ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

প্রশ্নমালা VI A

1. প্রমাণ কর যে,

(a) $(\tan\theta + \sec\theta)^2 = \dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}$

প্রমাণ ঃ L.H.S. $= (\tan\theta + \sec\theta)^2$

$= \left\{\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{1}{\cos\theta}\right\}^2 = \left\{\dfrac{\sin\theta+1}{\cos\theta}\right\}^2$

$= \dfrac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta} = \dfrac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}$

$= \dfrac{(1+\sin\theta)^2}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)} = \dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} =$ R.H.S.

1(b) $\dfrac{\sec\theta\cdot\operatorname{cosec}\theta - 2}{\sec\theta\cdot\operatorname{cosec}\theta + 2} = \left(\dfrac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}\right)^2$

L.H.S.$= \dfrac{\sec\theta\cdot\operatorname{cosec}\theta - 2}{\sec\theta\cdot\operatorname{cosec}\theta + 2}$

$= \dfrac{\dfrac{1}{\cos\theta}\dfrac{1}{\sin\theta} - 2}{\dfrac{1}{\cos\theta}\dfrac{1}{\sin\theta} + 2} = \dfrac{1-2\sin\theta\cos\theta}{1+2\sin\theta\cos\theta}$

$= \dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta}$

$= \dfrac{(\sin\theta-\cos\theta)^2}{(\sin\theta+\cos\theta)^2} = \dfrac{\cos^2\theta(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}-1)^2}{\cos^2\theta(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+1)^2}$

$= \dfrac{(\tan\theta-1)^2}{(\tan\theta+1)^2} = \dfrac{(1-\tan\theta)^2}{(1+\tan\theta)^2} = \left(\dfrac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}\right)^2$

= R.H.S. (Proved)

1(c) $1 - 4\sin^2\theta\cos^2\theta = \sin^4\theta(1-\cot^2\theta)^2$

L.H.S. $= 1 - 4\sin^2\theta\cos^2\theta$

$= (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 4\sin^2\theta\cos^2\theta$

$= \sin^4\theta + \cos^4\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\theta - 4\sin^2\theta\cos^2\theta$

$= (\sin^2\theta)^2 + (\cos^2\theta)^2 - 2(\sin^2\theta)(\cos^2\theta)$

$= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)^2 = \{\sin^2\theta(1-\dfrac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta})^2\}$

$= \sin^4(1-\cot^2\theta)^2 =$ R.H.S. (Proved)

1(d) $\sin\theta + \sec\theta)^2 + (\cos\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2 = (1 + \sec\theta\operatorname{cosec}\theta)^2$

L.H.S.$=(\sin\theta + \sec\theta)^2 + (\cos\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2$

$= \sin^2\theta\left(1+\dfrac{\sec\theta}{\sin\theta}\right)^2 + \cos^2\theta\left(1+\dfrac{\operatorname{cosec}\theta}{\cos\theta}\right)^2$

$= (1 + \sec\theta\operatorname{cosec}\theta)^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$

$= (1 + \sec\theta\operatorname{cosec}\theta)^2 . 1$

$= (1 + \sec\theta\operatorname{cosec}\theta)^2 =$ R.H.S. (Proved)

1(e) $\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

L.H.S.$= \sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}$

$= \dfrac{\sqrt{1+\cos\theta}}{\sqrt{1-\cos\theta}} = \dfrac{\sqrt{1+\cos\theta}\sqrt{1+\cos\theta}}{\sqrt{1-\cos\theta}\sqrt{1+\cos\theta}}$

$= \dfrac{1+\cos\theta}{\sqrt{1-\cos^2\theta}} = \dfrac{1+\cos\theta}{\sqrt{\sin^2\theta}} = \dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \dfrac{1}{\sin\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

= R.H.S. (proved)

1(f) $\sin^2\theta(1+\cot^2\theta) + \cos^2\theta(1+\tan^2\theta) = 2$

L.H.S.$=\sin^2\theta(1+\cot^2\theta) + \cos^2\theta(1+\tan^2\theta)$

$= \sin^2\theta + \sin^2\theta\cot^2\theta + \cos^2\theta + \cos^2\theta\tan^2\theta$

$= (\sin^2\theta + \cos^2\theta) + \sin^2\theta\,\dfrac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$+ \cos^2\theta\,.\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= 1 + \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 + 1 = 2 =$ R.H.S.

