

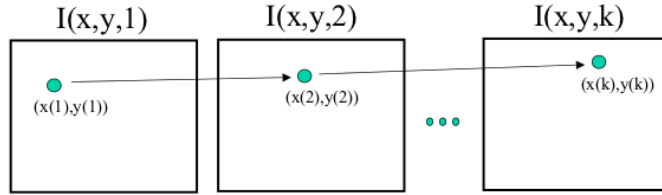
Piksel Takibi, Optik Akis, Lucas Kanade Algoritmasi

Hareket halindeki bir kameranın aldigi görüntülerdeki herhangi bir pikseli nasıl takip ederiz?

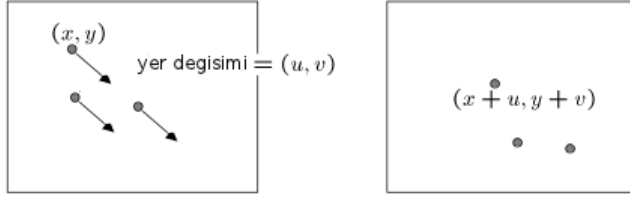
Matematiksel olarak temsil etmek gerekirse, zamana göre değişen 2 boyutlu görüntüyü bir fonksiyon olarak düşünelim, ki bu fonksiyonun değerleri ayrık-sal olarak, imajın ta kendisi. Bir $I(x(t), y(t), t)$ fonksiyonu piksel değerlerini veriyor. Bu fonksiyonda x, y ekran koordinatlarına tekabül ediyor, t ise zaman, 1, 2, .. gibi değerleri indeks değerleri var, mesela $I(100, 200, 1)$, bize 1. video karesindeki $x = 100, y = 200$ koordinatlarındaki piksel değerini verecek.

x, y değişkenleri parametrize edildi, bir noktayı takip etmek istiyoruz çünkü, ve t 'ye göre bu takip edilen noktanın x, y koordinatları belli bir gidisat yönünde değişiyor.

Su faraziye yapılarak takip problemimizi kolaylaştırabiliriz. Diyelim ki takip edilen bir nokta, görüldüğü her karede aynı piksel rengindedir. Bu çok sıradisi bir faraziye değil, resim karelerinden bir araba geçiyor mesela, ve bu arabanın üzerindeki piksellerin renkleri, en azından iki kare arasında değişmiyor. Işık seviyesi, golgede olma, vs. gibi durumlarda biraz değişebilir, fakat basitleştirme amacıyla bu faraziye geçerlidir.



Bir diğer faraziye, kameralar hareket ettiklerinde alınan iki görüntü arasındaki tüm piksellerin yer değişimi genellikle aynı yönde olmasıdır. Bu değişim yönünü $\langle u, v \rangle$ vektörü olarak görebiliriz, ve bu değişkenler iki görüntü arasındaki değişimde tüm pikseller için aynı olacaktır. Bu da normal, kamerayı alıp mesela sağa doğru hareket ettiriyoruz, ve görüntüdeki tüm pikseller sola doğru gidiyorlar.



Tum bunlari modelimizde nasil kullaniriz?

Takip edilen nokta her karede ayni renkte ise, su ifade dogru demektir

$$I(x(t), y(t), t) = \text{sabit}$$

Eger bu fonksiyonun zamana gore turevini alirsak

$$\frac{d I(x(t), y(t), t)}{dt} = 0$$

sonucu gelir. Esitligin sagi sifir, cunku bir sabitin turevini aldik. Sol tarafa Zincirleme Kanununu uygularsak,

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0$$

Bu formilde dx/dt ve dy/dt , hareket halindeki (zaman gecerken) noktanin sonsuz kucuklukteki yer degimi. Ayriksal baglamda arka arkaya iki kare icindeki yer degisimi. O zaman,

$$\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} = u, v$$

Alttakiler ise mesafesel (spatial) gradyanlardir, bunlari nasil hesaplanacagini cok iyi biliyoruz!

$$\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}$$

Alttaki ise resim karelerinin zamana gore turevidir.

$$\frac{\partial I}{\partial t}$$

Daha derli toplu olarak gostermek gerekirse ana formül nihai olarak soyle

$$I_x u + I_y v + I_t = 0$$

ya da

$$\nabla I \cdot \langle u, v \rangle = -I_t$$

Simdi u, v 'nin hesaplanmasina geelim. Ustteki formulu bir veri noktası için yazmak yeterli değil. Ama bu formulu hem takip ettigimiz, hem de onun etrafındaki pikseller için yazarsak (onların yer değişimi de aynı değil mi?), ve bu sistemi cozersek, sonuca varabiliriz.

