্ডার তৈরি করা যাবে।



তাহলে,

সিলিন্ডার সমূহের আয়তন $=$ নিরেট গোলকের আয়তন

$$\text{বা, } n \times \pi 3^2 \times 8 = \frac{4}{3} \pi 6^3$$

$$\text{বা, } n = \frac{\frac{4}{3} \pi 6^3}{\pi 3^2 \times 8}$$

$$\text{বা, } n = \frac{4 \times 6^3}{3 \times 3^2 \times 8}$$

$$\therefore n = 4$$

Ans. সিলিন্ডারের সংখ্যা ৪ টি।

১৯. $\frac{22}{\pi}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাস্তব ঠিকভাবে ঐটে যায়। বাস্তবটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ $r = \frac{22}{\pi}$ সে.মি.

যেহেতু গোলকটি ঘনক আকৃতির বাস্তব ঠিকভাবে ঐটে যায়।

সুতরাং ঘনকের বাহু হবে গোলকের ব্যাসের সমান।

$$\therefore \text{ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য} = 2r = 2 \times \frac{22}{\pi}$$

$$= \frac{44}{3.1416} \text{ সে.মি.} = 14.0056 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ঘনকের আয়তন} &= (\text{ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য})^3 \text{ ঘন একক} \\ &= (14.0056)^3 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 2747.2954 \text{ ঘন সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{গোলকের আয়তন} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক} \\ &= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times \left(\frac{22}{\pi}\right)^3 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 1438.4832 \text{ ঘন সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{অনধিকৃত অংশের আয়তন} &= \text{ঘনকের আয়তন} - \text{গোলকের আয়তন} \\ &= (2747.2954 - 1438.4832) \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 1308.812 \text{ ঘন সে.মি.} \end{aligned}$$

Ans. অনধিকৃত অংশের আয়তন 1308.812 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

২০. ১৩ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের কেন্দ্র থেকে ১২ সে.মি. দূরবর্তী কোনো বিন্দুর মধ্য দিয়ে ব্যাসের উপর লম্ব সমতল গোলকটিকে ছেদ করে। উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: চিত্র থেকে গোলকের কেন্দ্র থেকে তলের দূরত্ব $OA = 12$ সে.মি.

গোলকের ব্যাসার্ধ, $OB = 13$ সে.মি.

সমকোণী $\triangle OBA$ থেকে পাই

$$OB^2 = OA^2 + AB^2$$

$$\therefore AB^2 = OB^2 - OA^2$$

$$= 13^2 - 12^2$$

$$[\because OB = 13 \text{ সে.মি. এবং } OA = 12 \text{ সে.মি.}]$$

$$= 169 - 144$$

$$\text{বা, } AB^2 = 25$$

$$\therefore AB = 5 \text{ সে.মি.}$$

ধরি, সমতলটি একটি বৃত্ত হবে যার ব্যাসার্ধ, $r = 5$ সে.মি.

আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

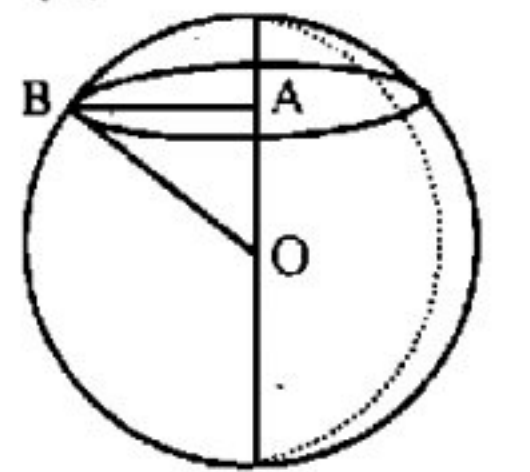
$$= \pi 5^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 25\pi \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 25 \times 3.1416 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

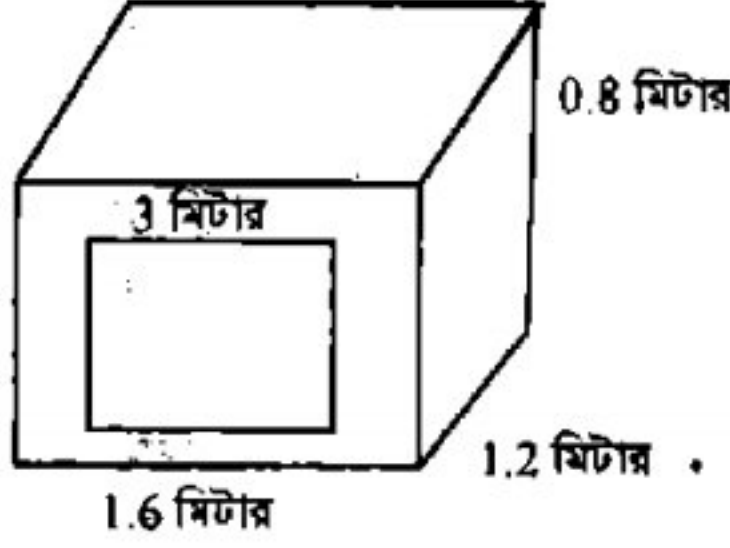
$$= 78.5 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

Ans. তলের ক্ষেত্রফল 78.5 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।



২১. একটি ঢাকনাযুক্ত কার্টের বাজের বাইরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ১.৬ মি. ও ১.২ মি., উচ্চতা ০.৮ মি. এবং এর কার্ট ৩ সে.মি. পুরু। বাজটির ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার ১৪.৪৪ টাকা হিসাবে বাজের ভিতরটি রং করতে কত খরচ হবে?

