

SVD ile Kumeleme

Tekil Deger Ayristirma (Singular Value Decomposition -SVD-) ile bir veri madenciligi ornegi gorecegiz. Ornek olarak [1] adresinde tarif edilen / paylasilan zaman serisini kullandik. Serinin tumunu kullanilmedi, ilk 10 noktasini aldik, ve grafige bakinca iki tane ana seri turu oldugunu goruyoruz.

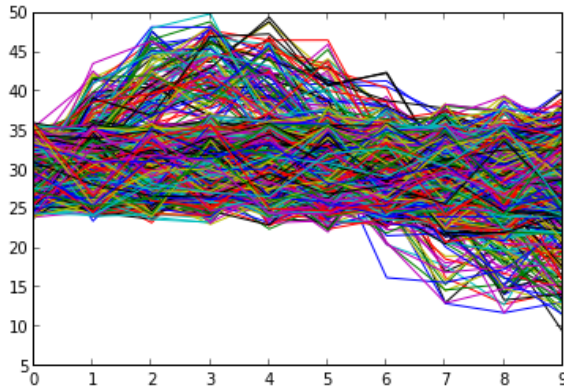
```
data = np.genfromtxt("synthetic_control.data", dtype=float)

print data.shape

for t in data[:,0:10]: plot(t); hold(True)

plt.savefig('svd_2.png')

(600, 60)
```



Peki bu serileri nasil otomatik olarak kumeleyerek bulurduk / birbirinden ayirttirdik? Lineer Cebir Ders 29'da SVD'nin matematigini isledik. SVD bir matris A uzerinde ayristirma yapar, ve A herhangi boyutta, turde bir matris olabilir.

$$\begin{array}{c} m \\ \boxed{A} \\ n \end{array} = \begin{array}{c} r \\ \boxed{C} \\ n \end{array} \begin{array}{c} r \\ \boxed{W} \\ r \end{array} \begin{array}{c} m \\ \boxed{F} \\ r \end{array}$$

$$\begin{array}{c} m \\ \boxed{A} \\ n \end{array} = \begin{array}{c} r \\ \boxed{C} \\ n \end{array} \begin{array}{c} r \\ \boxed{W} \\ r \end{array} \begin{array}{c} m \\ \boxed{F} \\ r \end{array}$$

Ayrıştırma $m \times n$ boyutlu matrisi $A = CWF$ olarak ayırır, burada C , ana matris ile aynı miktarda satıra sahiptir, F aynı miktarda kolona sahiptir. Ayrıştırma sonrası A 'nin kertes (rank) r ortaya çıkar, eğer tüm A kolonları birbirinden bağımsız ise, o zaman $r = m$ olacaktır, ama kolonların bazıları mesela aynı ölçümü değişik katlarda tekrarlıyor ise, o zaman matriste tekillik vardır, ve bu durumda $r < m$ olur, ve ortadaki W matrisi $r \times r$ olduğu için beklenenden daha ufak boyutlarda olabilir.

Ayrıca SVD, W çaprazındaki özdeğerleri büyüklük sırasına göre dizerek, ve her özdeğere tekabül eden özvektörler de ona göre sıraya dizilmiş olacaktır, ve SVD tamamlanınca mesela "en büyük 10" özdeğere ait olan CWF değerlerini alıp, diğerlerini atmayı da seçebiliriz, yani kerte üzerinden yapılan "eleme" üstüne bir eleme de kendimiz yapabiliriz. Bu elemeyi yapabilmemizin mantığı şöyle; küçük özdeğerlerin karşılığı özvektörlerin nihai toplama daha az etki ettiği söylenebilir, ve bu "gurultuyu" elemek sonucu degistirmeyecektir. Ayrıca bu elemeyi yaparak bir tür boyut azaltma (dimensionality reduction) işlemini de aynı zamanda basarmış oluruz.

Ayrıştırmanın Anlamları

Bir ayırtırmayı değişik şekillerde görmek mümkündür. Bunlardan önemli birisi çizge bakışıdır (graph interpretation). Çizge bilindiği gibi düğümler ve onlar arasındaki ayrıtlardan (edges) oluşur. Bir çizge matris formunda temsil edilebilir, satır / kolon kesimi iki düğüm arasındaki ayrıtin ağırlığını, ya da varlığını (1 ve 0 üzerinden) temsil edecektir. Bu durumda SVD sonucunda elde edilen CWF , bize iki düğüm arası geçişli (bipartite) çizgeyi, üç düğüm arası geçişli (tripartite) çizgeye çevrilmiş halde geri verir. Ve bu yeni çizgede en fazla r tane geçiş noktaları (waystations) oluşmuştur, üstte bahsettiğimiz eleme ile geçişler daha da azaltılabilir.

