

Kismi Kesirler Yontemi (Partial Fractions Method)

Bazen su sekildeki bir kesiri

$$\frac{8x + 22}{(x - 1)(x + 5)}$$

bolendeki her carpan ayri bir kesir parcasinda olacak sekilde o parcalarin toplami olarak gostermek faydalidir.

$$\frac{\dots}{(x - 1)} + \frac{\dots}{(x + 5)}$$

Bu tur bir parcali kesirin entegralini almak cok daha kolaydir mesela. Fakat bu parcalama islemini nasil yapacagiz?

Cebir kullanarak bu problemi cozebiliriz. Ustte nokta nokta olan yerlerin ne oldugunu merak ediyoruz, o zaman onlara A, B degiskenlerini atarsak

$$\frac{A}{(x - 1)} + \frac{B}{(x + 5)} = \frac{8x + 22}{(x - 1)(x + 5)}$$

Eger bolum kisminde temiz bir esitlik elde etmek istiyorsak, o zaman ustteki kesirlerin bolen kismini birbirinin aynisi haline getirmeliyiz. Ilk terimin bolum, bolen kismini $(x + 5)$, ikincisinin bolum, bolen kismini $(x - 1)$ ile carparsak, bu esitligi elde ederiz.

$$\frac{(x + 5)A}{(x - 1)(x + 5)} + \frac{(x - 1)B}{(x + 5)(x - 1)} = \frac{8x + 22}{(x - 1)(x + 5)}$$

Bolen kismi birbirine esit olduguna gore, artik sadece kesirlerin ust kismini kullanabiliriz, cunku aradigimiz bilinmeyenler orada.

$$(x + 5)A + (x - 1)B = 8x + 22$$

Esitligin sol tarafinin acilimini dusunursek,

$$xA + .. + Bx + .. = 8x + ..$$

$$x(A + B) + .. = 8x + ..$$

ve her iki tarafta x 'in katsayilarinin ayni olmasi zorunlulugundan hareketle

$$A + B = 8$$

olacaktır. Benzer şekilde geri kalan sabitleri eşitlersek

$$5A - B = 22$$

O zaman elimizde iki bilinmeyen, iki denklem var, bu sistemi çözmek çok kolay!

$$B = 5A - 22$$

Öteki denkleme sokalım

$$A + 5A - 22 = 8$$

$$6A = 30$$

$$A = 5$$

$$B = 3$$

Demek ki kısmi kesirlerimiz şöyle olacak

$$\frac{5}{(x-1)} + \frac{3}{(x+5)} = \frac{8x+22}{(x-1)(x+5)}$$