

Filtragem no Domínio Espacial

Agostinho Brito

2022

Agenda

Apresentação

Transformação e filtragem de imagens no domínio espacial

- O objetivo das técnicas de melhoramento é produzir imagens que são mais apropriadas para processamento que a imagem original.
- As técnicas não são universais, ou seja, cada uma é capaz de tratar apenas uma situação específica.
- Podem ser necessária a utilização de várias técnicas conjuntas para produzir um resultado útil.
- Os métodos discutidos podem ser elencados em duas categorias:

Métodos no domínio espacial

A manipulação dos pixels é realizada diretamente no plano da imagem; e

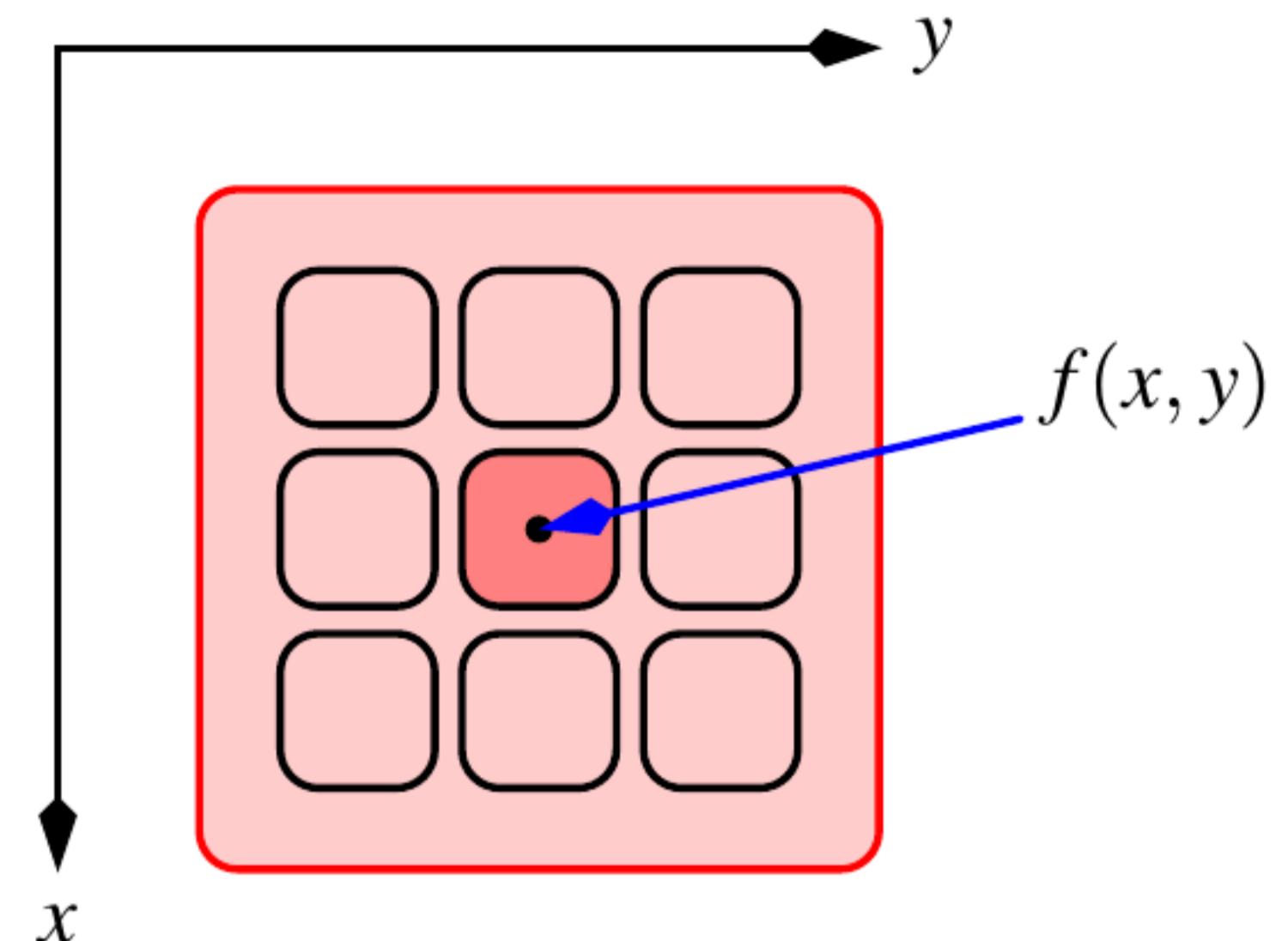
Métodos no domínio espectral

As técnicas de processamento são aplicadas em um domínio diferente, utilizando transformadas como a de Fourier ou Wavelet.

- Em várias situações, o mesmo efeito pode ser obtido pelo processamento nos domínio espacial e espectral. Entretanto, a escolha por um ou por outro vai depender das restrições impostas no domínio do problema.

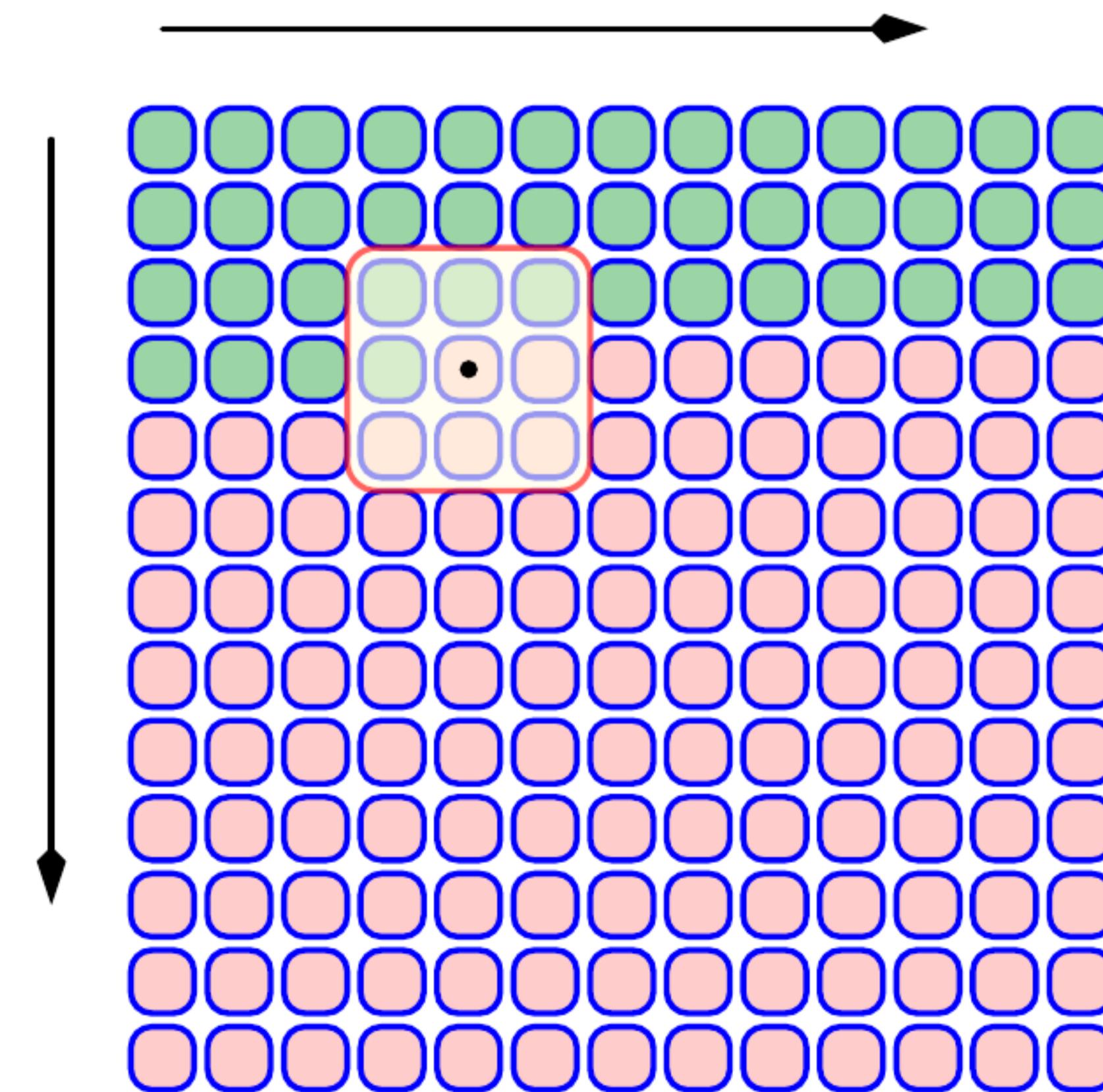
Transformação e filtragem de imagens no domínio espacial

- As técnicas de filtragem no domínio espacial podem ser representadas pela equação
$$g(x, y) = \mathcal{T}[f(x, y)]$$
- A transformação \mathcal{T} é um operador em $f(x, y)$, podendo envolver o valor dos tons de cor associados ponto (x, y) , uma vizinhança definida em torno do ponto, bem como um conjunto de imagens tomadas de uma cena.
- Geralmente utiliza-se para as vizinhanças, subimagens quadradas ou retangulares centradas no ponto (x, y) .



Transformação e filtragem de imagens no domínio espacial

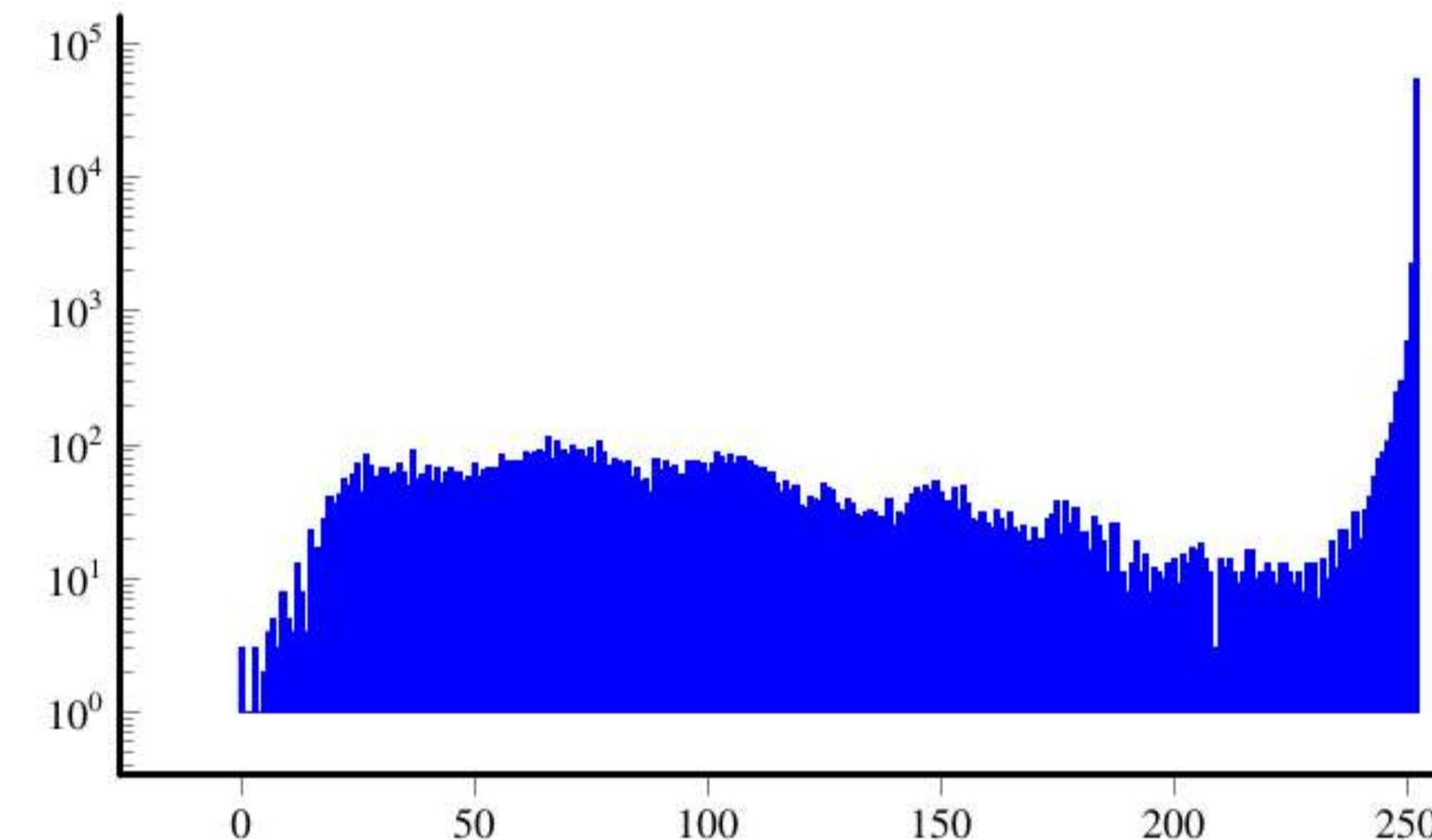
- A transformação é geralmente obtida varrendo a imagem da esquerda para a direita e de cima para baixo, centrando a subimagem em cada ponto (x, y) da imagem original $f(x, y)$ e atribuindo o resultado do processamento a uma imagem de destino $g(x, y)$.
- Poucas técnicas operam diretamente sobre os pixels da imagem original.



