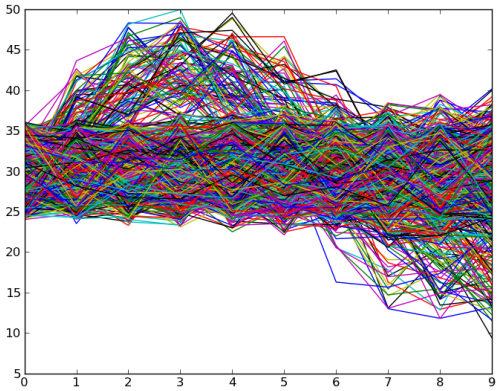
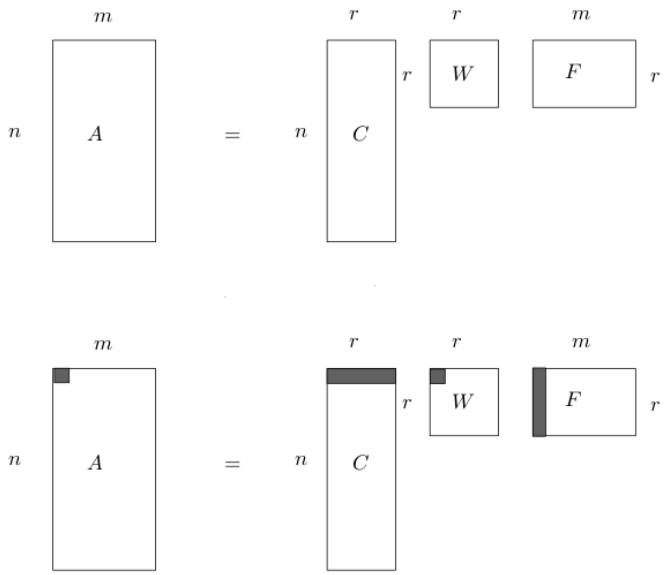
SVD ile Kumeleme

Tekil Deger Ayristirma (Singular Value Decomposition -SVD-) ile bir veri madenciligi ornegi gorecegiz. Ornek olarak [1] adresinde tarif edilen / paylasilan zaman serisini kullandik. Serinin tumunu kullanilmadi, ilk 10 noktasini aldik, ve grafige bakinca iki tane ana seri turu oldugunu goruyoruz.




```
import numpy as np
from pylab import *

data = np.genfromtxt("synthetic_control.data", dtype=float)

print data.shape

for t in data[:,0:10]:
    plot(t); hold(True)

show()
```

Peki bu serileri nasil otomatik olarak kumeleyerek bulurduk / birbirinden ayirtederdik? *Lineer Cebir Ders 29*'da SVD'nin matematigini isledik. SVD bir matris A uzerinde ayristirma yapar, ve A herhangi boyutta, turde bir matris olabilir.



Ayristirma $m \times n$ boyutlu matrisi $A = CWF$ olarak ayristirir, burada C, ana matris ile ayni miktarda satira sahiptir, F ayni miktarda kolona sahiptir. Ayristirma sonrasi A'nin kertesi (rank) r ortaya cikar, eger tum A kolonlari birbirinden bagimsiz ise, o zaman $r = m$ olacaktir, ama kolonlarin bazilari mesela ayni olcumu degisik katlarda tekrarliyor ise, o zaman matriste tekillik vardir, ve bu durumda $r < m$ olur, ve ortadaki W matrisi $r \times r$ oldugu icin beklenenden daha ufak boyutlarda olabilir.

Ayrica SVD, W caprazindaki ozdegerleri buyukluk sirasina gore dizer, ve her ozdegere tekabul eden ozvektorler de ona gore siraya dizilmis olacaktir, ve SVD tamamlaninca mesela "en buyuk 10" ozdegere ait olan CWF degerlerini alip, digerlerini atmayi da secebiliriz, yani kerte uzerinden yapilan "eleme" ustune bir eleme de kendimiz yapabiliriz. Bu elemeyi yapabilmemizin mantigi soyle; kucuk ozdegerlerin carptigi ozvektorlerin nihai toplama daha az etki ettigi soylenebilir, ve bu "gurultuyu" elemek sonucu degistirmeyecektir. Ayrica bu elemeyi yaparak bir tur boyut azaltma (dimensionality reduction) islemini de ayni zamanda basarmis oluruz.

