Processamento digital de imagens

Morfologia Matemática

Agostinho Brito

2020

Morfologia matemática

- Na natureza, o termo morfologia diz respeito ao estudo da forma e da estrutura de animais e plantas.
- A morfologia matemática é um conjunto de ferramentas usadas para permitir o estudo das formas das estruturas presentes em uma imagem digital.
- A base da morfologia matemática é teoria de conjuntos.
- Em imagens binárias, os conjuntos são membros do espaço $\mathbb{Z}^2$ para imagens binárias e $\mathbb{Z}^3$ para imagens em tons de cinza.

Para $\mathbb{Z}^2$

As componentes do conjunto são as coordenadas do pixel

Para $\mathbb{Z}^3$

As componentes do conjunto são coordenadas do pixel e o tom de cinza do pixel

- Seja A um conjunto em $\mathbb{Z}^2$. Se $a = (a_1, a_2)$ é um elemento de A, diz-se que

$$a \in A$$

- Se a não é um elemento de A, então

$$a \notin A$$

- O conteúdo de um conjunto é especificado por $\{.\}$.

$$C = \{w \mid w = -b, \ \textbf{para} \ b \in B\}$$

O conjunto C é formado por todos os elementos w tais que w é obtido multiplicando todas as coordenadas dos elementos de B por -1.

- O conjunto que não possui elementos é denominado conjunto vazio, ou $\varnothing$.
- Em morfologia, essa definição é conhecida como **reflexão de um conjunto** B, sendo denotada por $\hat{B}$

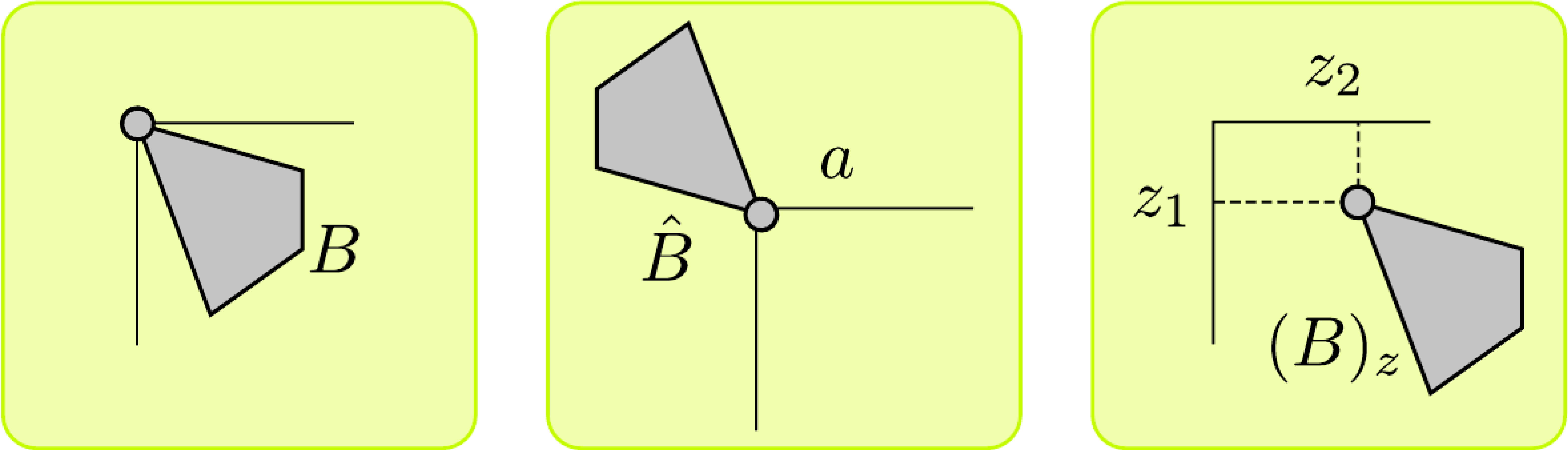
$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \ \text{para} \ b \in B\}$$