Histogramas

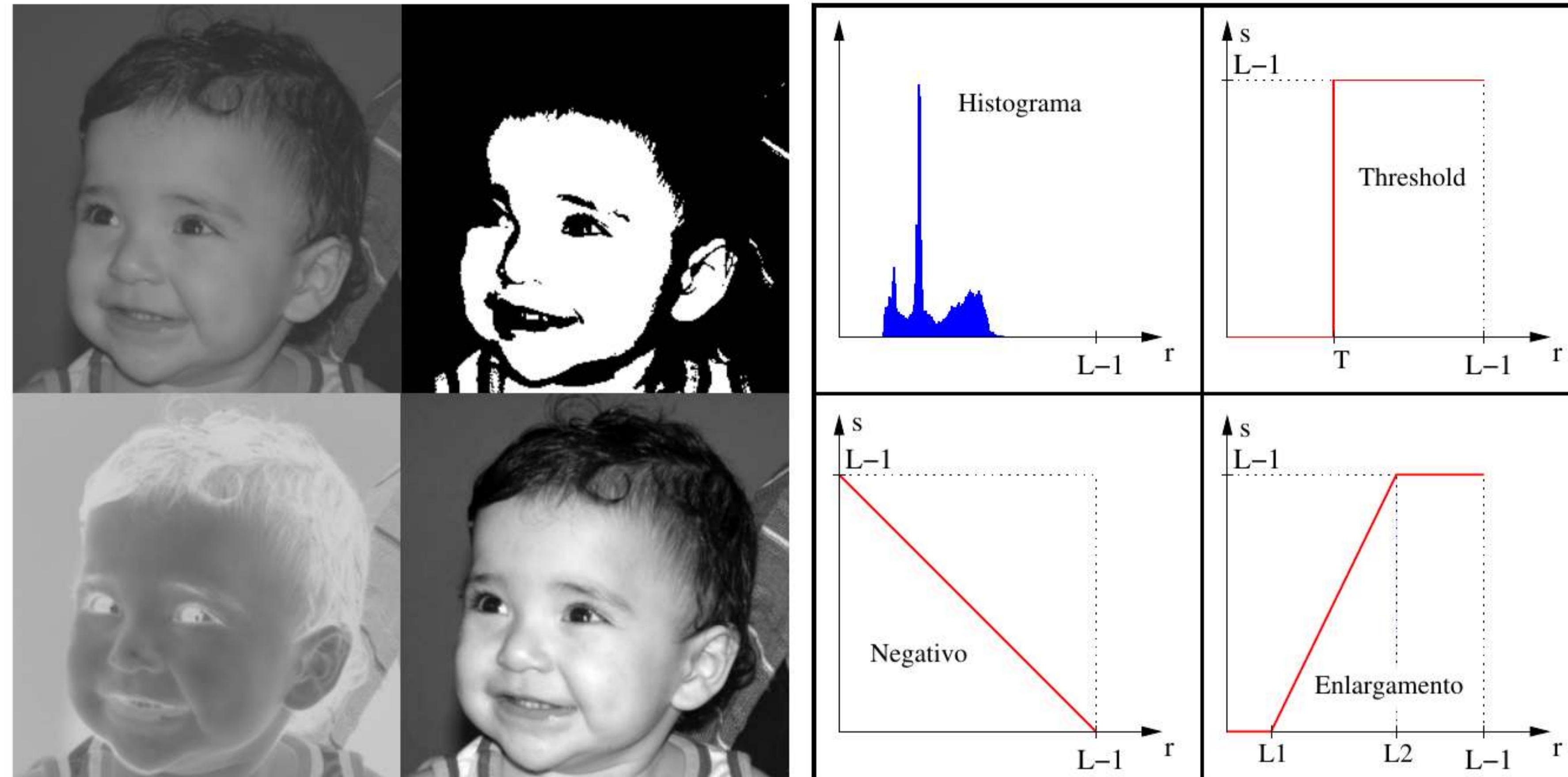
Processamento de histograma

- A forma mais simples de filtragem é quando a transformação possui vizinhança de tamanho igual a 1×1 . Neste caso, a transformação consistirá em uma função de mapeamento que converte os tons de cinza da imagem.
- A determinação da função de mapeamento é feita através da análise do histograma da imagem. O histograma é um vetor que armazena as ocorrências de cada tom de cinza presentes.



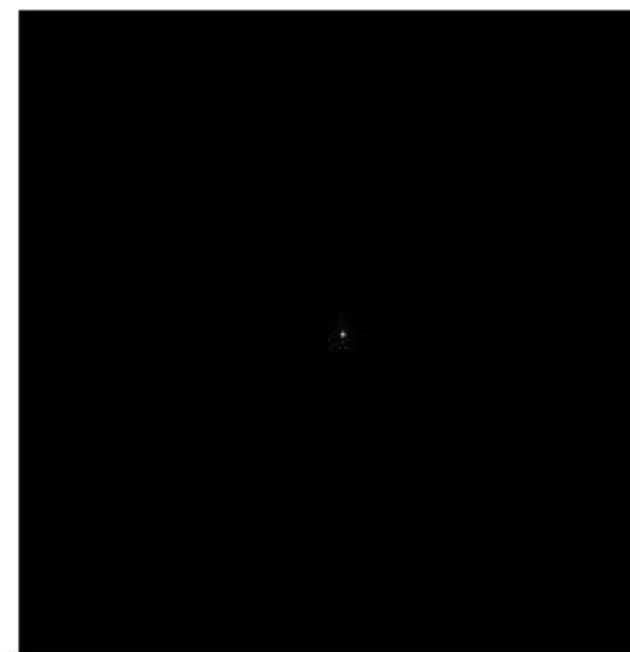
- A função de mapeamento é da forma $s = \mathcal{T}(r)$, onde r e s são os tons de cinza das imagens $f(x, y)$ e $g(x, y)$ em qualquer ponto (x, y) .

Processamento linear de histograma

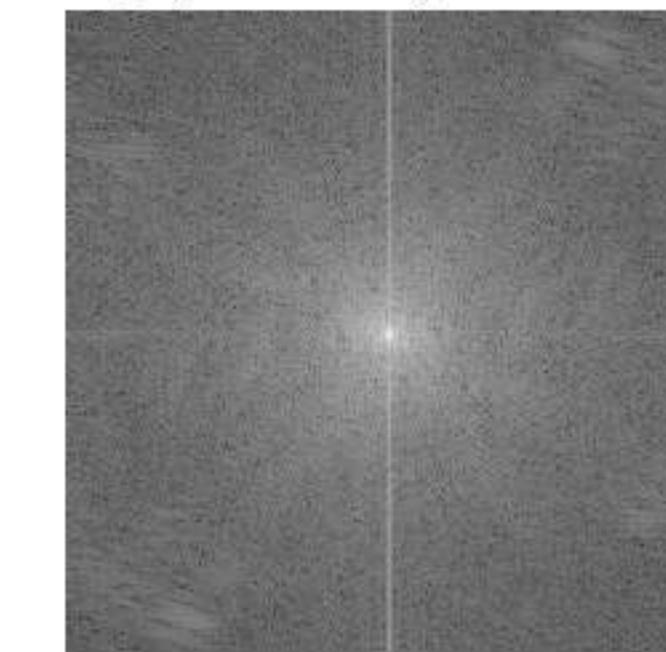


Processamento não linear de histograma

- Compressão de faixa dinâmica: $s = c \log(1 + r)$



sem compressão



com compressão

- Função gamma para corrigir exibição em dispositivos de exibição: $s = cr^\gamma$



$\gamma = 0.5$



$\gamma = 1$



$\gamma = 2$

Equalização de histogramas

- Operação que melhora o contraste, uniformizando o histograma da imagem de forma automática, redistribuindo os níveis de cinza existentes.
- Embora os picos e vales do histograma sejam mantidos, eles são deslocados após a equalização. Este procedimento fará com que o número de intensidades na imagem resultante seja igual ou menor que na imagem original.
- Como equalizar (em tons de cinza):

① Calcular histograma:

$$h(r_j), j \in [0, L - 1]$$

② Calcular histograma acumulado:

$$ha(r_k) = \sum_0^j h(r_j), j = 0, 1, \dots, k$$

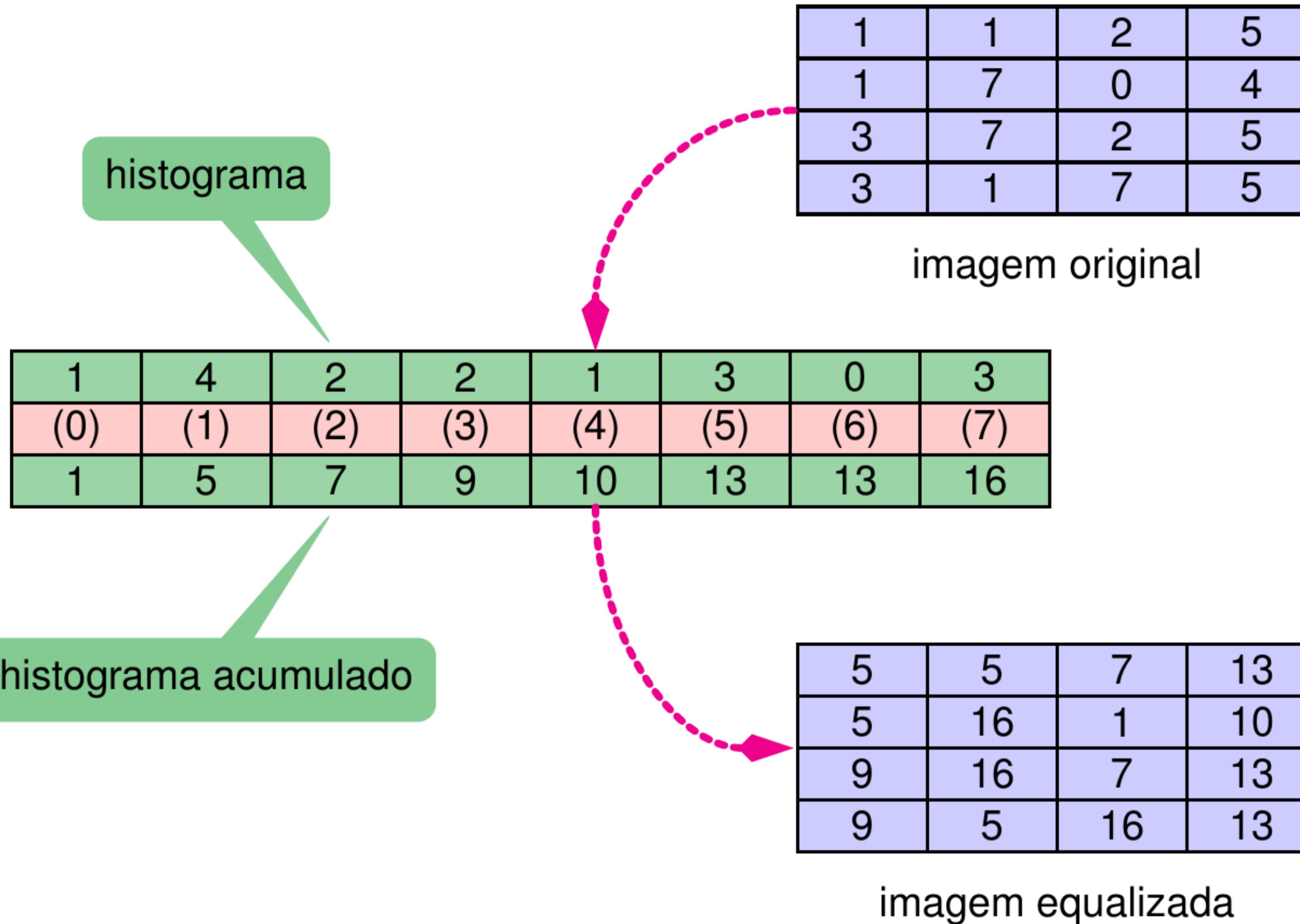
③ Normalizar o histograma acumulado na faixa $[0, L]$:

$$ha(r_k) = L \times ha(r_k)/ha(r_L) = L \times ha(r_k)/npixels$$

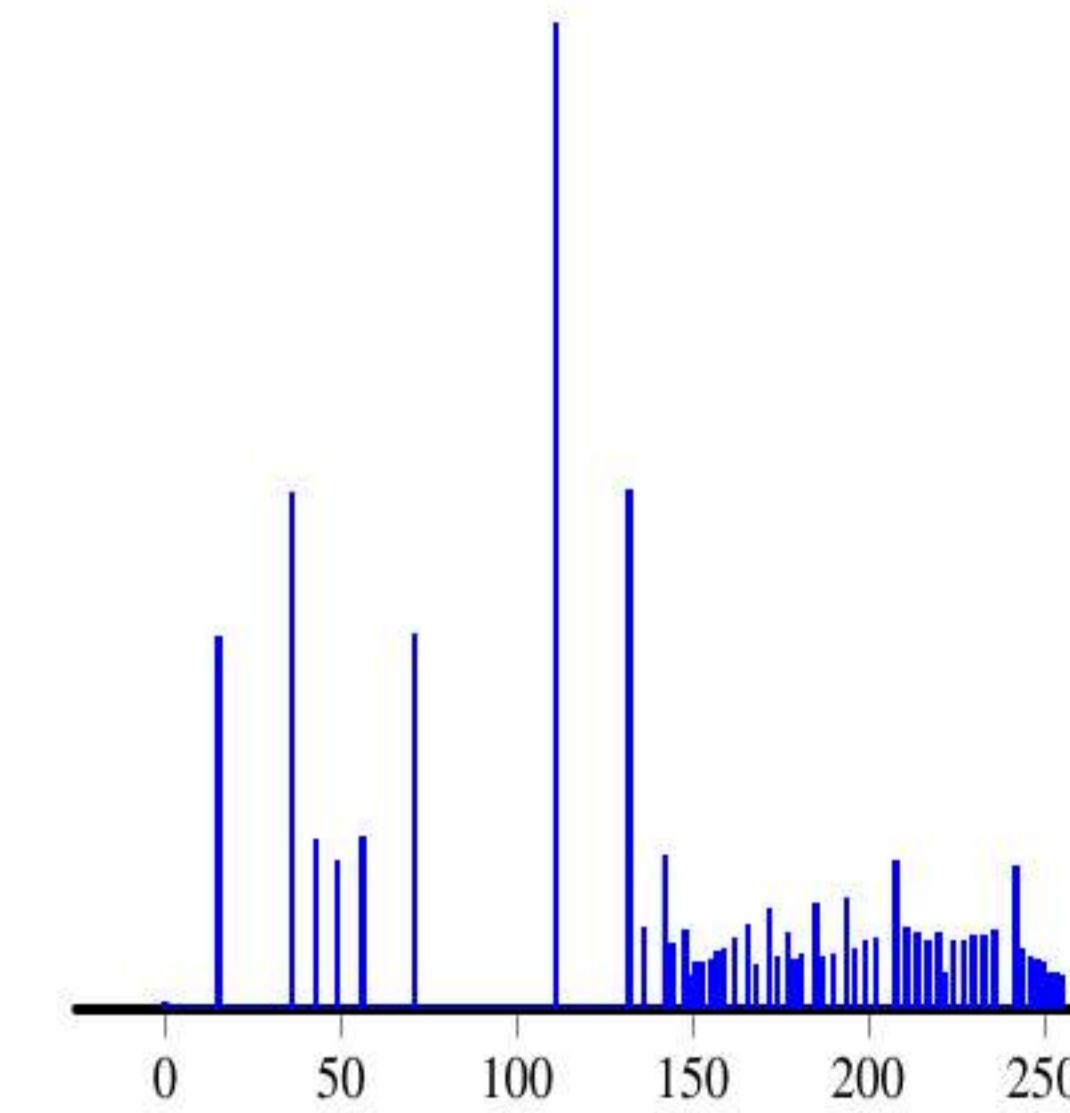
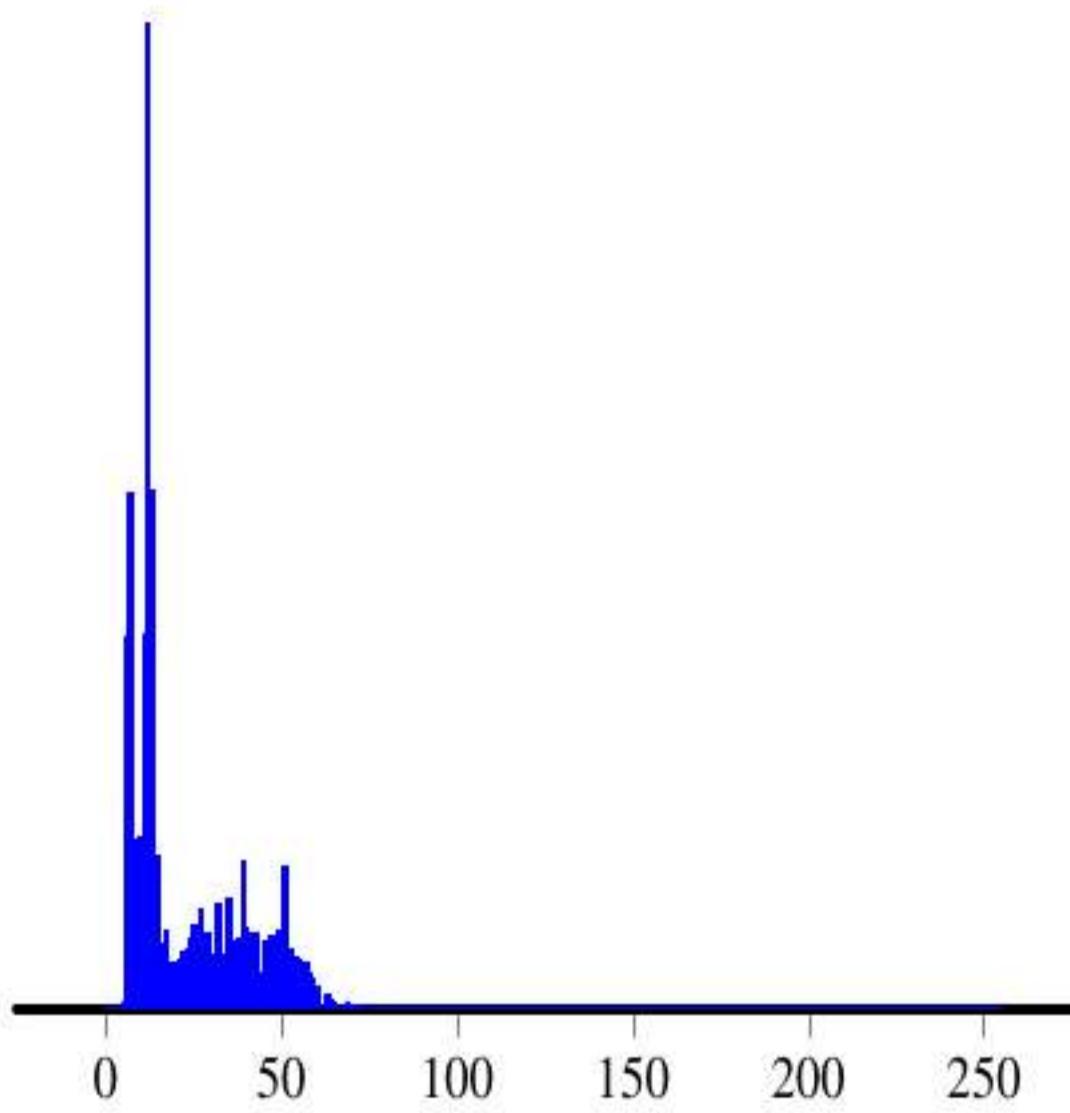
④ Transformar a imagem

$$s = ha(r_k), k \in [0, L - 1]$$

Equalização de histogramas - Exemplo



Equalização de histogramas



Melhoria usando operações aritméticas: média

- Considere um dispositivo que captura imagens $g(x, y)$ formadas pela adição de ruído gaussiano $\eta(x, y)$ de média zero à imagem original $f(x, y)$, ou seja, $g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$.
- Tomando uma média com K imagens $g(x, y)$ em instantes diferentes, teremos:

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K g_i(x, y)$$

- O valor esperado para $\bar{g}(x, y)$ é dado por

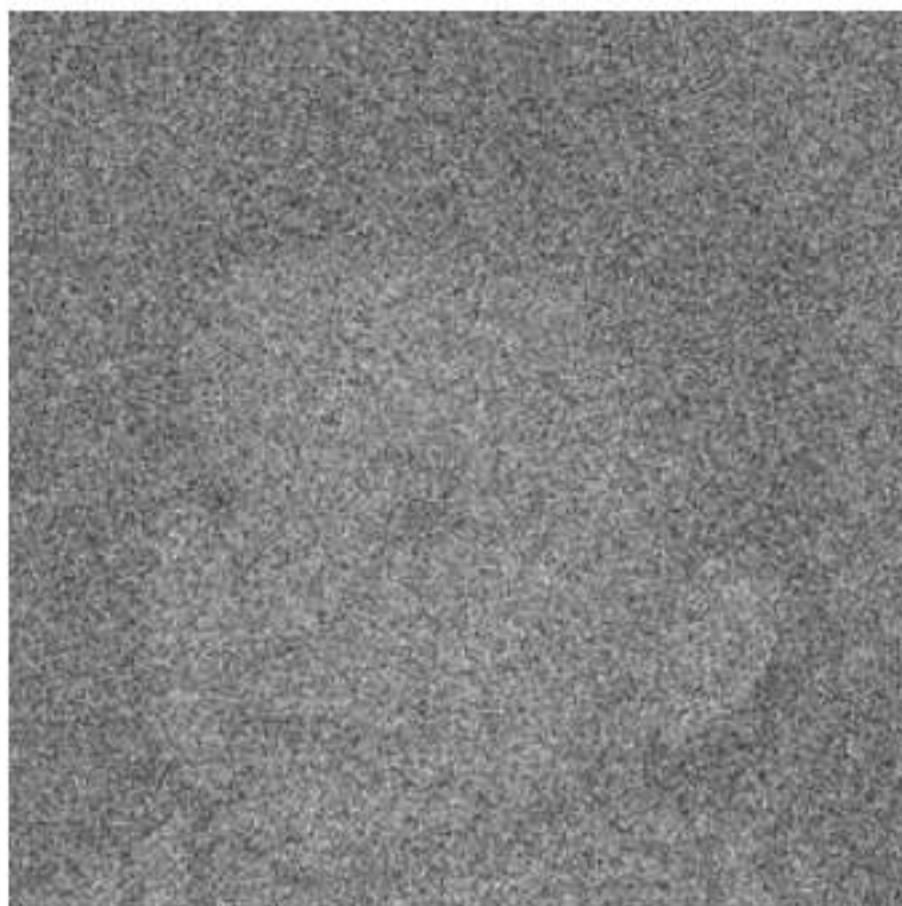
$$E \{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y)$$

- A variância da amostra é

$$\sigma_{\bar{g}(x, y)} = \frac{1}{\sqrt{K}} \sigma_{\eta(x, y)}$$

- Logo, quanto mais amostras, melhor a qualidade da imagem final.