সমাধান:



ধরি,
বাজের ভিতরের দৈর্ঘ্য, $a = (1.6 - 2 \times 0.03) = 1.54$ মি.
বাজের ভিতরের প্রস্থ, $b = (1.2 - 2 \times 0.03) = 1.14$ মি.
বাজের ভিতরের উচ্চতা, $c = (0.8 - 2 \times 0.03) = 0.74$ মি.
 \therefore ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল

$$= 2(ab + bc + ca) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 2(1.54 \times 1.14 + 1.14 \times 0.74 + 0.74 \times 1.54) \text{ বর্গমিটার}$$

[a, b এবং c এর মান বসিয়ে]

$$= 7.4776 \text{ বর্গমিটার} = 7.48 \text{ বর্গমিটার (প্রায়)}$$

দেওয়া আছে, প্রতি বর্গমিটারে খরচ হয় ১৪.৪৪ টাকা

\therefore বাজের ভিতরের ৭.৪৭৭৬ বর্গমিটার ক্ষেত্রে খরচ হবে

$$= (14.44 \times 7.4776) \text{ টাকা}$$

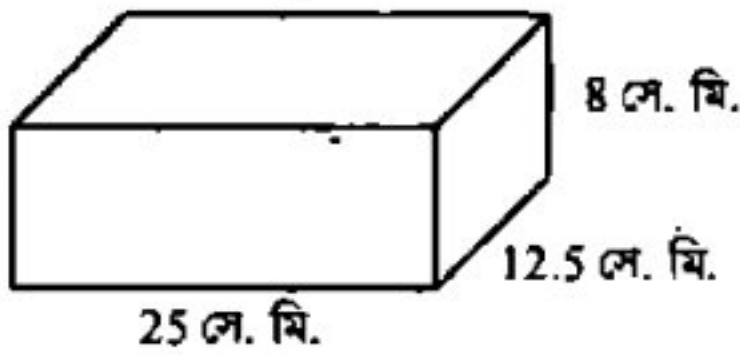
$$= 107.98 \text{ টাকা}$$

Ans. বাজের ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল ৭.৪৮ বর্গমিটার (প্রায়) এবং খরচের পরিমাণ ১০৭.৯৮ টাকা (প্রায়)।

২২. ১২০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৯০ মি. প্রস্থ বিশিষ্ট (বর্হিমাণ) আয়তাকার বাগানের চতুর্দিকে ২ মি. উচ্চ ও ২৫ সে.মি. পুরু প্রাচীর নির্মাণ করতে ২৫ সে.মি. দৈর্ঘ্য, ১২.৫ সে.মি. প্রস্থ এবং ৮ সে.মি. বেধবিশিষ্ট কতগুলো ইট লাগবে?

সমাধান: দেওয়া আছে,

বাগানের দৈর্ঘ্য A = ১২০ মিটার
" প্রস্থ B = ৯০ মিটার
প্রাচীরের উচ্চতা H = ২ মিটার
প্রাচীরের পুরুত্ব d = ২৫ সে.মি.
= ০.২৫ মিটার



চিত্র : ইট

প্রতিটি ইটের দৈর্ঘ্য a = ২৫ সে.মি.
= ০.২৫ মিটার
" " প্রস্থ b = ১২.৫ সে.মি.
= ০.১২৫ মিটার
" " উচ্চতা c = ৮ সে.মি.
= ০.০৮ মিটার

প্রাচীর ছাড়া বাগানের দৈর্ঘ্য = $(A - 2d)$ মিটার
= $(120 - 2 \times 0.25)$ মিটার
= ১১৯.৫ মিটার

প্রাচীর ছাড়া বাগানের প্রস্থ = $(B - 2d)$ মিটার
= $(90 - 2 \times 0.25)$ মিটার
= ৮৯.৫ মিটার

\therefore প্রাচীর ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল = (119.5×89.5) বর্গমিটার
= ১০৬৯৫.২৫ বর্গমিটার

প্রাচীরসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (120×90) বর্গমিটার
= ১০৮০০ বর্গমিটার

\therefore যে স্থানে প্রাচীর অবস্থিত সে স্থানের ক্ষেত্রফল
= (প্রাচীরসহ বাগানের ক্ষেত্রফল - প্রাচীর ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল)
= $(10800 - 10695.25)$ বর্গমিটার
= ১০৪.৭৫ বর্গমিটার

\therefore প্রাচীরের আয়তন
= প্রাচীরের অবস্থিত স্থানের ক্ষেত্রফল \times প্রাচীরের উচ্চতা
= (104.75×2) ঘনমিটার
= ২০৯.৫ ঘনমিটার

প্রতিটি ইটের আয়তন = abc ঘন একক
= $(0.25 \times 0.125 \times 0.08)$ ঘনমিটার
= ০.০০২৫ ঘনমিটার।

মনে করি, প্রাচীরে মোট n টি ইট লাগে।

তাহলে প্রাচীরের মোট আয়তন = n সংখ্যক ইটের আয়তন
= $n \times 0.0025$ ঘনমিটার

প্রশ্নমতে, $n \times 0.0025 = 209.5$

$$\text{বা, } n = \frac{209.5}{0.0025}$$

$$\therefore n = 83800$$

Ans. ইটের সংখ্যা ৮৩৮০০ টি।

২৩. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৪ : ৩ এবং এর আয়তন ২৩০৪ ঘন সে.মি.। প্রতি বর্গসেন্টিমিটারে ১০ টাকা হিসাবে ঐ বস্তুর তলায় সীসার প্রলেপ দিতে ১৯২০ টাকা খরচ হলে, ঐ বস্তুর মাত্রাগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, দৈর্ঘ্য = $4x$ সে.মি.,

প্রস্থ = $3x$ সে.মি. এবং উচ্চতা = h সে.মি.