Fundamentos

- A Translação de um conjunto B no ponto $z = (z_1, z_2)$ é dada por

$$(B)_z = \{c \mid c = b + z, \text{ para } b \in B\}$$

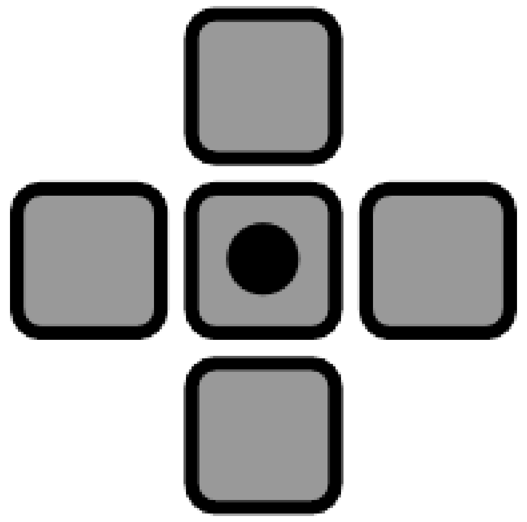
ou seja, o conjunto de pontos formados pelas coordenadas $(x + z_1, y + z_2)$.



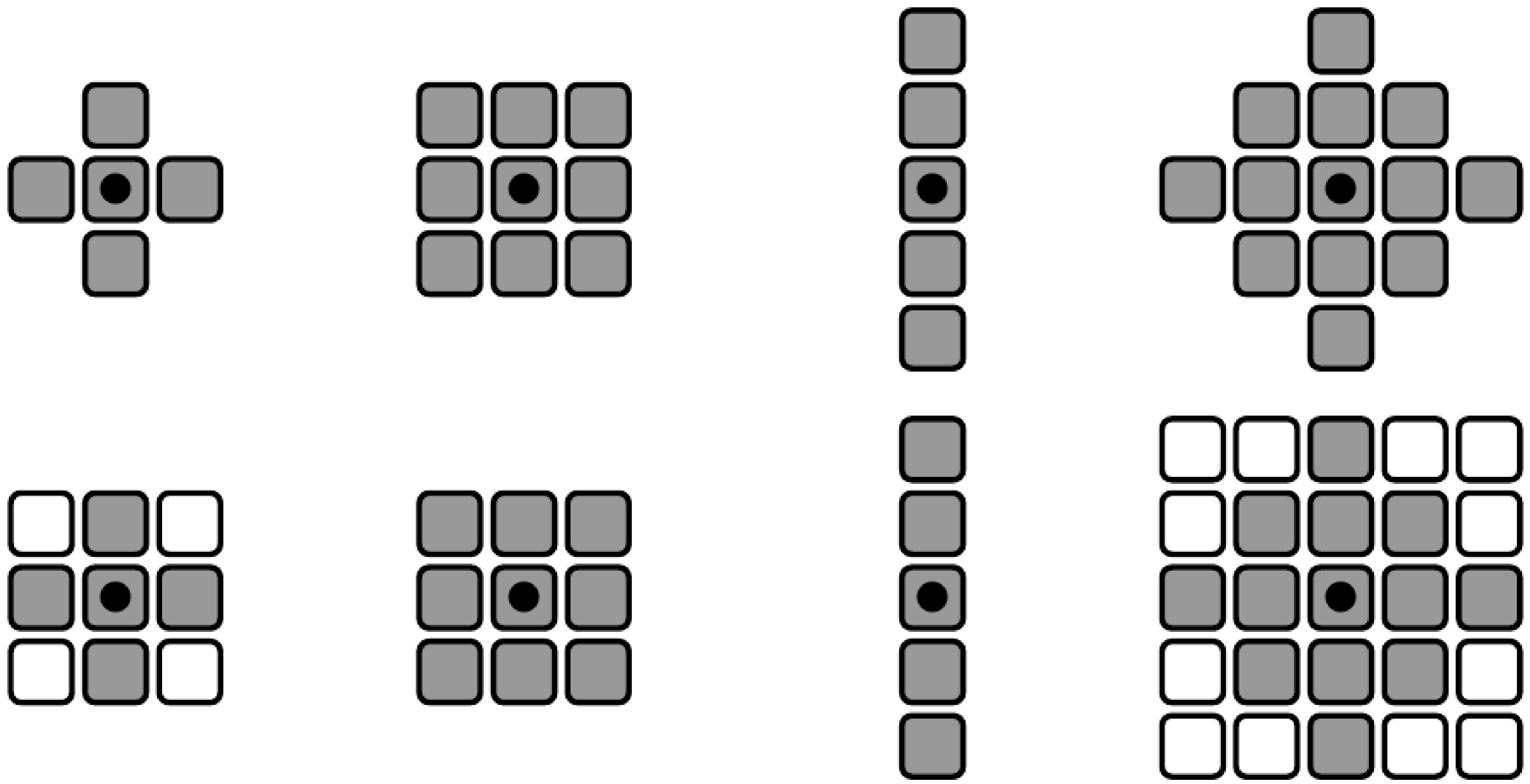
- As operações em morfologia matemática são baseadas em pequenos conjuntos denominados **elementos estruturantes - ES**.
- Os ES são normalmente representados por coordenadas inteiras no espaço e alguma propriedade relacionada com sua funcionalidade.
- ES são geralmente simbolizados por subimagens usadas para examinar uma imagem em busca de propriedades de interesse. Possuem origem, normalmente destacadas.
- Por exemplo, o elemento estruturante dado pelo conjunto

