

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী-১১.৩

অনুশীলনীটি পড়ে যা জানতে পারবে—

১. সরলরেখার ঢাল সম্পর্কে ধারণার ব্যাখ্যা।
২. সরলরেখার ঢাল নির্ণয়।



৭টি অনুশীলনীর প্রশ্ন।

৩৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ১৮টি সাধারণ বহুনির্বাচনি ■ ৮টি বহুপদী সমাপ্তিসূচক ■ ৯টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক
১১টি স্বজনশীল প্রশ্ন ■ ৯টি হ্যান্ডার ট্রেনিং প্রণীত ■ ২টি প্রশ্নব্যাংক



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. নিম্নোক্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(ক) A(5, -2) এবং B(2, 1)

(খ) A(3, 5) এবং B(-1, -1)

(গ) A(t, t) এবং B(t², t)

(ঘ) A(t, t+1) এবং B(3t, 5t+1)

সমাধান:

(ক) দেওয়া আছে, A(5, -2) এবং B(2, 1)

$$\begin{aligned} \therefore A \text{ ও } B \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল} &= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{1 - (-2)}{2 - 5} = \frac{3}{-3} \\ &= -1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(খ) দেওয়া আছে, A(3, 5) এবং B(-1, -1)

$$\begin{aligned} \therefore A \text{ ও } B \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল} &= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-1 - 5}{-1 - 3} = \frac{-6}{-4} \\ &= \frac{3}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(গ) দেওয়া আছে, A(t, t) এবং B(t², t)

$$\begin{aligned} \therefore A \text{ ও } B \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল} &= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{t - t}{t^2 - t} = 0 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(ঘ) দেওয়া আছে, A(t, t+1) ও B(3t, 5t+1)

$$\begin{aligned} \therefore A \text{ ও } B \text{ বিন্দুগামী সরল রেখার ঢাল} &= \frac{\text{ওঠা}}{\text{হাঁটা}} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{(5t+1) - (t+1)}{3t - t} \\ &= \frac{4t}{2t} = 2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

২. তিনটি ভিন্ন বিন্দু A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t) সমরেখ হলে t এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t)

$$\text{এখন, AB এর রেখার ঢাল} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{2 - t} = \frac{3}{2 - t}$$

$$\text{এবং BC রেখার ঢাল} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{t - 4}{1 - 2} = \frac{t - 4}{-1} = 4 - t$$

প্রশ্নানুসারে, A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

\therefore AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল

$$\text{বা, } \frac{3}{2 - t} = 4 - t$$

$$\text{বা, } (4 - t)(2 - t) = 3$$

$$\text{বা, } 8 - 4t - 2t + t^2 = 3$$

$$\text{বা, } t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$\text{বা, } t^2 - 5t - t + 5 = 0$$

$$\text{বা, } t(t - 5) - 1(t - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (t - 5)(t - 1) = 0$$

$$\text{হয় } t - 5 = 0 \text{ অথবা } t - 1 = 0$$

$$t - 1 \neq 0 \text{ [কারণ A ও C বিন্দু একই বিন্দু হবে]}$$

$$\therefore t = 5 \text{ (Ans.)}$$

বিকল্প সমাধান:

যেহেতু A(t, 1), B(2, 4) এবং C(1, t) বিন্দুত্রয় সমরেখ। সেহেতু বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শূন্য।

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} t & 2 & 1 & t \\ 1 & 4 & t & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } 4t + 2t + 1 - 2 - 4 - t^2 = 0$$

$$\text{বা, } 6t - 5 - t^2 = 0$$

$$\text{বা, } t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$\text{বা, } t^2 - 5t - t + 5 = 0$$

$$\text{বা, } t(t - 5) - 1(t - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (t - 5)(t - 1) = 0$$

