

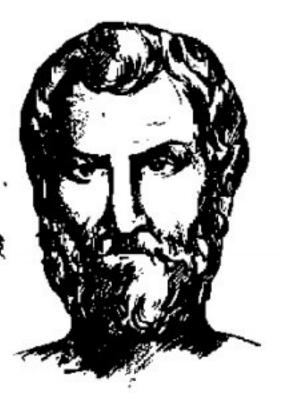
# जामिर्क गुष्ठकत

## অনুশীলনী-8

অধ্যায়টি পড়ে যা জানতে পারবে---

- প্রদত্ত তথ্য ও উপাত্তের ভিত্তিতে ক্রিভুজ অজ্জন এবং অজ্ঞনের যথার্থতা যাচাই।
- ২. প্রদত্ত তথ্য ও উপাত্তের ভিত্তিতে বৃত্ত অঞ্চকন এবং **অঙ্কনের যথার্থতা যাচাই**।

প্রাচীন গ্রীক গণিতবিদ, বিজ্ঞানী ও দার্শনিক থেলিস (Thales, 624 BC - 547 BC) ছিলেন প্রাচীন গ্রীসের সপ্তজ্ঞানীদের একজন। তিনিই প্রথম পিরামিডের উচ্চতা ও সমৃদ্র তীর হতে জাহাজের দূরত্ব নির্ণয়ের জন্য জ্যামিতি ব্যবহার করেন।





১৫টি অনুশীলনীর প্রশ্ন

৬৭টি বহুনিৰ্বাচনি প্ৰশু ■ ৩১টি সাধারণ বহুনিৰ্বাচনি ■ ১২টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ২৪টি অভিনু তথ্যভিত্তিক ১৫টি সৃজনশীল প্রশ্ন 

■ ১টি অনুশীলনী 

■ ২টি প্রেপির কাজ 

■ ২টি মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত 

■ ১০টি প্রশ্নব্যাংক



١. x = 60 হলে  $\angle x$  এর সম্পূরক কোণের অর্থেকের মান কভ? **④** 60°

- 120°
- 3 180°



ব্যাখ্যা: সরল কোণ 180°।∠x = 60°



## অনুশীলনীর সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশু

∴ ∠x এর সম্পূরক কোণ 180° – 60° = 120° ∴ ∠x এর সম্পূরক কোণের অর্ধেক = 120° = 60°

i. যেকোনো দৈর্ঘ্যের তিনটি বাহু দ্বারা ক্রিভূজ অঞ্চল করা যায় না ৷

শৃধুমাত্র ব্যাসার্ধ জানা থাকলে বৃত্ত অজ্জন করা যায়।

iii. বৃত্তের কোন বিন্দুতে একটিমাত্র স্পর্শক আঁকা যায়।

ডপরের বাক্যগুলোর কোনাত সাঠক?

● i ଓ ii

0

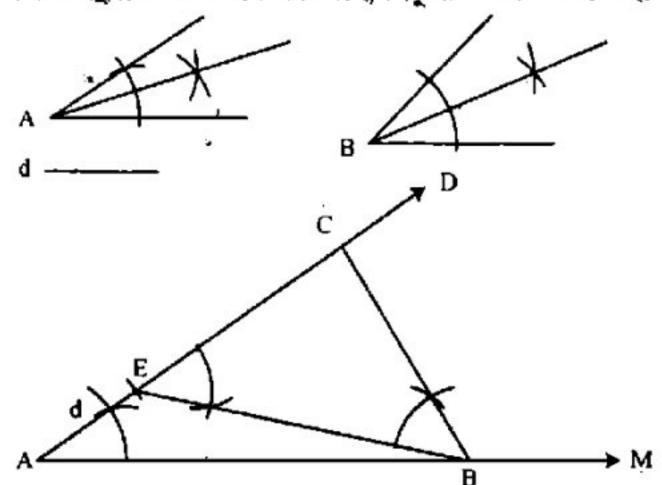
- ii vii
- ၍ i ଓ jii
- 🗑 i, ii 🧐 iii



## অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

৩. কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ এবং ভাদের বিপরীত বাহুদয়ের জভ্য দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ এবং তাদের বিপরীত বাহুম্বয়ের অশ্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



বিশেষ নির্বাচন: কোনো ত্রিভূজের দুইটি কোণ ∠A ও ∠B এবং বিপরীত বাহুদ্বয়ের অশ্তর ৫ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঞ্চন করতে হবে।

#### जक्करमद्र विवद्रण:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি AM এর A বিন্দুতে ∠A এর সমান করে ∠MAD **অঙ্গন করি**।

ধাপ ২: AD রশ্রি থেকে ৫ এর সমান ক্লুরে AE অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩: এখন E বিন্দুতে  $\angle DEB = \frac{1}{2} (\angle B + \angle A)$  অঞ্জন করি ।

**ধাপ ৪:** EB রেখাংশ AM রশ্মিকে B বিন্দৃতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: এখন B বিন্দুতে ∠DEB এর সমান করে ∠EBC অজ্জন করি।

**ধাপ ৬:** BC রেখা AD রশ্মিকে C বিন্দুতে হেদ করে। B, C যোগ করি। তাহলে ABC ত্রিভুজই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ: এখানে,  $\angle CEB = \angle CBE = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A)$ 

$$\therefore$$
 AC = CE + AE = CB + AE.

