Banglades'te su kuyusu degisiminin lojistik modeli

Bu analiz Gelman ve Hill'in kitabi *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models* 5.4'uncu bolumu isliyor.

Verimizde 3,000 haneye gidilerek anketle toplanmis veri var. Veride hanelerin yakinlarindaki kuyudaki arsenik seviyesi toplanmis, ve paylasilan verideki tum hanelerin kuyular sagliksiz seviyede arsenik iceriyor. Verideki diger bilgiler en yakindaki "saglikli" bir kuyuya yakinlik, ve o hanenin bu saglikli su kuyusuna (bir sene sonra yapilan kontrole gore) gecip gecmedigi. Ayrica hanede fikri sorulan kisinin egitim seviyesi ve bu hanedeki kisilerin herhangi bir sosyal topluluga (community assocation) ait olup olmadiklari.

Amacimiz su kuyusunun degisimini modellemek. Bu eylem olup / olmama baglaminda evet / hayir seklinde bir degisken oldugu icin ikili (binary) olarak temsil edilebilir ve ikili cevaplar / sonuclar lojistik regresyon ile modellenebilirler.

Veriye bakalim.

Model 1: Guvenli su kuyusuna uzaklik

Ilk once modelde kuyu uzakligini kullanalim.

```
model1 = logit("switch ~ dist", df).fit()
print model1.summary()
Optimization terminated successfully.
        Current function value: 0.674874
        Iterations 4
                        Logit Regression Results
______
Dep. Variable:
                          switch No. Observations:
                                                                 3020
         MLE Df Model:

Tue, 03 Dec 2013 Pseudo R-squ.:

10:24:50 Log-Likelihood:

True LL-Null:
Model:
                                                                 3018
Method:
                                                                    1
                                                              0.01017
Date:
                                                              -2038.1
-2059.0
                                                           -2059.0
9.798e-11
Time:
converged:
```

========	coef	std err	z	P> z	======================================	====== f. Int.]
Intercept dist	0.6060 -0.0062	0.060 0.001	10.047 -6.383	0.000	0.488 -0.008	0.724

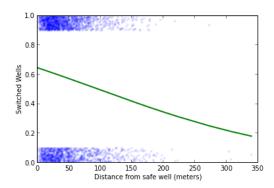
Uzaklik (dist) icin elde edilen katsayi -0.0062, fakat bu sayi kafa karistirici olabilir cunku uzaklik metre olarak olculur, o zaman bu katsayi mesela 90 metre ile 91 metre uzakligin degisime olan etkisini olcmektedir, kisacasi pek faydali degildir. Yani uzaklik metre ile olculdugu icin 1 metrenin modeldeki etkisi ufak, o yuzden bu olcutu olceklersek (scale) belki regresyon katsayilarimiz daha net cikar.

Bunu nasil yapacagiz? Olceklenmis yeni bir degisken yaratmak yerine, onu formulun icinde tanimlayabiliriz. Burada bir ara not: eger formul icinde +,- gibi operasyonlari aritmetik islem olarak kullanmak istiyorsak, o zaman 'I()' cagrisini yapmak lazim, cunku + operasyonu mesela Patsy formullerinde baska amaclar icin kullaniliyor. 'I' harfi birim (identity) kelimesinden geliyor, yani hicbir seyin degismedigini anlatmaya ugrasiyoruz, "icinde ne varsa onu ver" diyoruz [1].

```
model1 = logit('switch ~I(dist/100.)', df).fit()
print model1.summary()
Optimization terminated successfully.
      Current function value: 0.674874
      Iterations 4
                  Logit Regression Results
______
Dep. Variable:
                     switch No. Observations:
                     Logit Df Residuals:
Model:
                                                   3018
Method:
                      MLE Df Model:
                                                      1
         Tue, 03 Dec 2013 Pseudo R-squ.:
10:24:54 Log-Likelihood:
                                                0.01017
Date:
                                                 -2038.1
Time:
                                                -2059.0
                      True LL-Null:
LLR p-value:
converged:
                                               9.798e-11
______
              coef std err
                               z P>|z| [95.0% Conf. Int.]
Intercept 0.6060 0.060 10.047 0.000 0.488 0.724 I(dist / 100.) -0.6219 0.097 -6.383 0.000 -0.813 -0.431
______
```