ঐ বস্তুর আয়তন = $4x \times 3x \times h$ ঘন সে.মি. = $12x^2h$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে, $12x^2h = 2304$ (i)

যেহেতু প্রতি বর্গ সে.মি. ১০ টাকা হিসাবে বস্তুর তলায় সীসার প্রলেপ দিতে মোট খরচ হয় ১৯২০ টাকা

\therefore তলার ক্ষেত্রফল = $\frac{1920}{10} = 192$ বর্গ সে.মি.

$$\therefore 4x \times 3x = 192$$

$$\text{বা, } 12x^2 = 192$$

$$\text{বা, } x^2 = 16$$

$$\therefore x = 4$$

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$12x^2h = 2304$$

$$\text{বা, } h = \frac{2304}{12(4)^2} \quad [\because x = 4]$$

$$\therefore h = 12$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = 4x = 4 \times 4 = 16 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{প্রস্থ} = 3x = 3 \times 4 = 12 \text{ সে.মি.}$$

Ans. ঐ বস্তুর দৈর্ঘ্য ১৬ সে.মি., প্রস্থ ১২ সে.মি. এবং উচ্চতা ১২ সে.মি.।

২৪. কোণক আকারের একটি তাঁবুর উচ্চতা ৭.৫০ মিটার। এই তাঁবু দ্বারা ২০০০ বর্গমিটার জমি ঘিরতে চাইলে কি পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে?

সমাধান: দেওয়া আছে, তাঁবুর উচ্চতা, $h = 7.5$ মিটার

এবং জমির ক্ষেত্রফল = ২০০০ বর্গমিটার

অতএব কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল ২০০০ বর্গমিটার।

ধরি, ভূমির ব্যাসার্ধ $r = x$ মিটার

প্রশ্নমতে, $\pi x^2 = 2000$ [\because কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$]

$$\text{বা, } x^2 = \frac{2000}{3.1416} \quad [\because \pi = 3.1416]$$

$$\text{বা, } x^2 = 636.6183$$

$$\therefore x = 25.2313$$

আমরা জানি,

কোণকের তির্যক বাহুর দৈর্ঘ্য,

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{(7.5)^2 + (25.2313)^2} \text{ মিটার}$$

$$= 26.3224 \text{ মিটার}$$

মোট ক্যানভাস প্রয়োজন হবে কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান।

$$\therefore \text{তাঁবুর ক্যানভাসের পরিমাণ} = \pi r l \text{ বর্গমিটার}$$

$$= (3.1416 \times 25.2313 \times 26.3224) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 2086.4885 \text{ বর্গমিটার}$$

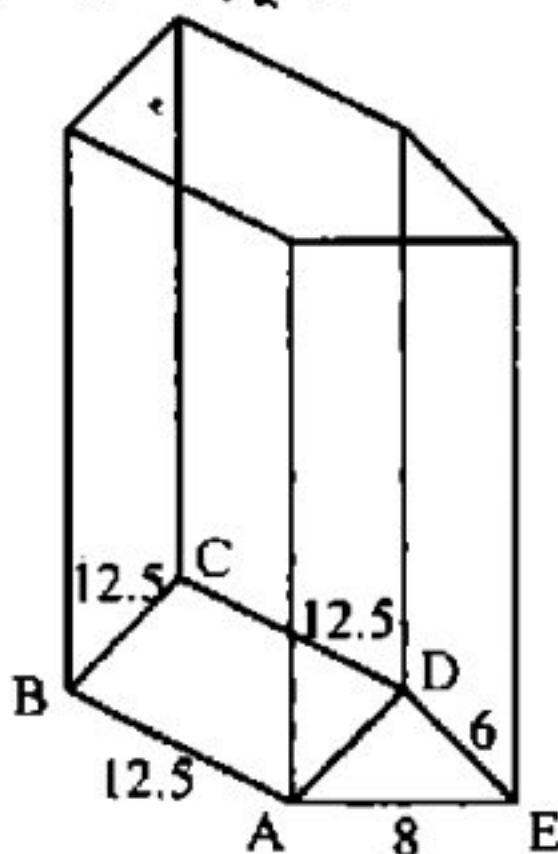
$$= 2086.49 \text{ বর্গমিটার (প্রায়)}$$

Ans. ক্যানভাসের পরিমাণ ২০৮৬.৪৯ বর্গমিটার (প্রায়)

২৫. একটি পঞ্চভুজাকার প্রিজমের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬ সে.মি. ও ৮ সে.মি. এবং অপর তিনটি বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ১২.৫ সে.মি.। প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, প্রিজমের নামকরণ ভূমি তলের নামের উপর নির্ভর করা হয়।

\therefore প্রিজমের ভূমি একটি পঞ্চভুজ।



দেওয়া আছে, ABCDE পঞ্চভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১২.৫ সে.মি. এবং দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. ও ৮ সে.মি.।

অর্থাৎ $AB = BC = CD = 12.5$ সে.মি., $AE = 8$ সে.মি., $DE = 6$ সে.মি.

