

Lineer Optimizasyon ve Simplex

Simplex algoritması lineer optimizasyon alanında kullanılan bir algoritma. Simplex, George Dantzig tarafından icat edildi, ve 2. Dünya Savası sırasında Berlin'e Hava İkmalî (Berlin Airlift) adlı yardım operasyonunda yoğun bir şekilde kullanıldı. Elde sınırlı miktarda uçak, kargo kapasitesi vardı ve diğer bazı kısıtlamalar (constraints) da göz önüne alınarak, durum bir lineer programa verildi ve optimal seferler planlandı.

Problem şöyleydi:

24 Haziran 1948'te Sovyetler Birliği Doğu Almanya'dan Berlin'e giden tüm kara ve deniz yollarını tıka. Bu yüzden Berlin'de yaşayan 2. milyon insana yiyecek, giyim, vb. eşyaları nakil edebilmek için Amerikalı ve İngiliz uçaklarından oluşan dev bir nakliyat operasyonu planlandı.

Bir Amerikalı uçağın kargo kapasitesi 30,000 feet³, İngiliz uçağının kargo kapasitesi 20,000 feet³ idi. Sovyetlerin engellemelerini etkili bir şekilde aşabilmek için müttefik güçler tasdikları yuku maksimize etmek zorundaydılar. Diğer kısıtlamalar şöyleydi: En fazla 44 uçak kullanılabilirdi. Daha büyük Amerikan uçaklarını uçurmak için 16 kişilik bir ekip gerekiyordu, İngiliz uçakları için 8 kişi gerekiyordu. Kullanılabilirdi elde olan ekipler toplam 512 kişiydi. Amerikan uçağının her uçuşu \$9000, İngiliz uçağın her uçuşu \$5000 idi. Ve nihayetinde haftalık masraf toplam olarak \$300,000'i geçemeyecekti.

Bu bir lineer optimizasyon problemidir. Çözmek için şu şekilde belirtmek gerekir:

maksimize et $30000x + 20000y$, öyle ki

$$x + y \leq 44$$

$$16x + 8y \leq 512$$

$$9000x + 5000y \leq 300000$$

sartları geçerli olsun.

Ekteki program `lp.py` ile bu problemi çözebiliriz.

```
import numpy as np
import lp

A = np.array([[1., 1.],[16., 8.],[9000., 5000.]])
b = np.array([44., 512., 300000.])
c = np.array([30000., 20000.])
optx,zmin,is_bounded,sol,basis = lp.lp(c,A,b)
print zmin
print optx

1080000.0
[ 20.  24.]
```

ekrana gelecek. Yani hesap (cost) adi verilen hedef fonksiyonu kargo buyuklugunun 1080000.0 oldugu noktada maksimize oldu (haftada en fazla bu kadar kargo tasinabilecek), ve bu optimal nokta icin $x = 20$, $y = 24$ olmalı. Demek ki optimal bir Berlin ikmal operasyonu icin 20 Amerikalı, ve 24 İngiliz ucagi kullanmak gerekiyor.

Bazi ek bilgiler: ustteki problemin belirten kitaplar, makalelerde “44 ucak kullanimindan” bahsediliyor, fakat eldeki ucak mi, oyleyse gunde, haftada, ayda ne kadar havalandirilabileceklerinden bahsedilmiyor. Buyuk bir ihtimalle 44 bir hafta icinde havada olabilecek ucak sayisi, bir nevi ucuş koridoru, ya da seyahati.

Dantzig hakkında da ilginç hikayelerden bir sudur: Doktorasını yaptigi sirada ogrenciyken bir istatistik dersine gec girer. Hoca, tahtaya bazi problemler yazmistir, Dantzig bu problemleri odev problemi olarak not eder. Birkac hafta sonra hocayi evinde bulur, ”hocam, bu odev problemleri çok agirmis, gunlerce ugrastim, ama cozdum” diyerek odev cozumlerini verir. Hocasi o problemlerin odev degil, istatistikte simdiye kadar cozulemeyen problemler oldugunu o zaman soyler. :) Dantzig farkinda olmadan birkac hafta icinde aslında ciddi bir tez arastirmasi yapmistir.

Aslında bu hikayede psikolojik bir boyut ta var. Dantzig problemi “bir odev olarak verildigi icin cozmesi beklendigini” dusundugu icin mi cozmustur? Belki de. Bu hikaye Manuel Blum’un doktora hakkında soylediklerini cagristiriyor (bkz doktora yazisi).

Kaynaklar

projects.scipy.org/scipy/attachment/ticket/1252/lp.py