Simdi modelimizi grafikleyelim. Yanliz degisim (switch) verisini suni olarak kaydirmamiz / segirtmemiz (jitter) gerekiyor, cunku degisim 0 ve 1'den baska bir sey olamaz ve grafik surekli ayni iki bolgeye nokta basip duracak.

```
plt.plot(df['dist'], binary_jitter(df['switch'], .1), '.', alpha = .1)
plt.plot(np.sort(df['dist']), model1.predict()[np.argsort(df['dist'])], lw = 2)
plt.ylabel('Switched Wells')
plt.xlabel('Distance from safe well (meters)')
plt.savefig('wells_1.png')
```



Mavi noktalar gercek veri, yesil cizgi ise uzaklik gecilerek modelin olusturdugu "tahmin". Modelin gercek veriye ne kadar uydugunu goruyoruz boylece, yesil cizginin yuksek olasilik verdigi bolgelerde ust kismin daha mavi olmasini bekleriz mesela. Ustteki resimde asagi yukari bunu gosteriyor.

Bir problemin grafiklemesine baska bir yonden yaklasalim, kuyu degistirenlerin degisim uzakliginin yogunlugu, bir de kuyu degistirmeyenlerin degisim uzakliginin yogunlugu. Degisimi yapanlarin dagilimina bakinca, kisa mesafelerde daha fazla yogunluk gormeyi bekliyoruz, degistirmeyenlerin ise uzun mesafelerde daha fazla yogunlugu olur herhalde.

Yogunlugu gostermek icin cekirdek yogunluk hesabi (kernel density estimation) teknigini kullaniyoruz. Bu teknik her veri noktasina Gaussian, kutu (box), ya da diger turden bir "cekirdek" fonksiyonunu koyar (ve veriyi o fonksiyona gecer, sonucu kaydeder), ve bu is bitince tum cekirdekler ust uste toplanarak genel dagilim ortaya cikartilir. Teknik histogram teknigiyle ayni isi yapmaya ugrasir, bir anlamda verinin dagilimini daha puruzsuz (smooth) hale getirir.

Bu teknik istatistikte oldukca yeni bir teknik sayilir, kullanılmasi icin bilgisayar hesabi gerekiyor (kiyasla histogram elle de yapilabilir), yeni hesapsal tekniklerde olan ilerlemelerin veri analizine getirdigi bir yenilik yani!

[KDE bolumu atlandi]

Model 2: Guvenli kuyuya olan uzaklik ve kendi kuyusunun arsenik seviyesi

Simdi arsenik seviyesini modelimize ekleyelim. Bekleriz ki kuyusunda yuksek arsenik miktari olan kimselerin kuyu degistirmesi daha cok beklenen bir seydir.

```
model2 = logit('switch ~ I(dist / 100.) + arsenic', df).fit()
print model2.summary()

Optimization terminated successfully.
```

Current function value: 0.650773

Iterations 5

	_		
Loait	Rear	ession.	Results

===========	=======	========	-=======	=======	========	===
Dep. Variable:	riable: switch Logit MLE Tue, 03 Dec 2013 10:27:21		No. Observations: Df Residuals: Df Model: Pseudo R-squ.: Log-Likelihood:		3020 3017 2 0.04551 -1965.3	
Model:						
Method:						
Date:						
Time:						
converged:	True		LL-Null:		-2059.0	
			LLR p-valu	e:	1.995e	-41
=========	coef	std err	z	P> z	============ [95.0% Conf	. Int.]
Intercept	0.0027	0.079	0.035	0.972	-0.153	0.158
I(dist / 100.)	-0.8966	0.104	-8.593	0.000	-1.101	-0.692
arsenic	0.4608	0.041	11.134	0.000	0.380	0.542

Ki katsayilar da aynen bunu gosteriyor. Guvenli kuyuya olan uzaklik buyudukce degisime negatif etki yapiyor ama kendi kuyusundaki arsenik seviyesinin artmasi degisimde pozitif etki yapiyor.