\therefore পঞ্চভুজাকার প্রিজমটির ভূমি ABCD বর্গ এবং $\triangle ADE$ এর সমন্বয়ে গঠিত।

$$\text{ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = (12.5)^2 \text{ সে.মি.}$$

$$= 156.25 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\triangle ADE$ -এ, $AD = 12.5$ সে.মি.

ত্রিভুজটির পরিসীমা, $2s = (8 + 6 + 12.5)$ সে.মি.

$$\therefore s = \frac{26.5}{2} = 13.25 \text{ সে.মি.}$$

আমরা জানি, AD, AE, DE বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{s(s-AD)(s-AE)(s-DE)} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{13.25(13.25-12.5)(13.25-8)(13.25-6)} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{378.2461} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 19.45 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{প্রিজমের ভূমির পরিসীমা} = (12.5 \times 3 + 8 + 6) \text{ সে.মি.} = 51.5 \text{ সে.মি.}$$

ধরি, প্রিজমটির উচ্চতা $= h$ সে.মি.

আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= 2(\text{ভূমির ক্ষেত্রফল}) + \text{ভূমির পরিসীমা} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= 2(156.25 + 19.45) \text{ বর্গ সে.মি.} + 51.5 \times h \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= (351.4 + 51.5 \times h) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{এবং প্রিজমের আয়তন} = \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= 351.4 \times h \text{ ঘন মিটার।}$$

[বি.দ্র. প্রয়োজনীয় তথ্য উপাত্ত নেই।]

২৬. ৪ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুস্থম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা ৫ সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, সুস্থম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা $= 5$ সে.মি.

প্রিজমটি সুস্থম ষড়ভুজাকার বলে প্রিজমের ভূমি ষড়ভুজ, যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $= 4$ সে.মি.

আমরা জানি, n বাহু বিশিষ্ট সুস্থম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$$= n \times \frac{a^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{n} \text{ বর্গ একক [যেখানে, } a = \text{বাহুর দৈর্ঘ্য}]$$

$$\therefore \text{প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল} = 6 \times \frac{4^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{6} \text{ বর্গ সে.মি. } [\because n=6]$$

$$= 6 \times 4 \cot 30^\circ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 41.569 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা} = 6 \times 4 \text{ সে.মি.} = 24 \text{ সে.মি.}$$

আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= 2(\text{ভূমির ক্ষেত্রফল}) + \text{ভূমির পরিসীমা} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= (2 \times 41.569 + 24 \times 5) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 203.138 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 203.14 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

$$\text{প্রিজমের আয়তন} = \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= 41.569 \times 5 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 207.845 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 207.85 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

বিকল্প সমাধান: দেওয়া আছে,

সুস্থম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা $= 5$ সে.মি.

প্রিজমটি সুস্থম ষড়ভুজাকার বলে এখানে

ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6$ টি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমান যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $= 4$ সে.মি.

$$\therefore \text{প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{বাহুর দৈর্ঘ্য})^2$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2$$

$$= 6\sqrt{3} \times 4$$

$$= 41.569 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা} = 6 \times 4 \text{ সে.মি.} = 24 \text{ সে.মি.}$$

\therefore প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= 2(\text{ভূমির ক্ষেত্রফল}) + \text{ভূমির পরিসীমা} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= (2 \times 41.569 + 24 \times 5) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 83.138 + 120 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 203.138 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 203.14 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

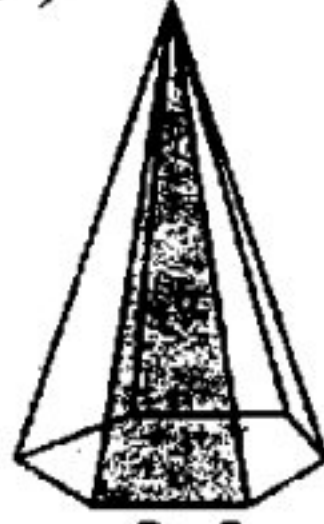
$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রিজমের আয়তন} &= \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা} \\ &= 41.569 \times 5 \\ &= 207.845 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 207.85 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}\end{aligned}$$

২৭. ৬ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুখম ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা ১০ সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমি সুখম ষড়ভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. এবং পিরামিডের উচ্চতা, $h = 10$ সে.মি.

আমরা জানি, n বাহুবিশিষ্ট সুখম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$$= n \times \frac{a^2}{4} \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \text{ বর্গ একক [যেখানে, } a = \text{বাহুর দৈর্ঘ্য}]$$



সুখম পিরামিড

$$\begin{aligned}\therefore \text{পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল} &= 6 \times \frac{6^2}{4} \cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 6 \times 9 \times \cot 30^\circ \text{ বর্গ সে.মি.} \quad [\because n = 6] \\ &= 93.531 \text{ বর্গ সে.মি.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা} &= (6 \times 6) \text{ সে.মি.} \quad [\because \text{বাহুর দৈর্ঘ্য} = 6 \text{ সে.মি.}] \\ &= 36 \text{ সে.মি.}\end{aligned}$$

আমরা জানি,

সুখম পিরামিডের কেন্দ্র হতে যে কোনো শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব = বাহুর দৈর্ঘ্য
 $\therefore OA = 6$ সে.মি.

$$\text{এবং } AG = \frac{6}{2} = 3 \text{ সে.মি.}$$

এখন, পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো

বাহুর লম্ব দূরত্ব r হলে

$$r^2 = OG^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

অতএব, ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা

$$\begin{aligned}&= \sqrt{h^2 + r^2} \text{ একক} \\ &= \sqrt{10^2 + 27} \text{ সে.মি.} = 11.269 \text{ সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