$$\therefore t = 5 \text{ অথবা } 1$$

কিন্তু t = 1 হলে A ও C বিন্দু একই হয়।

$$\therefore t = 1 \text{ গ্রহণযোগ্য নহে।}$$

$$\therefore t = 5 \text{ (Ans.)}$$

৩. দেখাও যে, $A(0, -3)$, $B(4, -2)$ এবং $C(16, 1)$ বিন্দু তিনটি সমরেখ।

সমাধান: দেওয়া আছে, $A(0, -3)$, $B(4, -2)$ এবং $C(16, 1)$
 A , B , C বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি AB রেখার ঢাল ও BC রেখার ঢাল সমান হয়।

$$\text{এখানে, } AB \text{ রেখার ঢাল} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 + 3}{4 - 0} = \frac{1}{4}$$

$$\text{এবং } BC \text{ রেখার ঢাল} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 + 2}{16 - 4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

দেখা যাচ্ছে, AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল।

$\therefore A, B, C$ বিন্দু তিনটি সমরেখ। (দেখানো হলো)

বিকল্প সমাধান:

দেওয়া আছে, $A(0, -3)$, $B(4, -2)$ এবং $C(16, 1)$

ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 4 & 16 & 0 \\ -3 & -2 & 1 & -3 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (0 + 4 - 48 + 12 + 32 - 0) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (48 - 48) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 0 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 0 \text{ বর্গ একক}$$

\therefore প্রদত্ত বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শূন্য।

সুতরাং প্রদত্ত A, B ও C বিন্দু তিনটি সমরেখ। (দেখানো হলো)

৪. $A(1, -1)$, $B(t, 2)$ এবং $C(t^2, t+3)$ সমরেখ হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $A(1, -1)$, $B(t, 2)$ এবং $C(t^2, t+3)$

$$\text{এখানে, } AB \text{ রেখার ঢাল} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 + 1}{t - 1} = \frac{3}{t - 1}$$

$$\text{এবং } BC \text{ রেখার ঢাল} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{t + 3 - 2}{t^2 - t} = \frac{t + 1}{t(t - 1)}$$

এখন A, B, C সমরেখ হলে,

AB রেখার ঢাল = BC রেখার ঢাল

$$\text{বা, } \frac{3}{t - 1} = \frac{t + 1}{t(t - 1)}$$

$$\text{বা, } 3t(t - 1) = (t - 1)(t + 1)$$

$$\text{বা, } 3t(t - 1) - (t - 1)(t + 1) = 0$$

$$\text{বা, } (t - 1)(3t - t - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (t - 1)(2t - 1) = 0$$

$$\therefore t = 1, \frac{1}{2}$$

\therefore সম্ভাব্য মানসমূহ $1, \frac{1}{2}$ (Ans.)

বিকল্প সমাধান: প্রদত্ত, $A(1, -1)$, $B(t, 2)$ এবং $C(t^2, t+3)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ।

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল শূন্য হবে।

$$\text{অর্থাৎ } \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & t & t^2 & 1 \\ -1 & 2 & t+3 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{বা, } 2 + t(t + 3) - t^2 + t - 2t^2 - (t^2 + 3) = 0$$

$$\text{বা, } 2 + t^2 + 3t - t^2 + t - 2t^2 - t - 3 = 0$$

$$\text{বা, } -1 + 3t - 2t^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2t^2 - 2t - t + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2t(t - 1) - 1(t - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (t - 1)(2t - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } t - 1 = 0 \text{ অথবা } 2t - 1 = 0$$

$$t = 1 \quad t = \frac{1}{2}$$

t এর সম্ভাব্য মানসমূহ $1, \frac{1}{2}$ (Ans.)

৫. $A(3, 3p)$ এবং $B(4, p^2 + 1)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল -1 হলে p এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $A(3, 3p)$ এবং $B(4, p^2 + 1)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{p^2 + 1 - 3p}{4 - 3} = p^2 - 3p + 1$$

প্রশ্নানুসারে,

$$p^2 - 3p + 1 = -1$$

$$\text{বা, } p^2 - 3p + 2 = 0$$

$$\text{বা, } p^2 - 2p - p + 2 = 0$$

$$\text{বা, } p(p - 2) - 1(p - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (p - 2)(p - 1) = 0$$

$$\therefore p = 2, 1$$

$\therefore p$ এর মান $2, 1$ (Ans.)