Bilesen (marginal) etkiler

Tum bu degiskenlerin degisim olasiligi uzerindeki etkilerini gormek icin verinin ortalama noktasinda bir bilesen hesabi yapalim.

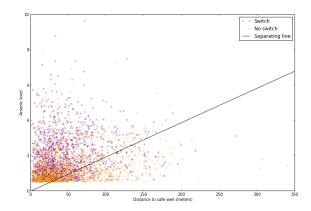
Bu sonuca gore, ankette soru sorulan ortalama kisi icin en yakin kuyuya olan uzaklikta 100 metrelik bir degisim olasiliginda anlamina gelmektedir. Fakat kendi kuyusundaki arsenikte 1 seviyesinde bir artis degisim olasiligini

Siniflarin ayirilabilirligi

Bu modelin kuyu degistirenler ile degistirmeyenleri ne kadar iyi siniflayabildigini anlamak icin her siniftaki kisiyi uzaklik-arsenik uzayinda grafikleyebiliriz.

Biz pek bir iyi bir ayirim goremedik, o sebeple modelin oldukca yuksek bir hata oraninin olmasini bekliyoruz. Fakat baska bir sey farkediyoruz, grafigin "kisa mesafe-yuksek arsenik" bolgesinde cogunlukla degisimciler var, ve "uzun mesafedusuk arsenik" bolgesinde cogunlukla degistirmeyenler var.

```
logit_pars = model2.params
intercept = -logit_pars[0] / logit_pars[2]
slope = -logit_pars[1] / logit_pars[2]
dist_sw = df['dist'][df['switch'] == 1]
dist_nosw = df['dist'][df['switch'] == 0]
arsenic_sw = df['arsenic'][df['switch'] == 1]
arsenic_nosw = df['arsenic'][df['switch'] == 0]
plt.figure(figsize = (12, 8))
plt.plot(dist_sw, arsenic_sw, '.', mec = 'purple', mfc = 'None',
         label = 'Switch')
plt.plot(dist_nosw, arsenic_nosw, '.', mec = 'orange', mfc = 'None',
         label = 'No switch')
plt.plot(np.arange(0, 350, 1), intercept + slope * np.arange(0, 350, 1) / 100.,
         '-k', label = 'Separating line')
plt.ylim(0, 10)
plt.xlabel('Distance to safe well (meters)')
plt.ylabel('Arsenic level')
plt.legend(loc = 'best')
plt.savefig('wells_2.png')
```



Model 3: Etkilesim eklemek

Arsenik seviyesi ve uzaklik degiskenlerinin modele ayri ayri yaptigi etkiler yaninda, beraber olarak ta bazi etkiler yapacagini dusunebiliriz. 100 metrelik mesafenin degisim kararina olan etkisi kuyunuzdaki arsenik seviyesiyle baglantili olabilmesi.. Insanlarin boyle dusunmesini bekleyebiliriz, yani, bu problem baglaminda, tipik kisi durup ta "once arsenik yokmus gibi dusuneyim, sadece mesafeye bakayim", sonra "simdi arsenigi dusuneyim, mesafe yokmus gibi yapayim", ve bunlardan sonra "simdi bu iki ayri karari ust uste koyayim" seklinde dusunmez.

Patsy ile modele etkilesim eklemenin yolu degiskenler arasinda ':' operatorunu kullanmak ile olur.

