অনুশীলনী ৮.১

১। সামান্তরিকের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) বিপরীত বাহুগুলো অসমান্তরাল (খ) একটি কোণ সমকোণ হলে, তা আয়ত

(গ) বিপরীত বাহুদ্বয় অসমান (ঘ) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান

২। নিচের কোনটি রম্বসের বৈশিষ্ট্য?

(ক) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান (খ) প্রত্যেক কোণই সমকোণ

(গ) বিপরীত কোণদ্বয় অসমান (ঘ) প্রত্যেকটি বাহুই সমান

৩। i. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।

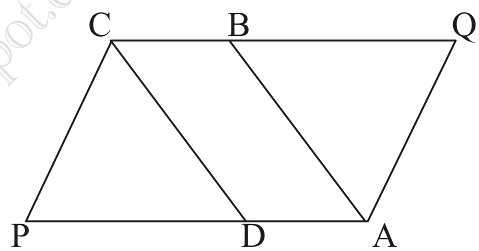
ii. আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে তা একটি বর্গ।

iii. প্রত্যেকটি রম্বস একটি সামান্তরিক।

উপরের তথ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

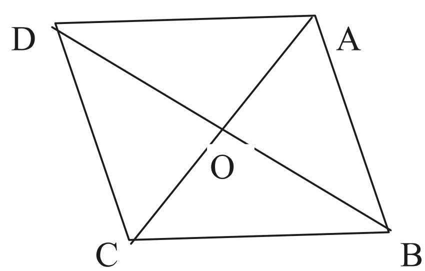
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪। PAQC চতুর্ভুজের PA = CQ এবং PA || CQ.
$\angle A$ ও $\angle C$ সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AB ও CD হলে
ABCD ক্ষেত্রটির নাম কী?



(ক) সামান্তরিক (খ) রম্বস (গ) আয়ত (ঘ) বর্গ

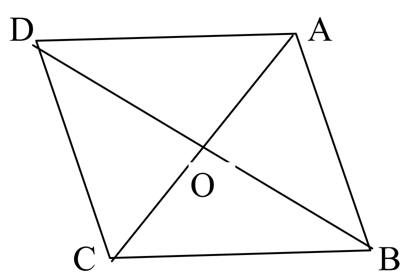
৫। দেওয়া আছে ΔABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত
এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO = OD হয়।
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।



সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, ΔABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত
এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO = OD হয়।
প্রমাণ করতে হবে যে,
ABCD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

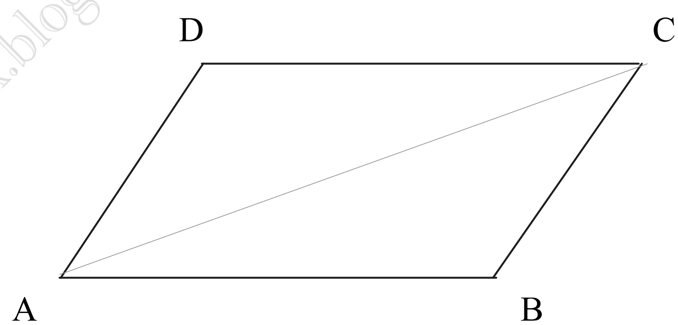
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔCOD এর মধ্যে $BO = OD$ $OA = OC$ $\angle AOB =$ বিপরীত $\angle COD$ $\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$ সুতারাং, $AB = CD$ (২) অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় $AD = BC$ $\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	 [কল্পনা] [O, AC এর মধ্যবিন্দু] [ত্রিভুজের বাহু - কোণ - বাহু উপপাদ্য]

৬। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের একটি কর্ণ একে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক।
এর একটি কর্ণ AC।
প্রমাণ করতে হবে যে, AC কর্ণটি ABCD সামান্তরিকটিকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে।
অর্থাৎ $\Delta ABC \cong \Delta ADC$।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $AB \parallel CD$ এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle BAC = \angle ACD$	 [একান্তর কোণ সমান]
(২) আবার, $BC \parallel AD$ এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle ACB = \angle DAC$	 [একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ $\angle BAC = \angle ACD$ $\angle ACB = \angle DAC$ $AC = AC$	 [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ অর্থাৎ সামান্তরিকের কর্ণ সামান্তরিকটিকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে। (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]

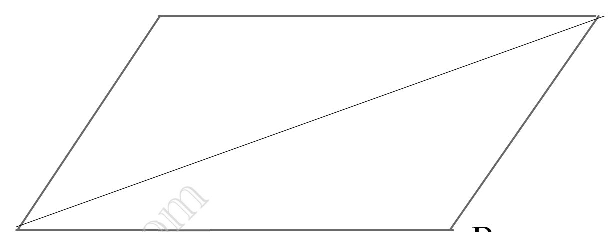
৭। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে তা একটি সামান্তরিক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি চতুর্ভুজ।
এর AD = BC, AB = CD এবং
AD ॥ BC, AB ॥ CD হলে