৬. প্রমাণ কর যে, $A(a, 0)$, $B(0, b)$ এবং $C(1, 1)$ সমরেখ হবে, যদি

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{ হয়।}$$

সমাধান: দেওয়া আছে, $A(a, 0)$, $B(0, b)$ এবং $C(1, 1)$

যেহেতু বিন্দুত্রয় সমরেখ। অতএব,

AB এর ঢাল = BC এর ঢাল

$$\therefore \frac{b - 0}{0 - a} = \frac{1 - b}{1 - 0}$$

$$\text{বা, } \frac{b}{-a} = \frac{1 - b}{1}$$

$$\text{বা, } b = -a + ab$$

$$\text{বা, } ab = a + b$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \text{ [উভয়পক্ষে } ab \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

বিকল্প সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ বা, $ab = a + b$

$$\therefore ab - b - a = 0$$

প্রদত্ত $A(a, 0)$, $B(0, b)$ এবং $C(1, 1)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & 0 & 1 & a \\ 0 & b & 1 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (ab + 0 + 0 - 0 - b - a) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (ab - b - a) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 0 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 0 \text{ বর্গ একক}$$

\therefore প্রদত্ত বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য।

সুতরাং $A(a, 0)$, $B(0, b)$ এবং $C(1, 1)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ।

(প্রমাণিত)

৭. $A(a, b)$, $B(b, a)$ এবং $C(\frac{1}{a}, \frac{1}{b})$ সমরেখ হলে প্রমাণ কর যে,
 $a + b = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, $A(a, b)$, $B(b, a)$ এবং $C(\frac{1}{a}, \frac{1}{b})$

$$AB \text{ রেখার ঢাল} = \frac{a-b}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)} = -1$$

$$\text{এবং } BC \text{ রেখার ঢাল} = \frac{\frac{1}{b}-a}{\frac{1}{a}-b} = \frac{\frac{1-ab}{b}}{\frac{1-ab}{a}} = \frac{1-ab}{b} \times \frac{a}{1-ab} = \frac{a}{b}$$

$$= \frac{1-ab}{b} \times \frac{a}{1-ab} = \frac{a}{b}$$

এখন A, B, C সমরেখ হলে,

AB রেখার ঢাল $= BC$ রেখার ঢাল

$$\text{বা, } -1 = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } a = -b$$

$$\therefore a + b = 0$$

$\therefore A, B, C$ সমরেখ হলে $a + b = 0$ (প্রমাণিত)



মাস্টার ট্রেনার প্রণীত সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

*** ১১.৪ সরলরেখার ঢাল | Text পৃষ্ঠা-২৪৪

- কোনো সরলরেখা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্টকে রেখাটির ঢাল বলে।
- একটি সরলরেখা AB যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন তার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- ঢাল ধনাত্মক হলে রেখা দ্বারা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ সূক্ষ্মকোণ এবং ঋণাত্মক হলে রেখা দ্বারা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ একটি স্থূলকোণ।
- উৎপন্ন কোণ শূন্য বা সমকোণ হলে ঢাল নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

১. বীজগণিতে দুই চলকের একসাথে সমীকরণ কী নির্দেশ করে? (সহজ)

- (ক) বৃত্ত (খ) বক্ররেখা
(গ) সরলরেখা (ঘ) বিন্দু

২. কোনো সরলরেখা দ্বারা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে ঢাল m এর জন্য নিচের কোনটি সত্য? (সহজ)

- (ক) $m = \tan 30^\circ$ (খ) $30^\circ = \tan m$
(গ) $m = \frac{1}{\tan 30^\circ}$ (ঘ) $m = \cot 30^\circ$

৩. $A(2, 3)$ ও $B(3, 6)$ হলে AB রেখার ঢাল কত? (মধ্যম)
 [যশোর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, যশোর]