Iterations 5

Logit Regression Results

Dep. Variable: Model: Method: Date: Time: converged:	switc Logi ML ue, 03 Dec 201 10:31:1 Tru	t Df Res E Df Mod 3 Pseudo 9 Log-Li e LL-Nul	No. Observations: Df Residuals: Df Model: Pseudo R-squ.: Log-Likelihood: LL-Null: LLR p-value:		3020 3016 3 0.04625 -1963.8 -2059.0 4.830e-41		
=======================================	coef	std err	 Z	P> z	[95.0% Conf.	•	
Intercept I(dist / 100.) arsenic I(dist / 100.):arsenic	-0.1479 -0.5772 0.5560 -0.1789	0.118 0.209 0.069 0.102	-1.258 -2.759 8.021 -1.748	0.208 0.006 0.000 0.080	-0.378 -0.987 0.420 -0.379	— (— (

Sonuca gore etkilesimin katsayisi negatif ve istatistiki olarak anlamli (significant) [3]. Bu katsayinin degisim uzerindeki etkisini nicesel olarak hemen bakar bakmaz anlayamiyor olsak bile, niteliksel olarak etkisi sezgilerimiz ile uyusuyor. Uzaklik degisimde negatif etkili, ama bu negatif etki yuksek arsenik seviyesi devreye girince azaliyor. Diger yandan arsenik seviyesinin degisimde pozitif etkisi var, ama o etki en yakin kuyu mesafesi arttikca azaliyor.

Model 4: Egitim seviyesi ve ek bazi etkilesimler, ve degiskenleri ortalamak

Egitim seviyesi kisilerin arsenigin kotu etkilerini anlamasinda pozitif etki yapmasi beklenir, ve bu sebeple egitim seviyesi degisim kararina pozitif etki yapmalidir. Elimizdeki veride egitim yil bazinda kayitlanmis, biz bu veri noktasini olcekleyecegiz (aynen uzakliga yaptimiz gibi, cunku egitimde 1 senelik degisimin pek bir anlami yok), bunu icin 4'e bolecegiz. Ayrica bu yeni degiskenin diger degiskenler ile etkilesimini devreye sokacagiz.

Ek olarak tum degiskenleri ortalayacagiz ki boylece onlari yorumlamamiz rahatlasacak. Bir kez daha bu isi tamamen Patsy sayesinde formul icinde halledecegiz, disaridan on hesap yapip formule gecmemiz gerekmeyecek.

6

```
Logit Df Residuals:
                       MLE Df Model:
            MLE Df Model:
Tue, 03 Dec 2013 Pseudo R-squ.:
10:31:49 Log-Likelihood:
True LL-Null:
Method:
                                                     6
                                                 0.05497
Date:
                                                  -1945.9
Time:
converged:
                      True LL-Null:
                                                  -2059.0
                           LLR p-value: 4.588e-46
______
                                   coef std err z
```

Model:

3013

Intercept 0.3563 0.040 8.844 0.06 center(I(dist / 100.)) -0.9029 0.107 -8.414 0.06 center(arsenic) 0.4950 0.043 11.497 0.06 center(I(educ / 4.)) 0.1850 0.039 4.720 0.06 center(I(dist / 100.)):center(arsenic) -0.1177 0.104 -1.137 0.26 center(I(dist / 100.)):center(I(educ / 4.)) 0.3227 0.107 3.026 0.06 center(arsenic):center(I(educ / 4.)) 0.0722 0.044 1.647 0.104 ______

Modelin basarisini irdelemek: Kutulanmis Kalinti grafikleri (Binned Residual plots)

Model kalintisinin (yani model ile gercek veri arasindaki hatalar -residual-) ile ayri ayri her degisken ile grafikleri, uzaklik-kalinti, arsenik-kalinti gibi, bizi modelde gayri lineerlik olup olmadigi hakkinda uyarabilir. Cunku kalintinin Gaussian bir dagilimda olmasini bekleriz, model hatasi tam anlamiyla bir "gurultu" halinde olmalidir, ki dogada gurultunun tanimi Gaussian dagilimina sahip olmaktir. Eger bu grafikte kabaca her yere esit sekilde dagilmis bir goruntu gormuyorsak, o zaman modelimizde yakalayamadigimiz bir gayri lineerlik (nonlinearity) vardir, ya da, birbirinden farkli olan kalinti grafikleri kalintilari dagilimlarinin birbirinden farkli oldugunun isaretidir (heteroskedasticity).