Şimdi, bu geçiş noktalarına olan C 'nin "bağlanma şekli", "bağlanma kuvveti", ek kümeleme basamağı tarafından kullanılabilir. Bu "azaltılmış" geçişin üzerindeki her işlem / ona yapılan her referans kümeleme için bir ipucudur. Bunu görmek için örnek zaman serilerinin SVD sonrası elde edilen C (örnekte u) matrisinin ilk iki kolonunu bile grafiklemek yeterlidir.

```
import scipy.linalg as lin
data = np.genfromtxt("synthetic_control.data", dtype=float)

# before norm, and take only 10 data points
data = data[:,0:10]

print data.shape

# show the mean, and std of the first time series
print data[0,:]
print np.mean(data[0,:], axis=0)
print np.std(data[0,:], axis=0)

# normalize
data -= np.mean(data, axis=0)
```

```

data /= np.std(data, axis=0)

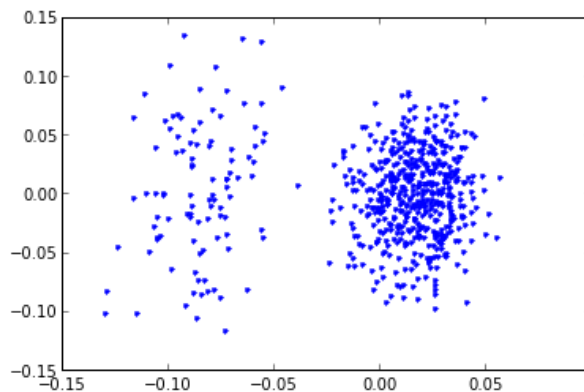
# after norm
print data[0,:]

u,s,v = lin.svd(data, full_matrices=False)
print 'svd'
print u.shape
print s
print v.shape

plt.plot(u[:,0], u[:,1], '.')
plt.savefig('svd_3.png')

(600, 10)
[ 28.7812  34.4632  31.3381  31.2834  28.9207  33.7596  25.3969  27.7849
  35.2479  27.1159]
30.40918
3.16894521278
[-0.35501371  0.85457443 -0.10641642 -0.16202975 -0.51986031  0.56762802
 -1.19371757 -0.29304061  1.27639519 -0.2095089 ]
svd
(600, 10)
[ 48.29293361  30.97232928  24.52860861  20.63081553  20.0940039
  17.52035809  16.48932523  16.03796372  15.41270426  14.27678793]
(10, 10)

```



Goruldugu gibi net bir sekilde iki tane kume ortaya cikti. Bu kumeler yazinin basindaki iki ayrı zaman serisi obeklerine tekabul ediyorlar.

O zaman serilerini ayirtetmek icin ne yapariz? Ustteki veriler uzerinde kmeans isletebilirdik, ya da kabaca bakiyoruz, dikey olarak -0.025 seviyesinde bir çizgi ayirac olarak gorulebilir. Numpy filtreleme teknigi

```
u[:,0] < -0.025
```

bize ana veri üzerinde uygulanabilecek **True** ve **False** degerleri verir, bunlari alarak ana veriye filtrele olarak uygulariz,

```
data[u[:,0] < -0.025]
```

ve mesela birinci kumeye ait zaman serilerini bulabiliriz.