1(g) $\dfrac{1+2\sin\theta\cos\theta}{(\sin\theta+\cos\theta)(\cot\theta+\tan\theta)}$

$$=\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$$

L.H.S.$=\dfrac{1+2\sin\theta\cos\theta}{(\sin\theta+\cos\theta)(\cot\theta+\tan\theta)}$

$$=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta}{(\sin\theta+\cos\theta)(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos\theta})}$$

$$=\frac{(\sin\theta+\cos\theta)^2}{(\sin\theta+\cos\theta)(\frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta})}$$

$$=\frac{\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$

$=\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$ = R.H.S.

(Proved)

1.(h) $3(\sin\theta+\cos\theta)-2(\sin^3\theta+\cos^3\theta)=(\sin\theta+\cos\theta)^3$

L.H.S.

$=3(\sin\theta+\cos\theta)-2(\sin^3\theta+\cos^3\theta)$

$=3(\sin\theta+\cos\theta)-2(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta+\cos^2\theta-\sin\theta\cos\theta)$

$=(\sin\theta+\cos\theta)\{3-2(1-\sin\theta\cos\theta)\}$

$=(\sin\theta+\cos\theta)(1+2\sin\theta\cos\theta)$

$=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta)$

$=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin\theta+\cos\theta)^2$

$=(\sin\theta+\cos\theta)^3=$ L.H.S. (Proved)

1(i) $1+\tan\theta+\sec\theta=\dfrac{2}{1+\cot\theta-\operatorname{cosec}\theta}$

L.H.S.$=1+\tan\theta+\sec\theta$

$$=1+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{1}{\cos\theta}=\frac{\cos\theta+\sin\theta+1}{\cos\theta}$$

$$=\frac{(\cos\theta+\sin\theta+1)(\cos\theta+\sin\theta-1)}{\cos\theta(\cos\theta+\sin\theta-1)}$$

$$=\frac{(\cos\theta+\sin\theta)^2-1}{\cos\theta(\cos\theta+\sin\theta-1)}$$

$$=\frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta-1}{\cos\theta(\cos\theta+\sin\theta-1)}$$

$$=\frac{1+2\sin\theta\cos\theta-1}{\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta-1)}$$

$$=\frac{2\sin\theta\cos\theta}{\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta-1)}$$

$$=\frac{2}{\frac{1}{\sin\theta}(\sin\theta+\cos\theta-1)}$$

$=\dfrac{2}{1+\cot\theta-\operatorname{cosec}\theta}=$ R.H.S. (Proved)

2. (a) $a\cos\theta-b\sin\theta=c$ হলে দেখাও যে, $a\sin\theta+b\cos\theta=\pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

প্রমাণ ঃ দেওয়া আছে, $a\cos\theta-b\sin\theta=c$

$\Rightarrow a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta-2ab\sin\theta\cos\theta=c^2$

$\Rightarrow a^2(1-\sin^2\theta)+b^2(1-\cos^2\theta)-2ab\sin\theta\cos\theta=c^2$

$\Rightarrow a^2-a^2\sin^2\theta+b^2-b^2\cos^2\theta-2ab\sin\theta\cos\theta=c^2$

$\Rightarrow-\{(a\sin\theta)^2+(b\cos)^2\theta+2.a\sin\theta.b\cos\theta\}=c^2-a^2-b^2$

$\Rightarrow(a\sin\theta+b\cos\theta)^2=a^2+b^2-c^2$

$a\sin\theta+b\cos\theta=\pm\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

(Proved)

2(b) $\sin\theta+\operatorname{cosec}\theta=2$ হলে প্রমাণ কর যে, $\sin^n\theta+\operatorname{cosec}^n\theta=2$

প্রমাণ ঃ দেওয়া আছে, $\sin\theta+\operatorname{cosec}\theta=2$

$\Rightarrow\sin\theta+\dfrac{1}{\sin\theta}=2\Rightarrow\sin^2\theta-2\sin\theta+1=0$

$\Rightarrow(\sin\theta-1)^2=0\Rightarrow\sin\theta-1=0\ \therefore\sin\theta=1$

এখন, L.H.S.$=\sin^n\theta+\operatorname{cosec}^n\theta$

$=\sin^n\theta+\dfrac{1}{\sin^n\theta}=1^n+\dfrac{1}{1^n}=1+1=2=$ R.H.S. (Proved)