আমরা জানি, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}&= \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} + \frac{1}{2} (\text{ভূমির পরিসীমা} \times \text{হেলানো উচ্চতা}) \\ &= \{93.531 + \frac{1}{2} (36 \times 11.269)\} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \{93.531 + 202.842\} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 296.373 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 296.37 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{পিরামিডের আয়তন} &= \frac{1}{3} \times \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \frac{1}{3} \times 93.531 \times 10 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 311.77 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

Ans. 296.37 বর্গ সে.মি. এবং 311.77 ঘন সে.মি. (প্রায়)

২৮. একটি সুখম চতুস্তলকের যেকোনো ধারের দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে, ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, সুখম চতুস্তলকের যেকোনো ধারের দৈর্ঘ্য = ৪ সে.মি. আমরা জানি, সুখম চতুস্তলক এক ধরনের পিরামিড যা চারটি সমবাহু ত্রিভুজ দ্বারা গঠিত।

\therefore চতুস্তলকের ভূমির ক্ষেত্রফল = সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \text{ বর্গ একক [} a = \text{বাহুর দৈর্ঘ্য}] \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 27.713 \text{ বর্গ সে.মি.}\end{aligned}$$

$$\text{সুখম চতুস্তলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = 4 \times 27.713 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 110.842 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 110.85 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

চতুস্তলকের ত্রিভুজাকৃতি ভূমির লম্ব উচ্চতা h হলে

$$8^2 = 4^2 + h^2$$

$$\text{বা, } h^2 = 8^2 - 4^2$$

$$\text{বা, } h^2 = 64 - 16$$

$$\text{বা, } h^2 = 48$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{48}$$

$$\therefore h = 6.93$$

এবং ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাস x সে.মি. হলে

ব্রহ্মাগুপ্তের উপপাদ্য হতে পাই,

$$8 \times 8 = x \times h$$

$$\text{বা, } 64 = x \times 6.93$$

$$\text{বা, } x = \frac{64}{6.93}$$

$$\therefore x = 9.24$$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \frac{x}{2} = \frac{9.24}{2} = 4.62 \text{ সে.মি.}$$

\therefore চতুস্তলকের উচ্চতা H হলে

$$8^2 = H^2 + (4.62)^2$$

$$\text{বা, } H^2 = 64 - 21.34$$

$$\text{বা, } H^2 = 42.66$$

$$\text{বা, } H = \sqrt{42.66}$$

$$\therefore H = 6.5314$$

$$\therefore \text{চতুস্তলকটির আয়তন} = \frac{1}{3} \times \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা}$$

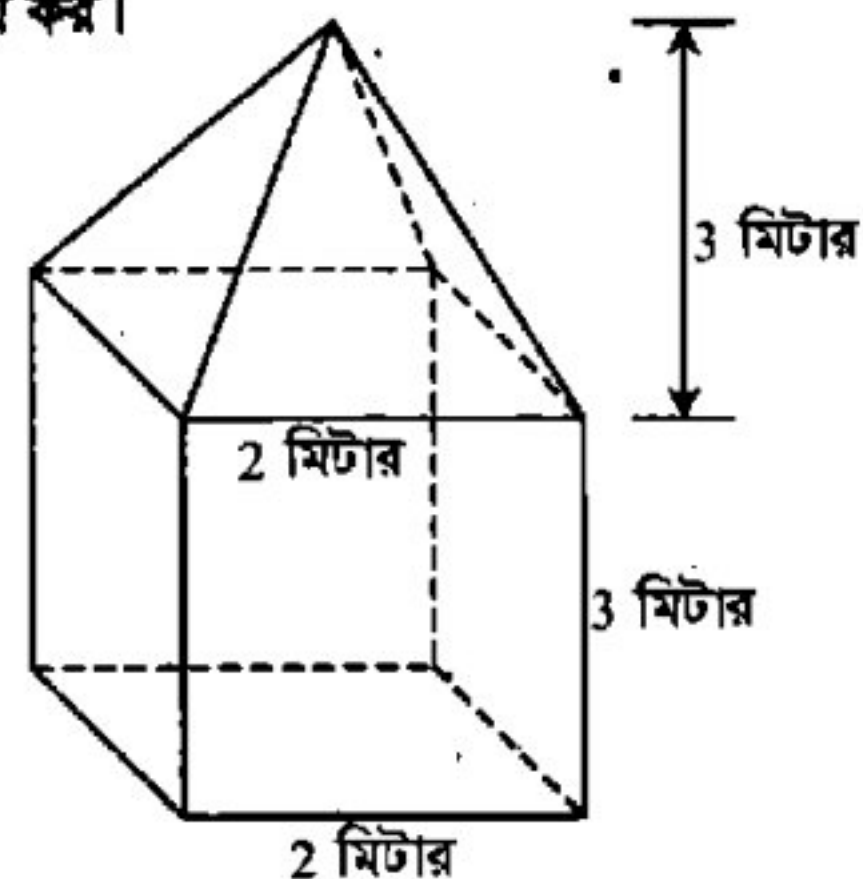
$$= \frac{1}{3} \times 27.713 \times 6.5314 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 60.34 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

Ans. 110.85 বর্গ সে.মি., 60.34 ঘন সে.মি. (প্রায়)

২৯. একটি স্থাপনার নিচের অংশ ৩ মি. দৈর্ঘ্য আয়তাকার খনবস্তু ও উপরের অংশ সুখম পিরামিড। পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য ২ মিটার এবং উচ্চতা ৩ মিটার হলে স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান:



আমরা জানি, সুখম পিরামিডের ভূমি সুখম বহুভুজ যা ঘনবস্তুর উপর স্থাপিত বলে তা একটি বর্গ। দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = ২ মি. এবং উচ্চতা = ৩ মি.