- (ক) -3 (খ) -1 (গ) 1 (ঘ) 3

☞ ব্যাখ্যা: $m = \frac{6-3}{3-2} = \frac{3}{1} = 3$

৪. $A(1, -1)$ ও $C(4, t)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত সরল রেখার ঢাল 3 হলে $t = ?$ (মধ্যম)

- (ক) 6 (খ) 8 (গ) 9 (ঘ) 10

☞ ব্যাখ্যা: $\frac{t+1}{4-1} = 3$ বা, $\frac{t+1}{3} = 3$ বা, $t+1 = 9$ বা, $t = 8$.

৫. AB রেখা দ্বারা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ সূক্ষ্মকোণ হলে ঢালের প্রকৃতি কিরূপ? (সহজ)

- (ক) ধনাত্মক (খ) ঋণাত্মক (গ) শূন্য (ঘ) অবাস্তব

৬. CD সরলরেখার ঢাল ঋণাত্মক হলে রেখাটি x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কোন ধরনের কোণ উৎপন্ন করে? (সহজ)

- (ক) সূক্ষ্মকোণ (খ) সমকোণ
(গ) স্থূলকোণ (ঘ) সরলকোণ

৭. $A(2, 2)$ ও $C(2, 7)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল কত? (কঠিন)

- (ক) -1 (খ) 0 (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) অনির্ণয়

☞ ব্যাখ্যা: $m = \frac{7-2}{2-2} = \frac{5}{0}$ = অনির্ণয়।

৮. দুটি বিন্দুর ভূজদ্বয় সমান হলে, তাদের সংযোগ রেখা x -অক্ষের সাথে যে কোণ তৈরি করে তার পরিমাপ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

- (ক) 0 (খ) 45 (গ) 90 (ঘ) 180

☞ ব্যাখ্যা: ভূজদ্বয় সমান হলে রেখাটি y -অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x -অক্ষের উপর লম্ব।

৯. $(3, 8)$ এবং $(7, p)$ বিন্দুর সংযোগ রেখার ঢাল -3 হলে p এর মান কত? (কঠিন)

- (ক) -4 (খ) -1 (গ) 2 (ঘ) 4

☞ ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -3$ বা, $\frac{p-8}{7-3} = -3$

বা, $p-8 = -12$ $\therefore p = -4$

১০. $(a, 1)$ এবং $(-1, a)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল 3 হলে a এর মান কত? (কঠিন)

- (ক) 3 (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $-\frac{1}{2}$ (ঘ) -2

☞ ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ বা, $\frac{a-1}{-1-a} = 3$

বা, $a-1 = -3-3a$

বা, $4a = -3+1 = -2$ $\therefore a = -\frac{1}{2}$

১১. $A(t, t+1)$ এবং $B(3t, 5t+1)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল কত? (কঠিন)

- (ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 5

☞ ব্যাখ্যা: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5t+1-t-1}{3t-t} = \frac{4t}{2t} = 2$

১২. $A(2, 3)$ ও $B(6, 7)$ বিন্দু দিয়ে গমনকারী সরল রেখার ঢাল কত? (সহজ)

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

☞ ব্যাখ্যা: $m = \frac{7-3}{6-2} = \frac{4}{4} = 1$.

১৩. একটি সরলরেখা অঙ্কন করতে সর্বনিম্ন কয়টি বিন্দু প্রয়োজন? (সহজ)

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

১৪. একটি সরলরেখা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ তৈরি করলে সরলরেখার ঢাল $m =$ কত? (সহজ)

- (ক) $\tan \theta$ (খ) $\cot \theta$ (গ) $\sin \theta$ (ঘ) $\cos \theta$

১৫. একটি সরলরেখার ঢাল ঋণাত্মক হলে x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ কিরূপ? (সহজ)

- (ক) সূক্ষ্মকোণ (খ) স্থূলকোণ
(গ) সমকোণ (ঘ) প্রক কোণ