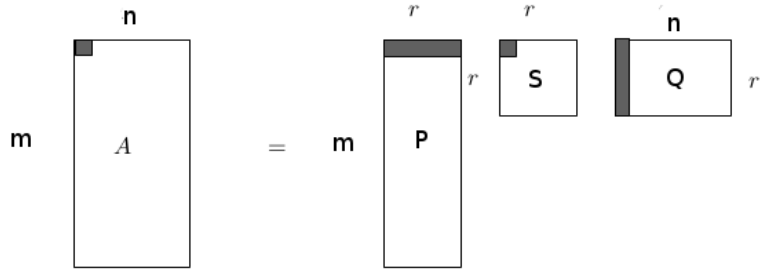
Yaklasiksal SVD ile Tavsiye Sistemleri

Gecmis verilere bakarak bir kullanicinin hic seyretmedigi bir filme nasil not verecegini tahmin etmek unlu Netflix yarismasinin konusuydu. Onceki bir yazi *SVD, Toplu Tavsiye*'de benzer bir veri seti Movielens uzerinde SVD uygulayarak once boyut azaltmistik, azaltilmis boyut uzerinden yeni (o film icin notu bilinmeyen) bir kullanicinin diger mevcut kullanicilara mesafesini hesaplamis, ve boylece begeni acisindan en cok benzedigi diger kullaniciyi bulmustuk (birkac tane de bulunabilir). Bu kullanicinin bir film icin verdigi notu yeni kullanici icin tahmin olarak baz almistik.

SVD uygulamanin tek yontemi bu degil. Netflix yarismasinda kullanilan [1] bir yaklasim soyle; alttaki SVD ayristirmasina bakalim,



1. kullanicini 1. filme verdigi not ustte koyu gosterilen satirlarin carpimi ile oluyor, eger ufak harfler ve kullanici (user) icin u, film icin i indisini kullanirsak, ve q, p vektorlerini Q, P matrislerinin sirasiyla kolon ve satirlarini gostermek icin kullanirsak, ayristirma sonrasi begeni degeri (onemli bir kismi daha dogrusu) $q_i^T p_u$ carpimindadir. Carpim icinde S'ten gelecek tekil degeri (singular value) ne olacak? Simdi formulasyonu biraz degistirelim, bu degeri carpim disina alarak birkac toplam olarak gosterebiliriz. Bu toplamlar mesela bir kullanicinin ne kadar yanli (bias) not verdigini, ya da bir filmin kabaca, ortalama nasil not almaya meyilli oldugunu modelleyebilirler (ki bu da bir yanlilik olcusu). Ayrica tum filmlere verilen notlarin yanliligi da olculebilir. Tum bunlari bir araya koyarsak, bir begeni notunu tahmin edecek formul soyle gosterilebilir,

$$\hat{r}_{ui} = \mu + b_i + b_u + q_i^T p_u$$

μ bir skalar, tum filmlere verilen ortalamayi gosteriyor, ki tum begenilerin sayisal ortalamasi uzerinden basit bir sekilde hizla hesaplanabilir. $\hat{r}_{ui}$'ya bir tahmin dedik cunku modelimizdeki vektorlerin degerlerini bulduktan sonra (egitim verisiyle bu hesabi yapacagiz) modeli kullanarak gercek not r_{ui} icin bir tahmin yapmaya ugrasacagiz.

Egitim icin ne yapmali? Minimize edecegimiz bir hedef fonksiyonu kuralim, ki cogunlukla bu karesi alinmis hata ile olur. Mesela gercek not r_{ui} degerinden tahmin notu $\hat{r}_{ui}$'yi cikartip karesini alabiliriz. Bu islemi tum u, i'ler icin yaparak sonuclari toplariz, ve bu toplami minimize etmeye ugrasabiliriz. Yani

$$\min_{b*,q*,p*} \sum_{u,i} (r_{ui} - \hat{r}_{ui})^2 + \lambda(b_i^2 + b_u^2 + ||q_i||^2 + ||p_u||^2)$$

$$= \min_{b*,q*,p*} \sum_{u,i} (r_{ui} - \mu - b_i - b_u - q_i^T p_u)^2 + \lambda(b_i^2 + b_u^2 + ||q_i||^2 + ||p_u||^2)$$

Kisaltma olarak e_{ui} tanimlayalim, bu faydali olabilir, formuldeki ilk parantez icindeki kisimda e_{ui} kullanmak uzere,

$$e_{ui} := r_{ui} - \hat{r}_{ui}$$

λ ile carpilan bolum regularizasyon icin. Istatistik, yapay ogrenim, optimizasyon alanlarinda modelimizin asiri uygunluk (overfitting) yapmasini engellemek icin regularizasyon kullanilir, bunun icin istedigimiz degiskenlerin fazla buyumesini cezalandiririz, ustteki minimizasyon modelinde bu ceza icin tum degerlerin buyuklugunu (magnitude) hesapladik -skalar degerlerin karesini, vektor degerlerinin kare norm'unu alarak- ve bu buyuklukleri bizim disaridan set edebilecegimiz bir sabitle carpilmasi uzerinden minimizasyon problemine direk dahil ettik. Boylece bu buyuklukler formulasyona dahil oldular ve azaltilma hedefinin bir parcasi haline geldiler. Yani hem e_{ui}^2 hem de hatayi olusturan degerlerin kendileri minimize edilecek.

