

Cok Degiskenli Calculus - Ders 11

Onceki derste cok degiskenli fonksiyonlari min, maks uzerinden inceledik. Bu derste bu tur fonksiyonlari herhangi bir yondeki varyasyonunu nasil hesaplayacagimizi gorecegiz. Bunu yapabilmek icin daha fazla kavramsal araclara ihtiyacimiz var.

Bugunku konumuz diferansiyeller.

Diferansiyeller

Tek degiskenli Calculus'tan dolayli (implicit) diferansiyel almayi biliyoruz herhalde. Mesela elimizde

$$y = f(x)$$

var. Dolayli turevler ile x uzerindeki sonsuz kucuk bir degisimi y uzerindeki sonsuz kucuk bir degisime baglayabiliyoruz.

$$dy = f'(x)dx$$

Ornek

$$y = \sin^{-1}(x)$$

Bu formulun turevini bulmak icin, soyle bir zincir takip edebiliriz. Usttekinen tersten bakalim

$$x = \sin(y)$$

O zaman

$$dx = \cos(y)dy$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos(y)} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Esitligin sag tarafini nasil elde ettik? Hatirlayalim

$$\cos^2(y) + \sin^2(y) = 1$$

$$\cos(y) = \sqrt{1 - \sin^2 y}$$

$\sin^2(y)$ nedir?

$$y = \sin^{-1}(x)$$

$$\sin(y) = \sin(\sin^{-1}(x))$$

Ters sinus fonksiyonunun sinusu alinirsa, geriye sadece x kalir.

$$\sin(y) = x$$

O zaman

$$\cos(y) = \sqrt{1 - x^2}$$

Iste bu tur dy, dx iceren formulleri kullanacagiz, bu derste cok degiskenli ortamda bunu yapacagiz.

Tam Diferansiyeller

Eger $f(x, y, z)$ varsa,

$$df = f_x dx + f_y dy + f_z dz$$

Diger notasyonla

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

Bu formulun hesapladigi nedir? Elde edilen bir sayi, matris, vektor degildir. Bu degisik turden bir nesne ve bu nesneleri manipule etmenin, kullanmanin kendine has kurallari var. Onlari nasil kullanacagimizi ogrenmemiz gerekiyor.

Onlari nasil irdellemek gerekir? Bunu cevaplayabilmek icin onlari nasil “gormememiz” gerektigini anlamamiz lazim.

Onemli

df ile Δf farkli seylerdir.

Bir kere Δf bir sayidir, onu hesaplamak icin $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, vs.. gibi sayilar kullaniriz. Kiyasla df bir sayi degildir, onu gostermenin tek yolu diger diferansiyeller uzerindendir.