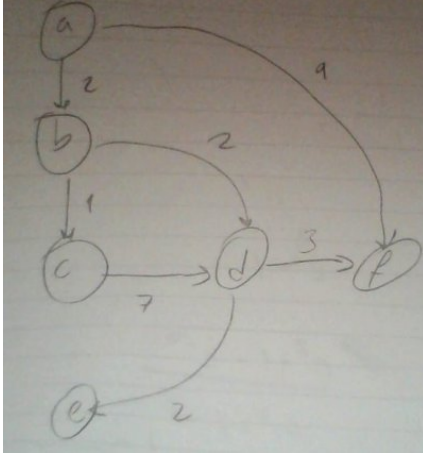


Dinamik Programlama

Dinamik programlamanın (DP) temelinde ardi ardina verilmesi gereken kararlarin bulunmasi fikri yatar; her anda, her verilen karar baska bir karar secenekleri ortaya cikarabilir, ve bunlarin arasinda da secim yapılmalıdır. Hedefimiz en iyi karar zincirini bulmaktır. Bu kismen “acgozlu algoritmalar (greedy algorithms)” olarak bilinen algoritmaların yaptigina benzer, fakat acgozlu algoritmalar sadece “o an için” en iyisini yapar; Fakat o an için iyi olan toplam goze alindigi zaman en iyi sonucu ortaya cikarmayabilir. Mesela alttaki grafige bir bakalim,



Diyelim ki a noktasından f noktasına en kısa yoldan ulasmaya calisiyoruz. Acgozlu algoritma a, b, c, d üzerinden gidis yapardi cunku her an, sadece “o an için” en iyi olani secerdi. Fakat toplama bakarsak, bu yolun en kısa yol olmadigini goruruz. En iyi yol a, b, d üzerinden giden yoldur.

Ustteki cizit, ag yapisi (graph) yonlu, çevrimsiz (directed, acyclic graph -DAG-) diye bilinen bir yapidir. Tipik kısa yol problemleri bu yapılar üzerinde calisirlar.

DP problemleri bir problemi alt problemlere bolebildigimiz zaman faydalidirlar ve ozellikle o alt problemler cogunlukla tekrar tekrar hesaplaniyorlarsa iyidir, cunku DP o alt problemleri onbellekleyerek tekrar hesaplanmadan gecilmelerini saglayabilir.

Ornek olarak en kısa yol problemini DP ile cozelim.

Problemin tamamı, teorik ve tumevarımsal olarak biraz dusunelim. Diyelim ki ustteki DAG’de a, f arasindaki en kısa yolu biliyoruz. Ve yine diyelim ki bu yol üzerinde / bir ara nokta x noktası var. O zaman, a, x, ve x, f arasindaki yollar da tanim itibariyle en kisadir. Ispat: eger mesela x, f arasindaki en kısa yol bildigimizden baska olsaydi, o zaman eldekini atip o yolu kullaniyor olurduk, ve bu sefer bu alternatif en kısa olurdu. Fakat ilk basta en kısa yolu bildigimiz faraziyesi ile basladik. Bir celiski elde ettik, demek ki ara noktanin kisaligi dogrudur \square

Oyle bir fonksiyon $d(v)$ olsun ki herhangi bir v nodu için o nod’dan bitis noktasına olan uzakligi hesapliyor olsun, u, v arasindaki parca mesafeler ise $w(u, v)$ ile verilecek. DAG’i alttaki gibi gosterelim,

```
DAG = {
    'a': {'b':2, 'f': 9},
    'b': {'d':2, 'c':1, 'f': 6},
    'c': {'d':7},
    'd': {'e':2, 'f': 3},
    'e': {'f':4},
    'f': {}
}
```

Boylece $w(u,v)$ basit bir Python sozluk (dictionary) erisimi haline geliyor, mesela a,b arasi parca mesafe icin

```
print DAG['a']['b']
```

2

En kısa yolu bulacak program

```
from functools import wraps

def memo(func):
    cache = {}
    @wraps(func)
    def wrap(*args):
        if args not in cache:
            print 'miss', args[0]
            cache[args] = func(*args)
        else: print 'hit for', args[0]
        return cache[args]
    return wrap

def rec_dag_sp(W, s, t):
    @memo
    def d(u):
        print ('At ' + u[0])
        if u == t: return 0
        dist = min(W[u][v]+d(v) for v in W[u])
        print 'returning from',u,', dist=',dist
        return dist
    return d(s)

dist = rec_dag_sp(DAG, 'a', 'f')
print 'final distance=', dist

miss a
At a
miss b
```

At b
miss c
At c
miss d
At d
miss e
At e
miss f
At f
returning from e , dist= 4
hit for f
returning from d , dist= 3
returning from c , dist= 10
hit for d
hit for f
returning from b , dist= 5
hit for f
returning from a , dist= 7
final distance= 7