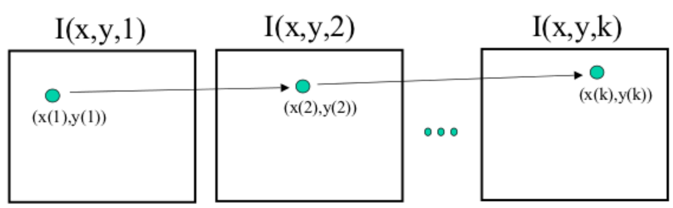
Piksel Takibi, Optik Akis, Lucas Kanade Algoritmasi

Hareket halindeki bir kameranin aldigi goruntulerdeki herhangi bir pikseli nasil takip ederiz?

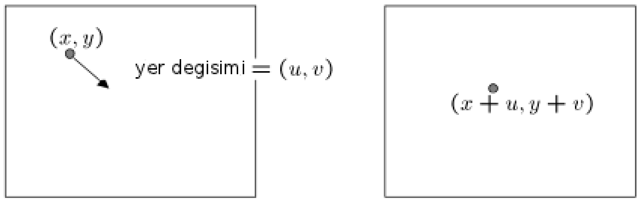
Matematiksel olarak temsil etmek gerekirse, zamana gore degisen 2 boyutlu goruntuyu bir fonksiyon olarak dusunelim, ki bu fonksiyonun degerleri ayriksal olarak, imajin ta kendisi. Bir $I(x(t), y(t), t)$ fonksiyonu piksel degerlerini veriyor. Bu fonksiyonda x, y ekran kordinatlarina tekabul ediyor, t ise zaman, 1,2,.. gibi degerleri var, mesela $I(100, 200, 1)$, bize 1. fotograftaki $x = 100, y = 200$ kordinatlarindaki piksel degerini verecek.

x, y degiskenleri parametrize edildi, bir noktayi takip etmek istiyoruz cunku, ve t'ye gore bu takip edilen noktanin x, y kordinatlari belli bir gidisat yonunde degisiyor.

O zaman su faraziyeyi yaparak problemimizi kolaylastirabiliriz. Diyelim ki takip edilen bir nokta, goruldugu her karede ayni piksel rengindedir. Bu cok siradisi bir faraziye degil, resim karelerinden bir araba geciyor, ve bu arabanin uzerindeki piksellerin renkleri, en azindan iki kare arasinda degismiyor. Isik seviyesi, golgede olma, vs. gibi durumlarda biraz degisebilir, fakat basitlestirme amaciyla bu faraziye ise yarar.



Bir diger faraziye, kameralar hareket ettiklerinde alinan iki goruntu arasindaki tum piksellerin yer degisimi genellikle ayni yonde olmasidir. Bu degisim yonunu $< u, v >$ vektoru olarak gorebiliriz, ve bu degiskenler iki goruntu arasindaki degisimde tum pikseller icin ayni olacaktir. Kamarayi saga hareket ettiriyoruz, ve goruntudeki tum pikseller sola dogru gidiyorlar.



Tum bunlari modelimizde nasil kullaniriz?

Takip edilen nokta her karede ayni renkte ise, su ifade dogru demektir

$I(x(t), y(t), t) =$ sabit

Eger bu fonksiyonun zamana gore turevini alirsak

$$\frac{d\ I(x(t), y(t), t)}{dt} = 0$$

sonucu gelir. Esitligin sagi sifir, cunku bir sabitin turevini aldik. Sol tarafa Zincirleme Kanununu uygularsak,

$$\frac{\partial I}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0$$

Bu formulde dx/dt ve dy/dt, hareket halindeki (zaman gecerken) noktanin sonsuz kucuklukteki ne kadar yer degimi. Ayriksal baglamda arka arkaya iki kare icindeki yer degisimi. O zaman,

$$\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} = u, v$$

Alttakiler ise mesafesel (spatial) gradyanlardir, bunlarin nasil hesaplanacagini cok iyi biliyoruz!