2(c) $x\sin^3\theta+y\cos^3\theta=\sin\theta\cos\theta$ এবং $x\sin\theta-y\cos\theta=0$ হলে দেখাও যে, $x^2+y^2=1$

প্রমাণ ঃ দেওয়া আছে,

$x\sin^3\theta+y\cos^3\theta=\sin\theta\cos\theta\cdots\cdots(1)$ এবং

$x\sin\theta-y\cos\theta=0\Rightarrow x\sin\theta=y\cos\theta$

$\therefore x = y\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\cdots\cdots\cdots(2)$

(1) এ $x = y\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$ বসিয়ে পাই

$y\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}.\sin^3\theta + y\cos^3\theta = \sin\theta\cos\theta$

$\Rightarrow y\sin^2\theta\cos\theta + y\cos^3\theta = \sin\theta\cos\theta$

$\Rightarrow y\cos\theta(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = \sin\theta\cos\theta$

$\Rightarrow y\cos\theta.1 = \sin\theta\cos\theta$

$y = \sin\theta$

(2) হতে পাই , $x = \sin\theta\ \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cos\theta$

এখন , $x^2 + y^2 = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$x^2 + y^2 = 1$ (Showed)

2. (d) $k\tan\theta = \tan k\theta$ হলে দেখাও যে, $\dfrac{\sin^2 k\theta}{\sin^2\theta} = \dfrac{k^2}{1+(k^2-1)\sin^2\theta}$

প্রমাণ ঃ দেওয়া আছে , $k\tan\theta = \tan k\theta$

$\Rightarrow k\dfrac{1}{\cot\theta} = \dfrac{1}{\cot k\theta} \Rightarrow k\cot k\theta = \cot\theta$

$\Rightarrow k^2(\cot^2 k\theta) = \cot^2\theta$

$\Rightarrow k^2(\text{cosec}^2 k\theta - 1) = \text{cosec}^2\theta - 1$

$\Rightarrow k^2\text{cosec}^2 k\theta = \text{cosec}^2\theta + k^2 - 1$

$\Rightarrow k^2\dfrac{1}{\sin^2 k\theta} = \dfrac{1}{\sin^2\theta} + k^2 - 1 = \dfrac{1+(k^2-1)\sin^2\theta}{\sin^2\theta}$

$\Rightarrow \dfrac{k^2}{1+(k^2-1)\sin^2\theta} = \dfrac{\sin^2 k\theta}{\sin^2\theta}$

$\dfrac{\sin^2 k\theta}{\sin^2\theta} = \dfrac{k^2}{1+(k^2-1)\sin^2\theta}$ (Proved)

2(e) $3\sec^4\theta + 8 = 10\sec^2\theta$ হলে , $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর।

প্রমাণ ঃ দেওয়া আছে., $3\sec^4\theta + 8 = 10\sec^2\theta$

$\Rightarrow 3\sec^4\theta - 10\sec^2\theta + 8 = 0$

$\Rightarrow 3\sec^4\theta - 6\sec^2\theta - 4\sec^2\theta + 8 = 0$

$\Rightarrow 3\sec^2\theta(\sec^2\theta - 2) - 4(\sec^2\theta - 2) = 0$

$\Rightarrow (\sec^2\theta - 2)(3\sec^2\theta - 4) = 0 \Rightarrow \sec^2\theta = 2$

$\Rightarrow 1 + \tan^2\theta = 2 \Rightarrow \tan^2\theta = 1\ \ \therefore \tan\theta = \pm 1$

অথবা , $\sec^2\theta = \dfrac{4}{3} \Rightarrow 1 + \tan^2\theta = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow \tan^2\theta = \dfrac{4}{3} - 1 = \dfrac{1}{3}\ \ \therefore \tan\theta = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \pm 1 , \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

2(f) $(a^2 - b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2 + b^2$ এবং θ সূক্ষ্ম ও ধনাত্মক কোণ হলে, $\tan\theta$ এবং $\text{cosec}\theta$ এর মান নির্ণয় কর।

প্রমাণ ঃ $(a^2 - b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2 + b^2$

$\Rightarrow (a^2 - b^2)\tan\theta + 2ab = (a^2 + b^2)\sec\theta$

$\Rightarrow (a^2 - b^2)^2\tan^2\theta + 2.(a^2 - b^2)\tan\theta.2ab + 4a^2b^2 = (a^2 + b^2)^2\sec^2\theta$[উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

