

Orneklem Buyuklugu

Bir arastirmaci n bagimsiz deney baz alinarak elde edilen binom parametresi p 'yi tahmin etmek istiyor, fakat kac tane n kullanmasi gerektigini bilmiyor. Tabii ki daha buyuk n degerleri daha iyi sonuclar verecektir, her deneyin bir masrafi vardir. Bu iki gereklilik nasil birbiri ile uzlastirilir?

Yeterli olacak en az kesinligi, duyarlilik (precision) bulmak icin Z transformasyonu kullanilabilir belki. Diyelim ki p icin maksimum olurluk tahmini olan X/n 'in en azindan $100(1 - \alpha)\%$ olasilikta p 'nin d kadar yakininda olmasini istiyoruz. O zaman alttaki denklemi tatmin eden en ufak n 'i buldugumuz anda problemimizi cozduk demektir,

$$P\left(-d \leq \frac{X}{n} - p \leq d\right) = 1 - \alpha$$

Tahmin edici X/n 'nin kendisi de bir rasgele degiskendir. Bu degisken normal olarak dagilmistir, cunku X Binom olarak dagilmis ise, bu dagilim ayri Bernoulli'lerin toplamina esittir. Toplamin aritmetik ortalamasi ise Merkezi Limit Kanunu'na gore normal'e yaklasir. O zaman, standardize etmek icin X/n 'i standart sapmaya bolmek gerekir.

$$\text{Var}(X/n) = \frac{1}{n^2} \text{Var}(X) = \frac{1}{n^2} np(1-p) = \frac{1}{n} p(1-p)$$

cunku Binom dagilimlar icin $\text{Var}(X) = np(1-p)$. Standart sapma ustteki ifadenin karekoku, yani

$$\text{Std}(X/n) = \sqrt{\frac{1}{n} np(1-p)}$$