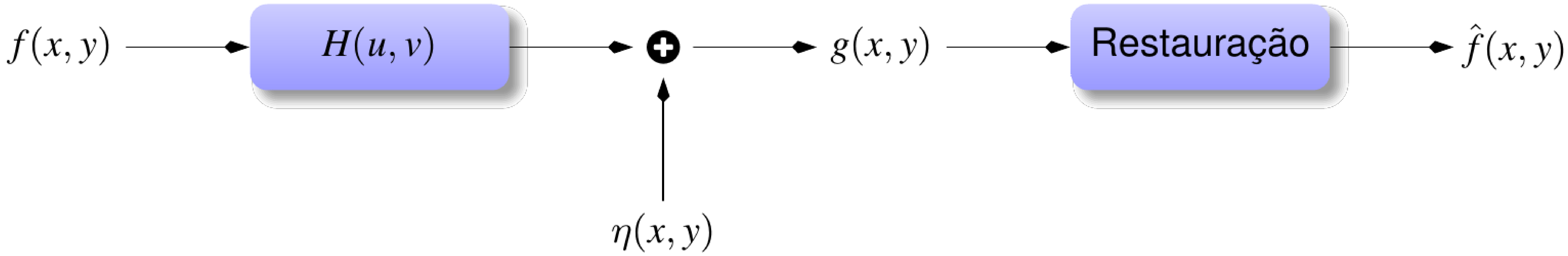
Restauração de Imagens no Domínio da Frequência

Agostinho Brito

2020

Restauração de imagens no domínio da frequência

- A degradação de uma imagem pode ocorrer por diversos fatores e pode ser ilustrada pelo seguinte modelo:



- No domínio da frequência, temos a seguinte representação equivalente:

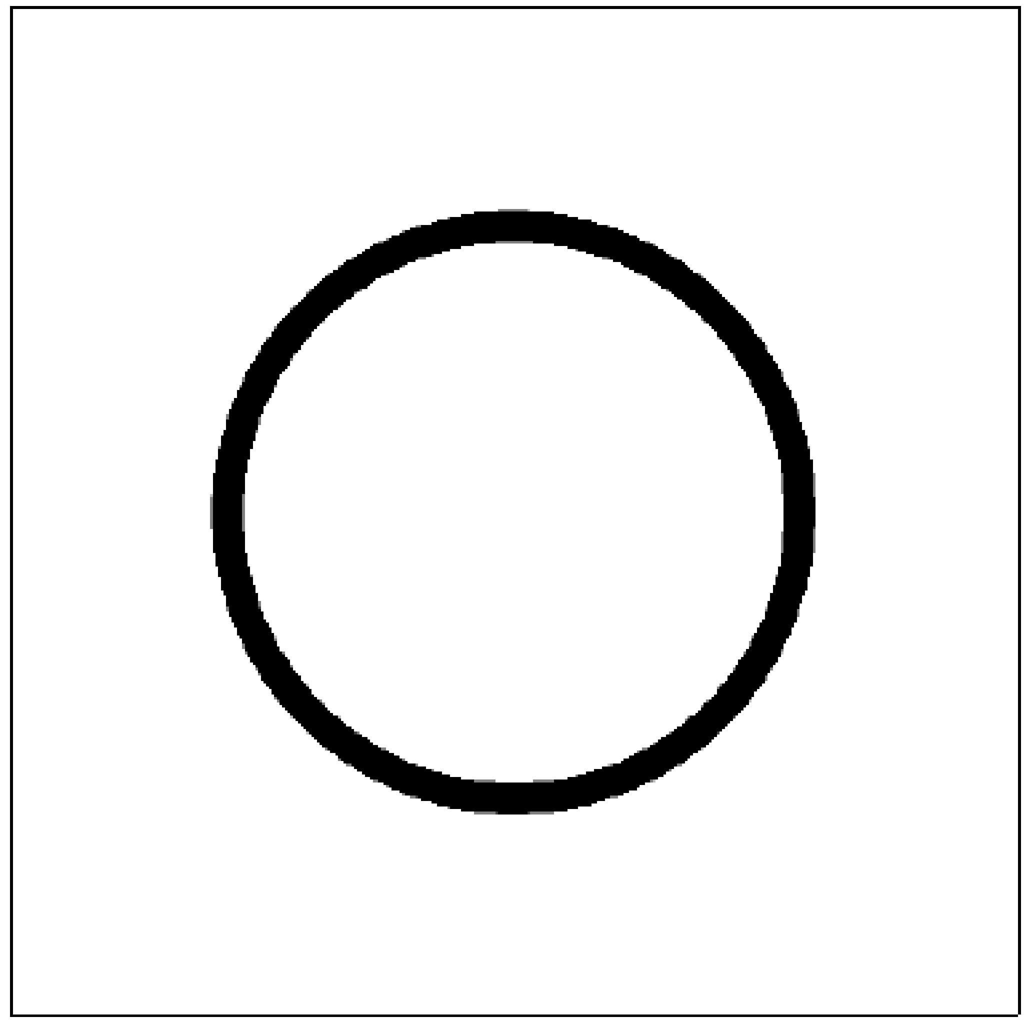
$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$$