প্রমাণ করতে হবে যে,
চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।



অঙ্কন : চতুর্ভুজটির কর্ণ AC অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AD ॥ BC এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle ACB = \angle CAD$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) অনুরূপভাবে, BC ॥ AD এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ $\angle ACB = \angle CAD$ $\angle BAC = \angle ACD$ $AC = AC$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ $\therefore \angle ABC = \angle ADC$	[ত্রিভুজের কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
(৪) অনুরূপভাবে, $\angle BAC = \angle BCD$ $\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	

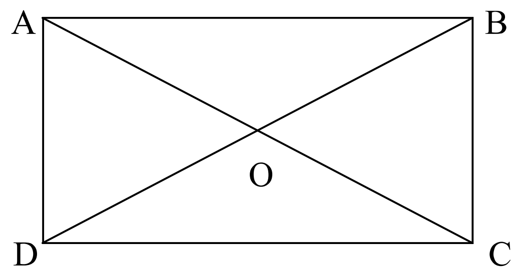
৮। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD সামান্তরিকের কর্ণ AC = কর্ণ BD

প্রমাণ করতে হবে যে,
ABCD একটি আয়ত।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC ও ΔADBএর মধ্যে	
$BC = AD$	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
$AC = BD$	[কল্পনা]
$AB = AB$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADB$ $\therefore \angle ABC = \angle BAD$	[কোণ- বাহু- বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, যেহেতু $AD \parallel BC$ এবং AB তাদের ছেদক $\angle ABC + \angle BAD = 2$ সমকোণ	[ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ সমান]
$\therefore \angle ABC = \angle BAD = 1$ সমকোণ $\therefore$ ABCD একটি আয়ত (প্রমাণিত)	

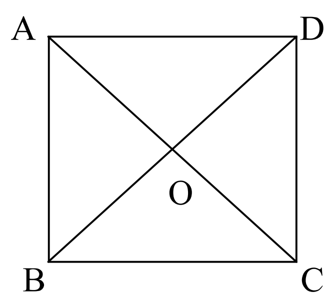
৯। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করলে, তা একটি বর্গ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণ পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

অর্থাৎ $AC = BD$, $OA = OC$, $OB = OD$ এবং
$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD$



প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি বর্গ।

প্রমাণ :

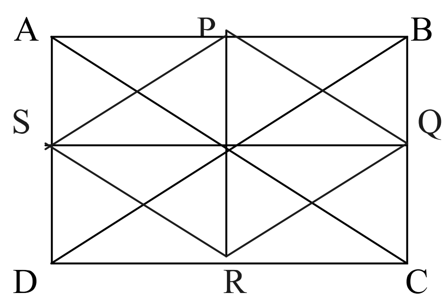
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔAOD এতে	
$OB = OD$	[কল্পনা]
অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle AOD$	[সমকোণ]
$AO = AO$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOD$	[ত্রিভুজের বাহু- কোণ - বাহু উপপাদ্য]
$\therefore AB = AD$	
(২) অনুরূপভাবে, ΔAOB ও ΔBOC এ প্রমাণ করা যায় যে, $AB = BC$	
(৩) এবং ΔBOC ও ΔCOD এ প্রমাণ করা যায় যে, $BC = CD$	
$\therefore ABCD$ চতুর্ভুজে $AB = BC = CD = AD$	[(১), (২) ও (৩) থেকে]
(৪) আবার, ΔAOB এ $\angle AOB = 90^0$	
এবং $OA = OB$	[কল্পনা]
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^0$	[সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]
(৫) অনুরূপভাবে, ΔAOD এ $\angle OAD = \angle ODA = 45^0$	
$\therefore \angle BAD = \angle OAB + \angle OAD = 45^0 + 45^0 = 90^0$	
$\therefore ABCD$ একটি বর্গ। **(প্রমাণিত)**	

১০। প্রমাণ কর যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD আয়ত। P, Q, R ও S যথাক্রমে AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দু। P, Q; Q, R; R, S ও S, P যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি রম্বস।

অঙ্কন : A, C; B, D; এবং S, Q; P, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABD ও ΔBCD এর সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাংশ যথাক্রমে PS ও QR। সুতারাং, PS ‖ BD এবং QR ‖ BD আবার, $PS = \frac{১}{২} BD$ আবার, $QR = \frac{১}{২} BD$	[ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরল রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক]
$\therefore$ PS = QR এবং PS ‖ QR	[সমান্তরাল রেখার সমান্তরাল রেখা পরস্পর সমান্তরাল]
(২) অনুরূপভাবে, ΔABC ও ΔADC নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, PQ = SR এবং PQ ‖ SR	
$\therefore$ PQRS একটি রম্বস **(প্রমাণিত)**	