এখন, ∠EBA = ∠CEB – ∠CAB

$$= \frac{1}{2} (\angle A + \angle B) - \angle A$$
$$= \frac{1}{2} (\angle B - \angle A)$$

$$\therefore \angle CBA = \angle CBE + \angle EBA$$

$$= \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) + \frac{1}{2}(\angle B - \angle A)$$

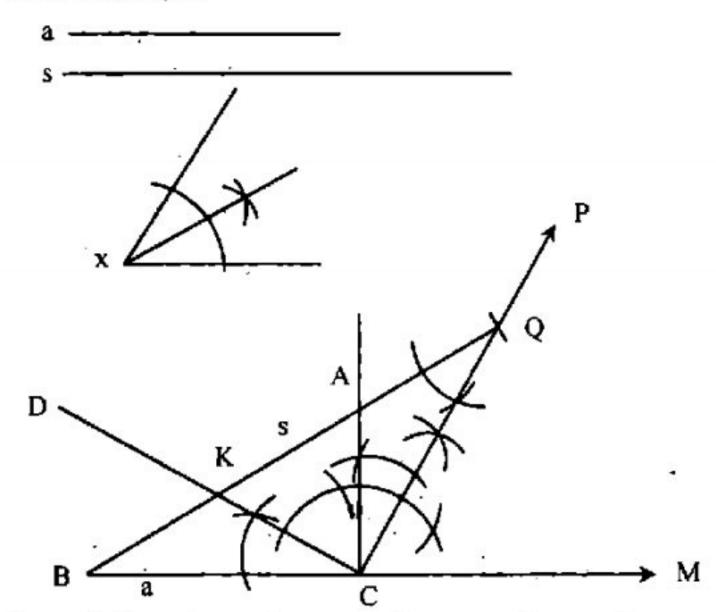
$$= \angle B$$

∴ △ABC এর ∠A = ∠CAB, ∠CBA = ∠B এবং EC = BC বলৈ AC - BC = AC - EC = AE = d.

∴ ∆ABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

### ৪. কোনো ব্রিভুজের ভূমি, ভূমি সংলগ্ন কোলময়ের অক্তর ও অপর বাহুময়ের সমর্ক্টি দেওয়া আছে, ব্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: কোনো ত্রিভুজের ভূমি, ভূমি সংলগ্ন কোণম্বয়ের অশ্তর ও অপর বাহুম্বয়ের সমস্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অজ্ঞকন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, কোনো ত্রিভ্জের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন কোণম্বয়ের অশ্তর ∠x এবং অপর বাহুম্বয়ের সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভূজটি অজ্জন করতে হবে।

#### অক্সদের বিবরণ:

ধার্ল ১: যেকোনো রশ্মি BM হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

খাপ ২: এখন, C বিন্দুতে  $\frac{1}{2} \angle x$  এর সমান করে  $\angle BCD$  অঞ্জন করি।

খাপ ৩: CD রেখার ওপর C বিন্দুতে CP লঘু অঞ্জন করি।

খাপ 8: B বিন্দুকে কেন্দ্র করে s এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অভকন করি যা CP রশ্মিকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

**ধাপ ৫:** B, Q যোগ করি।

ধাপ ৬: এখন, CP রশ্মির C বিন্দৃতে ∠BQC এর সমান করে ∠QCA অঞ্জন করি।

ধাপ 9: CA রেখা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ∆ABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ: △ACQ এ ∠AQC = ∠ACQ অতএব AQ = AC

∴ ΔABC এর AB + AC = AB + AQ = BQ = s

মনে করি, CD ও BQ রেখা পরস্পরকে K বিন্দুতে ছেদ করে।

∠ AKC = ∠KQC এর পূরক = ∠ACQ এর পূরক = ∠ACK

∴ ∠AKC = ∠ACK

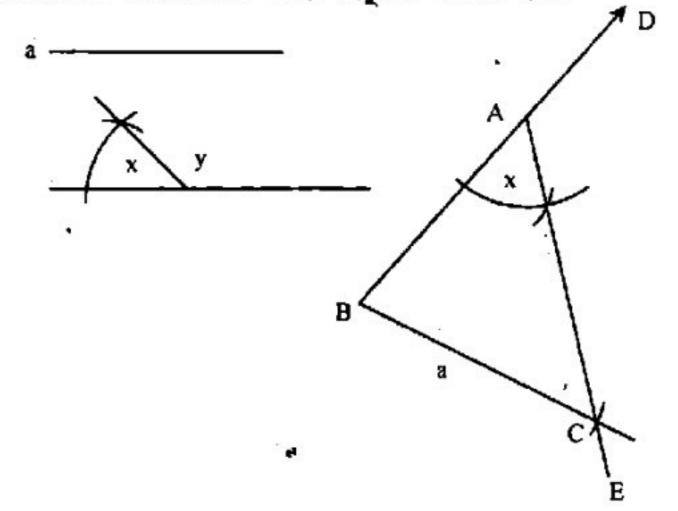
 $\angle ACB - \angle ABC = \angle ACK + \frac{1}{2} \angle x - \angle KBC$   $= \angle AKC + \frac{1}{2} \angle x - \angle KBC$   $[\because \angle AKC = \angle ACK]$   $= \angle KBC + \frac{1}{2} \angle x + \frac{1}{2} \angle x - \angle KBC$   $= \angle x$ 

[  $\therefore$   $\angle AKC = \angle KBC + \angle KCB = \angle KBC + \frac{1}{2} \angle x$  ]

∴ ∆ABC ই উদ্দিষ্ট ব্ৰিভুজ।

৫. ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণধয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভূজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বাচন: কোনো ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের সমস্টি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, কোনো ত্রিভূজের ভূমি a, শিরঃকোণ ∠x ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি ∠y দেওয়া আছে। ত্রিভূজটি আঁকতে হবে। অক্তনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BD এর ওপর A যেকোনো একটি বিন্দু নিই।

ধাপ ২: A বিন্দৃতে ∠x এর সমান ∠BAE অঞ্জন করি।

ধার্গ ৩: B কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ধাপ 8: বৃত্তচাপটি AE কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: B, C যোগ করি। তাহলে AABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ: অঞ্জনানুসারে ∠BAC ≐ ∠ x

