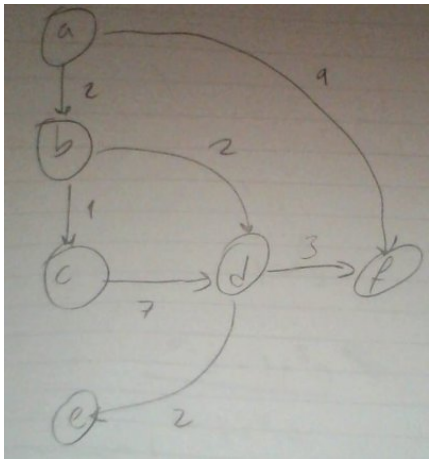
Dinamik Programlama

Dinamik programlamanin (DP) temelinde ardi ardina verilmesi gereken kararlarin bulunmasi fikri yatar; her anda, her verilen karar baska bir karar secenekleri ortaya cikarabilir, ve bunlarin arasinda da secim yapilmalidir. Hedefimiz en iyi karar zincirini bulmaktir. Bu kismen "acgozlu algoritmalar (greedy algorithms)" olarak bilinen algoritmalarin yaptigina benzer, fakat acgozlu algoritmalar sadece "o an icin' en iyisini yapar; Fakat o an icin iyi olan toplam goze alindigi zaman en iyi sonucu ortaya cikarmayabilir. Mesela alttaki grafige bir bakalim,



Diyelim ki `a` noktasindan `f` noktasina en kisa yoldan ulasmaya calisiyoruz. Acgozlu algoritma `a,b,c,d` uzerinden gidis yapardi cunku her an, sadece "o an icin" en iyi olani secerdi. Fakat toplama bakarsak, bu yolun en kisa yol olmadigini goruruz. En iyi yol `a,b,d` uzerinden giden yoldur.

Ustteki cizit, ag yapisi (graph) yonlu, çevrimsiz (directed, acyclic graph -DAG-) diye bilinen bir yapidir. Tipik kisa yol problemleri bu yapilar uzerinde calisirlar.

DP problemleri bir problemi alt problemlere bolebildigimiz zaman faydalidirlar ve ozellikle o alt problemler cogunlukla tekrar tekrar hesaplaniyorlarsa iyidir, cunku DP o alt problemleri onbellekleyerek tekrar hesaplanmadan gecilmelerini saglayabilir.

Ornek olarak en kisa yol problemini DP ile cozelim.

Problemin tamami, teorik ve tumevarimsal olarak biraz dusunelim. Diyelim ki ustteki DAG'de a, f arasindaki en kisa yolu biliyoruz. Ve yine diyelim ki bu yol uzerinde / bir ara nokta x noktasi var. O zaman, a, x, ve x, f arasindaki yollar da tanim itibariyle en kisadir. Ispat: eger mesela x, f arasindaki en kisa yol bildigimizden baska olsaydi, o zaman eldekini atip o yolu kullaniyor olurduk, ve bu sefer bu alternatif en kisa olurdu. Fakat ilk basta en kisa yolu bildigimiz faraziyesi ile basladik. Bir celiski elde ettik, demek ki ara noktanin kisaligi dogrudur $\square$

Oyle bir fonksiyon $d(v)$ olsun ki herhangi bir v nodu icin o nod'dan bitis noktasina olan uzakligi hesapliyor olsun, u, v arasindaki parca mesafeler ise $w(u, v)$ ile verilecek. DAG'i alttaki gibi gosterelim,

```
DAG = {
    'a': {'b':2, 'f': 9},
    'b': {'d':2, 'c':1, 'f': 6},
    'c': {'d':7},
    'd': {'e':2, 'f': 3},
    'e': {'f':4},
    'f': {}
}
```

Boylece $w(u, v)$ basit bir Python sozluk (dictionary) erisimi haline geliyor, mesela `a,b` arasi parca mesafe icin

```
print DAG['a']['b']
```

```
2
```

En kisa yolu bulacak program

```
from functools import wraps

def memo(func):
    cache = {}
    @wraps(func)
    def wrap(*args):
        if args not in cache:
            print 'miss', args[0]
            cache[args] = func(*args)
        else: print 'hit for', args[0]
        return cache[args]
    return wrap

def rec_dag_sp(W, s, t):
    @memo
    def d(u):
        print ('At ' + u[0])
        if u == t: return 0
        dist = min(W[u][v]+d(v) for v in W[u])
        print 'returning from',u,', dist=',dist
        return dist
    return d(s)

dist = rec_dag_sp(DAG, 'a', 'f')
print 'final distance=', dist
```

```
miss a
At a
miss b
```

```
At b
miss c
At c
miss d
At d
miss e
At e
miss f
At f
returning from e , dist= 4
hit for f
returning from d , dist= 3
returning from c , dist= 10
hit for d
hit for f
returning from b , dist= 5
hit for f
returning from a , dist= 7
final distance= 7
```