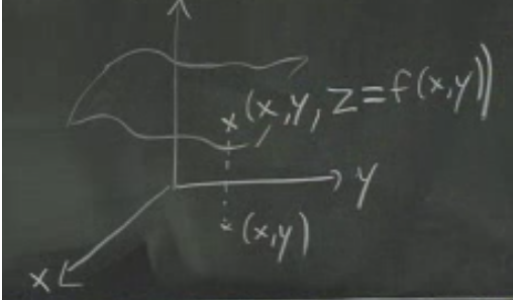


MIT OCW Çok Degiskenli Calculus - Ders 8

İki degiskenli bir fonksiyonu grafiklemek (plot) için

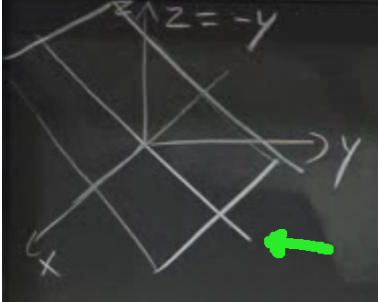


x, y degerlerine tekabül eden $f(x, y)$ 'yi, z eksenini uzerindeki yukseklik olarak kabul ederiz, ve oraya bir nokta koyariz. Tum x, y 'ler için bu yapilrsa bir yuzey ortaya cikar. Dikkat 3 boyutlu bir sekil gorulecektir, fakat ici dolu degildir, fonksiyon sadece yuzeydedir.

Ornek

$$f(x, y) = -y$$

2 degiskenli de olsa illa her iki degisken fonksiyonda kullanilmali diye bir sart yok. Bu formül bir düzlem tanımlar.



Hoca çizmek için önce yeşil okun gösterdiği çizgiden başladı, ki bu çizgi $z = -y$, -1 eğimi olan bir çizgi. x tanımlı olmadığina göre bu çizgi her x için geçerli olmalı, ve üstteki düzlem ortaya çıkıyor. x -ekseni bu düzlemin içinden geçiyor.

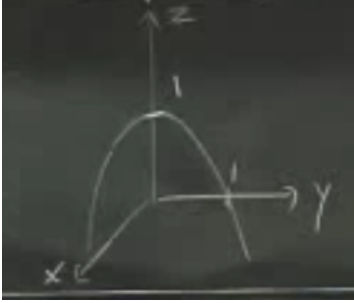
Ornek

$$f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$$

Grafiği anlamak için yz düzleminde neler oluyor onu anlamaya uğrasalım. Sadece yz düzlemine bakmak demek, $x = 0$ kabul etmek demektir, o zaman geri kalanlar

$$z = 1 - y^2$$

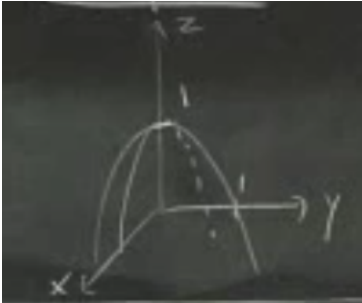
bir parabolü tanımlar.



Peki xz düzleminde neler olur?

$$z = 1 - x^2$$

yine aşağı doğru bir parabol.

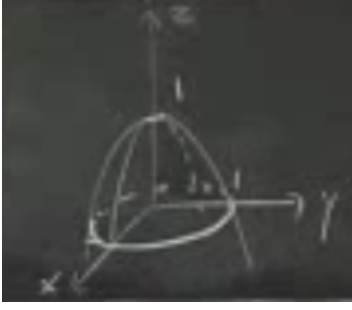


xy düzlemiyle nerede kesişim olur? $z = 0$ ise,

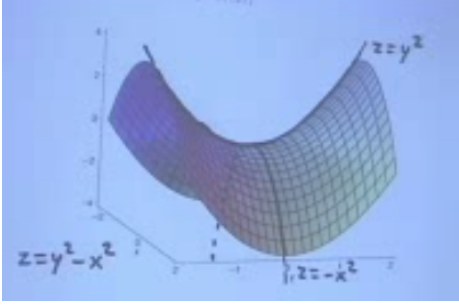
$$1 - x^2 - y^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

Bu birim yarıçaplı olan bir dardır (unit circle).