 $\therefore \angle DAC = \angle y$ 

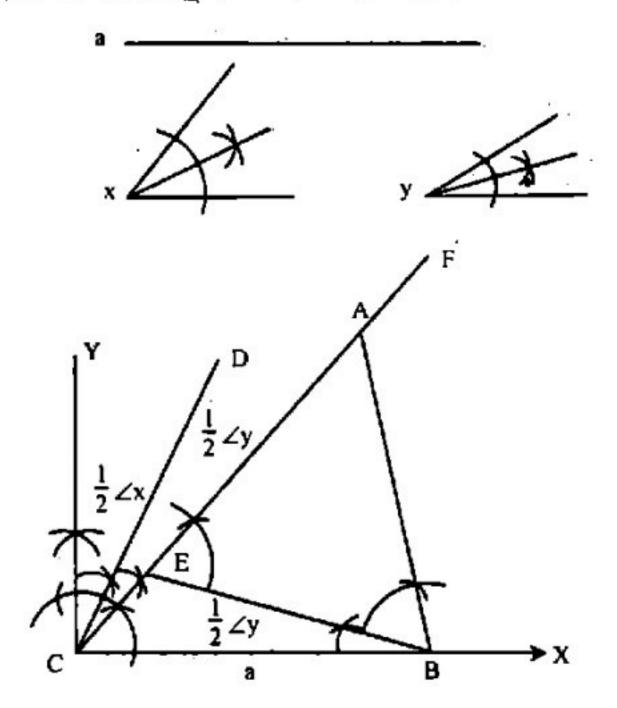
 $\triangle ABC$ -এর বহিঃস্থ কোণ  $\angle DAC = \angle B + \angle C$ 

∴ ∠y = ∠B + ∠C এবং BC = a

∴ ABC নির্দেয় ত্রিভুঞ্চ।

#### ৬. ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণৰয়ের অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভূজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: ত্রিভূজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের অত্যর দেওয়া আছে, ত্রিভূজটি অঞ্জন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, শিরঃকোণ ∠x এবং অপর কোণদ্বয়ের অশ্তর ∠y দেওয়া আছে। ত্রিভূজটি অঞ্জন করতে হবে।

া অক্তদের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি CX হতে ভূমি a এর সমান করে CB অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: C বিন্দুতে CB এর ওপর CY লম্ব অভকন করি।

ধাপ ৩: C বিন্দুতে  $\frac{1}{2}$   $\angle x$  এর সমান করে ∠YCD অভকন করি এবং  $\frac{1}{2}$ ∠y এর সমান করে ∠DCF অচ্চন করি।

ধাপ 8: B বিন্দুতে এখন ½ ∠y এর সমান করে ∠CBE অভকন করি।

ধাপ ৫: BE রেখা CF রেখাকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬: B বিন্দুতে এখন ∠FEB এর সমান করে ∠EBA কোণ অভকন করি।

ধাপ ৭: BA রেখা CF রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিশ্ট ব্রিভূজ।

**প্রমাণ:** এখানে, ∠CBE = ½ ∠y

 $\angle AEB = \angle ACB + \angle EBC$ 

কিম্ছ 
$$\angle ACB = 90^{\circ} - \left(\frac{1}{2} \angle y + \frac{1}{2} \angle x\right)$$

.. 
$$\angle AEB = 90^{\circ} - \frac{1}{2} \angle y - \frac{1}{2} \angle x + \frac{1}{2} \angle y = 90^{\circ} - \frac{1}{2} \angle x$$

$$\therefore \angle ABE = 90^{\circ} - \frac{1}{2} \angle x = \angle AEB$$

[∵ ∠ABE = ∠AEB **অভ্**কনানুসারে ]

$$\angle CAB = 180^{\circ} - (\angle AEB + \angle ABE) = 180^{\circ} - 2\angle AEB$$
  
=  $180^{\circ} - 2(90^{\circ} - \frac{1}{2}\angle x)$ 

$$= \angle X$$

$$\angle ABC - \angle ACB = \angle ABE + \angle CBE - \angle ACB$$
  
=  $90^{\circ} - \frac{1}{2} \angle x + \frac{1}{2} \angle y - \{ 90^{\circ} - \frac{1}{2} (\angle y + \angle x) \}$ 

অতএব AABC-এ ZBAC = Zx

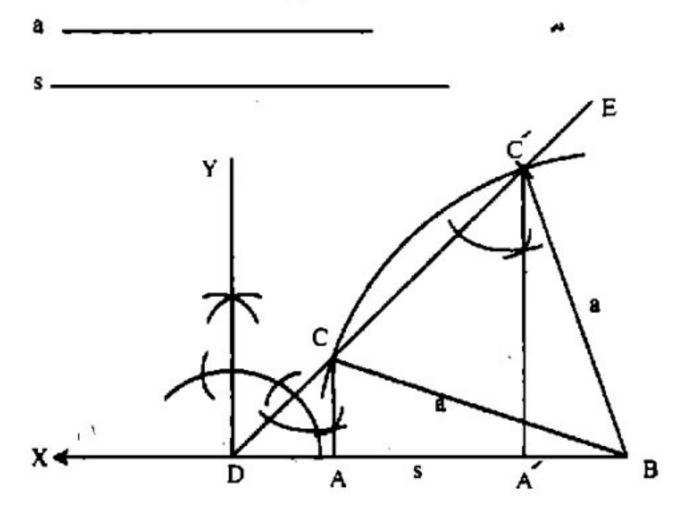
BC = a

এবং  $\angle ABC - \angle ACB = \angle y$ 

∴ AABC ই নির্ণেয় ত্রিভূজ

৭. সমকোণী ত্রিভুজের অভিভুজ ও অপর দুই বাহুর সমস্টি দেওয়া আছে, ক্রিভুজটি জীক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: সমকোণী ত্রিভূজের অতিভূজ ও অপর দুই বাহুর স্মষ্টি দেওয়া আছে ত্রিভুজটি অজ্ঞকন করতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের অভিভূজ a এবং অপর দুই বাহুর সমস্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভূজটি অঙ্কন করতে হবে।

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BX হতে s এর সমান করে BD অংশ কেটে নি**ই**। '

ধাপ ২: D বিন্দুতে BD এর ওপর DY লঘ অঞ্চন করি এবং ∠BDY এর অর্ধেকের সমান করে ∠BDE অভকন করি।

ধার্স ৩: B বিন্দুকে কেন্দ্র করে অতিভূজ a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অজ্ঞকন করি।

ধাপ 8: বৃত্তচাপটি DE রেখাকে C ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

**ধাপ ৫:** В, С ও В, Ć যোগ করি।

অভ্যুদের বিবরণ:

