MIT OCW Cok Degiskenli Calculus - Ders 19

Konumuz vektor alanlari (vector fields) ve cizgi entegralleri (line integrals). Bundan onceki derslerde cift entegral (double integral) konusunu isledik, fakat o tur entegraller cizgi entegrallerinden tamamen farklidir, yani bu dersi takip ederken cift entegraller ile baglantilari dusunmemek daha iyi olur, kafalar karismasin.

Vektor Alanlari

Vektor alanlari bir vektordurler aslinda, diyelim ki \vec{F}

$$\vec{F} = M\hat{i} + N\vec{j}$$

Farkli olan M, N kendilerinin x, y'nin bir fonksiyonu olmalaridir. Bu demektir ki kordinat sistemindeki her x, y kombinasyonu icin degisik bir vektor olacaktir. Bir misir tarlasinda her noktada misir vardir, vektor alaninda her noktada bir vektor vardir [hoca bu analojiyi misirlar uzun, yonleri olan seyler oldugu icin kullaniyor herhalde]. Daha once $\vec{r}(t)$ baglaminda t degiskenine bagliligi gorduk, fakat o tek degisken idi, zaten bir egriyi vektor ile temsil etmek icin oyle olmasi gerekiyordu, burada birden fazla degisken x, y'ye bagimlilik var.

Bu kavram bir sivi, bir ruzgar icindeki akis vektorlerini temsil etmek icin kullanilabilir mesela. Ya da kuvvet alani (force field) kavrami – bu kavram Star Wars filminden bir kavram degil. Yeryuzunde elimizde bir cismi herhangi bir yerde tuttugumuzda onun uzerinde etki eden bir kuvvet vektoru var, bu vektor her noktada degisik, ve tum bu vektorlerin toplami bir kuvvet alani olusturuyorlar, ki bualan bir vektor alanidir.

Biz bu derste konuya pur matematiksel olarak bakiyoruz, sadece arka plandaki bu fiziksel baglantiyi motivasyon acisindan aklimizda tutabiliriz.

Ornek

$$\vec{F} = 2\hat{i} + \hat{j}$$

Tam x, y'ye baglantidan bahsetmistik, baglantisiz bir tane verdik! Ama ornegi soyle gorebiliriz, bu alan her x, y icin ayni vektore sahip. Yani yine x, y'yi merkez alarak dusunuyoruz, sadece vektorun her noktada ayni oldugunu soylemis oluyoruz.