$$\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}$$

Alttaki ise resim karelerinin zamana gore turevi

$$\frac{\partial I}{\partial t}$$

Daha derli toplu olarak gostermek gerekirse ana formul nihai olarak soyle

$$I_x u + I_y v + I_t = 0$$

ya da

$\nabla I \cdot < u, v >= -I_t$

Peki bizim sectigimiz (takip edecegimiz) bir piksel icin u, v'yi nasil hesaplayacagiz? Ustteki formulu hem takip ettigimiz, hem de onun etrafindaki pikseller icin yazarsak, ve bu sistemi cozersek, sonuca varabiliriz. Boylece iki tane bilinmeyenimiz olacak, ama pek cok formul gececek. Veriler gurultulu oldugu icin, aslinda bilinmeyenden "daha fazla" formul elde etmek iyi, boylece elimizdeki denklem sistemi cok esitlige sahip (overdetermined) bir hale gelecek, ve bu tur sistemleri En Az Kareler (Least Squares) yontemi ile cozmeyi biliyoruz. Tum bu denklemleri biraraya koyunca soyle bir sistem ortaya cikar

$$\begin{bmatrix} I_x(p_1) & I_y(p_1) \\ I_x(p_2) & I_y(p_1) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(p_k) & I_y(p_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_t(p_1) \\ I_t(p_2) \\ \vdots \\ I_t(p_k) \end{bmatrix}$$

Bu sistei

$A\ d = b$

olarak gosterebiliriz. Sol tarafi A^T ile carpalim

$A^T A\ d = A^T b$

Bu denklemi Python Numpy icinde `pinv` kullanarak cozeriz.

```
import numpy as np
import scipy.signal as si
from PIL import Image

def gauss_kern():
    h1 = 15
    h2 = 15
    x, y = np.mgrid[0:h2, 0:h1]
    x = x-h2/2
    y = y-h1/2
    sigma = 1.5
    g = np.exp( -( x**2 + y**2 ) / (2*sigma**2) );
    return g / g.sum()
```

```python
def deriv(im1, im2):
    g = gauss_kern()
    Img_smooth = si.convolve(im1,g,mode='same')
    fx,fy=np.gradient(Img_smooth)
    ft = si.convolve2d(im1, 0.25 * np.ones((2,2))) + \
        si.convolve2d(im2, -0.25 * np.ones((2,2)))

    fx = fx[0:fx.shape[0]-1, 0:fx.shape[1]-1]
    fy = fy[0:fy.shape[0]-1, 0:fy.shape[1]-1];
    ft = ft[0:ft.shape[0]-1, 0:ft.shape[1]-1];
    return fx, fy, ft

if __name__ == "__main__":
    im1 = np.asarray(Image.open('flow1-bw-0.png'))
    im2 = np.asarray(Image.open("flow2-bw-0.png"))
    fx, fy, ft = deriv(im1, im2)

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import scipy.signal as si
from PIL import Image
import deriv
import numpy.linalg as lin

def lk(im1, im2, i, j, window_size) :
    fx, fy, ft = deriv.deriv(im1, im2)
    halfWindow = np.floor(window_size/2)
    curFx = fx[i-halfWindow-1:i+halfWindow,
               j-halfWindow-1:j+halfWindow]
    curFy = fy[i-halfWindow-1:i+halfWindow,
               j-halfWindow-1:j+halfWindow]
    curFt = ft[i-halfWindow-1:i+halfWindow,
               j-halfWindow-1:j+halfWindow]
    curFx = curFx.T
    curFy = curFy.T
    curFt = curFt.T
```

```
    curFx = curFx.flatten(order='F')
    curFy = curFy.flatten(order='F')
    curFt = -curFt.flatten(order='F')

    A = np.vstack((curFx, curFy)).T
    U = np.dot(np.dot(lin.pinv(np.dot(A.T,A)),A.T),curFt)
    return U[0], U[1]

if __name__ == "__main__":
    x=165
    y=95
    win=50
    im1 = np.asarray(Image.open('flow1-bw-0.png'))
    print im1.shape
    #im2 = np.asarray(Image.open('flow2-bw-0.png'))
    im2 = np.asarray(Image.open('upright.png'))
    #im2 = np.asarray(Image.open('dleft.png'))
    print im2.shape
    u, v = lk(im1, im2, x, y, win)
    print u, v
    plt.imshow(im1, cmap='gray')
    plt.hold(True)
    plt.plot(x,y,'+r');
    plt.plot(x+u*3,y+v*3,'og')
    plt.show()
```