

K-Means Kumeleme Metodu

Yapay Ogrenim (Machine Learning) alanında önemli algoritmalarından biri k-means metodu. K-means kumelemesi için kaç tane kumenin olması gerektiği bastan tanımlanır (yani k parametresi), algoritma bunu kendisi bulmaz.

Metodun geri kalanı basittir - bir dongu (iteration) içinde her basamakta:

- 1) Her nokta için, eldeki kume merkezleri teker teker kontrol edilir ve o nokta en yakın olan kumeye atanır
- 2) Atamalar tamamlandıktan sonra her kume içinde hangi noktaların olduğu bilindiği için her kumedeki noktaların ortalaması alınarak yeni kume merkezi hesaplanır. Eski merkez hesapları atılır.
- 3) Basa donulur

Dongu tekrar ilk adımı donduğunda, bu sefer yeni kume merkezlerini kullanılarak, aynı adımlar tekrar yapılacaktır.

Fakat bir problem yok mu? Daha birinci dongu başlamadan kume merkezlerinin nerede olduğunu nereden bileceğiz? Burada bir tavuk-yumurta problemi var, kume merkezleri olmadan noktaları atayamayız, atama olmadan kume merkezlerini hesaplayamayız.

Bu probleme pratik bir çözüm ilk basta kume merkezlerini (ya da kume atamalarını) rasgele bir şekilde seçmektir. Pratikte bu yöntem çok iyi işliyor. Tabii bu rasgelelik yüzünden K-means'ın doğru sonuca yaklaşması (convergence) garanti değildir, ama gerçek dünya uygulamalarında çoğunlukla kullanışlı kümeler bulunur. Bu potansiyel problemlerden kaçınmak için k-means pek çok kez işletilebilir (her seferinde yeni rasgele başlangıçlarla yani) ve aynı sonuca ulaşıp ulaşılmadığı kontrol edilebilir.

Pek en iyi k nasıl bulunur? Burada da yapay öğrenim literatüründe pek çok yaklaşım vardır [1], veriyi pek çok parçaya bölüp, farklı k kume sayısı için kumeleme yapmak ve capraz sağlama (cross-validation) kullanmak, SVD kullanarak grafiğe bakmak (bu yazının sonunda anlatılıyor), vs.

K-Means EM algoritmasının bir türü olarak kabul edilebilir, EM kümeleri bir Gaussian (ya da Gaussian karışımı) gibi görür, ve her basamakta bu dağılımların merkezini, hem de kovaryansını hesaplar. Yani kumenin "şekli" de EM tarafından saptanır. Ayrıca EM her noktanın tüm kümelere olan üyeliklerini "hafif (soft)" olarak hesaplar (bir olasılık olcutu üzerinden), fakat K-Means için bu atama nihai (hard membership). Nokta ya bir kumeye aittir, ya da değildir.

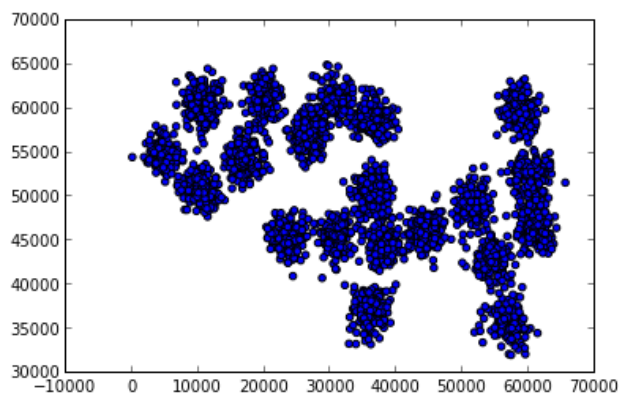
EM'in belli şartlarda yaklaşıksallığı için matematiksel ispat var. K-Means akıllı tahmin yaparak (heuristic) çalışan bir algoritma olarak biliniyor. Sonuca yaklaşması bu sebeple garanti değildir, ama daha önce belirttiğimiz gibi pratikte faydalıdır. Bir sürü alternatif kumeleme yöntemi olmasına rağmen hala K-Means'den vazgeçilemiyor! Burada bir etken de K-Means'ın çok rahat paralelleştirilebilmesi. Bu konu başka bir yazıda işlenecek.