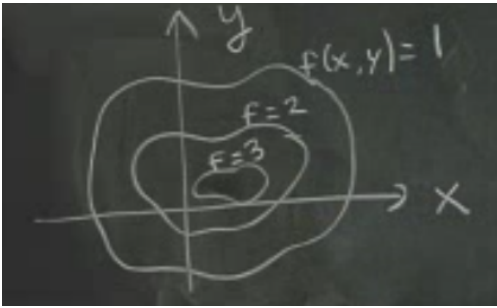
İlginc bir diğer fonksiyon



Bir at egerine (saddle) benziyor, yz düzleminde bakılınca yukarı giden bir parabol $z = y^2$, ama xz düzleminde aşağı dönük bir parabol, $z = -x^2$.

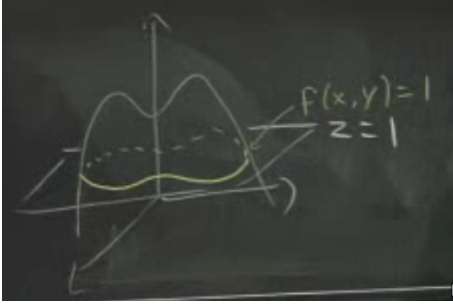
Kontur Grafikleri (Contour Plot)

2 değişkenli fonksiyonları çizmenin bir diğer yolu onun konturlarını çizmektir. Konturlar yeryüzünü resmetmek için kullanılan haritalara benzerler, 3 boyutlu şekillerin yassılaştırılarak, sadece üstten görünüşlerini gösteren grafikleme şekilleridirler.



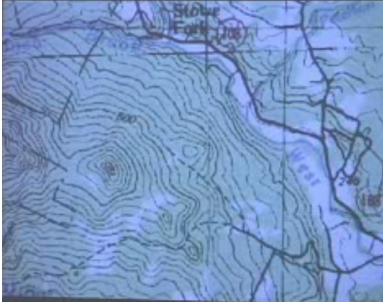
Bir kontur grafiği üzerindeki çizgilerin her biri, bir yüksekliğe (elevation) tek-

abul eder. Mesela $f(x, y) = 1$ esitligi icin olan tum x, y noktaları ustte en distaki kapali egridir, $f = 2$, $f = 3$, vs ayni sekilde. 3 boyutlu “normal” bir grafikte yukseklik olarak (3. boyut) temsil edilen degerler yassilastirilarak onlarin ustten gorunusu resmedilir. Ayrica bir z “sabitlenerek” ona tekabul eden x, y grafiklenir (bu sabit degerler cogunlukla duzenli araliklarla olacak sekilde secilir, 1,2,3,4,vs gibi), 3 boyutlu bir resimde tum z degerleri grafiklenir. Farkliliklar bunlardir. Konturlar kullanarak 3 boyutlu bir fonksiyonu iki boyutta kismen temsil edebiliris oluru. 3 boyutlu fonksiyon ve $z = 1$ anindaki bir kesit ornegi alttadir.



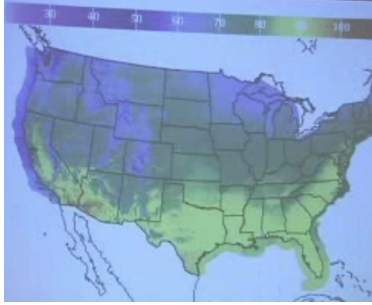
Bu teknige “seviye egrileri (level curve)” ismi de verilir. $z = 1$ seviyesinde kesit yapilınca o kesit uzerinde bir egr i olusur, diger seviyelerde de kesitler yapilabilir, vs.

Bir topografik harita da aslında bir kontur grafigidir. Mesela alttaki harita ABD Jeolojik Olcumler (US Geological Survey) haritalarindan biri



Mesela 500 yazan bir cizgi var, bu yuksekligi gosteriyor. Eger o yukseklikte kalmak istersek, hep o cizgi uzerinde yuruyebilirdik, ve hic yukari ya da asagi gitmemis olurduk. Eger cizgiler arasinda gidip gelirsek, o zaman yukseklik degisimi yapmis olurduk.

Tabii kontur grafiklerinin illa bir coğrafi yüksekliği temsil etmesi gerekmez. Mesela alttaki grafik ABD haritasında herhangi kaç derece sıcaklık olduğunu bölgesel olarak gösteriyor.



Renkler belli sıcaklıkları temsil ediyorlar, ve renkler arasında bazı sınırlar var. Bu grafik te bir kontur grafiğidir.

Örnek

$$f(x, y) = -y$$

Konturlar neye benzer?