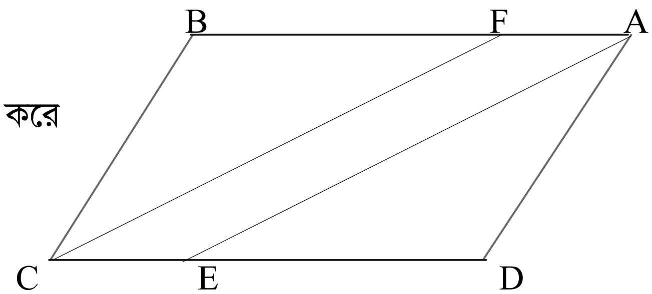
১১। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর সমান্তরাল।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক।
$\angle A$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক AE ও CF
যথাক্রমে DC ও AB কে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে

প্রমাণ করতে হবে যে, AE ॥ CF।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AE, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক	[কল্পনা]
$\therefore \angle EAF = \frac{১}{২} \angle BAD$	
(২) অনুরূপভাবে, $\angle ECF = \frac{১}{২} \angle BCD$	[কল্পনা]
$\therefore \angle EAF = \angle ECF$	
(৩) আবার, AB ॥ CD এবং AE এদের ছেদক	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল]
$\angle AED = \angle EAF$	[একান্তর কোণ]
$\therefore \angle AED = \angle ECF$	[(২) থেকে]
কিন্তু, এরা অনুরূপ কোণ।	
$\therefore$ AECF একটি সামান্তরিক।	
$\therefore$ AE ॥ FC (প্রমাণিত)	

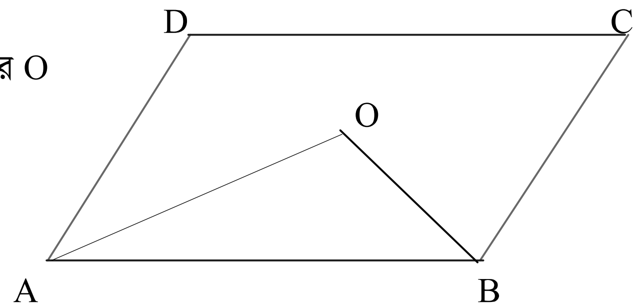
১২। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর লম্ব।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর $\angle BAD$ ও $\angle ABC$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

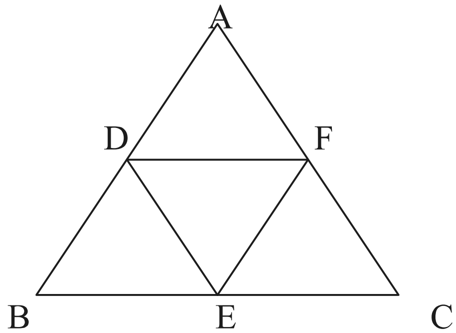
প্রমাণ করতে হবে যে, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AO, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\angle OAB = \frac{১}{২}\angle BAD$	[কল্পনা]
(২) অনুরূপভাবে, $\angle OBA = \frac{১}{২}\angle ABC$	
(৩) আবার, যেহেতু AD ॥ BC এবং AB ছেদক। $\therefore \angle BAD + \angle ABC =$ দুই সমকোণ বা $\frac{১}{২}\angle BAD + \frac{১}{২}\angle ABC =$ এক সমকোণ। বা, $\angle OAB + \angle OBA =$ এক সমকোণ।	[ছেদকের একই পাশে অন্তঃস্থ কোণ বলে] [(১) ও (২) থেকে]
(৪) এখন, ΔAOB এ, $\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 2$ সমকোণ। বা, $\angle AOB + 1$ সমকোণ $= 2$ সমকোণ। বা, $\angle AOB = 2$ সমকোণ $- 1$ সমকোণ। $\therefore \angle AOB = 1$ সমকোণ। অর্থাৎ, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

১৩। চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



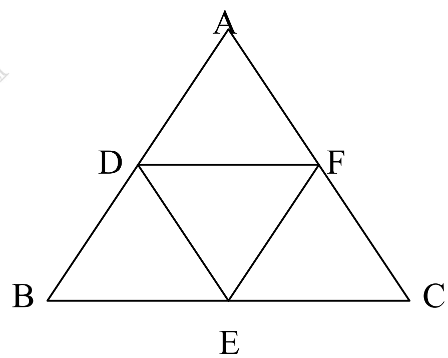
(ক) প্রমাণ কর যে,

$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD =$ চার সমকোণ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, চিত্রে ABC একটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E, F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD =$ চার সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔBDE এ, $\angle BDE + \angle BED + \angle EBD =$ দুই সমকোণ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
(২) ΔDEF এ, $\angle DEF + \angle DFE + \angle EDF =$ দুই সমকোণ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
$(\angle BDE + \angle BED + \angle EBD + \angle DEF + \angle DFE + \angle EDF) =$ চার সমকোণ	[(১) ও (২) থেকে]
$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD =$ চার সমকোণ। (প্রমাণিত)	