প্রশ্নমতে, পিরামিডটি আয়তাকার ঘনবস্তুর উপর স্থাপিত বলে ঘনবস্তুর প্রস্থ b = ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য c = ২ মি.

দেওয়া আছে, ঘনবস্তুর উচ্চতা a = ৩ মি.

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন} &= abc \text{ ঘন একক} \\ &= 3 \times 2 \times 2 \text{ ঘন মি.} \\ &= 12 \text{ ঘন মি.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আবার, পিরামিডের ভূমির অর্ধাংশ বর্গের ক্ষেত্রফল} &= x^2 \text{ বর্গ একক} \\ &= 2^2 \text{ বর্গ মি.} \\ &= 4 \text{ বর্গ মি.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন} &= \frac{1}{3} \times \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \frac{1}{3} \times 4 \times 3 \text{ ঘন মিটার} \\ &= 4 \text{ ঘন মি.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{স্থাপনাটির আয়তন} &= (12 + 4) \text{ ঘন মি.} \\ &= 16 \text{ ঘন মি.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আবার, আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= 2(ab + bc + ca) \text{ বর্গ একক} \\ &= 2(3 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 3) \text{ বর্গ মিটার} \\ &= 32 \text{ বর্গ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{পিরামিডের ভূমির পরিসীমা} &= 4 \times 2 \text{ মিটার} \quad [\because \text{বাহুর দৈর্ঘ্য} = 2 \text{ মি.}] \\ &= 8 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

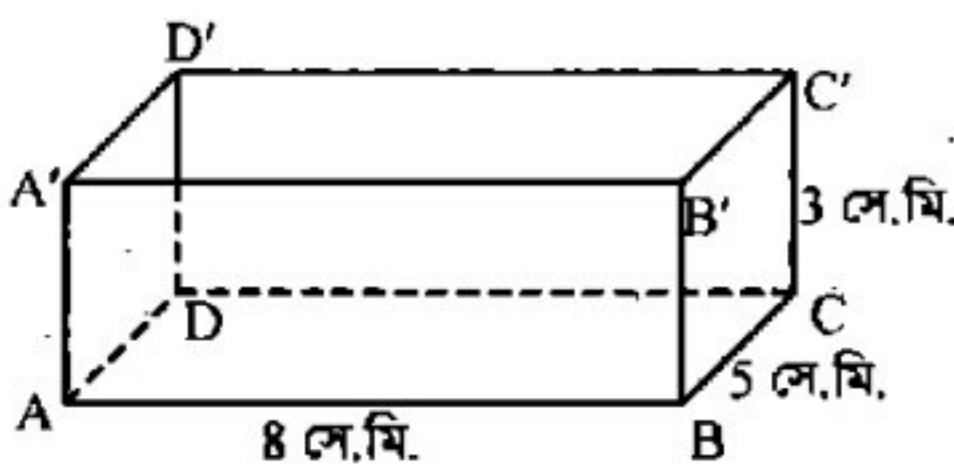
$$\begin{aligned}\text{পিরামিডের ভূমির কেন্দ্র হতে যেকোনো বিন্দুর লম্ব দূরত্ব,} \\ r &= \frac{2}{2} \text{ মি.} = 1 \text{ মি.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{হেলানো উচ্চতা, } \ell &= \sqrt{h^2 + r^2} \text{ একক} \\ &= \sqrt{3^2 + 1^2} \text{ মি.} \\ &= 3.1623 \text{ মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} + \frac{1}{2} (\text{ভূমির পরিসীমা} \times \text{হেলানো উচ্চতা}) \\ &= \{4 + \frac{1}{2} (8 \times 3.1623)\} \text{ বর্গ মিটার} \\ &= \{4 + 12.649\} \text{ বর্গ মিটার} \\ &= 16.649 \text{ বর্গ মিটার} \approx 16.65 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}\end{aligned}$$

কিন্তু আয়তাকার ঘনবস্তুর উপরিতল এবং পিরামিডের ভূমি পরস্পরের উপর স্থাপিত যার ক্ষেত্রফল = $(4 + 4)$ বর্গমিটার = ৮ বর্গমিটার

৩১.