ধাপ ৬: এখন, C ও C বিন্দৃতে ∠CDB এর সমান করে যথাক্রমে ∠DCA এবং ∠DĆÁ অঞ্চন করি।

ধাপ ৭: CA ও C A রেখাছয় DB রেখাকে যথাক্রমে A ও A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ∆ABC অথবা ∆ÁBĆ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ: △ABC এর BC = a = শ্রেতিভূজ ।

BD = BA + AD = s

∆ACD এ₹ ∠ACD = ∠ADC

অতএব, AD = AC

s = BA + AD = BA + AC

∴ ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

∆ÁĆD এর মধ্যে

∠ÁĆD = ∠ÁDĆ घडकनानुमारत ]

∴ ÁD = ÁĆ

তাহলে, AÁBĆ

অতিভূজ BC = a

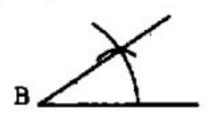
[ অভকনানুসারে ]

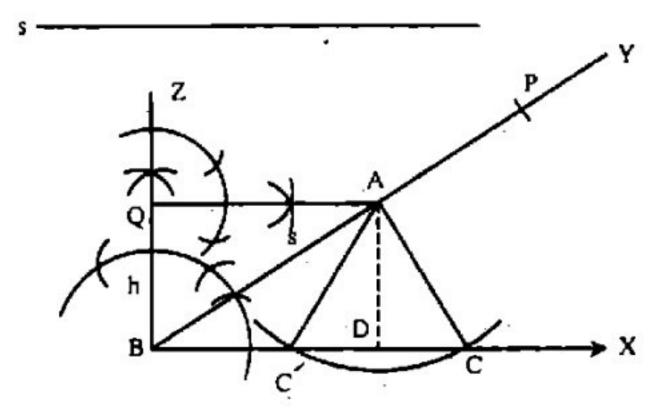
$$BA + AC = BA + AD$$
 [ :  $AD = AC$ ]  
=  $BD$ 

∴ ΔÁBC 'ও উদ্দিষ্ট ব্ৰিভুজ।

৮. ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সমক্টি দেওয়া আছে, ত্রিভূজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সম**ন্টি দেওয়া আছে, ত্রিভূজটি অঙ্কন করতে হবে**।





বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ ∠B, উচ্চতা h এর অপর বাহুদ্বয়ের সমস্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঞ্চন করতে হবে।

#### অভ্যুদের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BX-এর B বিন্দুতে ∠B এর সমান করে ∠XBY অভকন করি।

ধাপ ২: BY হতে s এর সমান করে BP অংশ কেটে নিই। B বিন্দুতে BZ ⊥ BX **पष्क**न कति ।

**ধার্প ৩:** BZ **হইতে** উচ্চতা h এর সমান করে BQ অংশ কেটে নি**ই**।

ধার্প 8: Q রিন্দুতে BZ এর ওপর লম্ম QA অজ্জন করি।

খাপ ৫: QA রেখা BP কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধার্প ৬: A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঞ্জন করি যা BX রেখাকে C ও C রিন্দুতে ছেদ করে।

**ধাপ ৭:** A, C এবং A, Ć যোগ করি।

তাহলে ΔABC বা ΔABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

. প্রমাণ: ΔΑΒC এবং ΔΑΒĆ এর উচ্চতা AD = BQ = h কারণ QA | BC.

AP = AC = AC অঞ্চন হতে.

BP = s = BA + AP = BA + AC = BA + AC'

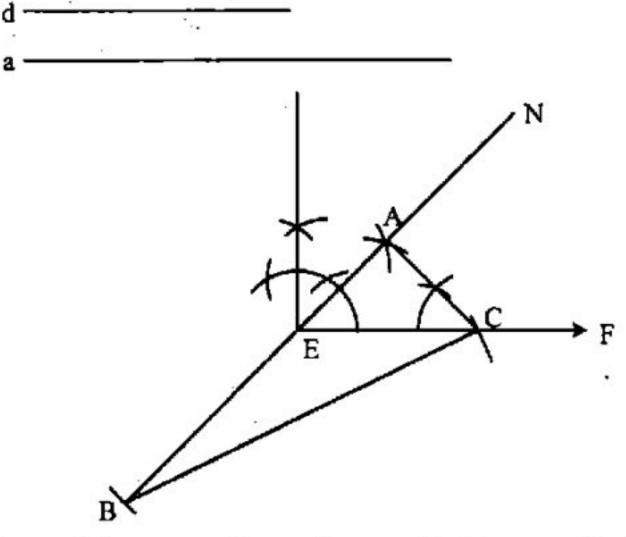
 $\angle ABC = \angle B$ 

[ অজ্ঞকনানুসারে ]

∴ ΔABC বা ΔABC ই নির্ণেয় ত্রিভূজ ৷ (প্রমাণিত)

### ১. সমকোণী ত্রিভুজের অভিভূজ ও অপর দৃইটি বাহুর অভ্যর দেওয়া আছে, ব্রিভুজটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: একটি ুসমকোণী ত্রিভূজের অতিভূজ ও অপর দুই বাহুর অল্ডর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভূজের অতিভূজ a ও অপর দৃই বাহুর অশ্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে। অক্সনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দৃতে,

∠FEN = 45° আঁকি।

ধাপ ২: এবার NE কে EB পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন EB = d হয়।

ধাপ ৩: অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF-কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ 8: পরিশেষে, C বিন্দুতে EC এর সাথে ∠ECA = ∠CEN আঁকি যেন CA রেখা EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ভাহলে, ∆ABC-ই উদ্দিশ্ট গ্রিভুজ হবে।

ঠমাণ: ∆AEC এ ∠AEC = ∠ACE = 45°

.. AC = AE

একং  $\angle EAC = 180^{\circ} - (\angle AEC + \angle ACE)$  $= 180^{\circ} - (45^{\circ} + 45^{\circ}) = 90^{\circ}$ 