$\Rightarrow (a^2 - b^2)^2\tan^2\theta + 2.(a^2 - b^2)\tan\theta.2ab + 4a^2b^2 = (a^2 + b^2)^2(1 + \tan^2\theta)$

$\Rightarrow (a^2 - b^2)^2\tan^2\theta + 4ab(a^2 - b^2)\tan\theta + 4a^2b^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 + b^2)^2\tan^2\theta$

$\Rightarrow \{(a^2 - b^2)^2 - (a^2 + b^2)^2\}\tan^2\theta + 4ab(a^2 - b^2)\tan\theta + 4a^2b^2 - a^4 - 2a^2b^2 - b^4 = 0$

$\Rightarrow -4a^2b^2\tan^2\theta + 4ab(a^2 - b^2)\tan\theta - (a^4 - 2a^2b^2 + b^4) = 0$

$\Rightarrow 4a^2b^2\tan^2\theta - 4ab(a^2 - b^2)\tan\theta + (a^2 - b^2)^2 = 0$

$\Rightarrow \{2ab\tan\theta - (a^2 - b^2)\}^2 = 0$

$\Rightarrow 2ab\tan\theta - (a^2 - b^2) = 0$

$\Rightarrow 2ab\tan\theta = a^2 - b^2$

$\tan\theta = \dfrac{a^2 - b^2}{2ab}$ (Ans.)

এখন , $\text{cosec}\theta = \sqrt{1 - \cot^2\theta}$

[$\because \theta$ ধনাত্মক সূক্ষ্ম কোণ ।]

$= \sqrt{1 - \left(\dfrac{2ab}{a^2 - b^2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{(a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2}{(a^2 - b^2)^2}}$

$= \sqrt{\dfrac{(a^2 + b^2)^2}{(a^2 - b^2)^2}} = \dfrac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ (Ans.)

2(g) $\cot A + \cot B + \cot C = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $(\Sigma \tan A)^2 = \Sigma \tan^2 A$

প্রমাণ : দেওয়া আছে, $\cot A + \cot B + \cot C = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\tan C} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\tan B \tan C + \tan C \tan A + \tan A \tan B}{\tan A \tan B \tan C} = 0$$

$\Rightarrow \tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A = 0$

$\Rightarrow 2(\tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A) = 0$

$\Rightarrow \tan^2 A + \tan^2 B + \tan^2 C + 2(\tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A) = \tan^2 A + \tan^2 B + \tan^2 C$

$\Rightarrow (\tan A + \tan B + \tan C)^2 = \tan^2 A + \tan^2 B + \tan^2 C$

$\left(\sum \tan A\right)^2 = \sum \tan^2 A$ (Showed)

2(h) $\cos\theta + \sec\theta = \frac{5}{2}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\cos^n\theta + \sec^n\theta = 2^n + 2^{-n}$

প্রমাণ : দেওয়া আছে, $\cos\theta + \sec\theta = \frac{5}{2}$

$$\Rightarrow \cos\theta + \frac{1}{\cos\theta} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta + 1 = \frac{5}{2}\cos\theta$$

$\Rightarrow 2\cos^2\theta + 2 = 5\cos\theta$

$\Rightarrow 2\cos\theta - 5\cos\theta + 2 = 0$

$\Rightarrow 2\cos^2\theta - 4\cos\theta - \cos\theta + 2 = 0$

$\Rightarrow 2\cos\theta(\cos\theta - 2) - 1(\cos\theta - 2) = 0$

$\Rightarrow (\cos\theta - 2)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\cos\theta - 2 = 0$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

কিন্তু $\cos\theta - 2 \neq 0$ $[\because -1 \leq \cos\theta \leq 1]$

$2\cos\theta - 1 = 0 \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \therefore \sec\theta = 2$

এখন, L.H.S. $= \cos^n\theta + \sec^n\theta$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^n + (2)^n$$

$$= 2^n + 2^{-n} = \text{R.H.S.}$$

L.H.S. = R.H.S. (প্রমাণিত)

2(i) $a_1 \sin\theta + b_1 \cos\theta + c_1 = 0$ এবং $a_2 \sin\theta + b_2 \cos\theta + c_2 = 0$ সমীকরণদ্বয় হতে θ অপসারণ কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a_1 \sin\theta + b_1 \cos\theta + c_1 = 0$