Ornek test verisi altta

```
from pandas import *
data = read_csv("synthetic.txt",names=['a','b'],sep=" ")
print data.shape
data = np.array(data)

(3000, 2)

plt.scatter(data[:,0],data[:,1])
plt.savefig('kmeans_1.png')
```



```
def euc_to_clusters(x,y):
    return np.sqrt(np.sum((x-y)**2, axis=1))

class KMeans():
    def __init__(self,k,iter):
        self.k = k
        self.iter = iter
    def fit(self,X):
        # her veri noktası için rasgele kume merkezi ata
        self.labels_ = np.array([random.randint(0,self.k-1) for i in range(X.shape[0])])
        self.centers_ = np.zeros((self.k,X.shape[1]))
        for i in range(self.iter):
            # yeni kume merkezleri uret
            for j in range(self.k):
                # eger kume j icinde hic nokta yoksa, ortalama (mean) hesabi yapma, cunku o zaman nan degeri geliyor, ve hesabin geri kalani bozuluyor.
                if len(X[self.labels_ == j]) == 0: continue
                center = np.mean(X[self.labels_ == j],axis=0)
                self.centers_[j,:] = center
            # her nokta için kume merkezlerine gore kume atamasi yap
```

```

        self.labels_ = []
        for point in X:
            c = np.argmin(euc_to_clusters(self.centers_, point))
            self.labels_.append(int(c))

        self.labels_ = np.array(self.labels_)

cf = KMeans(k=5,iter=20)
cf.fit(data)
print cf.labels_

[2 2 2 ..., 1 1 1]

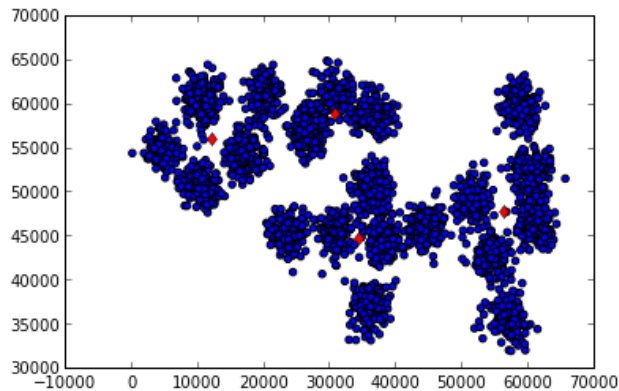
```

Ustteki sonucun icinde iki ana vektor var, bu vektorlerden birincisi icinde 4,1, gibi sayilar goruluyor, bu sayilar her noktaya tekabul eden kume atamalari. Ikinci vektor icinde iki boyutlu k tane vektor var, bu vektorler de her kumenin merkez noktasi. Merkez noktalarini ham veri uzerinde grafiklersek (kirmizi noktalar)

```

plt.scatter(data[:,0],data[:,1])
plt.hold(True)
plt.ylim([30000,70000])
for x in cf.centers_: plt.plot(x[0],x[1], 'rd')
plt.savefig('kmeans_2.png')

```

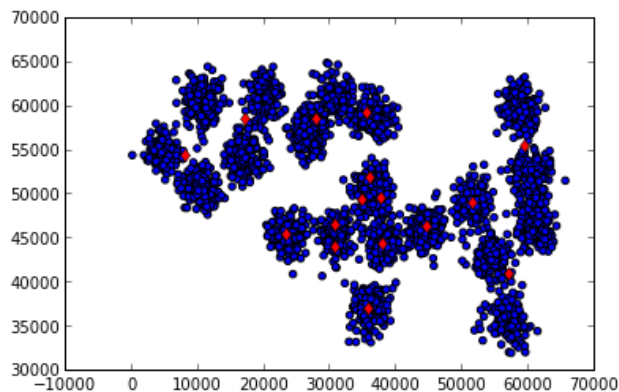


Goruldugu gibi 5 tane kume icin ustteki merkezler bulundu. Fena degil. Eger 10 dersek

```

cf = KMeans(k=17,iter=30)
cf.fit(data)
plt.scatter(data[:,0],data[:,1])
plt.ylim([30000,70000])
plt.hold(True)
for x in cf.centers_: plt.plot(x[0],x[1], 'rd')
plt.savefig('kmeans_3.png')