Kontrol etmek icin ilk 3 kolonun degerlerini uc boyutta grafikleyelim.

```
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import scipy.linalg as lin

data = np.genfromtxt("synthetic_control.data", dtype=float)

data = data[:,0:10]

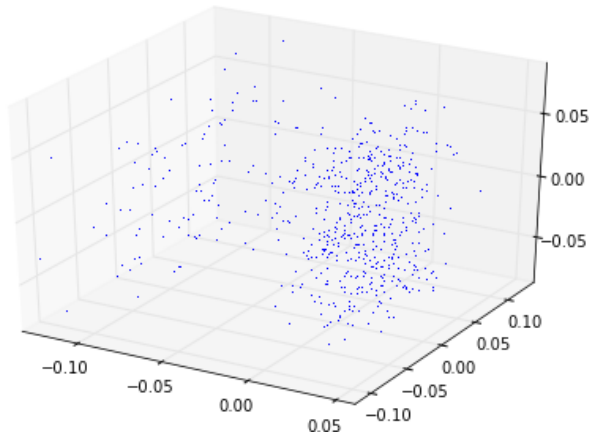
print data.shape

data -= np.mean(data, axis=0)
data /= np.std(data, axis=0)

u,s,v = lin.svd(data)
print 'svd'
print u.shape
print s
print v.shape

fig = plt.figure()
ax = Axes3D(fig)
ax.plot(u[:,0], u[:,1], u[:,2], ',', zs=0, zdir='z', label='zs=0, zdir=z')
plt.savefig('svd_4.png')

(600, 10)
svd
(600, 600)
[ 48.29293361  30.97232928  24.52860861  20.63081553  20.0940039
  17.52035809  16.48932523  16.03796372  15.41270426  14.27678793]
(10, 10)
```



Yine iki tane kume oldugunu goruyoruz.

Simdi biraz daha degisik bir probleme bakalim, bu sefer bir grup kelimeyi birbirlerine benzerlikleri (ya da uzakligi) uzerinden kumelemeye ugrasacagiz.

Benzerlik, Levenhstein mesafesi adli olcut [2] uzerinden olacak. Matrisimiz her kelimenin her diger kelime ile arasindaki uzakligi veren bir matris olmal, eger 100 kelime var ise, bu matris 100 x 100 boyutlarında olacak. SVD sonrasi elde edilen u uzerinde kmeans isletecegiz, ve kumeleri bulacagiz. Ayrica her kume icin bir “temsilci” secebilmek icin kmeans’in bize verdigi kume ortasi kordinatinin en yakin oldugu kelimeyi cekip cikartacagiz, ve onu temsilci olarak alacagiz.

Kelime mesafesi olarak

```
def levenshtein(s1, s2):
    l1 = len(s1)
    l2 = len(s2)

    matrix = [range(l1 + 1)] * (l2 + 1)
    for zz in range(l2 + 1):
        matrix[zz] = range(zz, zz + l1 + 1)
    for zz in range(0, l2):
        for sz in range(0, l1):
            if s1[sz] == s2[zz]:
                matrix[zz+1][sz+1] = min(matrix[zz+1][sz] + 1, matrix[zz][sz+1] + 1, matrix[zz][sz])
            else:
                matrix[zz+1][sz+1] = min(matrix[zz+1][sz] + 1, matrix[zz][sz+1] + 1, matrix[zz][sz] + 1)
    return matrix[l2][l1]

s1 = "pizza"
s2 = "pioazza"
distance = levenshtein(s1, s2)
print 'The Levenshtein-Distance of ', s1, ' and ', s2, ' is ', distance

s1 = "hamburger"
```

```

s2 = "haemmurger"
distance = levenshtein(s1, s2)
print 'The Levenshtein-Distance of ',s1, ' and ', s2, ' is ', distance

```

```

The Levenshtein-Distance of pizza and pioazza is 2
The Levenshtein-Distance of hamburger and haemmurger is 2

```

```

import scipy.linalg as lin
from sklearn.cluster import KMeans
import itertools

```

```

words = np.array(
    ['the', 'be', 'to', 'of', 'and', 'a', 'in', 'that', 'have',
     'I', 'it', 'for', 'not', 'on', 'with', 'he', 'as', 'you',
     'do', 'at', 'this', 'but', 'his', 'by', 'from', 'they', 'we',
     'say', 'her', 'she', 'or', 'an', 'will', 'my', 'one', 'all',
     'would', 'there', 'their', 'what', 'so', 'up', 'out', 'if',
     'about', 'who', 'get', 'which', 'go', 'me', 'when', 'make',
     'can', 'like', 'time', 'no', 'just', 'him', 'know', 'take',
     'people', 'into', 'year', 'your', 'good', 'some', 'could',
     'them', 'see', 'other', 'than', 'then', 'now', 'look',
     'only', 'come', 'its', 'over', 'think', 'also', 'back',
     'after', 'use', 'two', 'how', 'our', 'work', 'first', 'well',
     'way', 'even', 'new', 'want', 'because', 'any', 'these',
     'give', 'day', 'most', 'us'])

```

```

print "calculating distances..."

