

Polinom Bolmek

Dogal sayilari bolmek icin kullandigimiz bolme yonteminin (long division) benzerini polinomlar icin de kullanabiliriz. Dogal sayilar icin bir ornek mesela $146 / 4$ diyelim, once bolumde 3 olacagini tahmin ederiz, $3 \times 4 = 12$, bolunende 14 var, $14-12=2$. Sonra bu 2'yi alip bolumde kalan 6 ile birlestiririz, 26 yapariz, daha dogrusu $2 \times 10 + 6$ deriz. Devam ederiz.

Polinom bolerken benzer bir durum var, mesela $6x^3 - 16x^2 + 17x - 6$ polinomunu $3x - 2$ ile bolelim. Bu bolme islemi su sekilde gosterilir, bolunen yukarida degil asagida. Notasyon biraz degisik ama onemli degil.

$$3x - 2 \overline{) 6x^3 - 16x^2 + 17x - 6}$$

Once $6x^3$ 'u $3x$ ile boluyoruz. Sonuc $2x^2$. Onu alip cizgi isaretinin ustune yaziyoruz.

$$3x - 2 \overline{) 6x^3 - 16x^2 + 17x - 6} \quad 2x^2$$

Sonra ilginç bir hareket, $2x^2$ 'i alip hem $3x$ ile, hem de -2 ile carpiyoruz, sonucu bolunen polinomun altina yaziyoruz,

$$3x - 2 \overline{) 6x^3 - 16x^2 + 17x - 6} \quad 2x^2 \\ \underline{- 6x^3 + 4x^2} \quad$$

ve cikartma islemi yapiyoruz.

$$3x - 2 \overline{) 6x^3 - 16x^2 + 17x - 6} \quad 2x^2 \\ \underline{- 6x^3 + 4x^2} \quad -12x^2 + 17x$$

Ve islem bu sekilde devam ediyor.

$$3x - 2 \overline{) 6x^3 - 16x^2 + 17x - 6} \quad 2x^2 - 4x + 3 \\ \underline{- 6x^3 + 4x^2} \quad -12x^2 + 17x \\ \quad \underline{12x^2 - 8x} \quad 9x - 6 \\ \quad \quad \underline{- 9x + 6} \quad 0$$

Bolme islemi tamamen sifira gitmeyebilir. Mesela $3x^3 - 2x^2 + 4x - 3$ ile $x^2 + 3x + 3$ bolunurse

$$\begin{array}{r} \phantom{x^2 + 3x + 3) } 3x - 11 \\ x^2 + 3x + 3 \phantom{) } \underline{3x^3 - 2x^2 + 4x - 3} \\ \phantom{x^2 + 3x + 3) } -3x^3 - 9x^2 - 9x \\ \phantom{x^2 + 3x + 3) } \underline{-11x^2 - 5x - 3} \\ \phantom{x^2 + 3x + 3) } 11x^2 + 33x + 33 \\ \phantom{x^2 + 3x + 3) } \underline{28x + 30} \end{array}$$

Geriye $28x + 30$ kalacaktır. Geri kalan olduğu zaman da bu aslında ise yarayan bir sonuctur, artık eski polinomu su şekilde ifade edebiliriz

$$= (3x - 11) + \frac{28x + 30}{x^2 + 3x + 3}$$

Bu polinomda bolum 1. derece, bolen 2. derecedir, fakat orijinal polinom 3. dereceden idi. Yani derece sayisinda bir dusus yasandi, yani bir basitlestirme elde edildi.