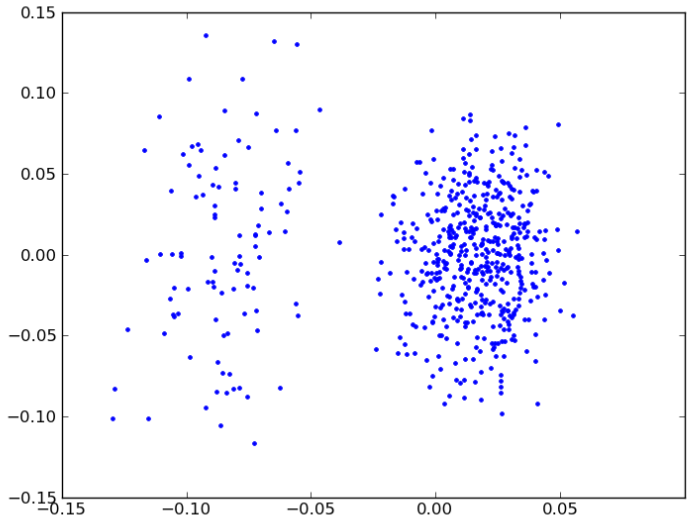
Ayristirmanin Anlamlari

Bir ayristirmayi degisik sekillerde gormek mumkundur. Bunlardan onemli birisi cizge bakis acisidir (graph interpretation). Cizge bilindigi gibi dugumler ve onlar arasindaki ayritlardan (edges) olusur. Bir cizge matris formunda temsil edilebilir, satir / kolon kesisimi iki dugum arasindaki ayritin agirligini, ya da varligini (1 ve 0 uzerinden) temsil edecektir. Bu durumda SVD sonucunda elde edilen CWF, bize iki dugum arasi gecisli (bipartite) cizgeyi, uc dugum arasi gecisli (tripartite) cizgeye cevrilmis halde geri verir. Ve bu yeni cizgede en fazla r tane gecis noktalari (waystations) olusmustur, ustte bahsettigimiz eleme ile gecisler daha da azaltilabilir.

Simdi, bu gecis noktalarina olan C'nin "baglanma sekli", "baglanma kuvveti", ek kumeleme basamagi tarafindan kullanilabilir. Bu "azaltilmis" gecisin uzerindeki her islem / ona yapilan her referans kumeleme icin bir ipucudur. Bunu gormek icin ornek zaman serilerinin SVD sonrasi elde edilen C (ornekte `u`) matrisinin ilk iki

kolonunu bile grafiklemek yeterlidir.

```
import scipy.linalg as lin
import numpy as np
from pylab import *

data = np.genfromtxt("synthetic_control.data", dtype=float)

# before norm, and take only 10 data points
data = data[:,0:10]

print data.shape

# show the mean, and std of the first time series
print data[0,:]
print np.mean(data[0,:], axis=0)
print np.std(data[0,:], axis=0)

# normalize
data -= np.mean(data, axis=0)
data /= np.std(data, axis=0)

# after norm
print data[0,:]

u,s,v = lin.svd(data, full_matrices=False)
print 'svd'
print u.shape
print s
print v.shape

plot(u[:,0], u[:,1], '.')

show()
```



Goruldugu gibi net bir sekilde iki tane kume ortaya cikti. Bu kumeler yazinin

basindaki iki ayri zaman serisi obeklerine tekabul ediyorlar.

O zaman serilerini ayirtetmek icin ne yapariz? Ustteki veriler uzerinde kmeans isletebilirdik, ya da kabaca bakiyoruz, dikey olarak `-0.025` seviyesinde bir cizgi ayirac olarak gorulebilir. Numpy filtreleme teknigi

```
u[:,0] < -0.025
```

bize ana veri uzerinde uygulanabilecek `True` ve `False` degerleri verir, bunlari alarak ana veriye filtrele olarak uygulariz,