```



Kategorik ve Numerik Iceren Karisik Veriler

Bazen verimiz hem kategorik hem de numerik degerler iceriyor olabilir, KMeans yeni kume merkezlerini hesaplarken ortalama operasyonu kullandigi icin sadece numerik veriler uzerinde calisabilir (kategorik verilerin nasil ortalamasini alalim ki?). Bu durumda ne yapacagiz?

Bir secenek su olabilir, kategorik her kolonu her degisik degeri bir yeni kolona tekabul edecek sekilde saga dogru acariz, ve o degerin yeni kolonuna 1 degeri digerlerine 0 degeri veririz. Bu kodlamaya 1-in-q kodlamasi, 1-in-n kodlamasi, ya da Ingilizce one-hot encoding ismi veriliyor.

Ornek olarak UCI veri bankasindan Avustralya Kredi Verisine bakalim:

```
import pandas as pd
df = pd.read_csv("crx.csv")
print df[:2]
```

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
0	b	30.83	0.00	u	g	w	v	1.25	t	t	1	f	g	00202	0	+
1	a	58.67	4.46	u	g	q	h	3.04	t	t	6	f	g	00043	560	+

Bu veride A1, A2, gibi kolon isimleri var, kategorik olanlarda 'g','w' gibi degerler goruluyor. Bu kolonlari degistirmek icin

```
from sklearn.feature_extraction import DictVectorizer
def one_hot_dataframe(data, cols, replace=False):
    vec = DictVectorizer()
    mkdict = lambda row: dict((col, row[col]) for col in cols)
    vecData = pd.DataFrame(vec.fit_transform(data[cols]).apply(mkdict, axis=1)).toar
    vecData.columns = vec.get_feature_names()
    vecData.index = data.index
    if replace is True:
        data = data.drop(cols, axis=1)
        data = data.join(vecData)
```

```

    return (data, vecData, vec)

df2, _, _ = one_hot_dataframe(df, ['A1', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7', 'A9', 'A10', 'A12', 'A13'])
print df2.ix[0]

A2      30.83
A3        0
A8       1.25
A11       1
A14     00202
A15        0
A16        +
A10=f      0
A10=t      1
A12=f      1
A12=t      0
A13=g      1
A13=p      0
A13=s      0
A1=?       0
A1=a       0
A1=b       1
A4=?       0
A4=l       0
A4=u       1
A4=y       0
A5=?       0
A5=g       1
A5=gg      0
A5=p       0
A6=?       0
A6=aa      0
A6=c       0
A6=cc      0
A6=d       0
A6=e       0
A6=ff      0
A6=i       0
A6=j       0
A6=k       0
A6=m       0
A6=q       0
A6=r       0
A6=w       1
A6=x       0
A7=?       0

```

```

A7=bb      0
A7=dd      0
A7=ff      0
A7=h       0
A7=j       0
A7=n       0
A7=o       0
A7=v       1
A7=z       0
A9=f       0
A9=t       1
Name: 0, Length: 52, dtype: object

```

Islem sonucunda A12=f mesela icin 1 verilmiş, ama A12=t (ve diger her mumkun deger icin yani) 0 degeri verilmiş (sadece bu tek satir icin). Boylece kategorik veriyi sayisal hale cevirmis olduk.

Fakat isimiz bitti mi? Hayir. Simdi KMeans bu tur veriyle acaba duzgün calisir miydi onu kendimize soralim. Icinde pek çok 0, bazen 1 iceren veri satirlari arasinda uzaklik hesabi yapmak ise yarar mi?