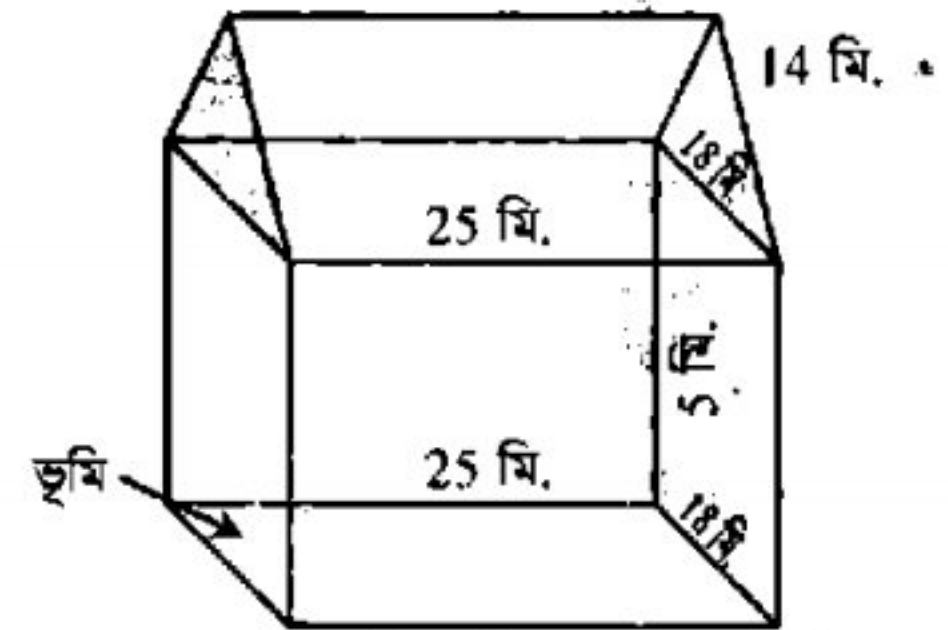


- ক. চিত্রের ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
খ. ঘনবস্তুর কর্ণের সমান ধার বিশিষ্ট একটি ধাতব ঘনককে গলিয়ে ৪ সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট কতগুলো নিরেট গোলক উৎপন্ন করা যাবে তা নিকটতম পূর্ণ সংখ্যায় নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned}\therefore \text{স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= (32 + 16.65 - 8) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 40.65 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}\end{aligned}$$

৩০. ২৫ মি. দৈর্ঘ্য ও ১৮ মি. প্রস্থ বিশিষ্ট ভূমির উপর অবস্থিত দোচালা গুদাম ঘরের দেয়ালের উচ্চতা ৫ মি.। প্রতিটি চালার প্রস্থ ১৪ মি. হলে গুদাম ঘরটির আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :



চিত্র থেকে পাই, দোচালা গুদাম ঘরটির নিচের অংশ একটি আয়তাকার ঘনবস্তু এবং উপরের অংশ একটি ত্রিভুজাকার প্রিজম।

$$\begin{aligned}\therefore \text{ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, } a &= 25 \text{ মিটার, প্রস্থ, } b = 18 \text{ মিটার এবং উচ্চতা} \\ c &= 5 \text{ মিটার এবং প্রিজমের উচ্চতা} = \text{ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য} = 25 \text{ মিটার।} \\ [\because \text{প্রিজমের উচ্চতা} &= \text{চালার দৈর্ঘ্য}] \end{aligned}$$

প্রিজমের ভূমির একটি বাহু = ঘনবস্তুর প্রস্থ = ১৮ মিটার
প্রশ্নমতে, প্রিজমের ভূমির অপর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = প্রতিটি চালার প্রস্থ = ১৪ মিটার।

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, ঘনবস্তুর আয়তন} &= abc \text{ ঘন একক} \\ &= (25 \times 18 \times 5) \text{ ঘন মিটার} \\ &= 2250 \text{ ঘন মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \text{ বর্গ একক} \\ &[\text{যেখানে } a \text{ সমান বাহুদ্বয়}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল} &= \frac{18}{4} \sqrt{(4 \cdot 14^2 - 18^2)} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \frac{18}{4} \sqrt{(784 - 324)} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 96.51 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আবার প্রিজমের আয়তন} &= \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা} \\ &= 96.514 \times 25 \text{ ঘন মিটার} \\ &= 2412.85 \text{ ঘন মিটার (প্রায়)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{দোচালা গুদাম ঘরটির আয়তন} &= \text{ঘনবস্তুর আয়তন} + \text{প্রিজমের আয়তন} \\ &= (2250 + 2412.85) \text{ ঘন মিটার} \\ &= 4662.85 \text{ ঘন মিটার (প্রায়) (Ans.)}\end{aligned}$$



অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

গ. ঘনবস্তুর ABCD তলের সমান একটি আয়তক্ষেত্রে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\begin{aligned}\text{ক. চিত্র থেকে পাই, ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, } a &= ৪ \text{ সে.মি.} \\ \text{প্রস্থ, } b &= ৫ \text{ সে.মি. এবং উচ্চতা, } c = ৩ \text{ সে.মি.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= 2(ab + bc + ca) \text{ বর্গ একক} \\ &= 2(৪ \times ৫ + ৫ \times ৩ + ৩ \times ৪) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 158 \text{ বর্গ সে.মি.}\end{aligned}$$

খ. আমরা জানি, ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক
 $= \sqrt{8^2 + 5^2 + 3^2}$ সে.মি.
 [‘ক’ থেকে পাই]

$$= 9.9 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

ধরি, ঘনকের ধার, $x =$ ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 9.9$ সে.মি.

$$\therefore \text{ঘনকের আয়তন} = x^3 \text{ ঘন একক}$$

$$= (9.9)^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 970.3 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস $= 8$ সে.মি.

$$\therefore \text{গোলকের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{8}{2} = 4 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আমরা জানি, গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক}$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times 4^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 4^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 268.0832 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

ধরি, n সংখ্যক নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে।

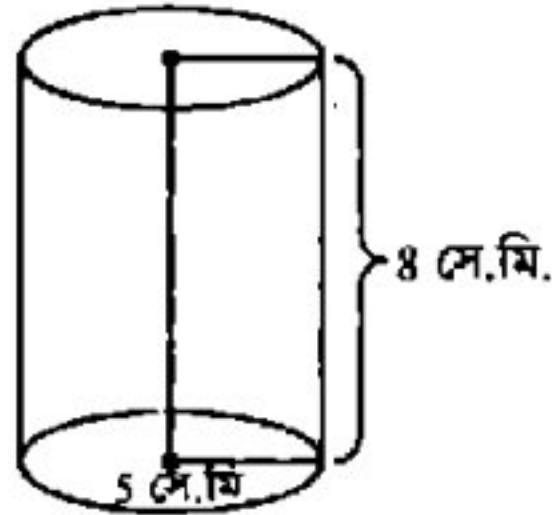
$$\text{প্রশ্নমতে, } 970.3 = n \times 268.0832$$

$$\therefore n = \frac{970.3}{268.0832} = 3.62$$

\therefore 3টি গোলক উৎপন্ন করা যাবে।

[বি. দ্র. পাঠ্যবইয়ে 18 সে.মি. এর স্থলে 8 সে.মি.]