İki tane bilinmeyenimiz var, ama böylece pek çok formül elde ediyoruz. Veriler gürültülü olduğu için, aslında bilinmeyenden “daha fazla” formül elde etmek iyi, bu tür denklem sistemlerine “çok esitlige sahip (overdetermined)” denir, ve böyle tür sistemler En Az Kareler (Least Squares) ile çözülür. Tüm bunları bir araya koyunca su ortaya çıkar.

$$\begin{bmatrix} I_x(p_1) & I_y(p_1) \\ I_x(p_2) & I_y(p_1) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(p_k) & I_y(p_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_t(p_1) \\ I_t(p_2) \\ \vdots \\ I_t(p_k) \end{bmatrix}$$

Gradyanların belli noktalarda hesaplandığını unutmayalım, o sebeple p_1, p_2 gibi piksel noktalarını bu fonksiyonlara geçiriyoruz.

Bu sistemi

$$A d = b$$

olarak gösterebiliriz, ki $d = \langle u, v \rangle$. Sol tarafı A^T ile çarpalım

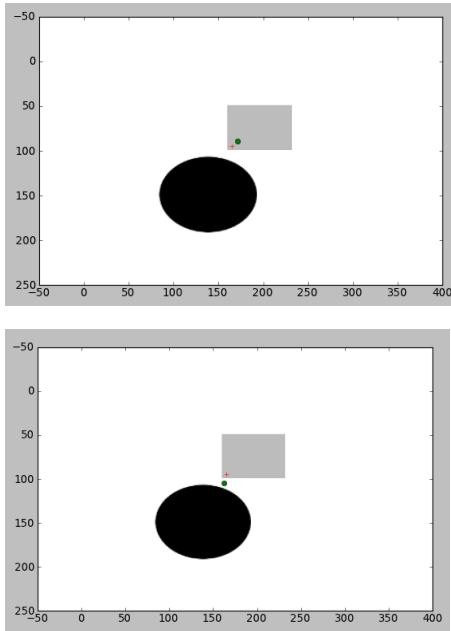
$$A^T A d = A^T b$$

Eğer $A^T A$ 'nin matris tersini iki tarafla çarparsak, d yalnız kalır, ve sonuç elde edilir.

Bu denklemi Python Numpy’da `pinv` kullanarak cozeriz.

Test için üç tane resim kullandık, bu resimlerden `flow1-bw-0.png` başlangıç resmi, bu resmin ortasındaki objeleri GIMP kullanarak elle kopyaladık, bir üst sağ capraza doğru, bir alt sol capraza doğru, ve iki yeni resim elde ettik (`upright.png`, `dleft.png`). Takip edilen nokta gri dörtgenin alt sol köşesinde. Lucas Kanade algoritması bu noktayı takip ederek, yeşil ile işaretledi.