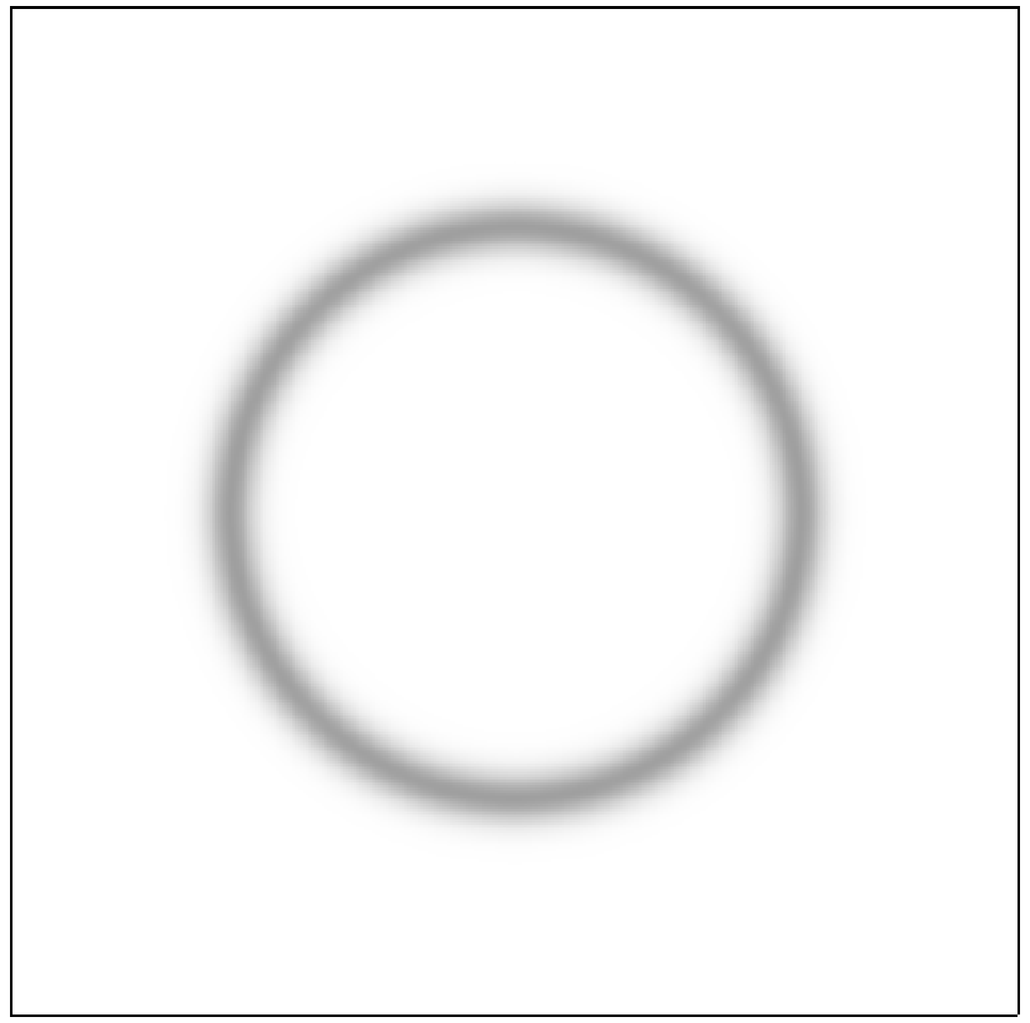
- Principais tipos de filtro de frequência para restauração:
  - Chanfro (notch)
  - Filtragem inversa
  - Filtragem pseudo-inversa
  - Filtro de Wiener

Filtros de Chanfro

- São definidos em regiões determinadas da imagem transformada, normalmente especificados em relação à origem $(u, v) = (0, 0)$.
- A ideia do filtro é remover da imagem transformada as regiões associadas com a incidência de ruído periódico.
- Para não haver deslocamento de fase, eles devem ser simétricos em relação à origem, ou seja, se houver um Chanfro em $H(u_0, v_0)$, deverá haver um correspondente em $H(-u_0, -v_0)$.

$$H_{notch}(u, v) = \prod_{k=1}^{Q} H_k(u, v) H_{-k}(u, v)$$





- Dado que se conhece a função de degradação $H(u,v)$, é possível realizar uma abordagem simples para encontrar uma estimativa $\hat{F}(u,v)$ da transformada da imagem original.

$$\hat{F}(u,v) = G(u,v)/H(u,v)$$

- Substituindo a estimativa no modelo da degradação, teremos

$$\hat{F}(u,v)H(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$$
$$\hat{F}(u,v) = F(u,v) + \boxed{N(u,v)/H(u,v)}$$

Problema: Normalmente, $N(u,v)$ é alto e $H(u,v)$ é baixo para altos valores de u e v.