Melhoria usando operações aritméticas: média ($\sigma = 255$)



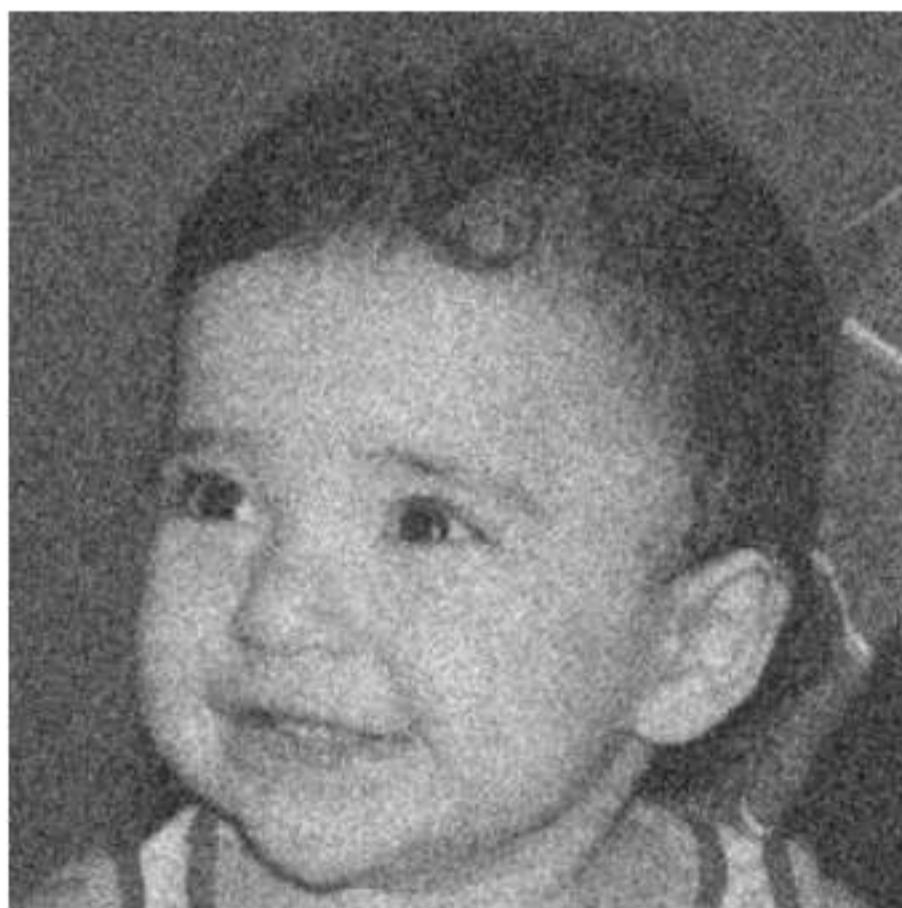
K=1



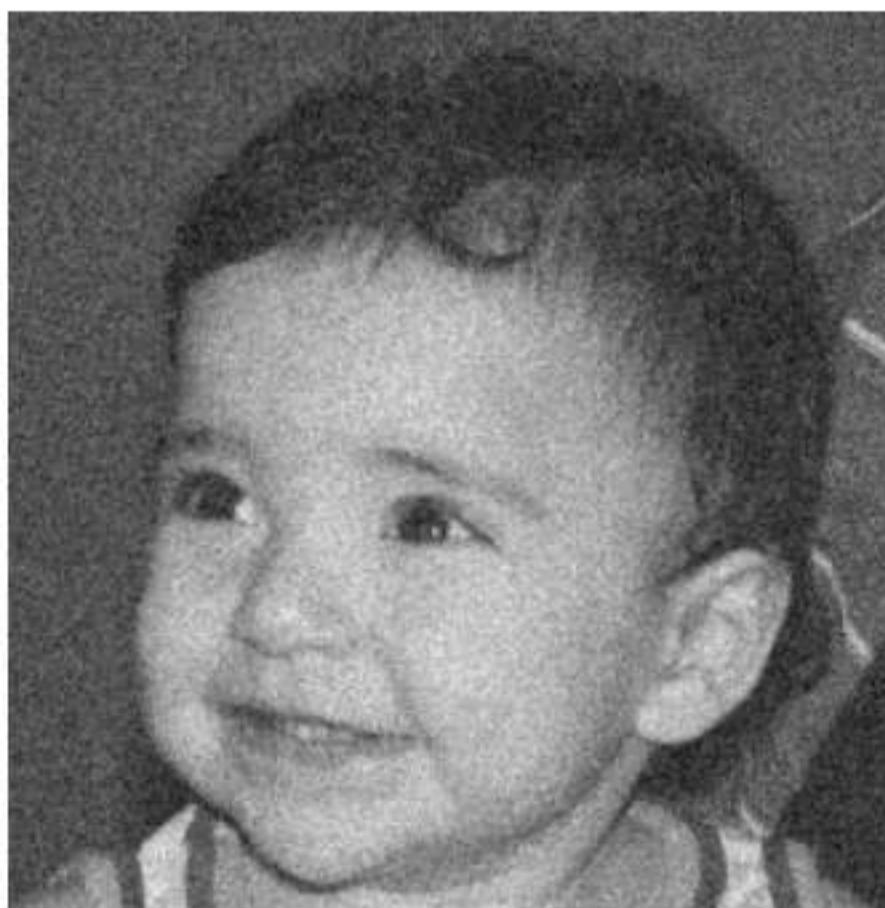
K=8



K=16



K=64



K=128



K=256

Melhoria usando operações aritméticas: subtração

- Realizada quando à imagem original alguma modificação é adicionada, permitindo destaque de características.

$$g(x, y) = f(x, y) - h(x, y)$$

- Ex: imagem médica antes $h(x, y)$ e após a inserção de contraste radioativo $f(x, y)$ no sistema sanguíneo.



