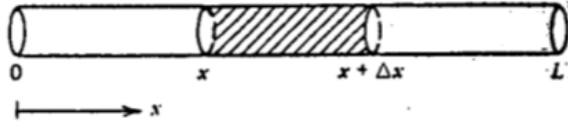


## Isi Denklemini Turetmek

Bu denklemi turetmek için “enerjinin muhafazası (conservation of energy)” kuralını kullanacağız. Bu muhafaza kuralını bir esitliğe çevireceğiz, ve bu esitliği manipule ederek ortaya bir kısmi türevsel denklem (PDE) çıkaracağız. Baz aldığımız fiziksel ortam bir metal çubuk, ki bu çubukta materyel yoğunluğu her noktada aynı. Formül şöyle;

$[x, x + \Delta x]$  içindeki net ısı değişim toplamı = Tanımlanan bölge sınırlarındaki ısı akışı +  $[x, x + \Delta x]$  içinde üretilen ısı miktarı



$[x, x + \Delta x]$  içindeki toplam ısıyı nasıl hesaplarız? Eğer  $u(x, t)$  metal çubukun  $x$  noktasında  $t$  anındaki ısıyı veriyorsa, verilen kesit üzerinden bir entegral alırız,

$$[x, x + \Delta x] \text{ içindeki Toplam Isı} = c\rho A \int_x^{x+\Delta x} u(s, t) ds$$

$$\frac{d}{dt} \int_x^{x+\Delta x} c\rho A u(s, t) ds = c\rho A \frac{d}{dt} \int_x^{x+\Delta x} u_t(s, t) ds$$

$$= kA[u_x(x + \Delta x, t) - u_x(x, t)]A \int_x^{x+\Delta x} f(s, t) ds$$

$$\int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b - a)$$

$$c\rho A u_t(\xi_1, t) \Delta x = kA[u_x(x + \Delta x, t) - u_x(x, t)] + Af(\xi_2, t) \Delta x$$

$$x < \xi < x + \Delta x$$

$$u_t(\xi, t) = \frac{k}{c\rho} \left[ \frac{u_x(x + \Delta x, t) - u_x(x, t)}{\Delta x} \right] + \frac{1}{c\rho} f(\xi, t)$$

$$\Delta x \rightarrow 0$$

$$u_t(x, t) = \alpha^2 u_{xx}(x, t) + F(x, t)$$

Kaynaklar