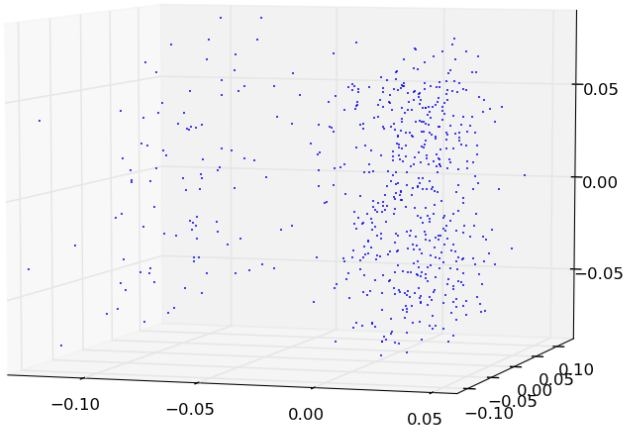
```
data[u[:,0] < -0.025]
```

ve mesela birinci kumeye ait zaman serilerini bulabiliriz.

Kontrol etmek icin ilk 3 kolonun degerlerini uc boyutta grafikleyelim.

```
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import scipy.linalg as lin
import numpy as np
from pylab import *

data = np.genfromtxt("synthetic_control.data", dtype=float)

data = data[:,0:10]

print data.shape

data -= np.mean(data, axis=0)
data /= np.std(data, axis=0)

u,s,v = lin.svd(data)
print 'svd'
print u.shape
print s
print v.shape

fig = plt.figure()
ax = Axes3D(fig)
ax.plot(u[:,0], u[:,1], u[:,2],',', zs=0, zdir='z', label='zs=0, zdir=z')

show()
```

Yine iki tane kume oldugunu goruyoruz.

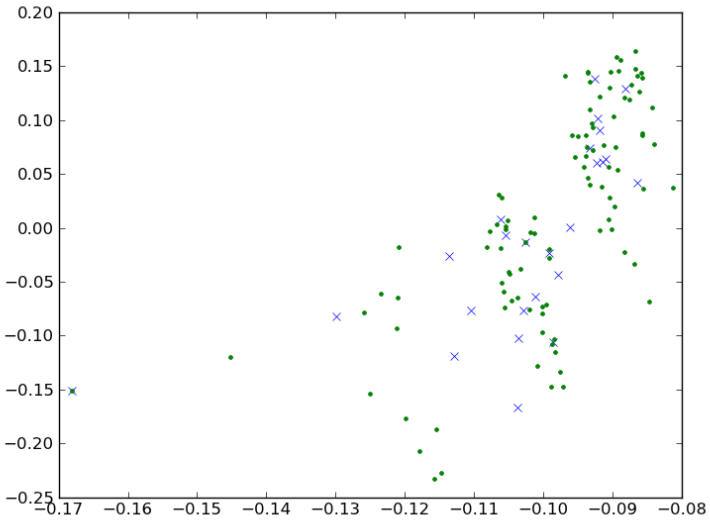


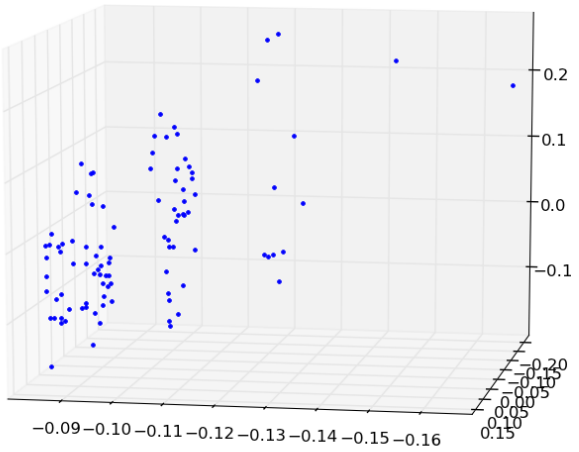
Simdi biraz daha degisik bir probleme bakalim, bu sefer bir grup kelimeyi birbirlerine benzerlikleri (ya da uzakligi) uzerinden kumelemeye ugrasacagiz.