Obrigado

Filtragem Linear e Não Linear

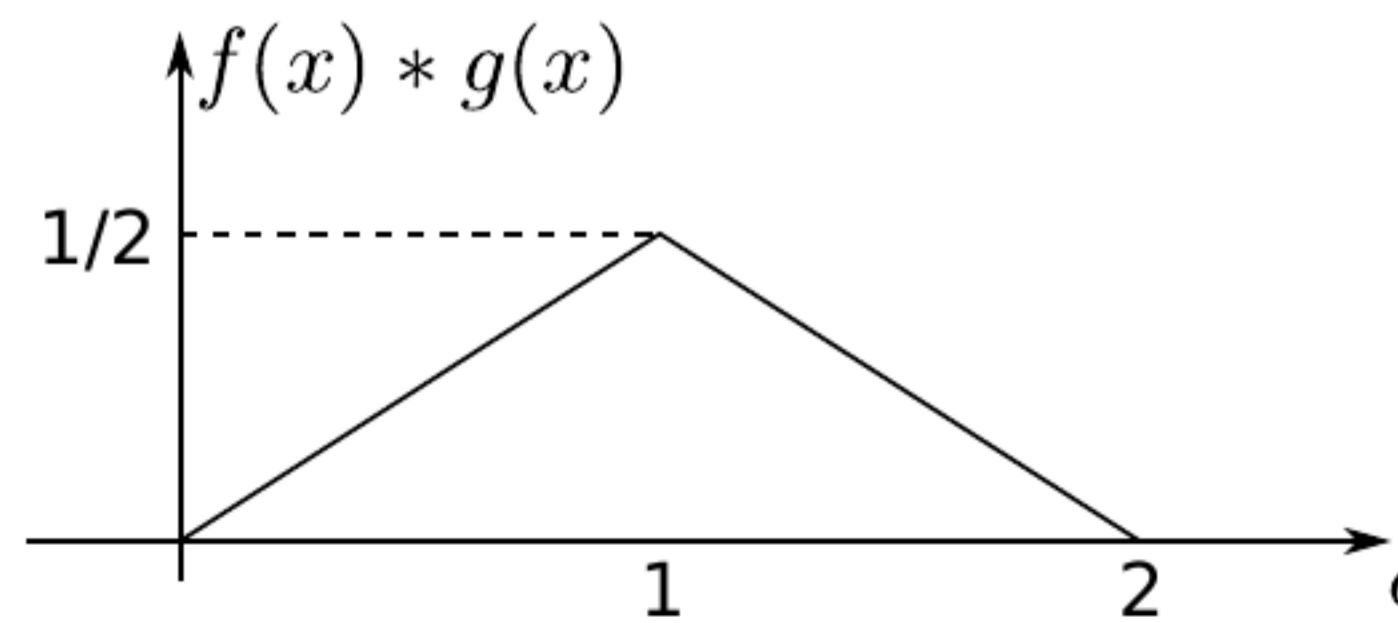
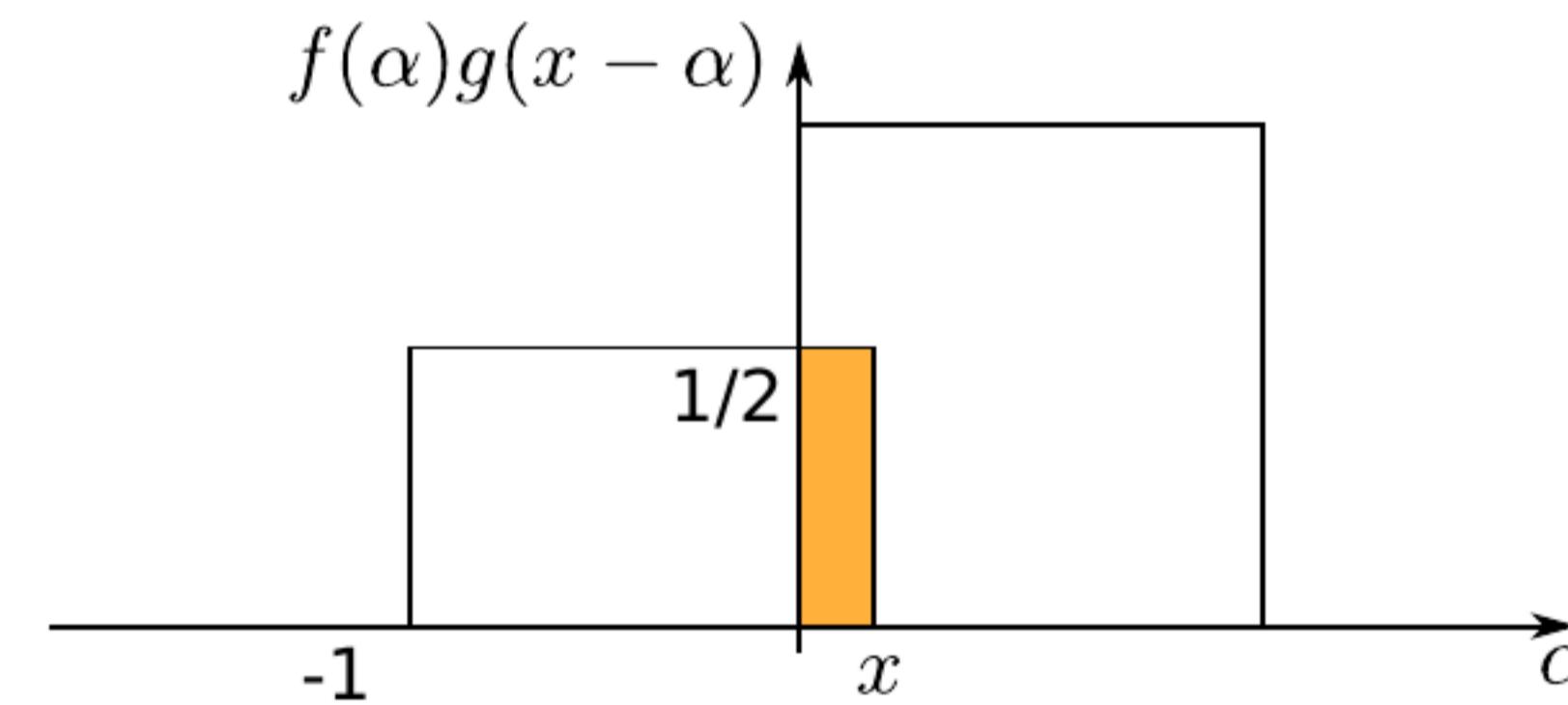
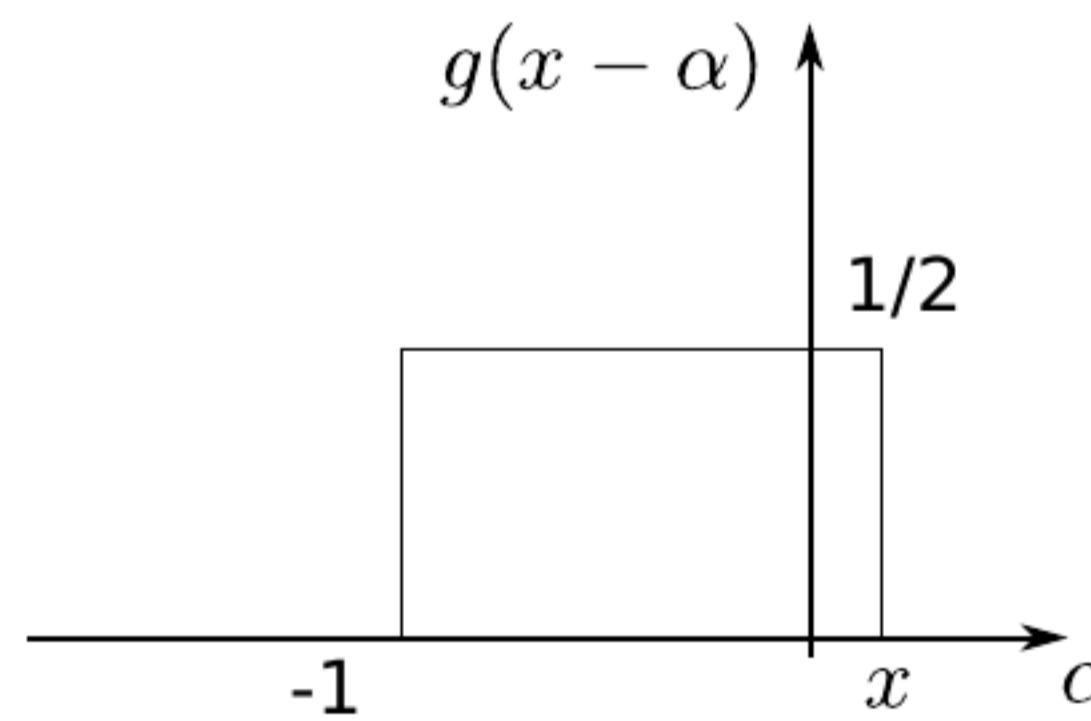
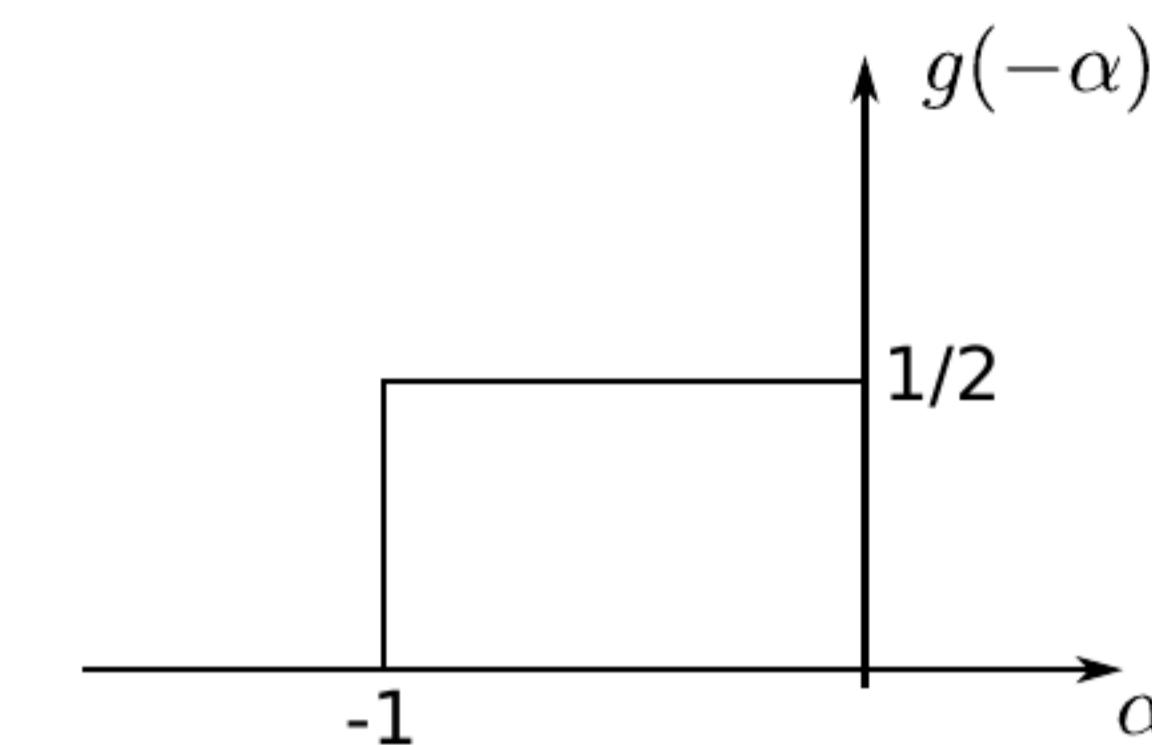
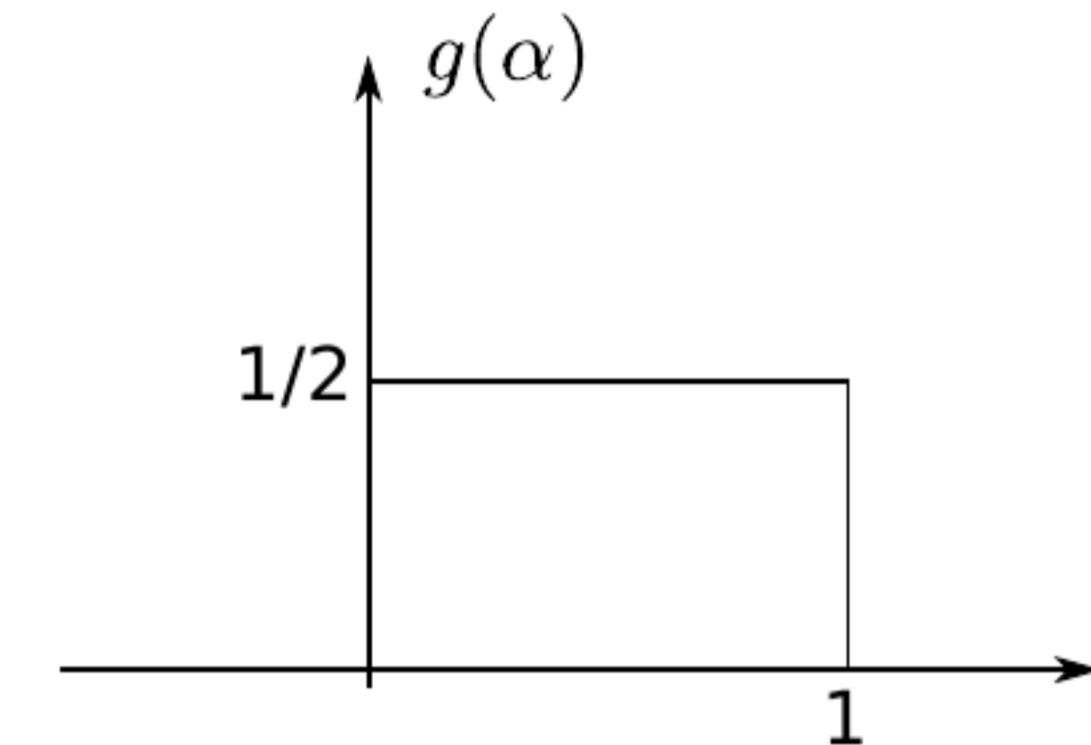
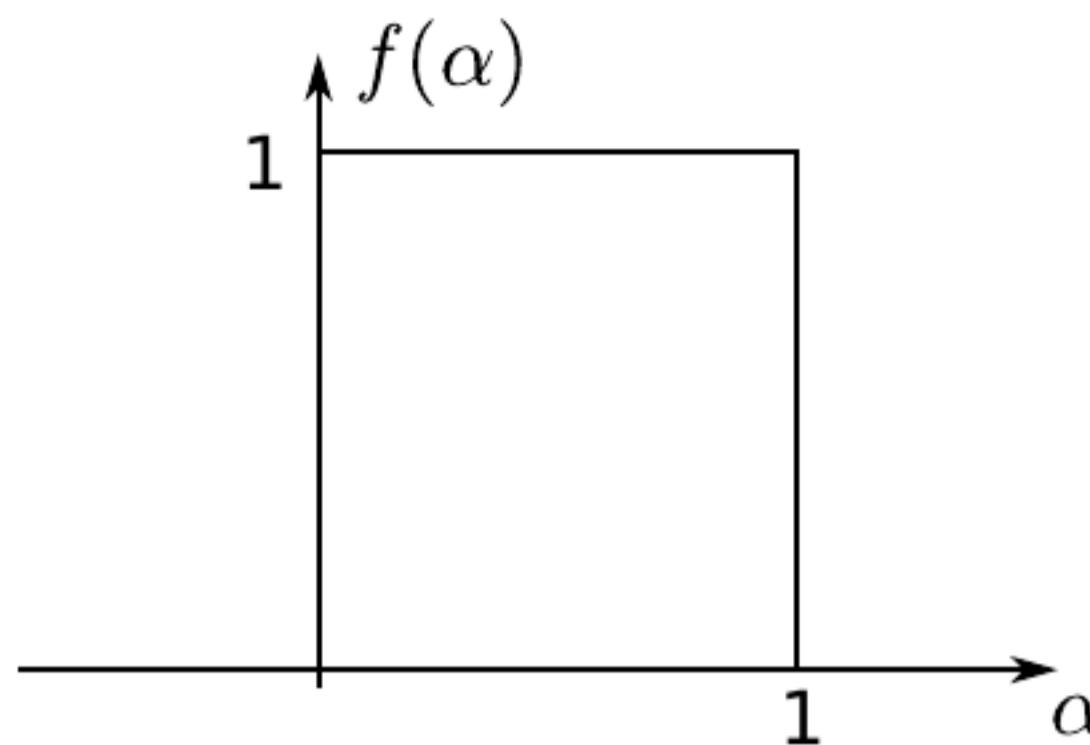
Convolução

- O objetivo da filtragem de imagens é extrair apenas tipos selecionados de informação.
- Para imagens digitais, a filtragem é digital e geralmente é realizada utilizando operações na vizinhança dos pixels.
- A forma mais comum de filtragem espacial é usando a operação de convolução. Para o caso 1-Dimensional, a convolução é definida como

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha)g(x - \alpha) d\alpha$$

onde α é uma variável de integração.

Interpretação gráfica da convolução 1-Dimensional



Convolução e correlação

- Para o caso bidimensional, a convolução é definida como

$$f(x, y) * g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta)g(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$

- A equação da correlação é bastante semelhante à da convolução. É dada por

$$f(x, y) \circ g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta)g(x + \alpha, y + \beta) d\alpha d\beta$$

- Na correlação, não há o espelhamento da função $g(x, y)$. Se $f(x, y)$ e $g(x, y)$ são idênticas em um região, ocorre uma correspondência de padrão. Este é um dos seus usos principais.
- A convolução, por outro lado, possui uma correspondência importante com a filtragem no domínio da freqüência, sendo a ferramenta de filtragem mais comumente utilizada.

Convolução digital

- Dada pela equação:

$$f(x, y) * w(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n)w(x - m, y - n)$$

onde: M e N são a altura e largura da imagem.