এখন, ABC-এ, ∠BAC = ∠90°

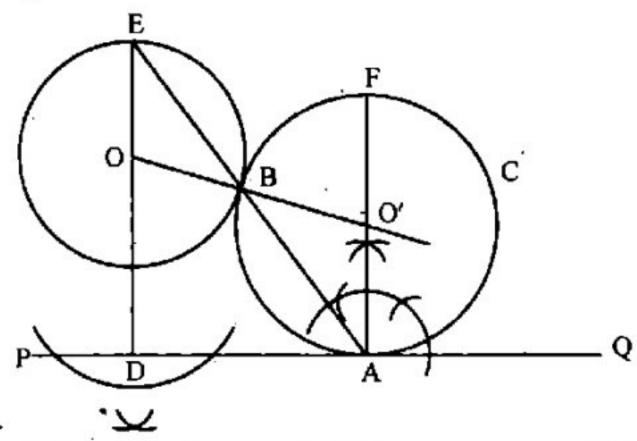
অতিভূজ BC = a

এবং অপর দুই বাহুর অম্ভর = AB – AC = AB – AE = EB = d

∴ AABC-ই উদ্দিষ্ট ব্ৰিভূজ।

#### ১০. এমন একটি বৃশ্ব জব্দন কর যা একটি নির্দিউ সরসরেখাকে এর কোনো নির্দিন্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে।

**সমাধান: সাধারণ নির্বচন:** এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে স্পর্ণ করে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, 🔾 একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র এবং নির্দিষ্ট রেখা PQ এর উপরস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কক্সতে হবে যা A বিন্দুতে PQ রেখাকে ও প্রদত্ত বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্<del>পর্ণ</del> করে।

#### অক্তদের বিবরণ:

ধাপ ): O হতে PQ এর ওপর OD পশ্ব অঞ্চন করি।

ধাপ ২: DO কে বর্ধিত করায় তা বৃত্তের পরিধির সাথে E বিন্দৃতে মিলিত হয়।

ধাপ ৩: E, A যোগ করি। EA প্রদন্ত বৃত্তকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ 8: A বিন্দুতে AF L PQ আঁকি।

ধাপ e: O, B যোগ করে বর্ধিত করায় তা AF কে O' বিন্দৃতে ছেদ করে। 0'-ই উদ্দিব্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

ধার্গ ৬: O' কে কেন্দ্র করে O'A বা O'B এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত অঙ্কন করি।

তাহলে, ABC-ই উদ্দি**ফ বৃ**ত্ত।

설মাণ: AF ⊥ PQ

∴ ∠O'AP = 90°

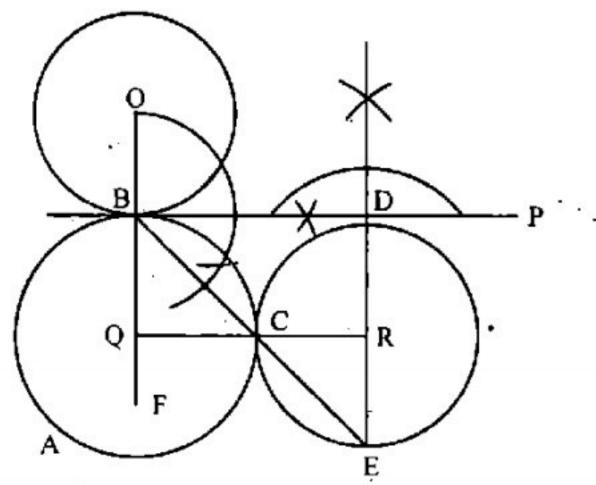
∴ বৃত্তটি A বিন্দুতে PQ রেখাকে স্পর্ল করে। B বিন্দুটি বৃত্তথয়ের সাধারণ বিন্দু এবং তাদের কেন্দ্রছয়ের সংযোজক সরলরেখার ওপর অবস্থিত।

অতএব, বৃত্ত দৃটি B বিন্দুতে পরস্পরকে স্পর্শ করেছে।

∴ ABC-ই উদ্দি**য**ী বৃত্ত।

### थमन थकि वृत्त जकम कत्र या थकि निर्मिक वृत्तक थत्र कारना নির্দিন্ট বিন্দৃতে এবং অপর একটি বৃক্তকে কোনো বিন্দৃতে স্পর্শ করে।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: এমন একটি বৃত্ত অঞ্জন করতে হবে যা একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্ণ করে।



বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে B একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং R কেন্দ্রবিশিষ্ট অপর একটি বৃত্ত। এমন একটি বৃত্ত অজ্ঞ্জন করতে হবে যা O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তকে B বিন্দুতে এবং R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্ণ করে।

#### अक्करनद्र दिवद्रनं:

**ধাপ ১:** O, B যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

**ধাপ ২:** B বিন্দৃতে BP স্পর্শক আঁকি। R হতে RD ⊥ BP আঁকি।.

ধাপ ৩: DR কে বর্ধিত করি যেন তা R কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তকে E বিন্দৃতে ছেদ করে।

ধাপ 8: E, B যোগ করি। EB, R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুতে ছেদ করল।

খাপ ৫: R, C যোগ করে বর্ধিত করায় তা OF কে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬: তাহলে, Q ই উদ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র হবে।

ধাপ ৭: এখন, Q কে কেন্দ্র করে QC বা QB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে
ABC বৃত্তটি অজ্জন করি। তাহলে, ABC-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত 🕻

প্রমাণ: O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের B বিন্দুতে BP স্পর্শক বলে BP  $\perp$  OB । আবার, OB রেখা F পর্যন্ত বর্ধিত বলে BF  $\perp$  BP । কিন্তু QB নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে BP একটি স্পর্শক হবে। ফলে R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ততি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে B বিন্দুতে স্পর্শ করবে।