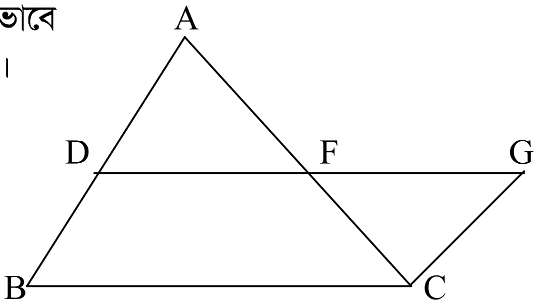
(খ) প্রমাণ কর যে,

DF ।। BC এবং DF = $\frac{১}{২}$BC

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ΔABC এর D ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্য বিন্দু। D ও F যোগকরে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন DF = FG হয়। G, C যোগকরি।



প্রমাণ করতে হবে যে,

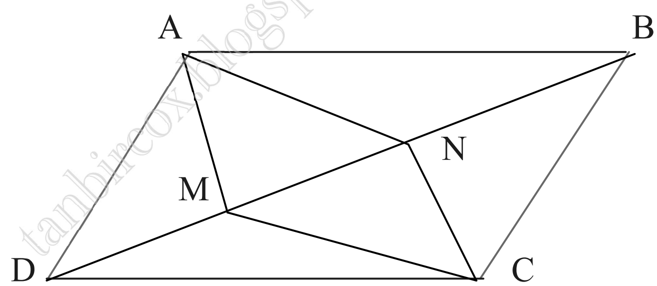
DF ।। BC এবং DF = $\frac{১}{২}$ BC

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔADF ও ΔCGF এ,	
DF = FG	[অঙ্কনানুসারে]
AF = CF	[কল্পনা]
এবং অন্তভুক্ত $\angle$DFA = অন্তভুক্ত $\angle$CFG	[বিপ্রতীপ কোণ সমান]
$\therefore$ ΔDEF $\cong$ ΔCGF	[বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]
(২) AD = CG	[কল্পনা]
এবং $\angle$DAF =$\angle$FCG	[একান্তর কোণ সমান]
বা, BD = CG	
বা, $\angle$DAC =$\angle$ACG	
কিন্তু কোণদ্বয় AD ও CG বাহুর AC ছেদক দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ।	
$\therefore$ DA ।। CG	
বা, BA ।। CG	
(৩) এখন BCGD চতুর্ভুজের BD = CG	
এবং BD ।। CG	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল]
$\therefore$ BCGD একটি সামান্তরিক।	
$\therefore$ DG ।। BC এবং DG = BC	

(৪) DF + FG = BC বা, DF + DF = BC বা, 2DF = BC $\therefore$ DF = $\frac{১}{২}$BC সুতারাং, DF ।। BC এবং DF = $\frac{১}{২}$ BC (প্রমাণিত)	[(১) থেকে]

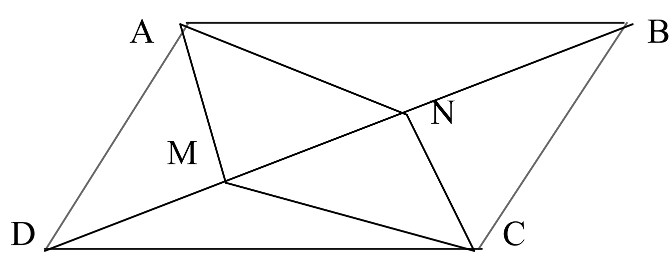
১৪. দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের AM ও CN, DB এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, ANCM একটি সামান্তরিক।



সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :
দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিক AM ও CN, BD উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, ANCM একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔADM ও ΔBCN এর,	
$\angle ADM = \angle NBC$	[একান্তর কোণ]
$\angle AMD = \angle BNC$	[$AM \perp BD$, $CN \perp BD$]
এবং $AD = BC$	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
$\therefore \Delta ADM \cong \Delta BCN$	[কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
$\angle MAD = \angle BCN$	
(২) অনুরূপভাবে, ΔABN ও ΔCDM এর মধ্যে	
$\angle BAN = \angle MCD$	
$\therefore \angle BAD - (\angle DAM + \angle BAN)$ $= \angle BCD - (\angle NCB + \angle MCD)$	
$\therefore \angle MAN = \angle MCN$	
$\therefore \angle AMC = \angle ANC$	
(৩) অর্থাৎ ANCM চতুর্ভুজের	
$\angle MAN = \angle MCN$	[(১) থেকে]
$\angle AMC = \angle ANC$	
$\therefore$ NCMA একটি সামান্তরিক।	
(প্রমাণিত)	