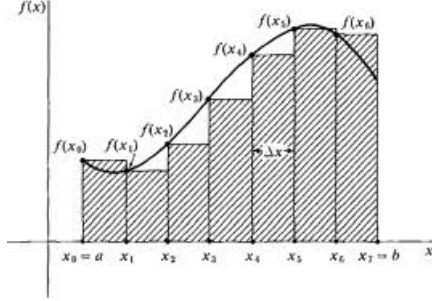
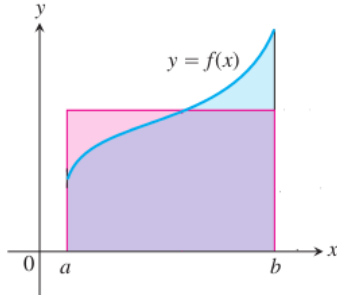


Entegralleri Nasil Dusunelim

Calculus kitaplarında entegralleri anlatmak için çoğu zaman “toplam” kavramı ön plana çıkarılır, mesela integralin alttaki resimde $f(x)$ fonksiyonunun altında kalan ufak ufak dikdörtgenlerinin alanlarının “toplamı” olduğundan bahsedilir.



Fakat bu tür bir anlatım bazen karışıklığa yol açabiliyor. Daha iyi bir anlatım integralin “değişen değerlerin çarpımı” olduğudur. Altındaki resimdeki dikdörtgeni düşünelim,

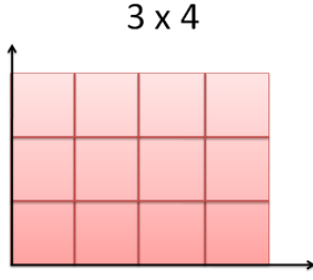


ve diyelim ki bir dikdörtgen, integralin hesapladığı alanı yaklaşık olarak temsil ediyor. Dikdörtgen alanı nasıl hesaplanır? İki kenarının çarpılmasıyla! Entegral de aslında böyle bir hesaptır, sadece kenarlardan biri sabit değildir, ve sürekli değişmektedir. Bu tür bir anlayış birimleri sonuca dahil etmek gerektiğinde ise yarar, mesela yatay eksen zaman t ise, ve dikey eksen hız $v(t)$ ise, katedilen mesafe, $v(t)$ nasıl bir şekilde verilmiş olursa olsun,

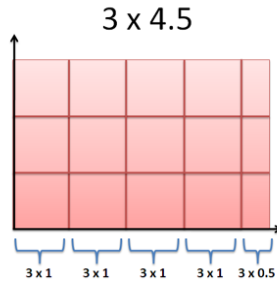
$$\text{Mesafe} = \int v(t)dt$$

formülüyle hesaplanacaktır. Eğer hız ve zaman sabit olsalar, mesela 5 ile 4 gibi, o zaman hesap son derece basit olacaktı, $3 \times 4 = 12$ ile sonucu bulacaktık.

Tabii ki çarpmak ile toplamak arasında yakın bağlantılar var, mesela 3×4 'ü şu şekilde resmedelim



Burada, evet, 3 degerini dort kere birbiriyle topluyoruz, $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ ve bu durum 3×4 ile ayni sonucu veriyor. Fakat 3'lerin toplami, egri altindaki alan zihniyetini daha ilerletmeden azicik farkli bir durumu dusunelim.



Bu durumda dikey eksendeki kolonlara bir ek yaptik, ama bu ekin genisligi tam bir kolon degil, yarim bir kolon. Bu durumda alan hesabini sadece dikey kolonların toplanmasi olarak yapsakdik 3'u bes kere toplamamiz gerekirdi, ve 15 elde ederdik, yanlis bir hesap yapmis olurduk.

Toplamin dogru olmasi icin yatay eksenin genisliginin hesaba katilmasi gerekir, $3 \times 1 + 3 \times 1 + 3 \times 1 + 3 \times 1 + 3 \times 0.5 = 13.5$. Ya da tum genisligi tum yukseklik ile carpariz $3 \times 4.5 = 13.5$.

Peki ilk ornege donersek, madem carpimlardan bahsediyoruz, diyelim ki $v(t) = 2t$ o zaman $t \cdot 2t$ diyemez miyiz? Bu da olmaz, cunku $t \cdot 2t = 2t^2$ bize sadece tek bir t anindaki bir hesabi veriyor. Biz verilen bir baslangic ve bitis noktaları arasindaki “tum t ’ler üzerindeki” katedilen mesafeyle ilgileniyoruz.

Yani integral denince aklimize carpim gelsin, x, y eksenleri baglaminda, y eksenindeki $f(x)$ ’i x ’i carpiyoruz, bu carpim x icin integrale dx olarak yansiyor, $f(x)$ ise entegre edilen fonksiyon haline geliyor.

Birimleri hesaba katarsak anlatılanlar biraz daha anlamlanır belki. Eger hiz km / saat ise, zaman saat ise, sadece hizların toplami mesafe birimini km / saat yapar, bu yanlis olur. Ama carpim olarak dusunursek km / saat * saat = km sonucunu verir ki bu mesafenin birimidir.

Kaynaklar

<http://betterexplained.com/articles/a-calculus-analogy-integrals-as-multiplication/>