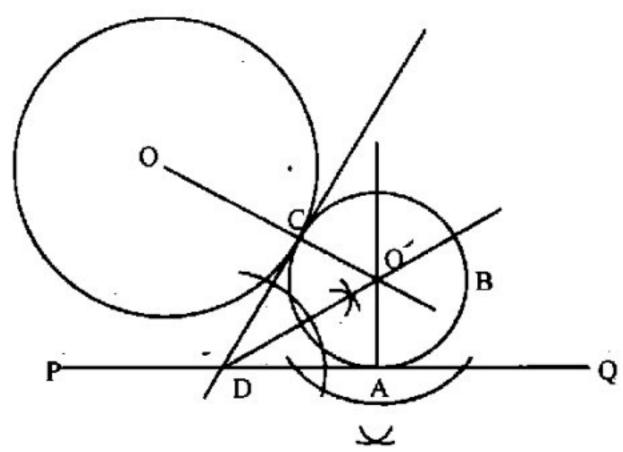
আবার, অঙ্কনানুসারে RQ = RC + CQ

কিন্তু, RC ও QC যথাক্রমে R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের এবং নির্দের বৃত্তের ব্যাসার্ধ। কাজেই নির্দের বৃত্তটি R কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুকে স্পর্শ করবে।

∴ Q কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত ।

# ১২. এমন একটি বৃত্ত অঞ্জন কর যা একটি নির্দিষ্ট সরদরেখাকে কোনো বিন্দৃতে এবং একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দৃতে স্পর্শ করে।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: এমন একটি বৃত্ত অভকন করতে হবে যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে কোনো বিন্দুতে এবং একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্ণ করে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, PQ একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি নির্দিষ্ট বৃত্তে C একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত অজ্ঞকন করতে হবে যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুতে ও PQ সরলরেখাকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

#### অক্সনের বিবরণ:

**ধাপ ১:** O, C যোগ করি।

ধাপ ২: C বিন্দুতে CD স্পর্শক অঞ্জন করি যা PQ কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩: ∠CDQ এর সম্বিখণ্ডক অভকন করি।

ধাপ 8: OC কে বর্ধিত করায় তা সমদ্বিখডককে 🖒 বিন্দুতে ছেদ করে।

**ধাপ ৫:** র্ত থেকে PQ এর ওপর র্ত্রনসম্ব আঁকি।

ধাপ ৬: এখন র্ত কে কেন্দ্র করে র্তA বা র্তC এর সমান ব্যাসার্থ নিয়ে
ABC বৃত্ত অঙ্কন করি।

তাহলে, ABC-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ: র্ত কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ র্ত্রে, PQ রেখার ওপর লয়। A বিন্দু PQ এর ওপর অবস্থিত বিন্দু।

অতএব, ABC বৃত্তটি A বিন্দুতে PQ রেখাকে স্পর্ণ করেছে।

আবার, C বিন্দু O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের পরিধিস্থ বিন্দু এবং ঐ বৃত্তের স্পর্শকের ওপর অবস্থিত। সূতরাং CO, DC রেখার ওপর লয়।

কিন্তু, ত্র্ বিন্দৃটি ∠CDQ এর সমন্বিখডকের ওপর অবস্থিত বলে DC ও DQ রেখান্বয় ত্র্হিত সমদূরবর্তী।

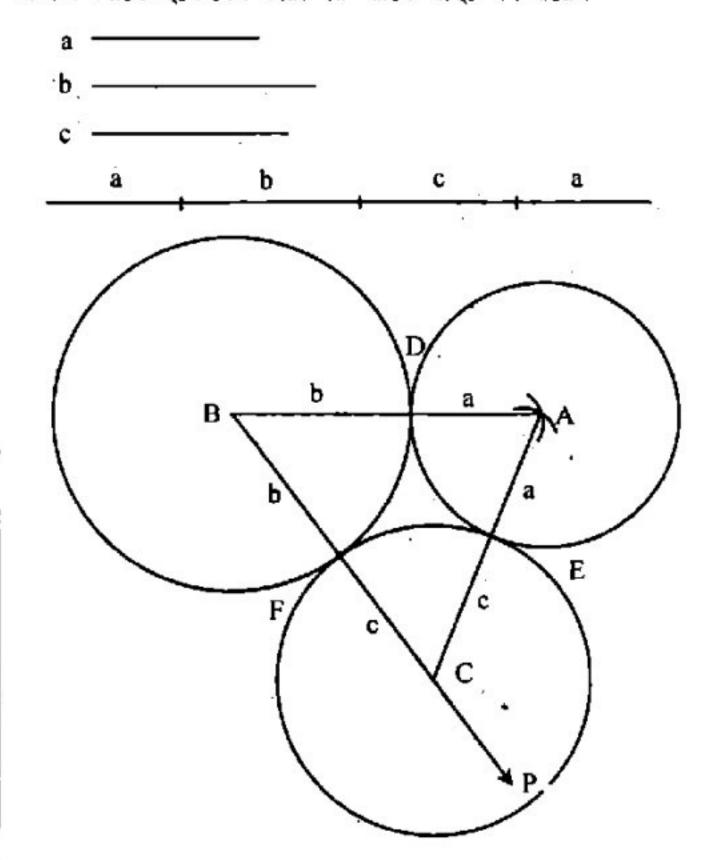
অর্থাৎ O'A = O'C ।

∴ O´ কে কেন্দ্র করে ÓA কা O´C এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অভিকত ABC বৃত্তটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে C বিন্দুতে এবং PQ কে A বিন্দুতে স্পর্শ করবে।

.. ABC-**ই** নির্পেয় বৃত্ত।

#### ১৩. ডিন্ন ডিন্ন ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এর্ণ তিনটি বৃত্ত আঁক যেন ভারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এরূপ তিনঁটি বৃত্ত অজ্ঞকন করতে হবে যেন তারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, a, b, c তিনটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। এই তিনটি রেখাংশ কে ব্যাসার্ধ হিসেবে নিয়ে এমন তিনটি বৃত্ত অজ্জন করতে হবে যারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্ণ করে।

#### अध्यक्तनत विवत्रण:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BP হতে (b + c) এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: B কে কেন্দ্র করে (b + a) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঞ্জন করি।

খাপ ৩: আবার, C কে কেন্দ্র করে (c + a) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরো একটি চাপ অজ্জন করি ।

**ধাপ ৪:** চাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দৃতে মিলিত হয়।

ধাপ ৫: A, B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a, b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে তিনটি বৃত্ত অজ্ঞকন করি।

ধাপ ৬: বৃক্তাুলি পরস্পরকে D, E ও F বিন্দুতে বহিঃস্থভাবে স্পর্ণ করে। সূতরাং উক্ত বৃত্ত তিনটিই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ: BC = b + c এবং BF = b, FC = c