```

```

(dim,) = words.shape

```

```

f = lambda (x,y): levenshtein(x,y)

```

```

res=np.fromiter(itertools.imap(f, itertools.product(words, words)),
               dtype=np.uint8)

```

```

A = np.reshape(res,(dim,dim))

```

```

print "svd..."

```

```

u,s,v = lin.svd(A, full_matrices=False)

```

```

print u.shape

```

```

print s.shape

```

```

print s

```

```

print v.shape

```

```

data = u[:,0:8]

```

```

k=KMeans(init='k-means++', n_clusters=25, n_init=10)
k.fit(data)
centroids = k.cluster_centers_
labels = k.labels_
print labels

def dist(x,y):
    return np.sqrt(np.sum((x-y)**2, axis=1))

print "clusters, centroid points.."
for i,c in enumerate(centroids):
    idx = np.argmin(dist(c,data[labels==i]))
    print words[labels==i][idx]
    print words[labels==i]

plt.plot(centroids[:,0],centroids[:,1],'x')
plt.hold(True)
plt.plot(u[:,0], u[:,1], '.')
plt.savefig('svd_5.png')

from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
fig = plt.figure()
ax = Axes3D(fig)
ax.plot(u[:,0], u[:,1], u[:,2], '.', zs=0,
        zdir='z', label='zs=0, zdir=z')
plt.savefig('svd_6.png')

calculating distances...
svd...
(100, 100)
(100,)
[ 3.57988202e+02  4.64912561e+01  3.21352688e+01  2.38031643e+01
  2.14888993e+01  1.75355875e+01  1.72577475e+01  1.50823345e+01
  1.36053187e+01  1.27864289e+01  1.20850058e+01  1.09366461e+01
  1.02722223e+01  9.15906107e+00  8.93781797e+00  8.08808906e+00
  7.55885762e+00  7.38765898e+00  7.03189413e+00  6.37905207e+00
  6.08100883e+00  5.93978699e+00  5.80476820e+00  5.48573127e+00
  4.93815941e+00  4.58515335e+00  4.40072056e+00  4.10393093e+00
  3.82184278e+00  3.62002998e+00  3.52076475e+00  3.21765568e+00
  3.19448751e+00  2.97591545e+00  2.90604264e+00  2.82566873e+00
  2.75236845e+00  2.51068720e+00  2.46909289e+00  2.39525952e+00
  2.31057708e+00  2.17681774e+00  2.11768873e+00  2.02116412e+00
  1.99158340e+00  1.84283752e+00  1.80985462e+00  1.73585790e+00
  1.59395705e+00  1.57675090e+00  1.49638568e+00  1.49354064e+00
  1.40623601e+00  1.40412600e+00  1.24442892e+00  1.23842955e+00
  1.22119742e+00  1.20466658e+00  1.19604521e+00  1.08815700e+00

```

9.78864620e-01	9.71322173e-01	8.83519026e-01	8.53898791e-01
8.53690716e-01	7.32954748e-01	7.14196035e-01	6.92366775e-01
6.83931613e-01	5.88533124e-01	5.45586737e-01	5.01747612e-01
4.90740691e-01	4.29689160e-01	4.09996636e-01	4.03042824e-01
3.80587104e-01	3.48811148e-01	3.28580353e-01	3.25050141e-01
3.09318382e-01	2.39526940e-01	2.29926274e-01	1.96030630e-01
1.86987383e-01	1.46740385e-01	1.44728633e-01	1.30118418e-01
1.28613583e-01	8.03675410e-02	6.31950264e-02	5.25562558e-02
3.08220025e-02	2.85652995e-02	2.84199001e-02	4.43547511e-03
1.60953158e-04	3.44433012e-14	3.44433012e-14	3.44433012e-14]

(100, 100)

4	13	1	19	8	22	10	21	12	2	10	19	19	19	0	13	22	19	1	22	18	17	10	2	15
4	13	8	23	13	19	8	0	2	7	8	14	23	23	21	1	2	17	10	5	11	2	0	1	13
7	12	8	6	6	1	5	11	15	12	24	11	3	19	15	9	14	4	13	23	21	4	1	15	20
9	10	7	18	5	8	3	13	1	1	17	15	5	20	8	7	7	8	16	8	18	6	8	5	2]

clusters, centroid points..