Yapay Ogrenim literaturunde bu tur veriler uzerinde kosinus benzerligi (cosine similarity) kullanmak daha yaygindir. Bu konuyu *SVD, Toplu Tavsiye* yazisinda daha iyi gorebilirsiniz. Kosinus benzerligi bize 0 ile 1 arasinda bir deger dondurur. Benzerligi uzakliga cevirmek icin basit bir sekilde 1-benzerlik formülünü kullanabiliriz.

O zaman karisik veriler uzerinde KMeans kullanmak icin, verinin en bastan numerik olan kısmi icin Oklit uzakligi, diger kalan kısmi icin kosinus uzakligi kullanabiliriz. Her iki kisimdan elde edilen uzaklik degerlerini toplariz.

```

from numpy import linalg as la
import pandas as pd, os
import scipy.sparse as sps
import numpy, random

def cos_dist(inA,inB):
    num = float(np.dot(inA.T,inB))
    denom = la.norm(inA)*la.norm(inB)
    sim = 0.5+0.5*(num/denom)
    return 1. - sim

def mixed_to_clusters(vect,x,euc_n,weights):
    res1 = euc_to_clusters(vect[:,0:euc_n],x[0:euc_n])
    res2 = map(lambda y: cos_dist(x[euc_n:],y), vect[:,euc_n:])
    res = np.array(res1)*weights[0] + np.array(res2)*weights[1]
    return res

class MixedKMeans():

```

```

def __init__(self,k,iter,euc_n,weights=[1.,1.]):
    self.k = k
    self.iter = iter
    self.euc_n = euc_n
    self.weights = weights
def fit(self,X,iter=10):
    self.labels_ = np.array([random.randint(0,self.k-1) for i in range(X.shape[0])])
    self.centers_ = np.zeros((self.k,X.shape[1]))
    for i in range(self.iter):
        for j in range(self.k):
            if len(X[self.labels_ == j]) == 0: continue
            center = np.mean(X[self.labels_ == j],axis=0)
            self.centers_[j,:] = center
        self.labels_ = []
        for point in X:
            c = np.argmin(mixed_to_clusters(self.centers_, point, self.euc_n,self.weights))
            self.labels_.append(int(c))

    self.labels_ = np.array(self.labels_)

df = pd.read_csv("crx.csv",sep=',',na_values=['?'])
df = df.dropna()

df['A16'] = df['A16'].str.replace('+','1')
df['A16'] = df['A16'].str.replace('-','0')
df['A16'] = df['A16'].astype(int)

df2, _, _ = one_hot_dataframe(df, ['A1','A4','A5','A6','A7','A9','A10','A12','A13'])
df2 = df2.drop('A16',axis=1)

df2 = np.array(df2)

# veriyi normalize et, ortalama cikar ve standart sapmaya bol
df2 -= np.mean(df2, axis=0)
df2 /= np.std(df2, axis=0)

cf = MixedKMeans(2,iter=10,euc_n=6,weights=[1.,3.])
cf.fit(df2)

labels_true = np.array(df['A16'])
labels_pred = cf.labels_
match = np.sum((labels_true == labels_pred).astype(int))
print float(match)/len(df)

0.182235834609

```

Bu veri icinde iki tane kume vardi, kumeler A16 kolonunda + ya da - olarak isaretli.

Kumeleme takip edilmeyen (unsupervised) bir Yapay Ogrenim metotudur, hangi noktanin hangi kumeye ait oldugunu onceden bilmeyiz, ornek veri setini kullanirken bu isaretleri gormemezlikten geliyoruz, sadece kontrol amaclı olarak sonradan bu isaretlere bakıyoruz. Ve ustteki kod ile yuzde 82 (bazen 82, bazen 18 degeri gelebilir, cunku 0 ile 1 degerleri gelisiguzel secildi, tahminler ona gore tam tersi olabiliyor) oranında bir basariyla dogru kumeyi bulabilmisiz.

