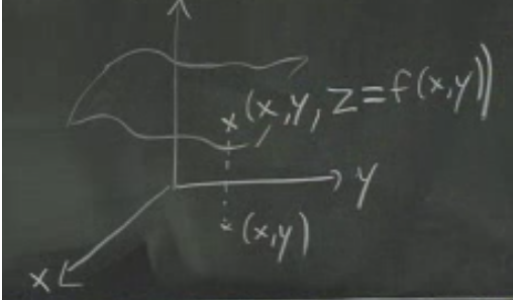


MIT OCW Çok Degiskenli Calculus - Ders 8

İki degiskenli bir fonksiyonu grafiklemek (plot) için

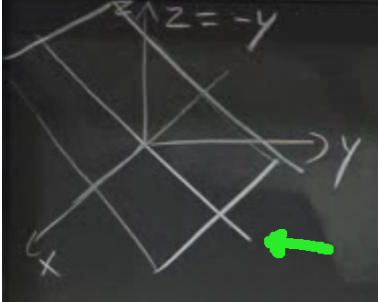


x, y degerlerine tekabül eden $f(x, y)$ 'yi, z eksenini uzerindeki yukseklik olarak kabul ederiz, ve oraya bir nokta koyariz. Tum x, y 'ler için bu yapilrsa bir yuzey ortaya cikar. Dikkat 3 boyutlu bir sekil gorulecektir, fakat ici dolu degildir, fonksiyon sadece yuzeydedir.

Ornek

$$f(x, y) = -y$$

2 degiskenli de olsa illa her iki degisken fonksiyonda kullanilmali diye bir sart yok. Bu formül bir düzlem tanımlar.



Hoca çizmek için önce yeşil okun gösterdiği çizgiden başladı, ki bu çizgi $z = -y$, -1 eğimi olan bir çizgi. x tanımlı olmadığina göre bu çizgi her x için geçerli olmalı, ve üstteki düzlem ortaya çıkıyor. x -ekseni bu düzlemin içinden geçiyor.

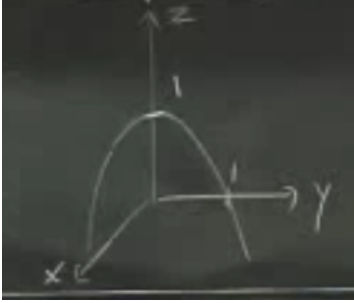
Ornek

$$f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$$

Grafiği anlamak için yz düzleminde neler oluyor onu anlamaya uğrasalım. Sadece yz düzlemine bakmak demek, $x = 0$ kabul etmek demektir, o zaman geri kalanlar

$$z = 1 - y^2$$

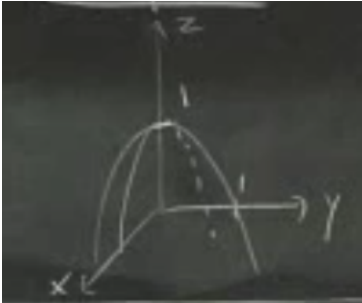
bir parabolü tanımlar.



Peki xz düzleminde neler olur?

$$z = 1 - x^2$$

yine aşağı doğru bir parabol.

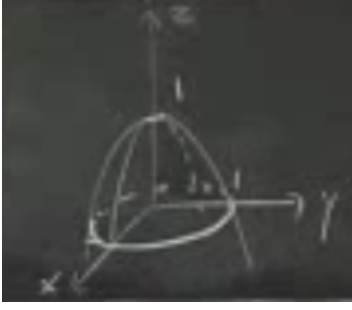


xy düzlemiyle nerede kesişim olur? $z = 0$ ise,

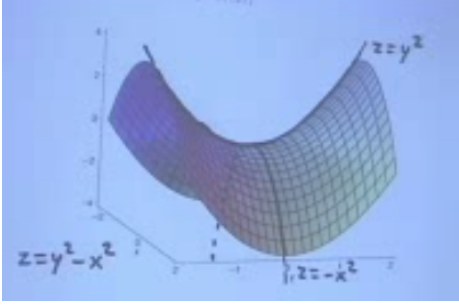
$$1 - x^2 - y^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

Bu birim yarıçaplı olan bir dardir (unit circle).



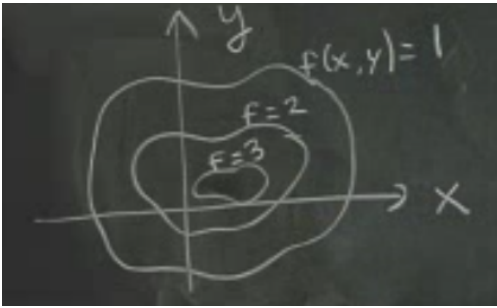
İlginc bir diğer fonksiyon



Bir at egerine (saddle) benziyor, yz düzleminde bakılınca yukarı giden bir parabol $z = y^2$, ama xz düzleminde aşağı dönük bir parabol, $z = -x^2$.

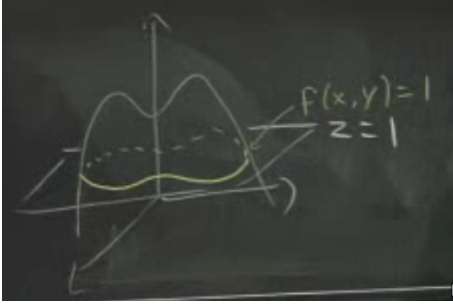
Kontur Grafikleri (Contour Plot)

2 değişkenli fonksiyonları çizmenin bir diğer yolu onun konturlarını çizmektir. Konturlar yeryüzünü resmetmek için kullanılan haritalara benzerler, 3 boyutlu şekillerin yassılaştırılarak, sadece üstten görünüşlerini gösteren grafikleme şekilleridirler.



Bir kontur grafiği üzerindeki çizgilerin her biri, bir yüksekliğe (elevation) tek-

abul eder. Mesela $f(x, y) = 1$ esitligi icin olan tum x, y noktaları ustte en distaki kapali egridir, $f = 2$, $f = 3$, vs ayni sekilde. 3 boyutlu “normal” bir grafikte yukseklik olarak (3. boyut) temsil edilen degerler yassilastirilarak onlarin ustten gorunusu resmedilir. Ayrica bir z “sabitlenerek” ona tekabul eden x, y grafiklenir (bu sabit degerler cogunlukla duzenli araliklarla olacak sekilde secilir, 1,2,3,4,vs gibi), 3 boyutlu bir resimde tum z degerleri grafiklenir. Farkliliklar bunlardir. Konturlar kullanarak 3 boyutlu bir fonksiyonu iki boyutta kismen temsil edebilmis oluruz. 3 boyutlu fonksiyon ve $z = 1$ anindaki bir kesit ornegi alttadir.



Bu teknige “seviye egrileri (level curve)” ismi de verilir. $z = 1$ seviyesinde kesit yapilınca o kesit uzerinde bir egri olusur, diger seviyelerde de kesitler yapilabilir, vs.