Ikili bir modelde kalintilari ham sekilde grafiklemenin pek anlami yoktur, o sebeple biraz puruzsuzlestirme uygulayacagiz. Altta degiskenler icin olusturdugumuz kutucuklar (bins) icine kalintilarin ortalamasini koyacagiz ve bunlari grafikleyecegiz (lowess ya da hareketli ortalama -moving average- teknigi de burada ise yarayabilirdi).

```
def bin_residuals(resid, var, bins):
    Compute average residuals within bins of a variable.
   Returns a dataframe indexed by the bins, with the bin midpoint,
    the residual average within the bin, and the confidence interval
    bounds.
   resid_df = DataFrame({'var': var, 'resid': resid})
   resid_df['bins'] = qcut(var, bins)
   bin_group = resid_df.groupby('bins')
   bin_df = bin_group['var', 'resid'].mean()
   bin df['count'] = bin group['resid'].count()
   bin_df['lower_ci'] = -2 * (bin_group['resid'].std() /
                              np.sqrt(bin_group['resid'].count()))
   bin_df['upper_ci'] = 2 * (bin_group['resid'].std() /
```

```
np.sqrt(bin_df['count']))
    bin_df = bin_df.sort('var')
    return(bin_df)
def plot_binned_residuals(bin_df):
    Plotted binned residual averages and confidence intervals.
    plt.plot(bin_df['var'], bin_df['resid'], '.')
    plt.plot(bin_df['var'], bin_df['lower_ci'], '-r')
    plt.plot(bin_df['var'], bin_df['upper_ci'], '-r')
    plt.axhline(0, color = 'gray', lw = .5)
arsenic_resids = bin_residuals(model4.resid, df['arsenic'], 40)
dist_resids = bin_residuals(model4.resid, df['dist'], 40)
plt.figure(figsize = (12, 5))
plt.subplot(121)
plt.ylabel('Residual (bin avg.)')
plt.xlabel('Arsenic (bin avg.)')
plot binned residuals (arsenic resids)
plt.subplot(122)
plot_binned_residuals(dist_resids)
plt.ylabel('Residual (bin avg.)')
plt.xlabel('Distance (bin avg.)')
plt.savefig('wells_3.png')
       0.7
       0.0
     Residual (bin avg.)
                                     Residual (bin avg.)
                                       0.1
       -0.2
                                       0.0
       -0.4
                                       -0.1
```

Ustteki kutulama sirasinda kullanilan qcut islemlerin icin en altta ek bolumune bakin

-0.2

80

Model 5: arsenigi log olceklemek

Kutulanmis artik grafiklerine bakinca arsenik degiskeninde biraz gayri lineerlik goruyoruz, cunku noktalarin dagilimi cok fazla belli bir bolgede. Dikkat edelim, model nasil dusuk arsenigi gercekte oldugundan daha fazla olacagini tahmin etmis (overestimate), ayrica yuksek arsenigi gercekte oldugundan daha az olacagini tahmin etmis (underestimate). Bu bize arsenik degiskeni uzerinde belki de log transformasyonu gibi bir seyler yapmamizin gerektiginin isareti.

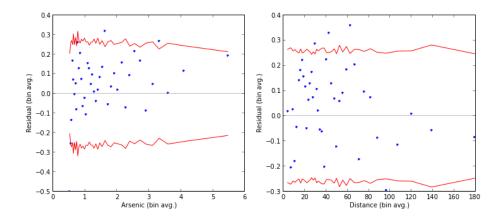
Bu degisimi de direk formul icinde yapabiliriz.