Solução: Ajuste técnico... limitar o filtro numa região próxima à origem.

- Se o ruído for nulo, a restauração é perfeita. Infelizmente, isso é quase impossível.

Filtragem inversa

- Dado que se conhece a função de degradação $H(u, v)$, é possível realizar uma abordagem simples para encontrar uma estimativa $\hat{F}(u, v)$ da transformada da imagem original.

$$\hat{F}(u, v) = G(u, v)/H(u, v)$$

- Substituindo a estimativa no modelo da degradação, teremos

$$\begin{aligned} \hat{F}(u, v)H(u, v) &= H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \\ \hat{F}(u, v) &= F(u, v) + N(u, v)/H(u, v) \end{aligned}$$

Problema: Normalmente, $N(u, v)$ é alto e $H(u, v)$ é baixo para altos valores de u e v.

Solução: Ajuste técnico... limitar o filtro numa região próxima à origem.

- Se o ruído for nulo, a restauração é perfeita. Infelizmente, isso é quase impossível.

Filtragem pseudo-inversa

- Usa os mesmos fundamentos da filtragem inversa, mas limita o filtro pelos valores de $H(u,v)$ ao invés de uma região próxima à origem.

$$P(u) = \begin{cases} H(u,v) & H(u,v) \geqslant limiar, \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Embora melhore o tipo de filtragem (quando comparada com a filtragem inversa), ainda não modela adequadamente o tipo de ruído.

Filtro de Wiener

- O Filtro de Wiener, ou filtro do mínimo erro quadrático médio visa incluir uma estimativa do ruído na determinação da função de restauração.
- O filtro da restauração é determinado a partir da medida do erro quadrático estimado entre a imagem não corrompida $f(x,y)$ e sua estimativa $\hat{f}(x,y)$.

$$e^2 = E\left[f(x,y) - \hat{f}(x,y)\right]^2$$

Assume-se:

1. Que o ruído ou a imagem tenham média zero;
2. Que a imagem da estimativa seja uma função linear da imagem degradada;
3. Que a imagem e o ruído são aleatórios, não correlacionados.

- Neste caso, o mínimo erro quadrático, no domínio da frequência, é dado por:

$$\begin{aligned}
\hat{F}(u,v) &= \left[\frac{H^*(u,v)S_f(u,v)}{S_f(u,v)\,|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)} \right] G(u,v) \\
&= \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)/S_f(u,v)} \right] G(u,v) \\
&= \left[\frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)/S_f(u,v)} \right] G(u,v)
\end{aligned}$$

$H(u,v)$ função de degradação.

$H^*(u,v)$ complexo conjugado de $H(u,v)$.

$S_\eta(u,v)$ $|N(u,v)|^2$ (espectro de potência do ruído).

$S_f(u,v)$ $|F(u,v)|^2$ (espectro de potência da imagem não degradada.)

Filtro de Wiener

- Mas........ e como descobrir os espectros da imagem original e do ruído aditivo???
- Se o ruído for branco (distribuição normal e $N(u, v) = cte$), é possível utilizar uma aproximação para o cálculo da estimativa.
- Uma possível solução é usar a seguinte aproximação

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$$

Como estimar $H(u, v)$ por experimentação

- Se a imagem não degradada for um impulso $f(x, y) = \delta(x, y)$, sabe-se $F(u, v) = 1$.
- Se tal imagem for submetida a uma função de degradação $H(u, v)$, $G(u, v) = H(u, v)$, de sorte que $g(x, y) = h(x, y)$.
- Pode-se simular um impulso por um ponto claro de luz apresentado em um anteparo escuro.
- **TEORICAMENTE**, seria possível estimar a função de degradação calculando a Transformada de Fourier da imagem do impulso.
- Teoricamente **MESMO**, pois na prática é bem complicado conseguir esse efeito.
- Uma das formas de observar o efeito dos métodos de restauração é modelar o efeito da degradação.

Como estimar $H(u, v)$ por experimentação

- Se a imagem não degradada for um impulso $f(x, y) = \delta(x, y)$, sabe-se $F(u, v) = 1$.
- Se tal imagem for submetida a uma função de degradação $H(u, v)$, $G(u, v) = H(u, v)$, de sorte que $g(x, y) = h(x, y)$.
- Pode-se simular um impulso por um ponto claro de luz apresentado em um anteparo escuro.
- **TEORICAMENTE**, seria possível estimar a função de degradação calculando a Transformada de Fourier da imagem do impulso.
- Teoricamente **MESMO**, pois na prática é bem complicado conseguir esse efeito.
- Uma das formas de observar o efeito dos métodos de restauração é modelar o efeito da degradação.

Obrigado