

Lineer Optimizasyon ve Simplex

Simplex algoritması lineer optimizasyon alanında kullanılan bir algoritma. Simplex, George Dantzig tarafından icat edildi, ve 2. Dünya Savası sırasında Berlin'e Hava İkmalî (Berlin Airlift) adlı yardım operasyonunda yoğun bir şekilde kullanıldı. Elde sınırlı miktarda uçak, kargo kapasitesi vardı ve diğer bazı kısıtlamalar (constraints) da göz önüne alınarak, durum bir lineer programa verildi ve optimal seferler planlandı.

Problem şöyleydi:

24 Haziran 1948'te Sovyetler Birliği Doğu Almanya'dan Berlin'e giden tüm kara ve deniz yollarını tıkadı. Bu yüzden Berlin'de yaşayan 2. milyon insana yiyecek, giyim, vb. eşyaları nakil edebilmek için Amerikalı ve İngiliz uçaklarından oluşan dev bir nakliyat operasyonu planlandı.

Bir Amerikalı uçağın kargo kapasitesi 30,000 feet³, İngiliz uçağının kargo kapasitesi 20,000 feet³ idi. Sovyetlerin engellemelerini etkili bir şekilde aşabilmek için müttefik güçler tasdikları yuku maksimize etmek zorundaydılar. Diğer kısıtlamalar şöyleydi: En fazla 44 uçak kullanılabilirdi. Daha büyük Amerikan uçaklarını uçurmak için 16 kişilik bir ekip gerekiyordu, İngiliz uçakları için 8 kişi gerekiyordu. Kullanılabilir elde olan ekipler toplam 512 kişiydi. Amerikan uçağının her uçuşu \$9000, İngiliz uçağın her uçuşu \$5000 idi. Ve nihayetinde haftalık masraf toplam olarak \$300,000'i geçemeyecekti.

Bu bir lineer optimizasyon problemidir. Çözmek için şu şekilde belirtmek gerekir: maksimize et $30000x + 20000y$, öyle ki

$$x + y \leq 44$$

$$16x + 8y \leq 512$$

$$9000x + 5000y \leq 300000$$

sartları geçerli olsun.

Ekteki program `lp.py` ile bu problemi çözebiliriz.

```
import numpy as np
import lp

A = np.array([[1., 1.], [16., 8.], [9000., 5000.]])
b = np.array([44., 512., 300000.])
c = np.array([30000., 20000.])
optx, zmin, is_bounded, sol, basis = lp.lp(c, A, b)
print basis
print zmin
print optx

1080000.0
[ 20.  24.]
```

ekrana gelecek. Yani hesap (cost) adı verilen hedef fonksiyonu kargo büyüklüğü-

nun 1080000.0 olduğu noktada maksimize oldu (haftada en fazla bu kadar kargo tasınabilecek), ve bu optimal nokta için $x = 20$, $y = 24$ olmalı. Demek ki optimal bir Berlin ikmal operasyonu için 20 Amerikalı, ve 24 İngiliz uçağı kullanmak gerekiyor.

Bazı ek bilgiler: üstteki problemin belirten kitaplar, makalelerde “44 uçak kullanımından” bahsediliyor, fakat eldeki uçak mı, oyleyse günde, haftada, ayda ne kadar havalandırılacaklarından bahsedilmiyor. Büyük bir ihtimalle 44 bir hafta içinde havada olabilecek uçak sayısı, bir nevi uçuş koridoru, ya da seyahati.

Dantzig hakkında da ilginç hikayelerden bir sudur: Doktorasını yaptığı sırada öğrenciyken bir istatistik dersine geç girer. Hoca, tahtaya bazı problemler yazmıştır, Dantzig bu problemleri ödev problemi olarak not eder. Birkaç hafta sonra hocayı evinde bulur, “hocam, bu ödev problemleri çok ağırmış, günlerce uğraştım, ama çözdim” diyerek ödev çözümlerini verir. Hocası o problemlerin ödev değil, istatistikte şimdiye kadar çözülemeyen problemler olduğunu o zaman söyler. :) Dantzig farkında olmadan birkaç hafta içinde aslında ciddi bir tez araştırması yapmıştır.

Aslında bu hikayede psikolojik bir boyut da var. Dantzig problemi “bir ödev olarak verildiği için çözmesi beklendiğini” düşündüğü için mi çözmüştür? Belki de. Bu hikaye Manuel Blum’un doktora hakkında söylediklerini çağırıyor (bkz doktora yazısı).

Kaynaklar

projects.scipy.org/scipy/attachment/ticket/1252/lp.py