∴ B ও C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় কেন্দ্রদয়ের সংযোজক রেখা BC এর ওপর F বিন্দৃতে পরস্পর স্পর্শ করে।

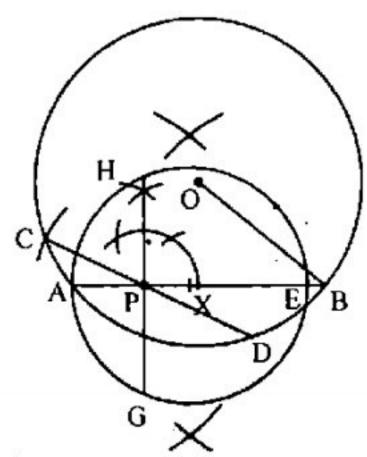
অনুরূপ, A ও B কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় D বিন্দৃতে এবং A ও C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় E বিন্দৃতে পরস্পারকে স্পর্ণ করে।

সূতরাং A, B ও C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তত্রয়ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

#### ১৪. O কেন্দ্রবিশিক কেন্দ্র বৃত্তের AB জ্যা-এর P মেকোনো বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অজ্জন করতে হবে মেন CP² = AP.OB হয়।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB জ্যা-এর P যেকোনো বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অভকন করতে হবে যেন CP<sup>2</sup> = AP.OB হয়।

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের AB জ্যা-এর উপর P যেকোনো একটি বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে যায এমন একটি জ্যা CD অজ্জন করতে হবে যেন CP<sup>2</sup> = AP.OB হয়।



#### অভ্যানের বিবরণ:

**ধাপ ১:** AB জ্যা এর বৃহত্তম খন্ড PB থেকে OB এর সমান করে PE অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: AE কে 🗙 বিন্দৃতে সমদ্বিখন্ডিত করি 🛚

ধাপ ৩: AE কে ব্যাস ধরে X কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি কৃত্ত অঞ্চন করি।

ধাপ 8: P বিন্দৃতে AB এর উপর লম্ম অঞ্জন করি যা X কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটিকে H ও G বিন্দৃতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: p বিন্দুকে কেন্দ্র করে PH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬: C, P যোগ করে বর্ধিত করি যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে CD ই উদ্দিষ্ট জ্যা।

প্রমাণ: X কেন্দ্রবিশিষ্ট AGEH বৃত্তে জ্যা AE ও জ্যা GH পরস্পর P বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করেছে।

সূত্রাং AP.PE = GP.PH

কিন্দু GP = PH [ $GH \perp AE$  বলে GH, P বিন্দুতে সমন্বিখন্ডিত হয়] PE = OB [অঞ্জনানুসারে]

অত্ত্ৰৰ AP.OB = PH2

আবার, PH = CP [অঞ্জনানুসারে]

 $CP^2 = AP.OB$ 

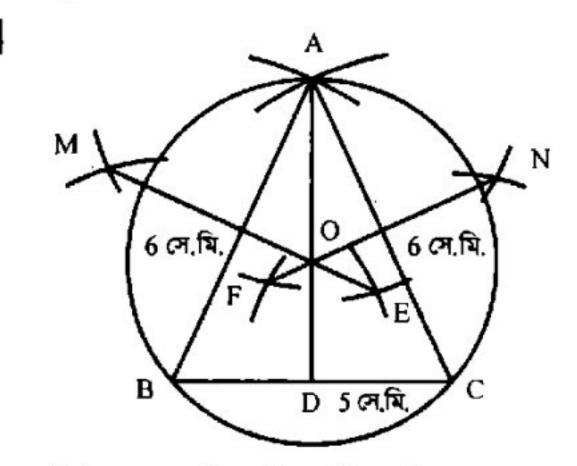
সুতরাং CD-ই নির্ণেয় জ্যা।



## অনুশীলনীর সৃজনশীল রচনামূলক প্রশু

ABC একটি সমদ্বিরাহ্ন ত্রিভূজ, যার ভূমি BC = 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুদ্বয় AB = AC = 6 সে.মি.।

ু য

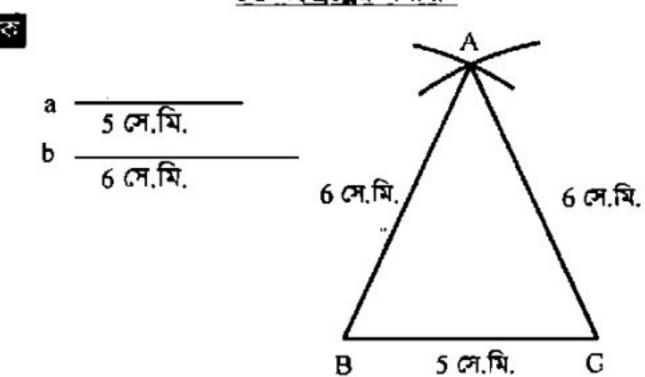


বিশেষ নির্বচন: ABC ত্রিভূজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভূজের তিনটি শীর্ষ A, B ও C দিয়ে যায়।

### প্রা ১১৫ সমধিবাহু ত্রিভূজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘা 6 সে.মি.।

- ক, গ্রিভুজটি অজ্ঞকন কর।
- ক্রিভুজটির পরিবৃত্ত অভকন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
- গ. এমন একটি বৃত্ত অঞ্জন কর যা পূর্বে অঞ্জিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু Q দিয়ে যায়।

#### ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান



#### অক্তনের বিবরণ:

ধার্ণ ): AB ও AC রেখাংশের লম্ম সমন্বিখন্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে 🔾 বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ২: A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই AABC এর নির্দেয় পরিবৃত্ত।

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয়: ABC ত্রিভূজের শীর্ষবিন্দু থেকে BC এর উপর AD **লম্ব আঁ**কি।

এখন, AABD-এ

 $AD^2 + BD^2 = AB^2$  [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, 
$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$
  