$$A = \{(-1,0),(0,-1),(0,0),(1,0),(0,1)\}$$

pode ser representado graficamente da seguinte forma:



Elemento estruturante - Nomenclatura

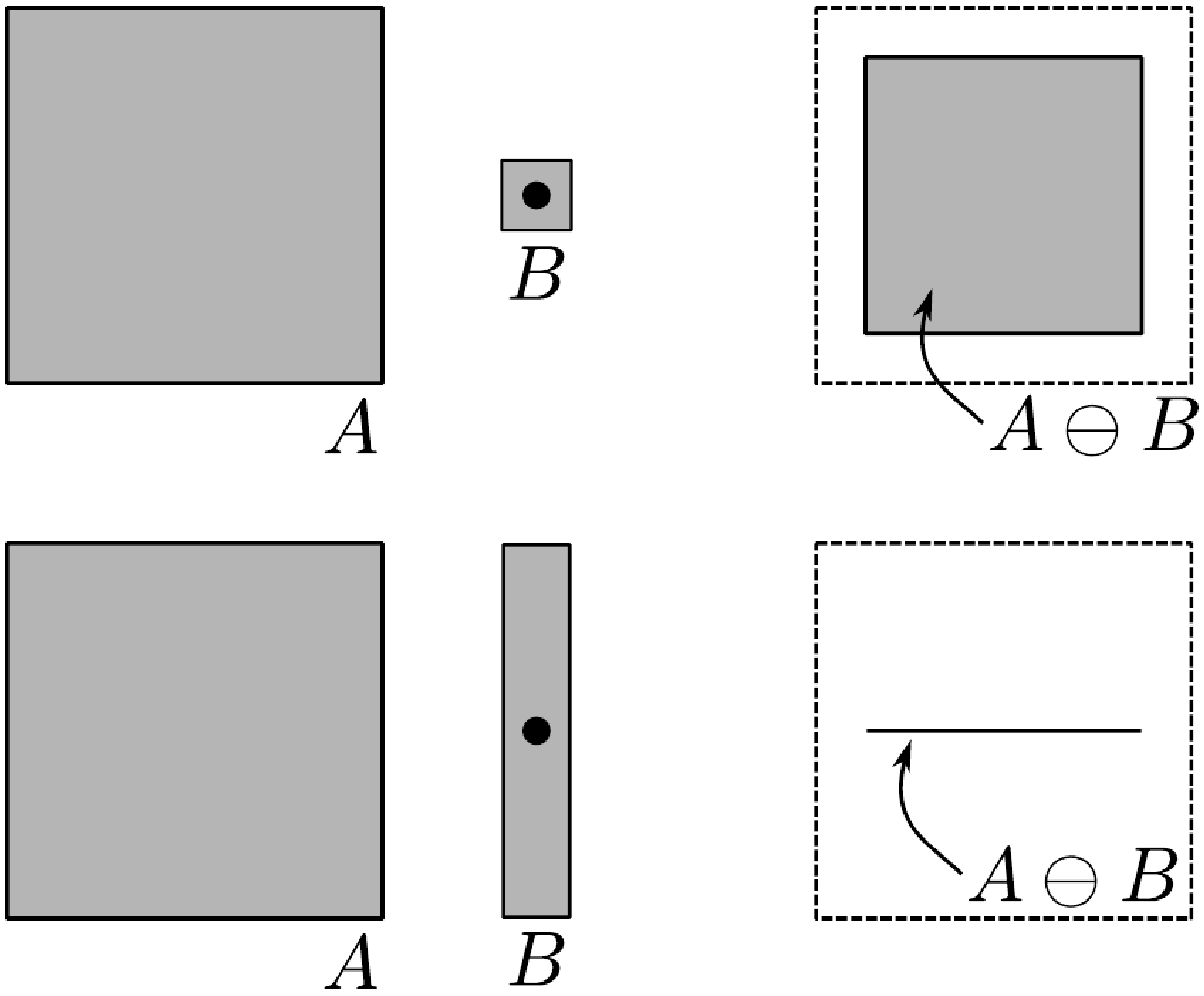


- elemento **É MEMBRO** do elemento estruturante.
- elemento **NÃO É MEMBRO**.
- marca a origem.

- Primeira linha: elementos estruturantes.
- Segunda linha: seus equivalentes matriciais.

