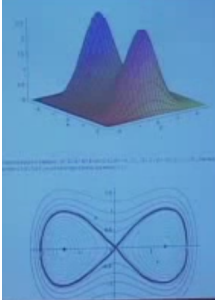


MIT OCW Çok Degiskenli Calculus - Ders 10

Bugunku konumuz kritik noktaların minima mı, maksima mı, yoksa eğer noktasi mı olduğunu anlama teknikleri. Kritik noktalar kısmi türevlerin hepsinin sıfır olduğu noktadır, mesela 2 değişkenli fonksiyon için $f_x = 0$, $f_y = 0$ olmasıdır.

3 değişik kritik nokta cesidi gördük, lokal minima, lokal maksima, ve eğer (saddle) noktaları.

Bir fonksiyonun birden fazla kritik noktasi olabilir. Mesela şöyle bir fonksiyon



Soru: Bir kritik noktaya bakarken, hangi kategoriye ait olduğunu nasıl anlayacağız? Bir diğer soru, global (lokal olmayan) minimum ve maksimum noktalarını nasıl buluruz? Üstteki resimdeki fonksiyonda iki lokal maksimum var. Her ikisini de deneyebiliriz, hangisi daha yüksek ise onu alırız. Diğer yandan, bu fonksiyonun minimumu herhangi bir “noktada” değil, maksimumdan uzakta, fonksiyonun en dış yerlerinde, sonsuzlukta.

Yani global minimum ve maksimum illa bir noktada olmayabilir, sonsuzlukta olabilir, o zaman bu koşulu test etmeliyiz, fonksiyonumuzun sonsuzluga giderken nasıl davrandığını anlamalıyız.

Birinci soruyu cevaplayalım

İkinci Türev Testi

$$w = ax^2 + bxy + cy^2$$

Bu fonksiyonun kritik noktasi orijinde. Eğer türevleri alırsak, ve sıfıra eşitlersek, sonuç $x, y = 0$ çıkar. Aynı şekilde eğer w 'nin lineer yaklaşıksallaşmasını yapsaydık eşitlik sağındaki bütün terimlerin x, y küçük iken x, y 'den küçük olduğunu görürüz, o zaman grafiğin tegeti $w = 0$ noktasındadır. Eğer

orijinden ufak bir adım atarsak, o adımların fonksiyon üzerindeki etkisi kare alma operasyonu yüzünden daha küçülür ($0.001^2 = 0.00001$ mesela). Herhangi bir noktadaki eğim fonksiyon / değişkenlerdeki artış olduğuna göre, orijine yakın olan eğim yukarı doğru neredeyse yok gibidir.

Örnek

$$w = x^2 + 2xy + 3y^2$$

Üstteki formülü şu şekilde dönüştürürsek

$$w = (x + y)^2 + 2y^2$$

Üstte iki karenin toplamı var, karelerin ikisi de negatif olamaz, o zaman minimum'un orijin olması gerekir (negatiflesmeden olabilecek en küçük değer oradadır).

Birazdan göreceğiz ki üstteki kare tamamlama (completing the square) yöntemini a, b, c katsayılarını içeren genel durum için de kullanabiliriz.