$a_2 \sin\theta + b_2 \cos\theta + c_2 = 0$

বজ্রগুণন প্রণালীর সাহায্যে পাই,

$$\frac{\sin\theta}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{\cos\theta}{a_2c_1 - a_1c_2} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

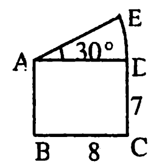
$$\sin\theta = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad \cos\theta = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

এখন, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$$\Rightarrow \left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)^2 + \left(\frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow (b_1c_2 - b_2c_1)^2 + (a_2c_1 - a_1c_2)^2 = a_1b_2 - a_2b_1$$

3. সমাধান :



$$DE = s = r\theta = 8 \times \frac{30\pi}{180}$$

$= 4.189$ মিটার (প্রায়)।

ABCDE সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

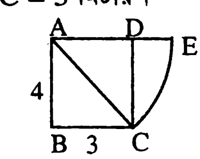
= ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল +

ADE বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= 8 \times 7 + \frac{r^2\theta}{2}$

$$= 56 + \frac{8^2}{2} \times \frac{30\pi}{180}$$

$= 56 + 16{\cdot}755 = 80{\cdot}755$ বর্গ মিটার (প্রায়)।

4. সমাধান : এখানে AD = BC = 3 মিটার।



DC = AB = 4 মিটার।

$$\tan CAD = \frac{DC}{AD} = \frac{4}{3}$$

$= \tan(0{\cdot}927)$

ধরি, $\theta = \angle CAD = 0{\cdot}927$ রেডিয়ান।

$r = AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ মিটার।

বৃত্তাংশ CE এর দৈর্ঘ্য $= r\theta = 5 \times 0{\cdot}927$

$= 4{\cdot}635$ মিটার (প্রায়)

ত্রিভুজ ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}(AD \times CD) = \frac{1}{2}(3\times4) = 6$ বর্গ মিটার।

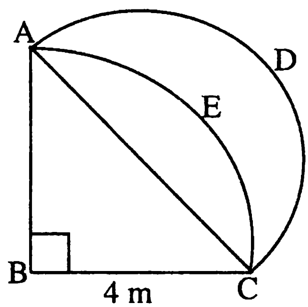
ACE বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{r^2\theta}{2} = \frac{25\times0\cdot927}{2}$

$= 11\cdot5875$ বর্গ মিটার।

CDE ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (11\cdot5875 - 6)$

$= 5\cdot5875$ বর্গ মিটার (প্রায়)।

5. সমাধান ঃ AECB একটি বৃত্তকলা বলে
AB = BC = 4 মিটার ।



$AC = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$ মিটার

ADC অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{1}{2}\times4\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2}$ মিটার

ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi\times8$

$= 4\pi$ বর্গ মিটার।

বৃত্তাংশ AEC এর দৈর্ঘ্য $= r\theta = 4\times\frac{\pi}{2}$

$= 2\times3\cdot1416 = 6\cdot2832$ মিটার।

AECB বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{r^2\theta}{2} = \frac{4^2}{2}\times\frac{\pi}{2}$

$= 4\pi$ বর্গ মিটার।

ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times a^2 = \frac{1}{2}\times4^2$

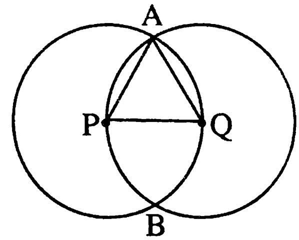
$= 8$ বর্গ মিটার।

AECD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল – AEC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল – (AECB বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল – ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল)

$= 4\pi - 4\pi + 8 = 8$ বর্গ মিটার

6. সমাধান ঃ A, P ; P,Q ; A,Q যোগ করি। তাহলে APQ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।



APQ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(1)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ বর্গ একক।

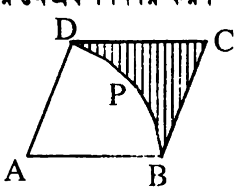
APQ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{r^2\theta}{2} = \frac{1^2}{2}\times\frac{60\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$ বর্গ একক।

APBQ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 4(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4})$

$= 4\times\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{12} = \frac{2\pi-3\sqrt{3}}{3}$ বর্গ একক।

অতিরিক্ত প্রশ্ন (সমাধানসহ)

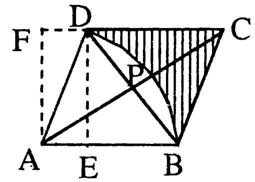
1. 2 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট ABCD রম্বসের সূক্ষ্মকোণ $A = 60^0$ । ABPD একটি বৃত্তকলা । বৃত্তাংশ BPD এর দৈর্ঘ্য এবং BPDC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



সমাধানঃ এখানে, ABPD বৃত্তকলার BPD বৃত্তাংশ দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $\theta = \angle BAD = 60^0 = \frac{\pi}{3}$,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ , r = রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 সে.মি.