Benzerlik, Levenhstein mesafesi adli olcut [2] uzerinden olacak. Matrisimiz her kelimenin her diger kelime ile arasindaki uzakligi veren bir matris olmali, eger 100 kelime var ise, bu matris 100 x 100 boyutlarinda olacak. SVD sonrasi elde edilen `u` uzerinde kmeans isletecegiz, ve kumeleri bulacagiz. Ayrica her kume icin bir "temsilci" secebilmek icin kmeans'in bize verdigi kume ortasi kordinatinin en yakin oldugu kelimeyi cekip cikartacagiz, ve onu temsilci olarak alacagiz.

```
import numpy as np
import scipy.linalg as lin
import Levenshtein as leven
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.cluster import KMeans
import itertools

words = np.array(
    ['the', 'be', 'to', 'of', 'and', 'a', 'in', 'that', 'have',
     'I', 'it', 'for', 'not', 'on', 'with', 'he', 'as', 'you',
     'do', 'at', 'this', 'but', 'his', 'by', 'from', 'they', 'we',
     'say', 'her', 'she', 'or', 'an', 'will', 'my', 'one', 'all',
     'would', 'there', 'their', 'what', 'so', 'up', 'out', 'if',
     'about', 'who', 'get', 'which', 'go', 'me', 'when', 'make',
     'can', 'like', 'time', 'no', 'just', 'him', 'know', 'take',
     'people', 'into', 'year', 'your', 'good', 'some', 'could',
     'them', 'see', 'other', 'than', 'then', 'now', 'look',
     'only', 'come', 'its', 'over', 'think', 'also', 'back',
     'after', 'use', 'two', 'how', 'our', 'work', 'first', 'well',
     'way', 'even', 'new', 'want', 'because', 'any', 'these',
     'give', 'day', 'most', 'us'])

print "calculating distances..."

(dim,) = words.shape
```

```
f = lambda (x,y): leven.distance(x,y)
res=np.fromiter(itertools.imap(f, itertools.product(words, words)),
                dtype=np.uint8)
A = np.reshape(res,(dim,dim))

print "svd..."

u,s,v = lin.svd(A, full_matrices=False)

print u.shape
print s.shape
print s
print v.shape

data = u[:,0:10]
k=KMeans(init='k-means++', k=25, n_init=10)
k.fit(data)
centroids = k.cluster_centers_
labels = k.labels_
print labels

def dist(x,y):
    return np.sqrt(np.sum((x-y)**2, axis=1))

print "clusters, centroid points.."
for i,c in enumerate(centroids):
    idx = np.argmin(dist(c,data[labels==i]))
    print words[labels==i][idx]
    print words[labels==i]

plt.plot(centroids[:,0],centroids[:,1],'x')
plt.hold(True)
plt.plot(u[:,0], u[:,1], '.')
plt.show()

from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
fig = plt.figure()
ax = Axes3D(fig)
ax.plot(u[:,0], u[:,1], u[:,2],'.', zs=0,
        zdir='z', label='zs=0, zdir=z')
plt.show()
```





Sonuc

```
this
['this' 'think']
by
['a' 'I' 'as' 'by' 'my' 'up' 'us']
back
['say' 'all' 'can' 'also' 'back' 'want' 'day']
your
['out' 'about' 'your' 'our']
there
['there' 'their' 'these']
will
```

```
['with' 'will' 'which']
for
['of' 'for' 'not' 'you' 'or']
could
['would' 'people' 'could']
get
['at' 'but' 'her' 'get' 'year']
be
['be' 'he' 'we' 'she' 'me' 'see' 'use' 'new']
like
['like' 'time' 'give']
do
['to' 'do' 'so' 'go' 'no' 'two' 'how']
its
['in' 'it' 'his' 'if' 'him' 'into' 'its']
who
['who']
one
['on' 'one' 'only' 'even']
some
['some' 'come']
when
['when' 'well']
just
['just' 'first' 'most']
what
['that' 'what' 'way']
they
['the' 'they' 'them' 'than' 'then']
good
['from' 'know' 'good' 'now' 'look' 'work']
have
['have' 'make' 'take']
over
['other' 'over' 'after']
because
['because']
any
['and' 'an' 'any']
```

[1] http://kdd.ics.uci.edu/databases/synthetic_control/synthetic_control.data.html

[2] http://sayilarvekuramlar.blogspot.de/2012/07/kelime-benzerligi-levenshtein-mesafesi.html

[3] Skillicorn, D., *Understanding Complex Datasets Data Mining with Matrix Decompositions*