MIT OCW Cok Degiskenli Calculus - Ders 4

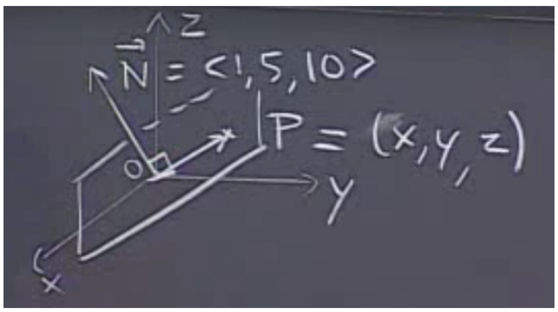
Duzlemin formulune donelim.

$ax + by + cz = d$

Bu formul x, y, z noktalarinin bir duzlem uzerinde olma sartini tarif ediyor.

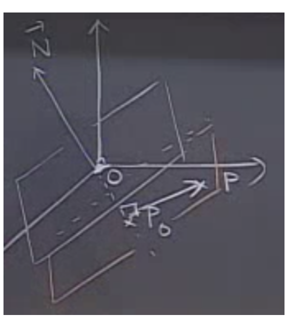
Su problemlere bakalim. Diyelim ki

1) Orijinden gecen ve normal vektoru $\vec{N} =< 1, 5, 10 >$ olan bir duzlem yaratmek istiyoruz. Yani alttaki gibi bir sekil:



Herhangi bir nokta $P = (x, y, z)$ ne zaman bu duzlem uzerindedir? Eger orijinden P'ye giden vektor, duzlem normali ile doksan derece aci olusturuyorsa. Yani $\vec{OP} \cdot \vec{N} = 0$ oldugu zaman P noktasi duzlem uzerindedir. Bu carpimi normal icin verdigimiz ornek sayilar icin yaparsak, sonuc $x + 5y + 10 = 0$ olacaktir.

2) Simdi duzlem $P_0 = (2, 1, -1)$ noktasindan gecsin (orijinden degil), ve normal yine ayni olsun, $\vec{N} =< 1, 5, 10 >$. Bu durumu zihnimizde canlandirmak icin orjinden gecen degil, yeni bir duzlemi hayal etmemiz lazim, ve P noktasi bu yeni duzlem uzerinde olacak.



P ne zaman duzlem uzerinde? Eger

$\vec{P_0P} \cdot \vec{N} = 0$

ise. O zaman

$< x - 2, y - 1, z + 1 > \cdot < 1, 5, 10 >= 0$

$x + 5y + 10z = -3$

1. problemdeki sonuctakiyle aradaki tek fark esitligin sagindaki -3 degeri. Bir benzerlik ise her iki durumda da x, y, z katsayilarinin normal vektorun degerlerine tekabul ediyor olmasi. Bu duzlemler hakkinda onemli bir puf noktasi, eger orjinden geciyorlarsa esitligin sag tarafi sifir, baska bir yerden geciyorlarsa, baska bir deger. Peki bu -3 degerini daha hizli bir sekilde bulamaz miydik? Bulabilirdik. Cunku esitligin sol tarafinin katsayilarini hizli bir sekilde bulabiliyoruz, orasi tamam. Ayrica duzlemdeki bir noktanin kordinatlarini da biliyoruz, bu nokta duzlemin icinden gecmesini sart kostugumuz P_0 noktasi. O zaman bu kordinati x, y, z terimlerini iceren formule koyarsak, esitligin sag tarafini hemen hesaplariz.

$x + 5y + 10z = 1(2) + 5(1) + 10(-1) = 2 + 5 - 10 = -3$