3 Arsenic (bin avg.)

```
model_form = ('switch ~ center(I(dist / 100.)) + center(np.log(arsenic)) + ' +
             'center(I(educ / 4.)) + ' +
             'center(I(dist / 100.)) : center(np.log(arsenic)) + ' +
              'center(I(dist / 100.)) : center(I(educ / 4.)) + ' +
              'center(np.log(arsenic)) : center(I(educ / 4.))'
model5 = logit(model_form, df).fit()
print model5.summary()
Optimization terminated successfully.
         Current function value: 0.639587
         Iterations 5
                          Logit Regression Results
______
Dep. Variable:
                              switch No. Observations:
                                                                        3020
Model:
                              Logit Df Residuals:
                                                                       3013
Method:
                               MLE Df Model:
                   Tue, 03 Dec 2013 Pseudo R-squ.:
Date:
                                                                    0.06192
                          10:33:28 Log-Likelihood:
                                                                    -1931.6
Time:
                             True LL-Null:
                                                                    -2059.0
converged:
                                      LLR p-value:
                                                                  3.517e-52
______
                                                  coef std err
Intercept
center(I(dist / 100.))
center(np.log(arsenic))
center(I(educ / 4.))
center(I(dist / 100.)):center(np.log(arsenic))
center(I(dist / 100.)):center(I(educ / 4.))
center(I(dist / 100.)):center(I(educ / 4.))
center(I(dist / 100.)):center(I(educ / 4.))
center(np.log(arsenic)):center(I(educ / 4.))
0.0601
0.070
0.855
______
```

Simdi arsenik icin kutulanmis kalinti grafikleri daha iyi gozukuyor.

```
arsenic_resids = bin_residuals(model5.resid, df['arsenic'], 40)
dist_resids = bin_residuals(model5.resid, df['dist'], 40)
plt.figure(figsize = (12, 5))
plt.subplot(121)
plot_binned_residuals(arsenic_resids)
plt.ylabel('Residual (bin avg.)')
plt.xlabel('Arsenic (bin avg.)')
plt.subplot(122)
plot_binned_residuals(dist_resids)
plt.ylabel('Residual (bin avg.)')
plt.xlabel('Distance (bin avg.)')
plt.xlabel('Distance (bin avg.)')
```



Model hata oranlari

pred_table() cagrisi bize bu modelin "kafa karisikligi matrisini (confusion matrix)" veriyor [4]. Bu matrisi kullanarak modelimizin hata oranini hesaplayabiliriz.

Sonra bu sonucu, en fazla verilen cevabi herkesin cevabiymis gibi farzeden daha basit bir "null modelinin" hata orani ile karsilastirmaliyiz. Mesela burada kisilerin %58'i kuyu degistirmis, bu durumda null modeli "herkes kuyu degistiriyor" diye modeller, ve bu basit modelin hata payi 42% olur. Bizim model bu modelden daha iyi bir sonuc verecek midir? Sonuc altta.

Ek: qcut

Yukaridaki qcut kullanimini ozetlemek gerekirse; arsenik degiskeni icin mesela dagilim bolgeleri (n-tile) uzerinden bir atama yapacagiz, once DataFrame yaratalim,

```
resid_df = DataFrame(('var': df['arsenic'], 'resid': model4.resid))
print resid_df[:10]
       resid
              var
1
    0.842596
             2.36
             0.71
2
    1.281417
3
   -1.613751
             2.07
4
    0.996195
             1.15
5
    1.005102
             1.10
    0.592056 3.90
6
    0.941372 2.97
```

```
8 0.640139 3.24
9 0.886626 3.28
10 1.130149 2.52
```

