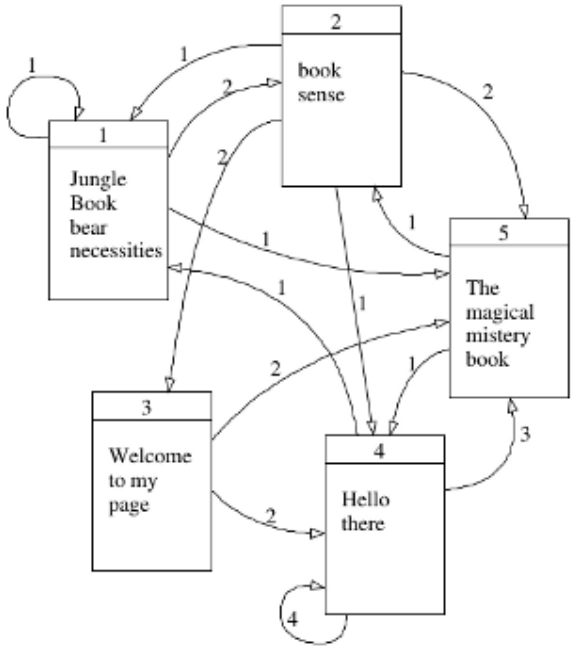
Google Nasil Isler?

Google arama motoruna bir kelime yazdigimizda geri gelen sonuclar nasil kararlastirilir? Ilk akla gelen yontem tabii ki Web'deki tum sayfalarin (milyarlarca sayfa) sayfalar uzerindeki kelimelerin o sayfa ile iliskilendirilmesi ve arama yapilinca kelimeye gore sayfa geri getirilmesi. Mesela alttaki ornekte "book (kitap)" yazinca geriye 1., 2. ve 5. sayfalar geri gelecek. Fakat hangi sirada? Bu sayfalardan hangisi digerlerinden daha onemli?



Google'in arama motorlarina getirdigi en buyuk yeniliklerden biri PageRank algoritmasidir. Bu algoritmanin temelinde daha fazla referans edilen sayfalar daha ustte cikmasi yatar. Hatta o referans eden sayfalarin kendilerine daha fazla referans var ise bu etki ta en sondaki sayfaya kadar yansitilir, hatta bu zincir bastan sona her seviyede hesaplanabilir. Peki bu nasil gerceklestirilir?

PageRank Web sayfalarini bir Markov Zincir olarak gorur. Markov Zincirleri seri halindeki $X_n, n = 0, 1, 2, ..$ rasgele degiskenini modeller ve bu degiskenler belli sayidaki konumlarin birinde olabilirler. Mesela konumlari bir dogal sayi ile ilintilendirirsek $X_n = i$ olabilir ki $i = \{0, 1, ..\}$ diye kabul edelim.

Markov Zincirlerinde (MZ) i konumundan j konumuna gecis olasiligini, P_{ij}, biliriz ve bu $P(X_{n+1} = j|X_n = i)$ olarak acilabilir. Acilimdan gorulecegi uzere bir MZ sonraki adima gecis olasiligi icin sadece bir onceki adima bakar. Bu tur once/sonra yapisindaki iki boyutlu hal, cok rahat bir sekilde matrisina cevirilebilir / gosterilebilir. Onceki konum satirlar, sonraki konum kolonlar olarak betimlenir mesela.

Ornek

Bir sonraki gunde yagmur yagmayacagini bir MZ olarak tasarlayalim. Bir sonraki gunde yagmur yagmayacagini sadece bugun etkiliyor olsun. Eger bugun yagmur

yagiyorsa yarin yagmur yagmasi 0.7, eger bugun yagmiyor ise yarin yagmasi 0.4. MZ soyle

$$P = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

Gecis olasiliklarindan bahsettigimize gore ve elimizde sinirli / belli sayida konum var ise, bir MZ'nin her satirindaki olasiliklarin toplami tabii ki 1'e esit olmalidir.

MZ'lerin ilginc bir ozelligi n adim sonra i, j gecisinin P^n hesabiyla yapilabilmesidir. Yani P'yi n defa kendisiyle carpip i, j kordinatina bakarsak n adim sonrasini rahatca gorebiliriz. Bunun ispatini burada vermeyecegiz.

Mesela ustteki ornekte, eger bugun yagmur yagiyorsa 4 gun sonra yagmur yagma olasiligi nedir?

```
import numpy.linalg as lin
P = np.array([[0.7,0.3],[0.4,0.6]])
P4 = lin.matrix_power(P,4)
print P4
```

```
[[ 0.5749  0.4251]
 [ 0.5668  0.4332]]
```

Aradigimiz gecis icin kordinat 0,0'a bakiyoruz ve sonuc 0.5749. Numpy `matrix_power` bir matrisi istedigimiz kadar kendisiyle carpmamizi sagliyor.

```
K = 4

T = [[1./4, 2./4, 0, 0, 1./4],
     [1./6, 0, 2./6, 1./6, 2./6],
     [0, 0, 0, 2./4, 2./4],
     [1./8, 0, 0, 4./8, 3./8],
     [0, 1./2, 0, 1./2, 0]]

T = np.array(T)
print T
```

```
[[ 0.25        0.5         0.          0.          0.25      ]
 [ 0.16666667  0.          0.33333333  0.16666667  0.33333333]
 [ 0.          0.          0.          0.5         0.5       ]
 [ 0.125       0.          0.          0.5         0.375     ]
 [ 0.          0.5         0.          0.5         0.        ]]
```

[1] Murphy, K., CS340: Machine Learning Lecture Notes, `www.ugrad.cs.ubc.ca/~cs340`

[2] Ross, S., Introduction to Probability Models, 8th Edition