- Pode ser implementada como:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)f(x + s, y + t)$$

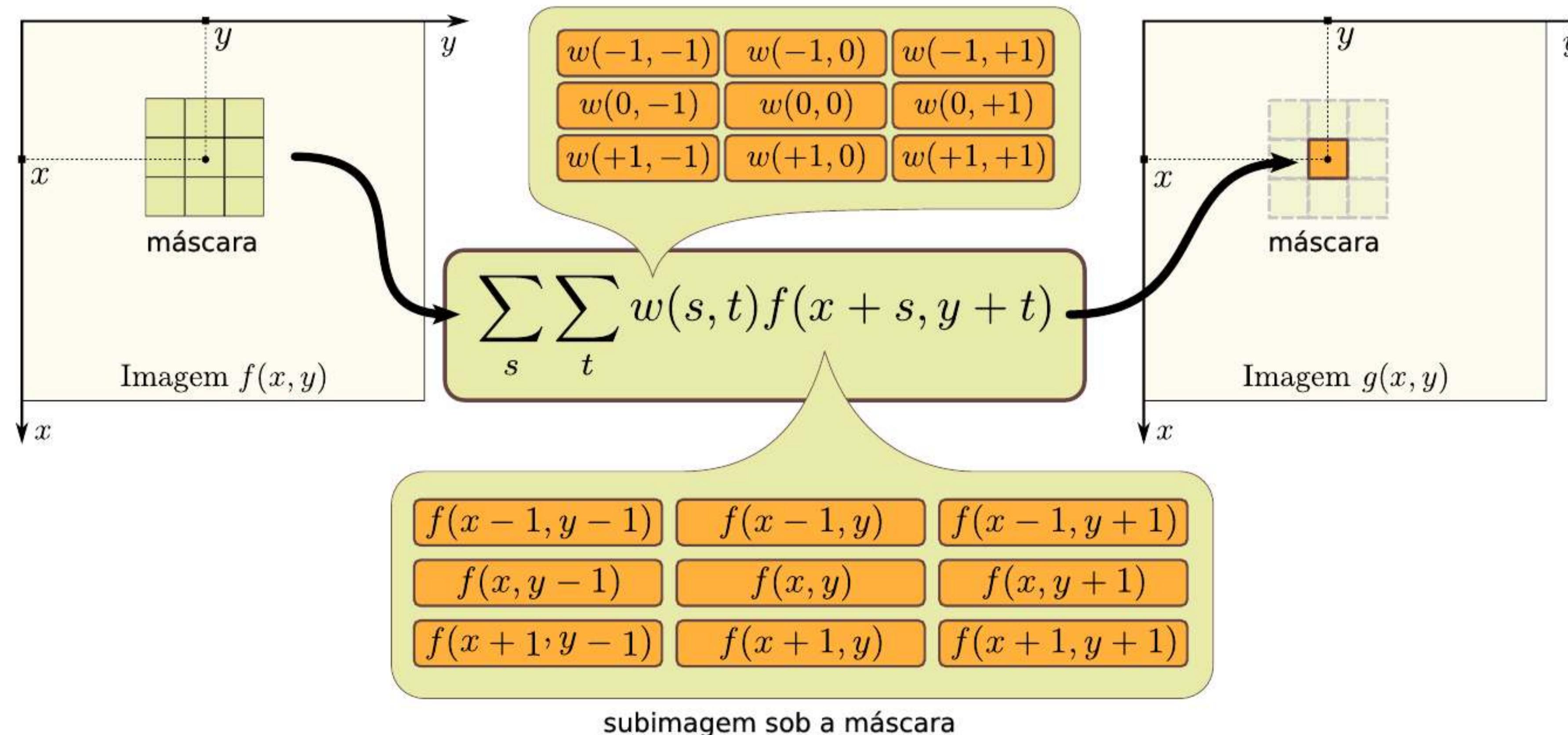
Filtragem linear com máscaras

- Quando a vizinhança do pixel assume tamanhos maiores que 1×1 , é possível realizar dois tipos de filtragens principais:
 - 1 Borramento, para suavizar os tons da imagem; e
 - 2 Aguçamento, para realce de bordas.
- Para cada pixel da imagem $f(x, y)$, é calculado o valor do pixel correspondente na imagem $g(x, y)$, usando uma máscara (ou kernel) $w_{m \times n}$.

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)f(x + s, y + t), \quad a = (m - 1)/2, b = (n - 1)/2$$

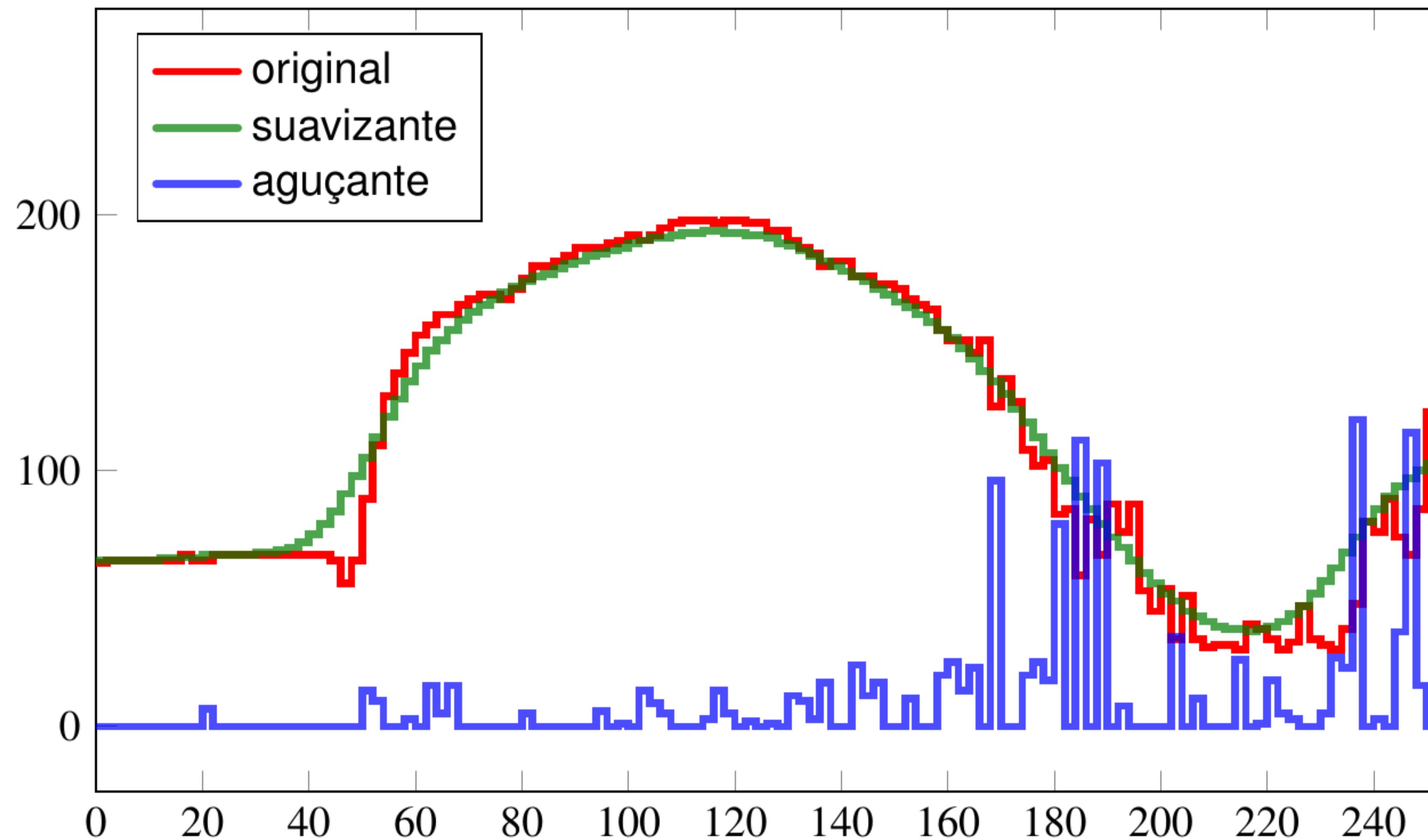
Filtragem linear com máscaras

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t), \quad a = (m - 1)/2, b = (n - 1)/2$$



Filtragem linear com máscaras

- Os efeitos dos filtros espaciais lineares podem ser observados no perfil dos tons de uma linha extraída de uma imagem.



Filtros suavizantes lineares

- Adequado para atenuar borrar ou atenuar ruídos.
- Exemplos de uso são a remoção de pequenos detalhes para extração de objetos grandes, e a conexão de falhas em linhas ou curvas.
- Exemplos de máscaras de borrimento:

$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Exemplos de filtragem suavizante



3×3



5×5



7×7



9×9

Filtro suavizante não-linear: mediana

- Atribui a $g(x, y)$ o valor da mediana dos tons de cinza situados na vizinhança de $f(x, y)$.
- Apropriados para remoção de ruído impulsivo (sal e pimenta).