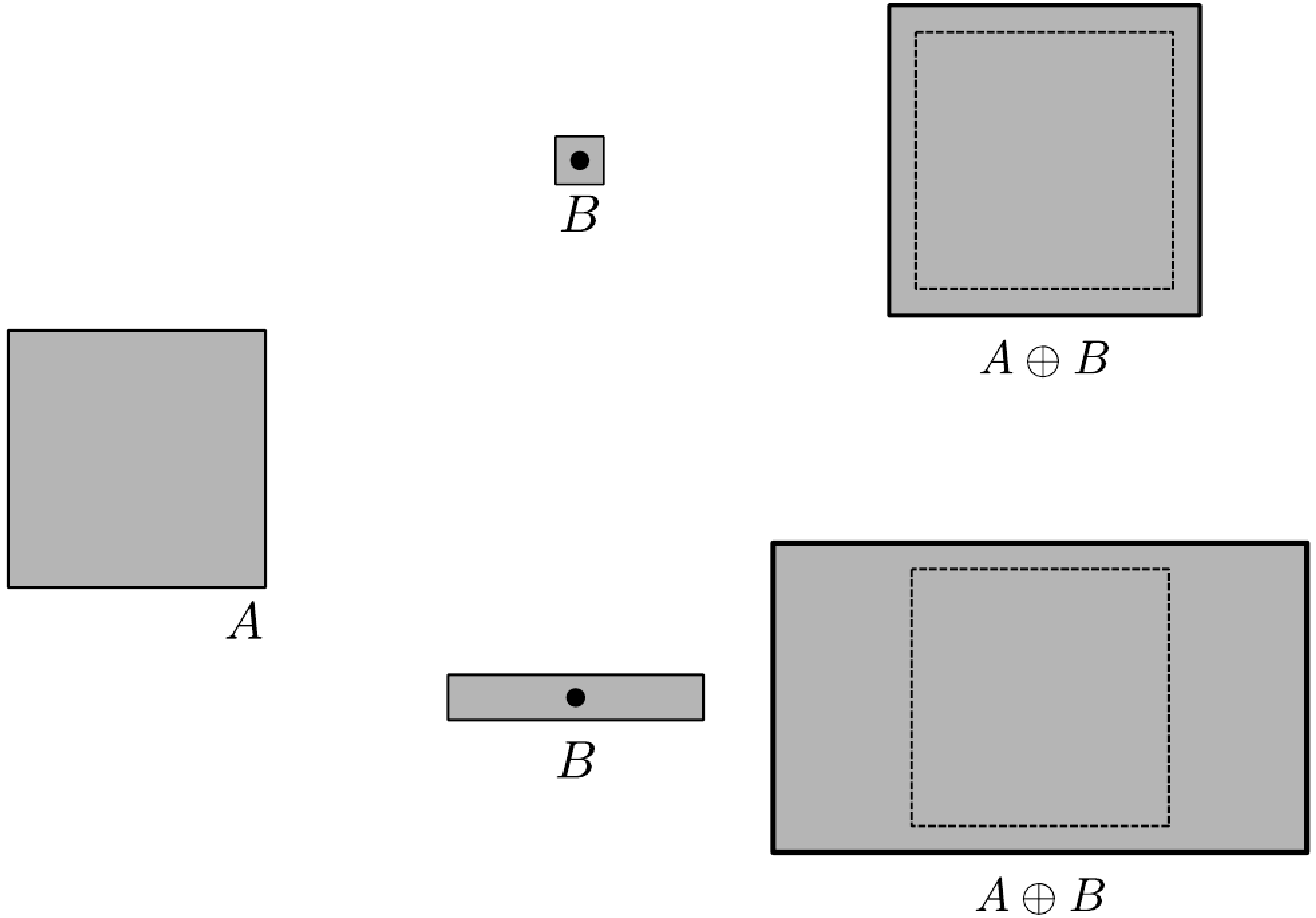
- A erosão é uma operação morfológica que desgasta as fronteiras dos conjuntos, sendo definida pela expressão

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$



- A dilatação é uma operação morfológica que expande as fronteiras dos conjuntos, sendo definida pela expressão