Rasgele Gradyan Inisi (Stochastic Gradient Descent -SGD-)

$$b_u \leftarrow b_u + \gamma(e_{ui} - \lambda \cdot b_u)$$

$$b_i \leftarrow b_i + \gamma(e_{ui} - \lambda \cdot b_i)$$

$$q_i \leftarrow q_i + \gamma(e_{ui} \cdot p_u - \lambda \cdot q_i)$$

$$p_u \leftarrow p_u + \gamma(e_{ui} \cdot q_i - \lambda \cdot p_u)$$

```
from numpy.linalg import linalg as la
import numpy as np
import random
import pandas as pd, os

def create_training_test(df,collim=2,rowlim=200):
    test_data = []
    df_train = df.copy()
    for u in range(df.shape[0]):
        row = df.ix[u]; idxs = row.index[row.notnull()]
        if len(idxs) > collim:
            i = random.choice(idxs); val = df.ix[u,i]
```

```
            test_data.append([u,i,val])
            df_train.ix[u,i] = np.nan
        if len(test_data) > rowlim: break
    return df_train, test_data

def ssvd(df_train,rank):
    print 'rank',rank
    gamma = 0.02 # regularization
    lam = 0.05

    mu = df_train.mean().mean()
    m,n = df_train.shape
    c = 0.03
    b_u = np.ones(m) * c
    b_i = np.ones(n) * c
    p_u = np.ones((m, rank)) * c
    q_i = np.ones((rank, n)) * c
    r_ui = np.array(df_train)
    for u in range(m):
        #print "user", u
        row = df_train.ix[u]; idxs = row.index[row.notnull()]
        for i in idxs:
            i = int(i)
            r_ui_hat = mu + b_i[i] + b_u[u] + np.dot(q_i[:,i].T,p_u[u,:])
            e_ui = r_ui[u,i] - r_ui_hat
            b_u[u] = b_u[u] + gamma * (e_ui - lam*b_u[u])
            b_i[i] = b_i[i] + gamma * (e_ui - lam*b_i[i])
            q_i[:,i] = q_i[:,i] + gamma * (e_ui*p_u[u,:].T - lam*q_i[:,i])
            p_u[u,:] = p_u[u,:] + gamma * (e_ui*q_i[:,i].T - lam*p_u[u,:])
    return mu,b_u,b_i,q_i,p_u


import pandas as pd
import ssvd
d =  np.array(
[[  5.,   5.,   3.,  nan,   5.,   5.],
 [  5.,  nan,   4.,  nan,   4.,   4.],
 [ nan,   3.,  nan,   5.,   4.,   5.],
 [  5.,   4.,   3.,   3.,   5.,   5.],
 [  5.,   5.,  nan,  nan,  nan,   5.]
])
data = pd.DataFrame (d, columns=['0','1','2','3','4','5'],
       index=['Ben','Tom','John','Fred','Bob'])
mu,b_u,b_i,q_i,p_u = ssvd.ssvd(data,rank=3)
print mu
print 'b_u',b_u
print 'b_i',b_i
print 'q_i',q_i
print 'p_u',p_u
u = 4; i = 2
r_ui_hat = mu + b_i[i] + b_u[u] + np.dot(q_i[:,i].T,p_u[u,:])
print r_ui_hat
```

```
rank 3
4.31388888889
b_u [ 0.05129388  0.01927226  0.0206893   0.0065487   0.06568321]
```

```
b_i [ 0.07820389  0.01958841 -0.03217881  0.01561187  0.04071886  0.07140383]
q_i [[ 0.03132989  0.02957741  0.02802317  0.02951804  0.0301854   0.03108419]
 [ 0.03132989  0.02957741  0.02802317  0.02951804  0.0301854   0.03108419]
 [ 0.03132989  0.02957741  0.02802317  0.02951804  0.0301854   0.03108419]]
p_u [[ 0.03053543  0.03053543  0.03053543]
 [ 0.0295772   0.0295772   0.0295772 ]
 [ 0.02963018  0.02963018  0.02963018]
 [ 0.02921864  0.02921864  0.02921864]
 [ 0.03100583  0.03100583  0.03100583]]
4.34999993855
```

```
import pandas as pd, os
df = pd.read_csv("%s/Downloads/movielens.csv" % os.environ['HOME'] ,sep=';')
print df.shape
df = df.ix[:,1:3700] # id kolonunu atla,
df.columns = range(3699) # kolon degerlerini tekrar indisle
print df.shape
```

```
(6040, 3731)
(6040, 3699)
```

```
import ssvd
df_train, test_data = ssvd.create_training_test(df,rowlim=500,collim=300)
print len(test_data)
```

```
501
```

```
import ssvd
mu,b_u,b_i,q_i,p_u = ssvd.ssvd(df_train,rank=25)
print 'mu',mu
```

```
rank 25
mu 3.23841096846
```

```
rmse = 0; n = 0
for u,i,real in test_data:
    r_ui_hat = mu + b_i[i] + b_u[u] + np.dot(q_i[:,i].T,p_u[u,:])
    rmse += (real-r_ui_hat)**2
    n += 1
    #print u,i,real, r_ui_hat
print "rmse", np.sqrt(rmse / n)
```

```
rmse 0.878340489577
```

Kaynaklar

http://sifter.org/~simon/journal/20061211.html

Koren, Bell, *Recommender Systems Handbook*, http://www.cs.bme.hu/nagyadat/Recommender_systems_handbook.pdf

http://www2.research.att.com/~volinsky/papers/ieeecomputer.pdf

http://www.cs.nyu.edu/~yann/talks/lecun-20071207-nonconvex.pdf

http://courses.cs.washington.edu/courses/cse528/09sp/sanger_pca_nn.pdf

http://users.ics.aalto.fi/oja/Oja1982.pdf

http://arxiv.org/pdf/1308.3509

http://www.maths.qmul.ac.uk/~wj/MTH5110/notes/MAS235_lecturenotes1.pdf

http://heim.ifi.uio.no/~tom/powerandqrslides.pdf

http://math.stackexchange.com/questions/649701/gradient-descent-on-non-convex-function-works-but-how