1	6	4
3	11	5
3	8	2

1	6	4	3	11	5	3	8	2
← ordenação →								
1	2	3	3	4	5	6	8	11



original



média



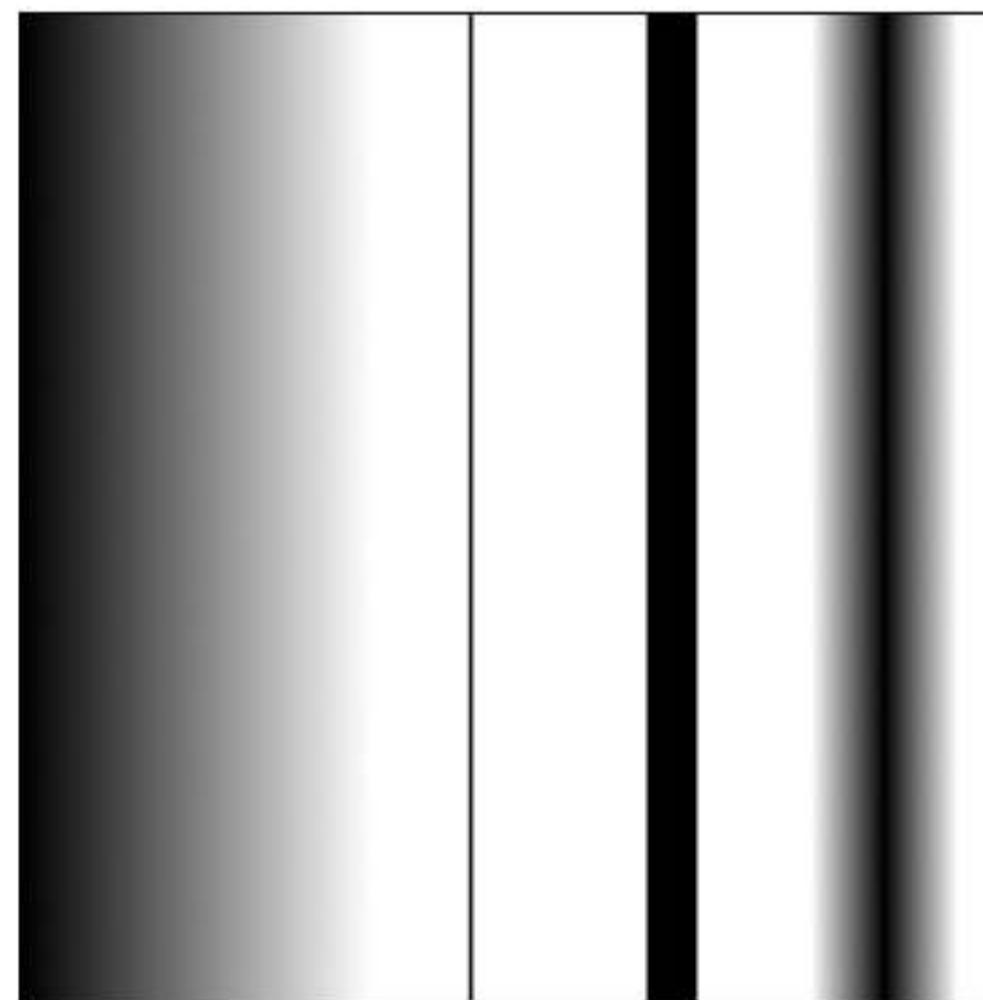
mediana

Filtros aguçantes

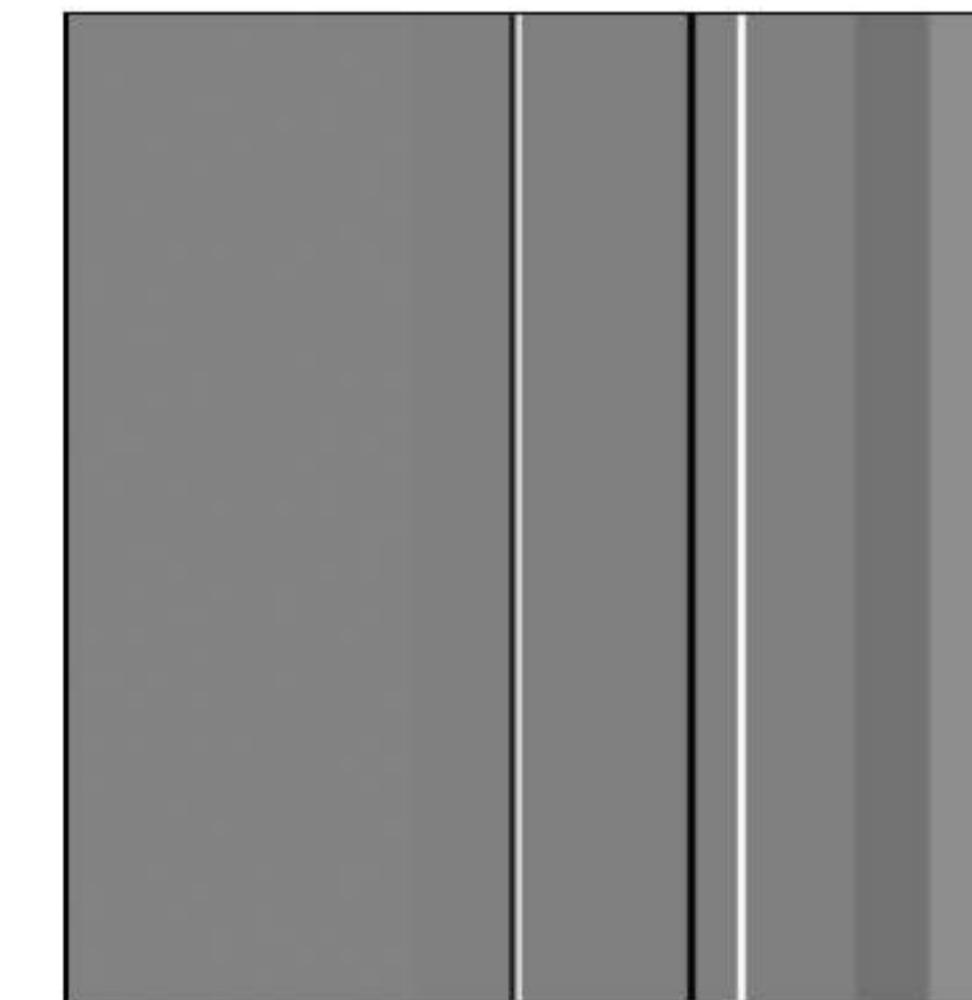
- Utilizados para realçar detalhes finos presentes em uma imagem, ou realçar detalhes borrados por algum processo degradatório.
- Criados através de filtros derivativos: aproximação da derivada por diferenças.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x + 1) - f(x)$$

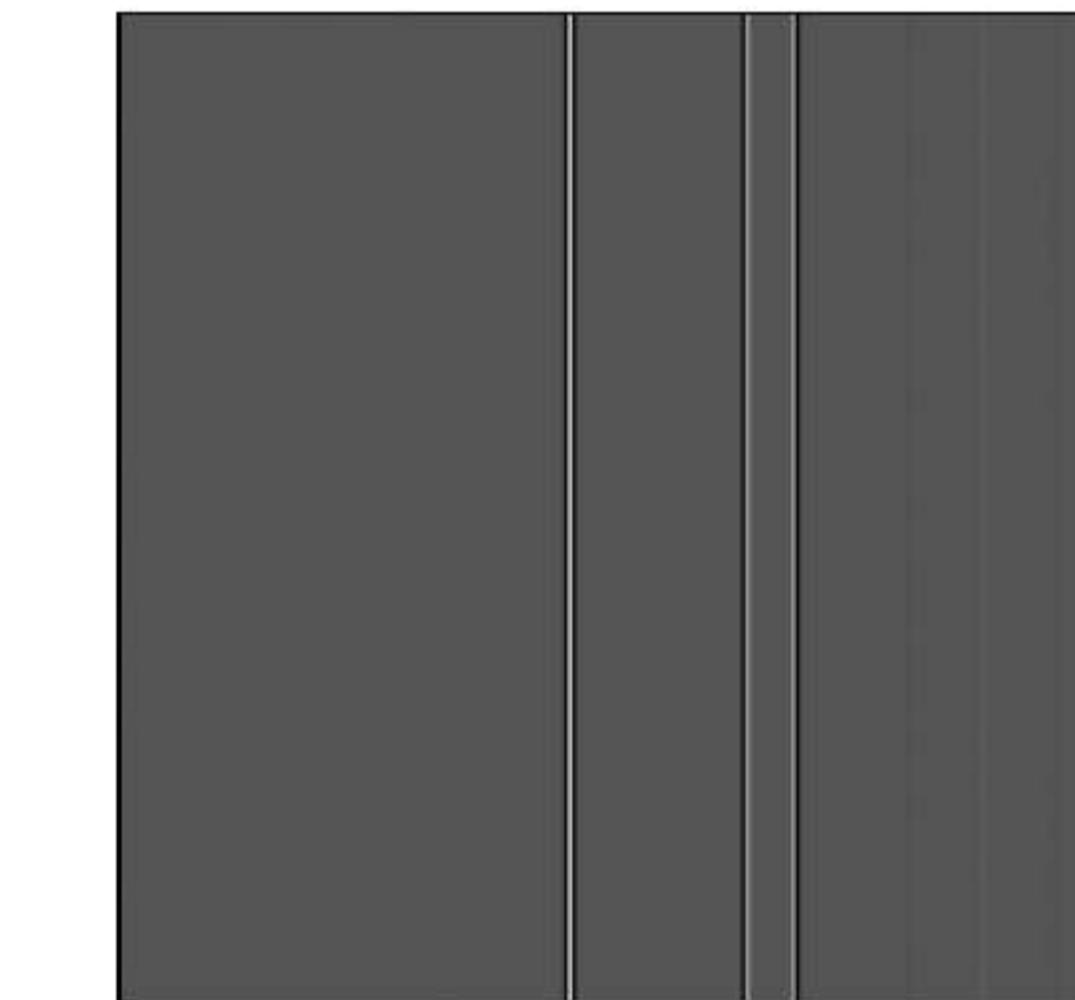
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x + 1) + f(x - 1) - 2f(x)$$



original



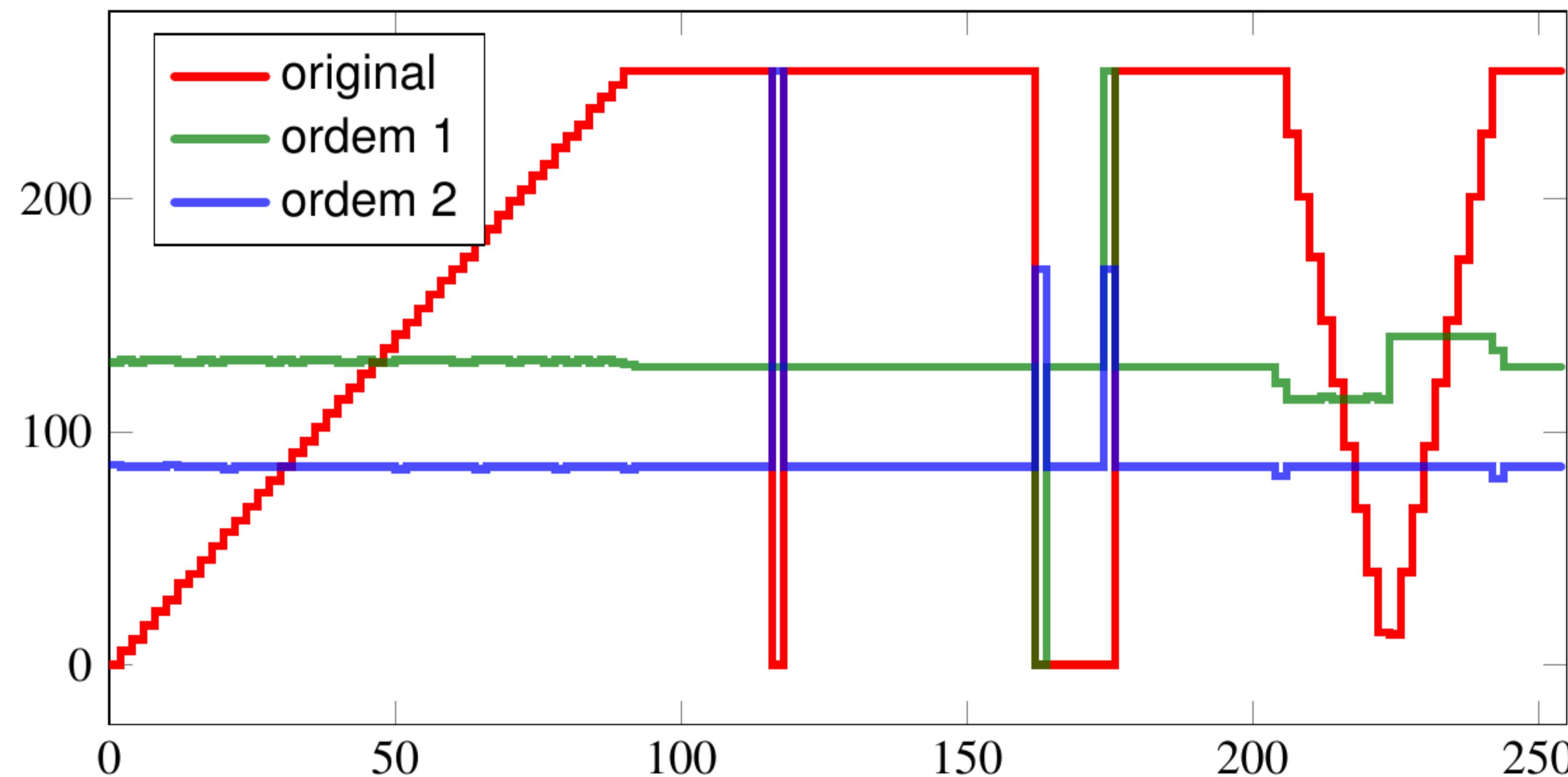
1^a ordem



2^a ordem

Filtros aguçantes

- Filtros de primeira ordem: arestas mais largas, resposta constante para rampas, utilizada para operações de melhoramento.
- Filtros de segunda ordem: arestas mais finas, melhor resposta para ruídos, exibe resposta apenas nas transições, mais agressivo.



Filtros aguçantes de 2^a ordem

- Filtro isotrópico (invariante à rotação): laplaciano

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Obtenção da máscara espacial

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(y+1) + f(y-1) - 2f(y)$$

- Somando ambas as componentes, monta-se a aproximação para o laplaciano.

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

- Máscaras que implementam o laplaciano

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

ou

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

Filtros aguçantes de 2^a ordem

- Para salientar as descontinuidades existentes, soma-se o resultado do laplaciano à imagem original. Utilizando a máscara com coeficiente central positivo, a imagem melhorada será $g(x, y) = f(x, y) + \nabla^2f$.