$$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing\}$$



Abertura e fechamento

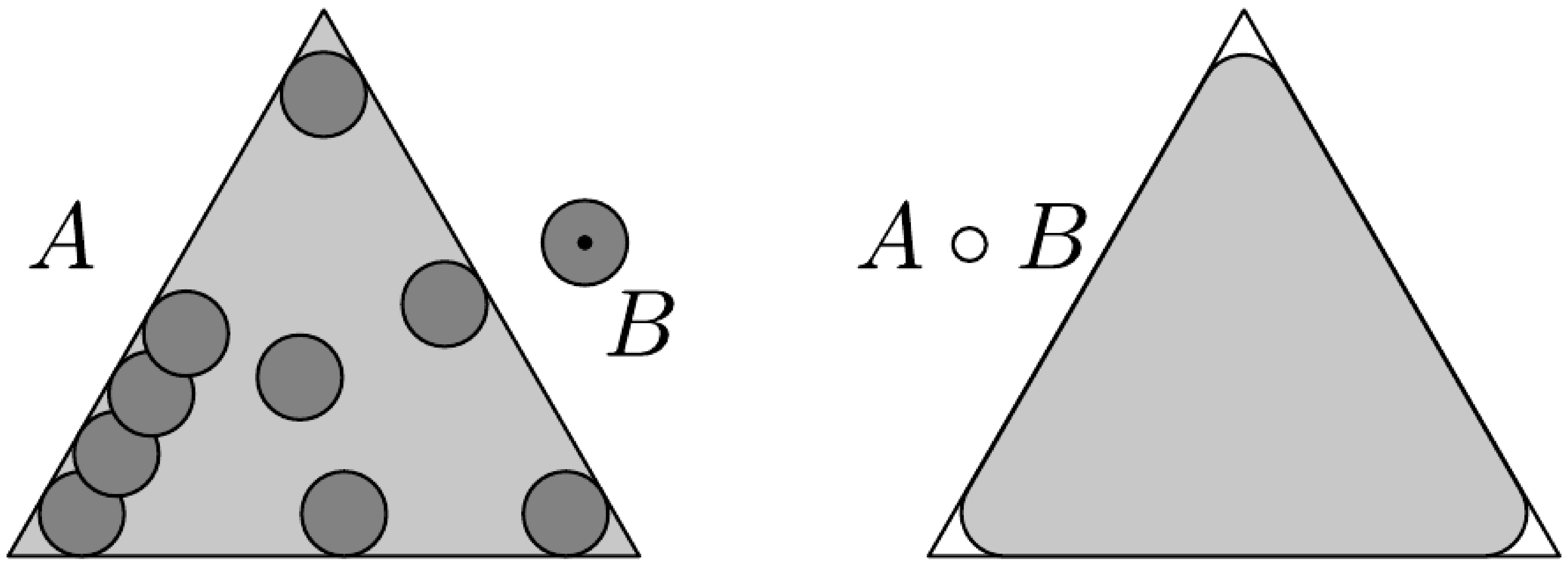
- A abertura suaviza contornos, quebra canais e elimina saliências finas. Também é capaz de remover pequenos regiões (geralmente oriundas de ruídos na segmentação).