বৃত্তাংশ BPD এর দৈর্ঘ্য $= r\theta = 2\times\frac{\pi}{3} = 2\cdot1$ সে. মি. (প্রায়)।



ABPD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\theta r^2 = \frac{1}{2}\times\frac{\pi}{3}\times 2^2$

$= \frac{1}{2}\times\frac{\pi}{3}\times 2^2 = 2\cdot1$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$DE\perp AB$ ও $AF\perp CD$ অঙ্কন করি যা AB কে F বিন্দুতে ও CD এর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে।

ΔABD এ, $\angle A = 60^0$ (সূক্ষকোণ)

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2.\ AB.AE$$
$$= AB^2 + AD^2 - 2.\ AB.AD\cos A$$
$$= 2^2 + 2^2 - 2\times2\times2\times\cos 60^0$$
$$= 8 - 8\times\frac{1}{2} = 4$$

$BD = 2$ সে.মি.।

আবার, Δ ACD, $\angle ADC = 120^0$ (স্থূলকোণ)

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 + 2CD\times DF$$
$$= AD^2 + DC^2 + 2CD\times AD\cos ADF$$
$$= AD^2 + DC^2 + 2CD\times AD\cos 60^0$$
$$= 2^2 + 2^2 + 2\times2\times2\times(\frac{1}{2}) = 12$$
$$AC = 2\sqrt{3}$$

এখন, ABCD রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AC\times BD)$

$= \frac{1}{2}(2\sqrt{3}\times2) = 2\sqrt{3}$ বর্গ সে.মে.।

BPDC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ABCD রম্বসের ক্ষেত্রফল – ABPD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} = 1\cdot37$ বর্গ সে.মি..(প্রায়)।

2. 6 মিটার লম্বা ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার শীর্ষবিন্দু 5 সেকেন্ডে কতটুকু বৃত্তাকার পথ অতিক্রম করবে?

সমাধান: ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটা

60 সেকেন্ডে 360^0 কোণ উৎপন্ন করে

20 সেকেন্ডে 30^0 কোণ উৎপন্ন করে।

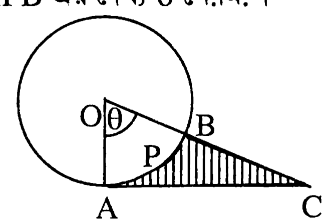
এখানে, উৎপন্ন কোণ $\theta = 30^0 = \frac{\pi}{6}$ রেডিয়ান,

$r = 6$ মি.। ধরি, সেকেন্ডের কাঁটাটি s মি. বৃত্তাকার পথ অতিক্রম করবে।

$$s = r\theta = 6\times\frac{\pi}{6} = \pi = 3\cdot1416$$

নির্ণেয় বৃত্তাকার পথ $= 3\cdot1416$ মি.।

3. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মে.। বৃত্তাংশ APB এর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।



(a) $\theta = \angle AOB$ নির্ণয় কর। উ: $1\cdot2$ রেডিয়ান

(b) OAB বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উ: 15 বর্গ সে.মি.

(c) A বিন্দুতে অঙ্কিত বৃত্তের স্পর্শক OB এর বর্ধিতাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করে। APBC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উ: $17\cdot15$ বর্গ সে.মি.।

ভর্তি পরীক্ষার MCQ প্রশ্ন উত্তরসহ ঃ

1. $\frac{3\pi}{8}$ রেডিয়ান কোণের ষাটমূলক পদ্ধতিতে মান কত?

[CU 07-08]

Sol".: $\frac{3\pi}{8}$ রেডিয়ান $= \frac{3\times180^0}{8} = 67^\circ 30'$

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে,

3 × 1 8 0 ÷ 8 = 67.5 °,,, 67°30'

2. $50^0 37' 30'' =$ কত রেডিয়ান ? **[CU 05-06]**

Sol".: $50^0 37' 30'' = \frac{50.625\times\pi}{180} = \frac{9\pi}{32}$