

Karesel Denklem Çözümünü Türetmek

Yukarıdaki gibi bir formülü çözmek için, sınavlardan hatırlayacağınız aşağıdaki formül kullanılır.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Çözümü türetmek için kullanacağımız yöntem, "kareyi tamamlama (completing the square)" yöntemi. Bu yönteme göre, c değerini denklemin solundan, sağına atıyoruz, ve öyle bir yeni c değeri buluyoruz ki, karesel denklemin tek bir kökü oluyor. Tek kökü olan karesel denklemleri bilirsiniz. $x^2 + 6x + 9 = 0$ gibi bir denklem, tek kökü olan bir denklemdir.

Gelelim çözüm türetilmesine..Aşağıdaki formül ile başlayalım.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

İki tarafı a ile bölelim. Elimize aşağıdaki sonuç gelecek.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$$

c/a değerini sağ tarafa taşıyalım.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Şimdi, kareyi tamamlama yöntemi ile, iki tarafa da aşağıdaki değeri ekleyelim.

$$\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Böylece, aşağıdaki işlem serisini başlatmış olacağız.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

İki tarafın karekökünü alırsak:

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ya da

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

İşte bu formüle karesel formül denir, ve normalde şöyle yazılır.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

+ ve - işareti, elimizde 'iki' sonuç var demektir, yani elimizdeki sayılardan biri

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Öteki de

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

olacak.