MIT OCW Cok Degiskenli Calculus - Ders 9

Bu dersin konusu birden fazla degisken iceren fonksiyonlarin minimizasyonu ile ugrasirken yardimci olacak kismi turev (partial derivative) kavrami. Cok degiskenli bir fonksiyon $f(x,y)$'nin birden fazla turevi vardir. Mesela bunlardan bir tanesi

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f_x$$

Bu turev x'in degistirildigi ama y'nin sabit tutuldugu bir durumu gosterir.

$$\frac{\partial f}{\partial y} = f_y$$

ise y'in degistirildigi ama x'nin sabit tutuldugu bir durumu gosterir.

Simdi her ikisinin birden degistirildigi durumda ne olacagini gosteren yaklasiksal (approximate) formulu gorelim. Degisim matematiksel olarak soyle

$$x \sim x + \Delta x$$

$$y \sim x + \Delta x$$

O zaman z icin

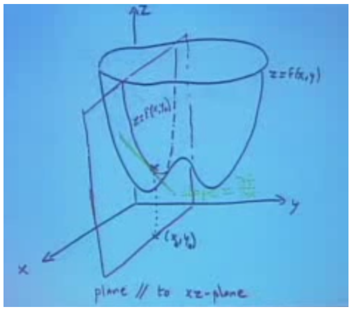
$$z = f(x,y)$$

yaklasiksal degisim soyle olur

$$\Delta z \approx f_x \Delta x + f_y \Delta f_y$$

Tekrar vurgulamak gerekirse bu yaklasiksal bir formul, daha "dogru" bir temsil icin 2., 3. turevleri iceren daha yuksek dereden (higher order terms) terimlerin de olmasi gerekir, fakat bu terimler 1. derece lineer bir yaklasiksallik icin kullanilmaz.

Bu formulu nasil dogrulariz? Bunu yapmanin yollarindan biri teget duzlem yaklasiksallamasi (tangent plane approximation). Mesela $z = f(x,y)$ fonksiyonuna olan teget bir duzlemi dusunelim.



Hatirlarsak $\frac{\partial f}{\partial x}$ kismi turevi x'in degistigi ama y'nin sabit tutuldugu bir durumu tarif ediyordu. Yukaridaki grafige gore bu bir anlamda iki cukurlu kap gibi duran z fonksiyonun bir kesitine bakmak gibi (unutmayalim, fonksiyon sadece kabin disinda tanimli, ici bos). Bu kesit f'in bir yansimasini olusturuyor, o yansima ustteki grafikte bir parabol seklinde. Bu parabolda x degistikce o noktanin parabol uzerindeki cizgizel tegeti de degisiyor (grafikteki yesil cizgi) ki bu cizgisel egim $\frac{\partial f}{\partial x}$'e esit.

Eger ayni seyi x'in sabit y'nin sabit oldugu durum icin yapsaydim, benzer bir kesit elde edecektim.