Simdi 40 tane dagilim bolgesi yaratalim

```
print qcut(df['arsenic'], 40)
Categorical: arsenic
[(2.327, 2.47], (0.68, 0.71], (1.953, 2.07], (1.1, 1.15], (1.0513, 1.1], (3.791, 4.475)
Levels (40): Index(['[0.51, 0.53]', '(0.53, 0.56]', '(0.56, 0.59]',
                    '(0.59, 0.62]', '(0.62, 0.64]', '(0.64, 0.68]',
                    '(0.68, 0.71]', '(0.71, 0.75]', '(0.75, 0.78]',
                    '(0.78, 0.82]', '(0.82, 0.86]', '(0.86, 0.9]',
                    '(0.9, 0.95]', '(0.95, 1.0065]', '(1.0065, 1.0513]',
                    '(1.0513, 1.1]', '(1.1, 1.15]', '(1.15, 1.2]',
                    '(1.2, 1.25]', '(1.25, 1.3]', '(1.3, 1.36]',
                    '(1.36, 1.42]', '(1.42, 1.49]', '(1.49, 1.57]',
                    '(1.57, 1.66]', '(1.66, 1.76]', '(1.76, 1.858]',
                    '(1.858, 1.953]', '(1.953, 2.07]', '(2.07, 2.2]',
                    '(2.2, 2.327]', '(2.327, 2.47]', '(2.47, 2.61]',
                    '(2.61, 2.81]', '(2.81, 2.98]', '(2.98, 3.21]',
                    '(3.21, 3.42]', '(3.42, 3.791]', '(3.791, 4.475]',
                    '(4.475, 9.65]'], dtype=object)
```

Goruldugu gibi bolgeler bir obje aslinda ve icinde levels diye bir degiskeni var. Ayrica labels diye bir degisken de var,

```
print qcut(df['arsenic'], 40).labels
[31 6 28 ..., 0 4 5]
```

Ki bu degisken icinde hangi noktanin hangi olasilik bolgesine ait oldugunun atamasi var. Mesela 2. nokta 6. bolgeye aitmis, bu bolge hangisi?

```
print qcut(df['arsenic'], 40).levels[6]
(0.68, 0.71]
```

Simdi soyle bir atama yaparsak, yani qcut sonucunu direk oldugu gibi resid_df icine atarsak, qcut icindeki levels, resid_df uzerindeki index (sira) ile uyumlandirilacaktir, ve her var icin dogru olan qcut sonucu atanmis olacaktir!

```
resid_df['bins'] = qcut(df['arsenic'], 40)
print resid_df[:10]

    resid var bins
1  0.842596  2.36  (2.327, 2.47]
2  1.281417  0.71  (0.68, 0.71]
3  -1.613751  2.07  (1.953, 2.07]
4  0.996195  1.15  (1.1, 1.15]
5  1.005102  1.10  (1.0513, 1.1]
6  0.592056  3.90  (3.791, 4.475]
7  0.941372  2.97  (2.81, 2.98]
8  0.640139  3.24  (3.21, 3.42]
9  0.886626  3.28  (3.21, 3.42]
10  1.130149  2.52  (2.47, 2.61]
```

Ustte hakikaten bakiyoruz ki 2. nokta var=0.71 dogru aralik olan (0.68, 0.71] ile eslesmis.

Kaynaklar

- [1] https://patsy.readthedocs.org/en/v0.1.0/formulas.html
- [2] http://nbviewer.ipython.org/urls/raw.github.com/carljv/Will_it_Python/master/ARM/ch5/arsenic_wells_switching.ipynb
- [3] Eger bir katsayi degerinin sifirdan uzakligi Std. Hatanin (Error) iki katindan fazla ise katsayi istatistiki olarak anlamli / degerli (significant) demektir ve kullanilabilir. Tabii burada biraz daha ek irdeleme gerekebilir; mesela kisilerin arabalarinin beygir gucunu kazandiklari maasa baglayan bir regresyon, beygir gucu katsayisi icin beygir basina 10 Eur ve std. hata 2 Eur vermisse bu istatistiki olarak onemli, ama pratikte onemsizdir. Benzer sekilde eger beygir katsayisi icin 10,000 Eur ve std. hata 10,000 Eur bulmussak, bu istatistiki olarak onemsiz, ama pratikte onemlidir.
- [4] Kafa karisikligi matrisi siniflandirma hatalarini verir, ve her turlu hata kombinasyonunu icerir, mesela iki sinif icin, gercekte 0 ama 1 tahmin hatalari, gercekte 1 ama 0 hatalari vs. Bu matrisin satirlar gercek veri, kolonlari tahminleri icerir. Tabii ki kosegendeki sayilar dogru tahmin oranlaridir.