

## Seriler

Bir guc serisi tek boyut icin

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - c)^n$$

olarak gosterilir,  $a_n$  katsayilari bilinmesi gereken katsayilardir. Cogu durumda  $c = 0$ 'dir. O zaman

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + ..$$

diye gider. Herhangi bir polinom herhangi bir  $c$  merkezi etrafında rahat bir şekilde bir guc serisi (power series) olarak temsil edilebilir (muhakkak bu serinin cogu katsayisi sifir degerinde olacaktır).

Unlu ustel baz  $e^x$ 'in sayisinin acilimi,

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + ...$$

Ispat

Hatta ispattan once, “bu seriyi kendimiz nasil kesfedebilirdik?” diye sormamiz lazim.  $e^x$ 'in ozelligi nedir? Turevinin kendisine esit olmasidir. O zaman oyle bir seri dusunelim ki turevini alinca kendisine esiti olsun. Mesela

$$1 + x + x^2 + x^3 + ...$$

serisi “neredeyse” bu sarta uyuyor, cunku turevini alinca

$$0 + 1 + 2x + 3x^2 + ...$$

Bu seri,  $e^x$  acilimina benzer, ustel degerler dogru, ama katsayilar tam uymuyor. Onu telafi edebiliriz.  $2x$ 'i 2 ile,  $3x^2$ 'i 3 ile, vs bolersek, yani  $n = 0, 1, 2, ..$  icin  $n!$  ile bolersek, katsayilar da uyumlu hale gelir, yani

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

□

Ustteki aslinda hem ispat hem de kesif amaclı kullanilabilir. Bir sezgi ile baslariz, ve olabilecek bir esitlikten bastaki formule erismeye ugrasiriz.

[devami gelecek]

Kaynak

[http://en.wikipedia.org/wiki/Power\\_series](http://en.wikipedia.org/wiki/Power_series)