Parametre olarak gecilen `euc_n` degiskeni her veri noktası için "ilk kac noktanin numerik" oldugunu belirtiyor. Boylece uzaklik fonksiyonu sadece o kisimda Oklit uzakligi kullaniyor. Peki numerik degerler niye hep basta? Bunun sebebi `one_hot_dataframe` cagrisinin yeni kolonlari yaratirken eskileri silmesi ve eklenen yeni kolonların hep en sona konmasi, Boylece en bastakiler hep numerik kolon olacak!

Agirliklar

Oklit ve kosinus uzakliklarını birbirine toplarken, birine digerinden daha fazla agirlik vermek mumkun, belki de bir veri seti için numerik veriler kategorik olanlardan daha onemli olabilir, bu durumda agirliklari, mesela ustte 1'e 3 olarak tanımladik, Oklit uzakligina 3 kat daha fazla onem / agirlik vermis oluruz cunku kategorik verileri 3 kat daha "fazlastiriyoruz", "uzaklastiriyoruz". Tabi bu konuyu degisik bir acidan gormek te mumkun, eger kategorik kismin sayilari numerik olanlar ile ayni olcekte degilse, carparak her iki kisim esitlemis oldugumuz da soylenebilir. Her neyse - agirlikların ne oldugu tahmin, deneme / yanilma ile bulunabilir, her veri setine gore degisik olacaklardır.

Normalize Etmek

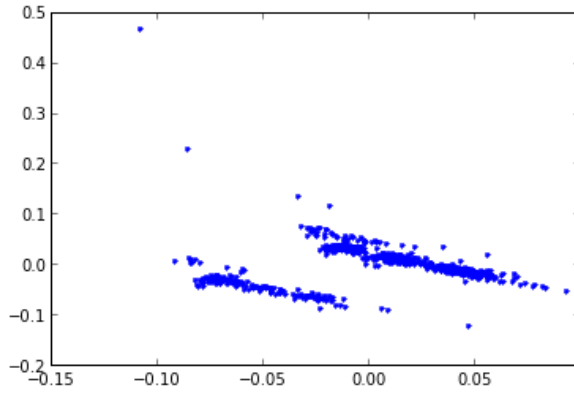
Ustteki ornekte veriyi 1-in-n kodlamasiyla cevirdikten sonra bir de normalize ettik, yani her kolon bazında o kolonun ortalamasını o kolondaki tum degerlerden cikarttik ve standart sapmaya bolduk, Boylece her kolonu 0 etrafında ortalayip onun iki tarafına dusebilecek -/+ degerleri kucultuyoruz. Bu veriyi bir tur "sekle sokma" islemidir, ne zaman kullanılacagi tecrubeyle ortaya cikar, mesela ustteki karisik veride bunun isleyebilecegini tahmin ettik.

Kume sayisini bulmak

KMeans'e kume sayisinin onceden verilmiş olması gerekiyor, ve bu sayiyi KMeans bağlamında bastan bilmiyoruz. Bu sayiyi bir sekilde bulmanın yolu olamaz mi?

Boyut azaltma teknigi SVD yardimci olabilir. SVD sonrasi gelen matrisin "onemli" kolonlarında daha azaltılmış bir veri seti elde edebiliriz, bu veride en basta olan kolonlar en onemli olanlardır, ve bu kolonlari, mesela ilk ikisini alarak ekrana basabiliriz. Avustralya Kredi setinde bunu yaparsak sunu goruruz:

```
import scipy.linalg as lin
u,s,v=lin.svd(df2) # normalize edilmiş veri üzerinde
plt.plot(u[:,0], u[:,1],'.')
plt.savefig('kmeans_4.png')
```

İki tane ana blok olduğu açık bir şekilde görülüyor. Demek ki küme sayısı $k = 2$ kullanmak gerekir.

Bazı ek notlar

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Determining_the_number_of_clusters_in_a_data_set

[2] nbviewer.ipython.org/url/cbcb.umd.edu/~hcorrada/PML/src/kmeans.ipynb