

e^{-x^2} Nasil Entegre Edilir?

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \quad (1)$$

ifadesi ozellikle olasilik matematiginde cokca gorulen bir ifadedir. Bu hesabi yapmak icin kutupsal kordinatlar kullanacagiz.

Simdi ustteki ifadeyle alakali su ifadeye bakalim.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2-y^2} dx dy$$

Iddia ediyorum ki bu son ifade (1)'in sadece karesi, yani (1)'in kendisiyle carpimi. Niye boyle? Cunku e ifadelerini carpim olarak gosterirsek

$$\int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} e^{-y^2} dx dy}$$

cift entegral icinde isaretlenen blokta yer alan e^{-y^2} x 'ten bagimsiz, o zaman bloktaki entegralin disina alinabilir. Yani soyle olabilir

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx dy$$

Devam edelim: ustteki ic entegral (1) ifadesi degil mi? Evet. Simdi bir ilginç durum daha ortaya cikti,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx dy}$$

simdi de isaretlenen blok y entegraline gore sabit, o da ikinci entegralin disina cikarilabilir! (1) yerine I kullanirsak

$$I \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy$$

Icinde y iceren entegral nedir? O da I 'dir! Niye, cunku bu ifade icinde (1)'in icinde y olan versiyonundan ibaret. O zaman

$$I \cdot I = I^2$$

Tum bu taklaları niye attik peki? Cunku cift entegralli ifadenin entegralini almak daha kolay, eger onu hesaplarsak, sonucun karekokunu aldigimiz anda I 'yi bulmus olacagiz.