OpenCV üzerinden bir video'daki imajın takip edilmesinin ornegi ise `track-chess.py` icinde bulunabilir.



```
import numpy as np
import scipy.signal as si
from PIL import Image

def gauss_kern():
    h1 = 15
    h2 = 15
    x, y = np.mgrid[0:h2, 0:h1]
    x = x-h2/2
    y = y-h1/2
    sigma = 1.5
    g = np.exp( -( x**2 + y**2 ) / (2*sigma**2) );
    return g / g.sum()

def deriv(im1, im2):
    g = gauss_kern()
    Img_smooth = si.convolve(im1,g,mode='same')
    fx,fy=np.gradient(Img_smooth)
    ft = si.convolve2d(im1, 0.25 * np.ones((2,2))) + \
```

```

        si.convolve2d(im2, -0.25 * np.ones((2,2)))

    fx = fx[0:fx.shape[0]-1, 0:fx.shape[1]-1]
    fy = fy[0:fy.shape[0]-1, 0:fy.shape[1]-1];
    ft = ft[0:ft.shape[0]-1, 0:ft.shape[1]-1];
    return fx, fy, ft

if __name__ == "__main__":
    im1 = np.asarray(Image.open('flow1-bw-0.png'))
    im2 = np.asarray(Image.open("flow2-bw-0.png"))
    fx, fy, ft = deriv(im1, im2)

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import scipy.signal as si
from PIL import Image
import deriv
import numpy.linalg as lin

def lk(im1, im2, i, j, window_size) :
    fx, fy, ft = deriv.deriv(im1, im2)
    halfWindow = np.floor(window_size/2)
    curFx = fx[i-halfWindow-1:i+halfWindow,
               j-halfWindow-1:j+halfWindow]
    curFy = fy[i-halfWindow-1:i+halfWindow,
               j-halfWindow-1:j+halfWindow]
    curFt = ft[i-halfWindow-1:i+halfWindow,
               j-halfWindow-1:j+halfWindow]
    curFx = curFx.T
    curFy = curFy.T
    curFt = curFt.T

    curFx = curFx.flatten(order='F')
    curFy = curFy.flatten(order='F')
    curFt = -curFt.flatten(order='F')

    A = np.vstack((curFx, curFy)).T
    U = np.dot(np.dot(lin.pinv(np.dot(A.T,A)),A.T),curFt)

```

```

    return U[0] , U[1]

if __name__ == "__main__":
    x=165
    y=95
    win=50
    im1 = np.asarray(Image.open('flow1-bw-0.png'))
    print im1.shape
    #im2 = np.asarray(Image.open('flow2-bw-0.png'))
    #im2 = np.asarray(Image.open('upright.png'))
    im2 = np.asarray(Image.open('dleft.png'))
    print im2.shape
    u, v = lk(im1, im2, x, y, win)
    print u, v
    plt.imshow(im1, cmap='gray')
    plt.hold(True)
    plt.plot(x,y,'r');
    plt.plot(x+u*3,y+v*3,'og')
    plt.show()

```

Not

Bu matematiksel modele alternatif bir bakis soyle olabilir. Iki imaj karesi icinde birincisine $I(x, y)$ ikincisine $H(x, y)$ diyelim, burada t uzerinden parametrizasyon olmasin; x, y pikselinin H icinde u, v kadar yer degisiminden sonra, bu noktalarin I 'de geldigi yerdeki grilik degerinin ayni oldugunu (yine) farzediyoruz. Sonra $I(x + u, y + v)$ 'nin birinci dereceden Taylor Acilimini yapiyoruz,

$$I(x + u, y + v) = I(x, y) + \frac{\partial I}{\partial x}u + \frac{\partial I}{\partial y}v + \dots$$

ya da

$$I(x + u, y + v) \approx I(x, y) + \frac{\partial I}{\partial x}u + \frac{\partial I}{\partial y}v$$

Grilik ayniligini ise soyle belirtebiliriz

$$I(x + u, y + v) - H(x, y) = 0$$

Taylor acilini üstteki formülde I yerine geçirelim

$$I(x, y) + \frac{\partial I}{\partial x}u + \frac{\partial I}{\partial y}v - H(x, y) = 0$$

H 'in yerini degistirelim

$$I(x, y) - H(x, y) + I_x u + I_y v = 0$$

Su ifade $I(x, y) - H(x, y)$ nedir? Bunlar iki imajin, sonrası ve öncesi arasındaki fark değil midir? O zaman bu hesabi imajin zamana göre alınmış türevi olarak görebiliriz, yani $I_t = I(x, y) - H(x, y)$. Yerine koyalım

$$I_t + I_x u + I_y v = 0$$

$$I_x u + I_y v = -I_t$$

Boylece aynı denkleme erismiş olduk. Bu aslında normal, birinci dereceden Taylor acilimi ile tam diferansiyel denklemi (ve Zincirleme Kanununu) birbiriyle çok yakından alakası var.

Kaynaklar

R. Collins Ders Notları, www.cse.psu.edu/~rcollins/CSE486

Khurram Hassan-Shafique, CAP 5415 Lecture Notes, Spring 2003

<http://dl.dropbox.com/u/1570604/skfiles/campy/chessb-left.avi>