with

['with' 'will' 'which']

do

['to' 'do' 'so' 'go' 'no' 'now' 'two' 'how']

I

['I' 'by' 'my' 'up' 'get' 'us']

year

['year' 'after']

them

['the' 'they' 'them' 'then']

most

['about' 'just' 'also' 'first' 'most']

like

['like' 'time' 'give']

even

['one' 'when' 'over' 'even' 'new']

any

['and' 'say' 'an' 'all' 'can' 'back' 'way' 'want' 'any' 'day']

come

['some' 'come']

if

['in' 'it' 'his' 'if' 'its']

into

['who' 'him' 'into']

have

['have' 'make' 'take']

be

['be' 'he' 'we' 'she' 'me' 'see' 'use']

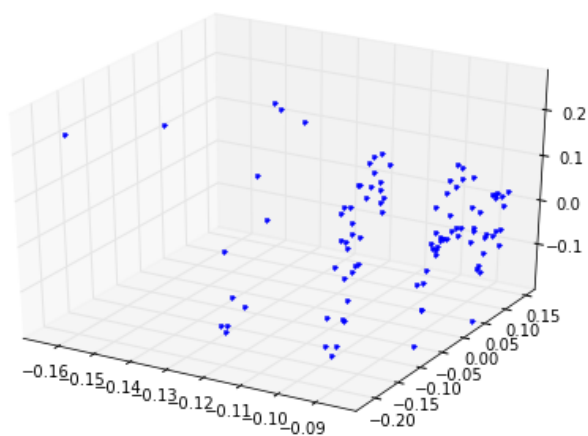
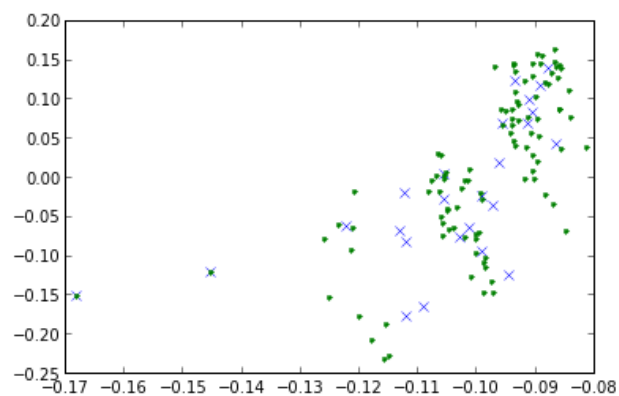
would

['would' 'could']


```

good
['from' 'know' 'good' 'look' 'work']
because
['because']
out
['but' 'out' 'our']
this
['this' 'think' 'these']
for
['of' 'for' 'not' 'on' 'you' 'or' 'your']
only
['only' 'well']
that
['that' 'what' 'than']
at
['a' 'as' 'at']
other
['her' 'there' 'their' 'other']
people
['people']

```



Bu teknigin uygulanabilecegi daha pek cok alan var. Mesela her dokumanin icindeki belli kelimelerin sayilari kolonlarda (her kolon ozel bir kelimeye tekabul edecek sekilde), ve dokumanlari kendisi satirlarda olacak sekilde bir matrisimiz olsaydi, SVD bu matris uzerinde de bir kumeleme icin kullanilabilirdi. Bu ornekte “kac tane kelime oldugu” gibi bir olcut vardir (daha once kelimelerin birbirine uzakligini kullandik), ama teknik yine de ise yarar.

Not: `np.fromiter .. itertools.imap` kullanimini anlamak icin [4]’e bakilabilir.

[1] kdd.ics.uci.edu/databases/synthetic_control/synthetic_control.data.html

[2] sayilarvekuramlar.blogspot.de/2012/07/kelime-benzerligi-levenshtein-mesafesi.html

[3] Skillicorn, D., Understanding Complex Datasets Data Mining with Matrix Decompositions

[4] [sayilarvekuramlar.blogspot.de/2012/07/dongu-yazmamak-fonksiyonel-diller-python.ht](http://sayilarvekuramlar.blogspot.de/2012/07/dongu-yazmamak-fonksiyonel-diller-python.html)