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

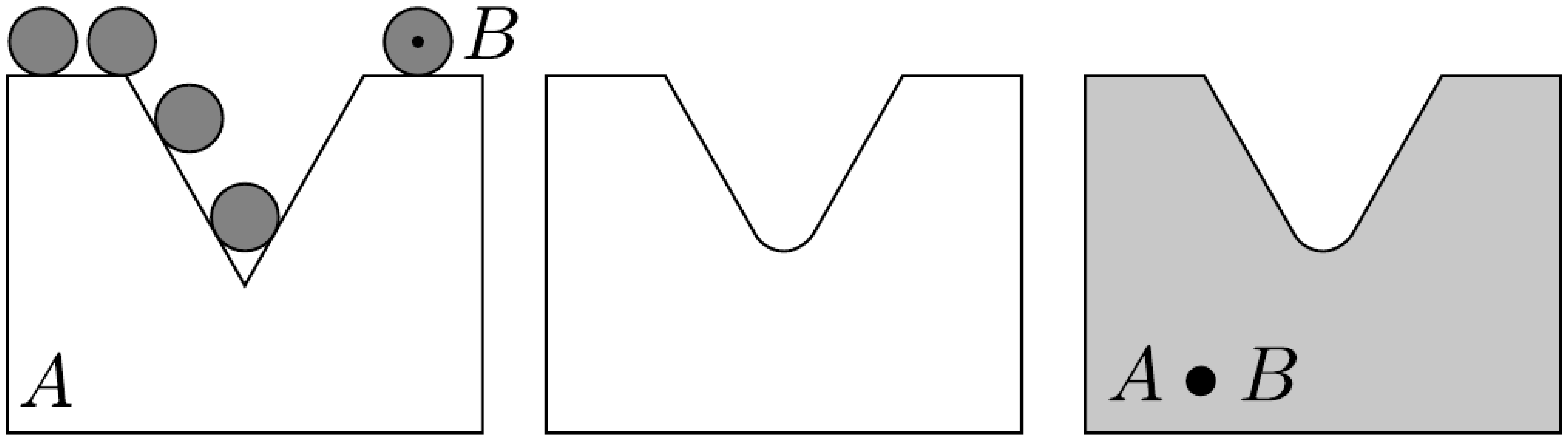
- O fechamento também suaviza contornos, mas tende a fundir descontinuidades estreitas, elinina pequenos buracos e preenche lacunas em um contorno.

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

Abertura e fechamento



Abertura



Fechamento