=  $6^2 - (2.5)^2$   
=  $36 - 6.25 = 29.75$ 

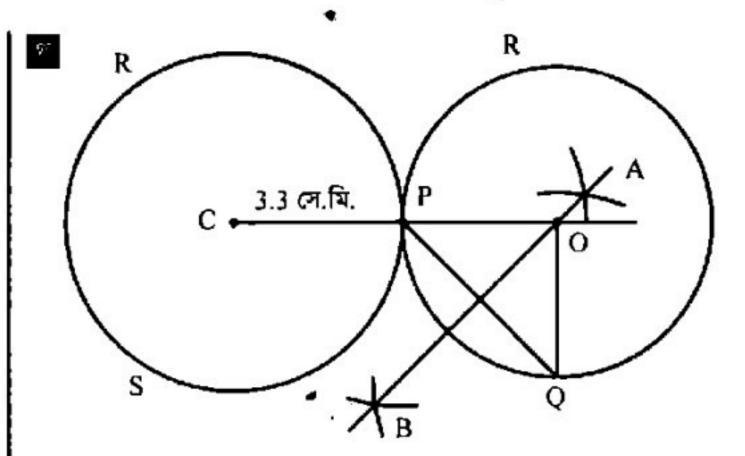
 $\therefore AD = 5.45$ 

ΔΑΒC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে,

AB. AC = 2R.AD ব্রুচ্ছ গুপ্তের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, R = 
$$\frac{36}{10.9}$$

∴ R = 3.3 সে.মি. (প্রায়)



'খ' থেকে পাই বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.3 সে.মি.।

#### ज्ञक्टनत्र विवत्रण:

ধাপ ১: 3.3 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে C কে কেন্দ্র করে PRS একটি বৃত্ত অঙকন করি। যার উপর P একটি বিন্দু।

থাপ ২: বৃত্তের বহিঃস্থ যেকোনো বিন্দু Q।

ধাপ ৩: P, Q যোগ করি এবং PQ এর লম্মদ্বিখডক AB অচ্চন করি।

ধাপ 8: C, P যোগ করে বর্ধিত করি। CP রেখার বর্ধিতাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

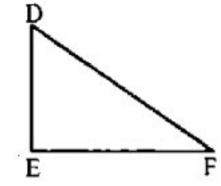
ধাপ ৫: O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

## মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশু

#### ★★★ 8.১ ত্রিভুজ সংক্রান্ত কতিপর সম্পাদ্য | Text পৃষ্ঠা-৮১

- ত্রিভূজের ভূমি ও ভূমি সংলগ্ন কোণ দেওয়া থাকলে প্রথমে একটি 📛 সরলরেখা থেকে ভূমির সমান অংশ কেটে নিয়ে তার এক প্রান্তে প্রদত্ত কোণের সমান কোণ আঁকতে হবে।
- ত্রিভূজ অজ্ঞানের পর তথ্য ও উপাত্ত অনুসারে চিত্র ঠিক আছে কিনা তা ভালোভাবে দেখে নিতে হবে।
- ত্রিভূজের তিনটি বাহু দেওয়া পাকলে দুইটি বাহুর যোগফল অবশ্যই তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হবে অন্যথায় ত্রিভুজঅঙ্কন সম্ভব নয়।

١.



#### DEF ত্রি**ভূজের শির:কোণ নিচের কোনটি?** (সহজ)

- ∠D
- ③ ∠E
- ③ ∠E A ∠E
- সমকোশী ব্রিভূজের শির:কোণ ১৩° হলে অপর কোণ কড ডিগ্রি হবে? (সহজ) (হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ)
  - 30
- € 40
- 60
- **®** 70
- ৩, সমন্বিবাহু ত্রিভূজের মেকোনো একটি কোণ 100° হলে অপর যেকোনো একটি কোপের মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)
  - ③ 30
- **③** 40
- To 50
- **100**
- সমবিবাহ্র সমকোণী ত্রিভুজের অভিভুজ সংলগ্ন কোণবয়ের অনুপাত নিচের কোনটি? (মধাম) বিদ্ধীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়
  - ® 181

€ 2:3

1:2

@ 2:8

- @ 2:1
- 2 3 3

4 8 3

- ৫, সমান বাহুর বর্ণের ও সমবাহ্র ব্রিভূজের পরিসীমার অনুপাত কতা (মধ্যম)
- শৃধু একটি বাহু দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা সম্ভবঃ (মধ্যম)
  - আয়তকেত্র
- तम्म

① 3:4

- পামাশ্র্রক
- সমবাহু ত্রিভূজ

- সমবাহ্র ব্রিভূজের থেকোনো বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণের
  - মান কড ডি**গ্রি?** (মধ্যম) [মভিঝিল সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা] € 180 . € 160 **120** ® 100
- ৮. x = 50° হলে ∠x এর পূরক কোপের অর্থেকের মান কত ডিগ্রি ? (সহজ) [বি কে জি দি সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ)
- **3** 20
- ① 130

0

0

- ABC সমবাহু ত্রিভূজের শির:কোণের সম্পূরক কোণের দুই ভৃতীয়াদের মান কড ডিগ্রি? (কঠিন) 0
  - 3 120
- **100**
- **1** 80
- © 60
- ১০, সরলকোণের এক তৃতীয়াশের মান কত ডিগ্রিণ (সহজ) 120 3
- € 90
- **1** 60

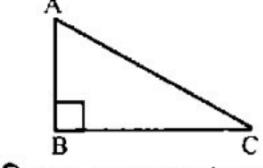
33.

٤٤.

0

0

0



ABC সমধিবাছ ত্রিভুজে ∠BAC এর পূরক কোপের মান কত ভিন্নি? (মধ্যম)

- 1 135
- 90
- **3** 45

50°

AB || CD **रूरण** ∠ACD **ध्वत्र मान क्**ण **फिट्टी**। (मधाम)

- € 30 40

ত্রিভূজের ডিন বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোশী **ত্ৰিভুজ জাঁকা সম্ভব**্য (সহজ)

- **③** 3, 4, 6 **④** 6, 8, 11 **⑨** 5, 7, 9 **⑤** 5, 12, 13
- **राणि:** 13² = 5² + 12²