গ. ABCD তলের সমান আয়তক্ষেত্রে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার উৎপন্ন হয়, যার উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 5$ সে.মি.



আমরা জানি, সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= 2\pi r (r + h) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 5 \times (8 + 5) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 408.408 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

এবং সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$$= 3.1416 \times 5^2 \times 8 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 628.32 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

৩২. একটি সমবৃত্তভূমিক তাঁবুর উচ্চতা 8 মিটার এবং এর ভূমির ব্যাস 50 মিটার।

- ক. তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা নির্ণয় কর।
 খ. তাঁবুটি স্থাপন করতে কত বর্গ মিটার জমির প্রয়োজন হবে? তাঁবুটির ভিতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ নির্ণয় কর।
 গ. তাঁবুটির প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 125 টাকা হলে ক্যানভাস বাবদ কত খরচ হবে?

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, তাঁবুর উচ্চতা, $h = 8$ মিটার
 এবং ভূমির ব্যাস $= 50$ মিটার

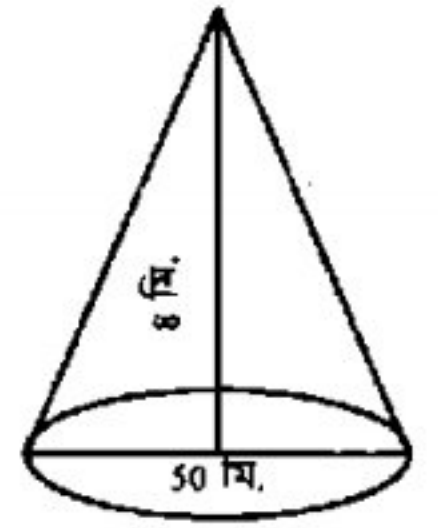
$$\therefore \text{ভূমির ব্যাসার্ধ, } r = \frac{50}{2} = 25 \text{ মিটার}$$

আমরা জানি,

$$\text{হেলানো উচ্চতা, } l = \sqrt{h^2 + r^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{8^2 + 25^2} \text{ মি.}$$

$$= 26.25 \text{ মি. (প্রায়) (উত্তর)}$$



খ. তাঁবুটি স্থাপন করতে তার তলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট জায়গা লাগবে যা একটি বৃত্ত।

$$\therefore \text{তাঁবুটির তলের ক্ষেত্রফল} = \pi r^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 3.1416 \times 25^2 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 1963.50 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

\therefore তাঁবুটি স্থাপন করতে 1963.50 বর্গ মিটার জায়গা প্রয়োজন।

আবার, তাঁবুটির ভেতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ তাঁবুটির আয়তনের সমান।

$$\text{আমরা জানি, তাঁবুটির আয়তন} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ ঘন একক}$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 25^2 \times 8 \text{ ঘন মি.}$$

$$= 5236 \text{ ঘন মিটার (প্রায়)}$$

\therefore তাঁবুটির শূন্যস্থানের পরিমাণ 5236 ঘন মিটার (প্রায়)।

গ. আমরা জানি, তাঁবুটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r l$ বর্গ একক

$$= 3.1416 \times 25 \times 26.25 \text{ বর্গ মিটার [‘ক’ থেকে পাই]}$$

$$= 2061.675 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

\therefore প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 125 টাকা হলে ক্যানভাস বাবদ খরচ $=$ তাঁবুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল \times প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য $= (2061.675 \times 125)$ টাকা

$$= 257709.38 \text{ টাকা (প্রায়)}$$


মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

*** ১৬.১ মৌলিক ধারণা | Text পৃষ্ঠা-২৭০

- বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা প্রত্যেকটিকে ঐ বস্তুর মাত্রা বলে।
- বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই।
- রেখার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য আছে তাই রেখা একমাত্রিক।
- তলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে তাই তল দ্বিমাত্রিক।
- যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে, তাকে ঘনবস্তু বলা হয়। সুতরাং ঘনবস্তু ত্রিমাত্রিক।

১. A এর মাত্রা কত? (সহজ)

- ক. শূন্য খ. এক গ. দুই ঘ. তিন

A ————— B

চিত্রে AB কয় মাত্রা বিশিষ্ট? (সহজ) [বি কে জি সি সরকারী বাসিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ; কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর; রাজশাহী গডা; লাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

- ক. শূন্য খ. এক গ. দুই ঘ. তিন

৩. নিচের কোনটি ত্রিমাত্রিক? (সহজ)

- ক. ফুটবল খ. ইট গ. রেখাংশ ঘ. বইয়ের পৃষ্ঠা

৪. নিচের কোনটি ঘনবস্তু? (সহজ)

- ক. বিন্দু খ. মোজাইকৃত ঘরের মেঝে
 গ. ফুটবলের উপরি তল ঘ. ইট