Google Nasil Isler?

Ozdeger/Vektor Hesabinda Ust Metot (Power Method)

Diyelim ki bir A matrisinin, ki $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, ozdegerleri $\lambda_1, ..., \lambda_n$ ve ozvektorleri $v_1, .., v_n$ olarak verilmis. Bu demektir ki her $i = 1, .., n$ icin $Av_i = \lambda_i v_i$.

Farzedelim ki bu matrisin tum ozvektorleri bir "ozbaz (eigenbasis)" olusturuyor ve bu baz ile $\mathbb{R}^n$'deki herhangi bir vektoru temsil edebiliyoruz. Yine farzedelim ki $|\lambda_1| > |\lambda_2| > .. > |\lambda_n|$. Biz bu yazida λ_1'e baskin (dominant) ozdeger diyecegiz.

Simdi herhangi bir $v_0 \in \mathbb{R}^n$'i alalim. Usttekiler isiginda $\mu_1, .., \mu_n$ olarak katsayilar olmalidir, ki

$$v_o = \mu_1 v_1 + .. + \mu_n v_n$$

cunku ozvektorler bir baz olusturuyorlar. Simdi her iki tarafi soldan A ile carpalim, ayrica $Av_i = \lambda_i v_i$ esitliginden hareketle ustteki esitligin sag tarafini alip ucuncu bir esitlik olarak en sagda yazalim,

$$Av_o = \mu_1 Av_1 + .. + \mu_n Av_n = \mu_1 \lambda_1 v_1 + ... + \mu_n \lambda_n v_n$$

Simdi ustteki ifadeyi A ile bir daha, hatta birkac defa carpalim, diyelim toplam m kere carpmis olalim,

$$A^m v_o = \mu_1 A^m v_1 + .. + \mu_n A^m v_n = \mu_1 \lambda_1^m v_1 + ... + \mu_n \lambda_n^m v_n \tag{1}$$

En sagda niye λ_i^m elde ettik? Mesela $\mu_1 \lambda_1 v_1$ ifadesi A ile bir kere carpilinca,

$$\mu_1 \lambda_1 \underbrace{Av_1}_{\lambda_1 v_1} = \mu_1 \lambda_1 \lambda_1 v_1 = \mu_1 \lambda_1^2 v_1$$

olacaktir. Bunu m kere yapinca iki ustteki ifadeyi elde ederiz. Simdi (1)'de en sagdaki esitligin icinden λ_1^m'i cikartalim, ve yine (1)'in en solundaki esitlik ile yanyana getirelim,

$$A^m v_o = \lambda_1^m \Big(\mu_1 v_1 + ... + \mu_n \Big(\frac{\lambda_n}{\lambda_1} \Big)^m v_n \Big)$$

Kaynaklar

`http://www.math.mcgill.ca/feys/documents/tutnotesR18.pdf`

Murphy, K., CS340: Machine Learning Lecture Notes, `www.ugrad.cs.ubc.ca/~cs340`