$f(x, y)$



∇^2f



$f(x, y) + \nabla^2f$

Filtros aguçantes de ênfase

- Usada para manter as características da imagem, realçando as bordas pelo ajuste de um parâmetro. Dada uma imagem $f(x, y)$ e seu realce aguçado $f_a(x, y)$, o filtro de ênfase, ou *high-boost* será dado por

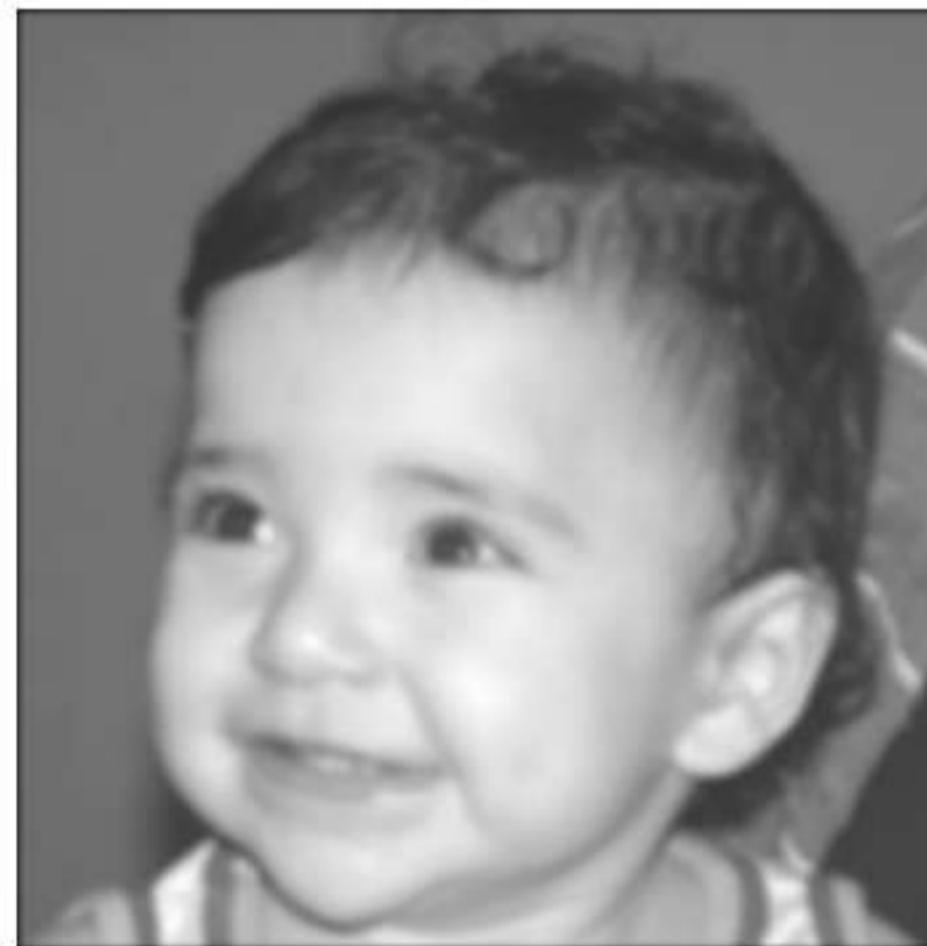
$$g(x, y) = Af(x, y) + f_a(x, y)$$

- Este filtro pode ser implementado com uma das seguintes máscaras:

0	-1	0
-1	A+4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	A+8	-1
-1	-1	-1

ou



original



$A = 1.3$



$A = 1.7$

Filtro do gradiente

- Menos sensíveis a ruídos que filtros de segunda ordem.
- Formulação

$$\nabla \mathbf{f} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial f / \partial x \\ \partial f / \partial y \end{bmatrix}$$

- Magnitude do vetor gradiente

$$\begin{aligned}\nabla f &= \text{mag}(\nabla \mathbf{f}) \\ &= \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2} \\ &\simeq |G_x| + |G_y|\end{aligned}$$

- Aproximação com máscaras

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

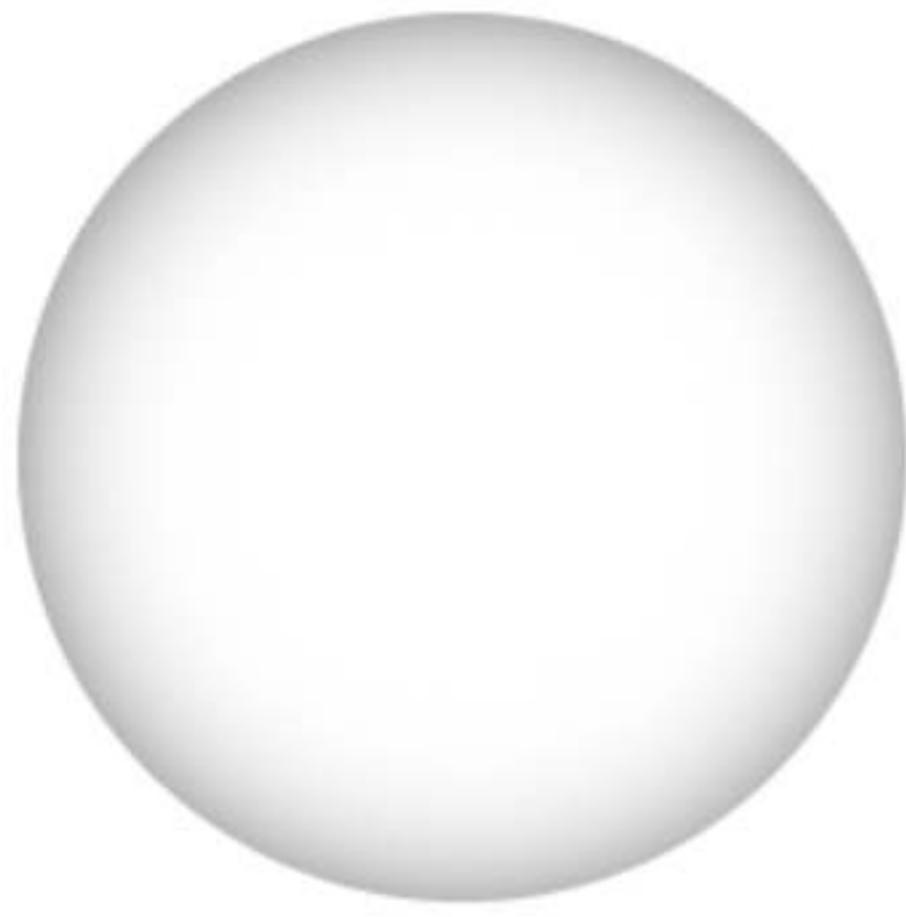
$$\begin{aligned}\nabla f &\simeq |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| \\ &\quad + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)|\end{aligned}$$

- Operadores de Sobel

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$G_y = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

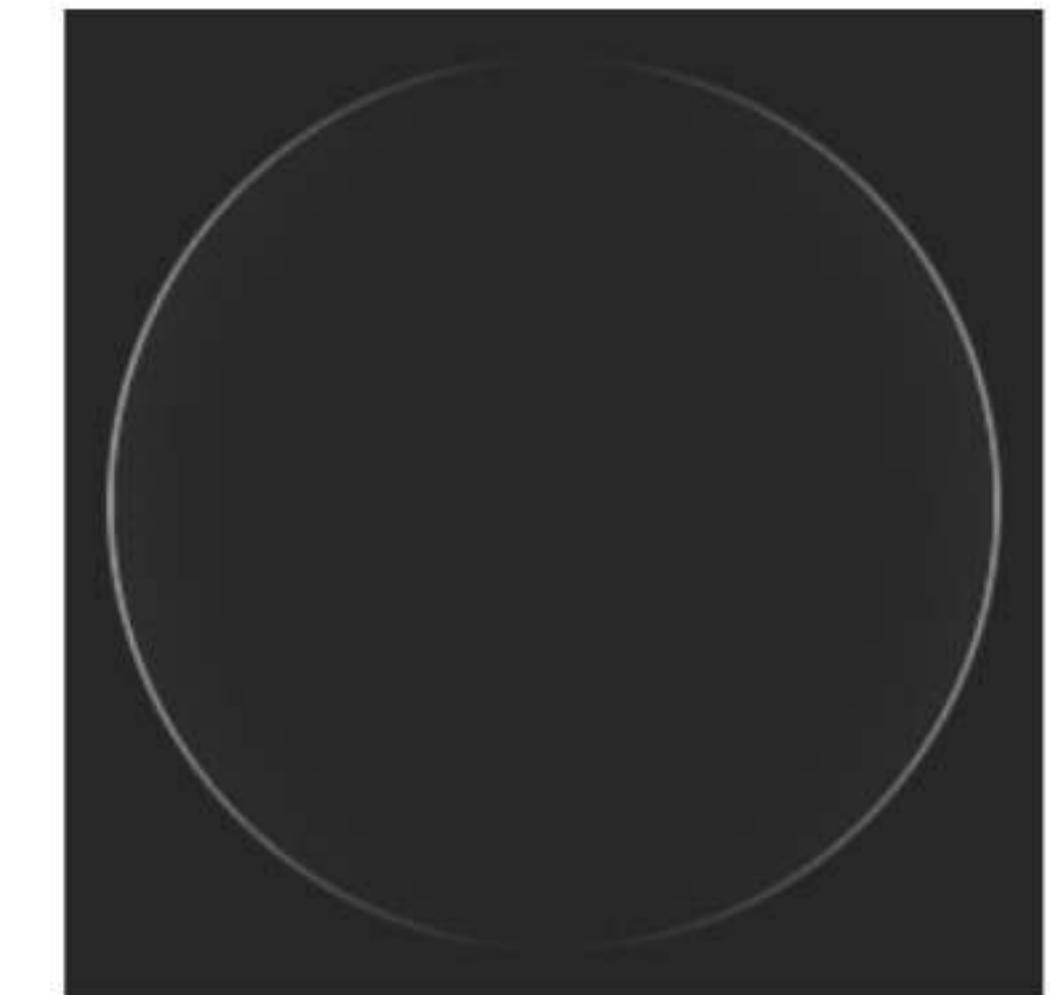
Filtro do gradiente



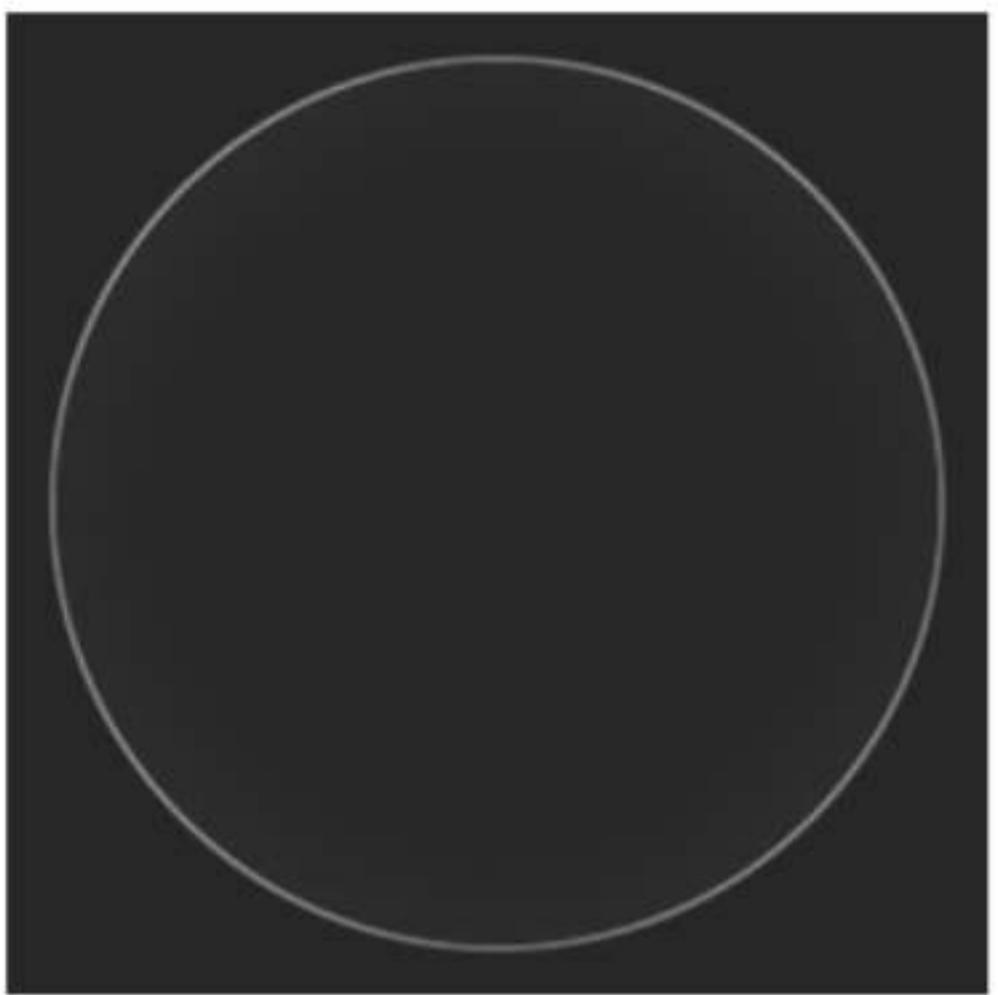
Original



Sobel x



Sobel y



Gradiente



Obrigado