

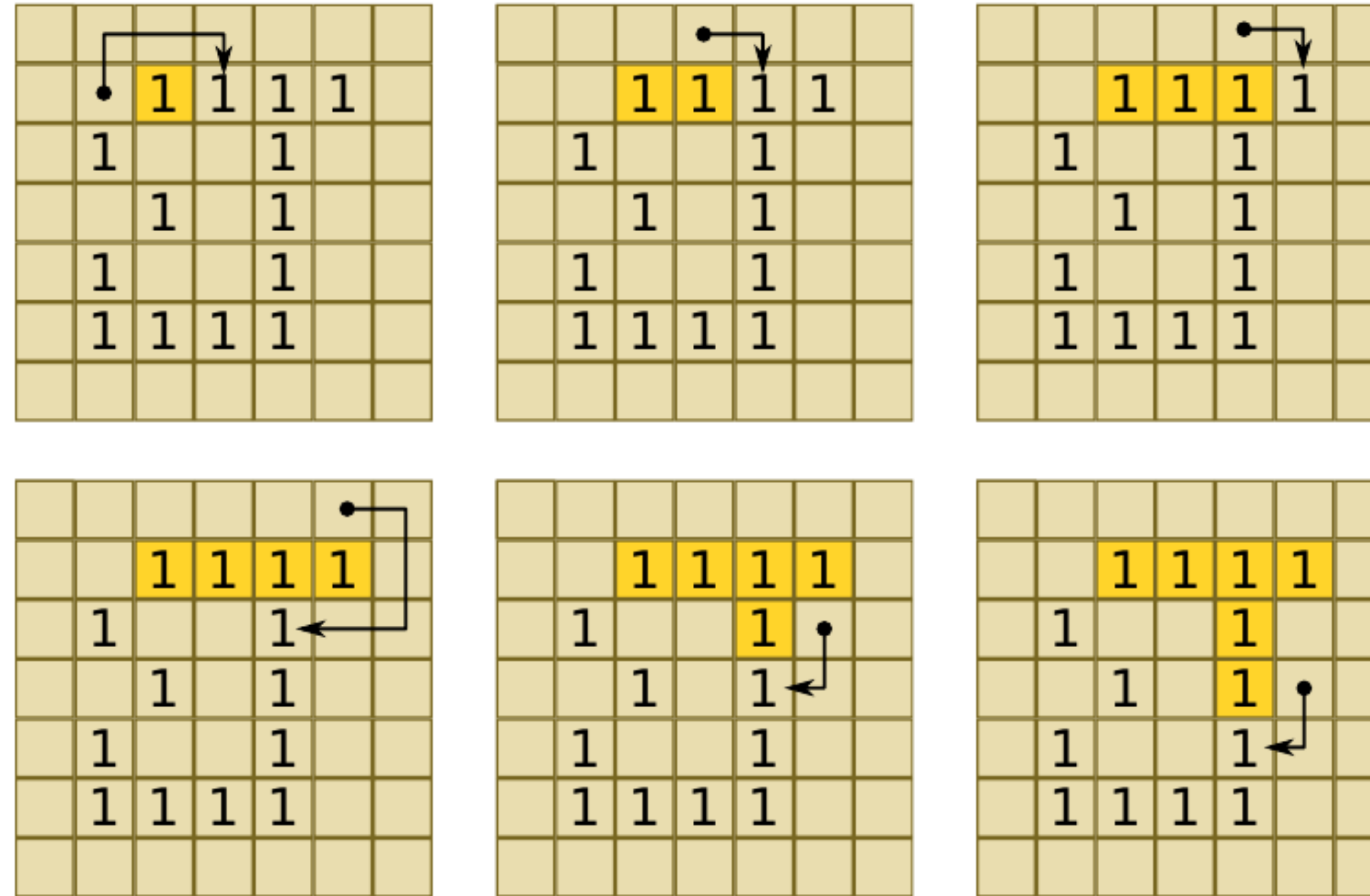
Representação e descrição

Agostinho Brito

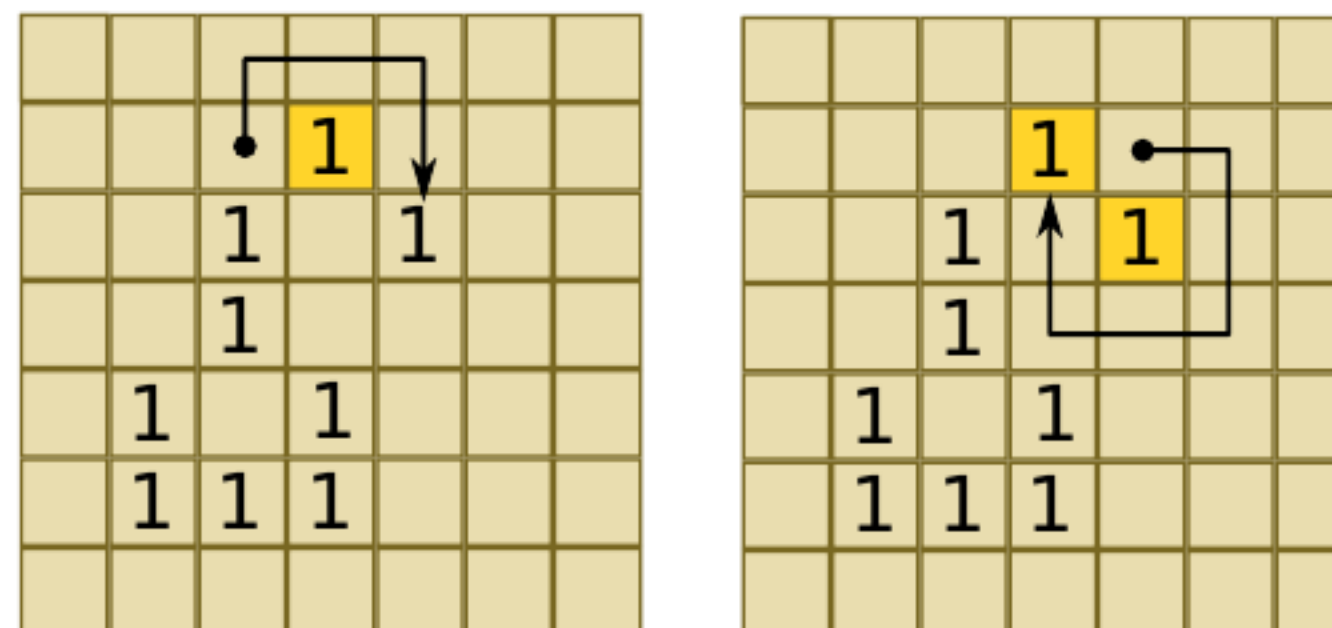
2020

- Uma vez que um conjunto de pixels tenha sido selecionado a partir da segmentação, é necessário representá-los e descrevê-los de forma adequada para posterior processamento.
- A representação de uma região pode ser feita de duas formas:
 - Pelo seu contorno.
 - Pelos pixels que representam o interior.
- A descrição consiste gerar características com base no esquema de representação escolhido.
- Ex: uma região pode ser representada por sua fronteira e descrita pelo número de concavidades do polígono que aproxima esta fronteira.
- Representações externas: formas de objetos.
- Representações internas: cor e textura.

Algoritmo seguidor de fronteira

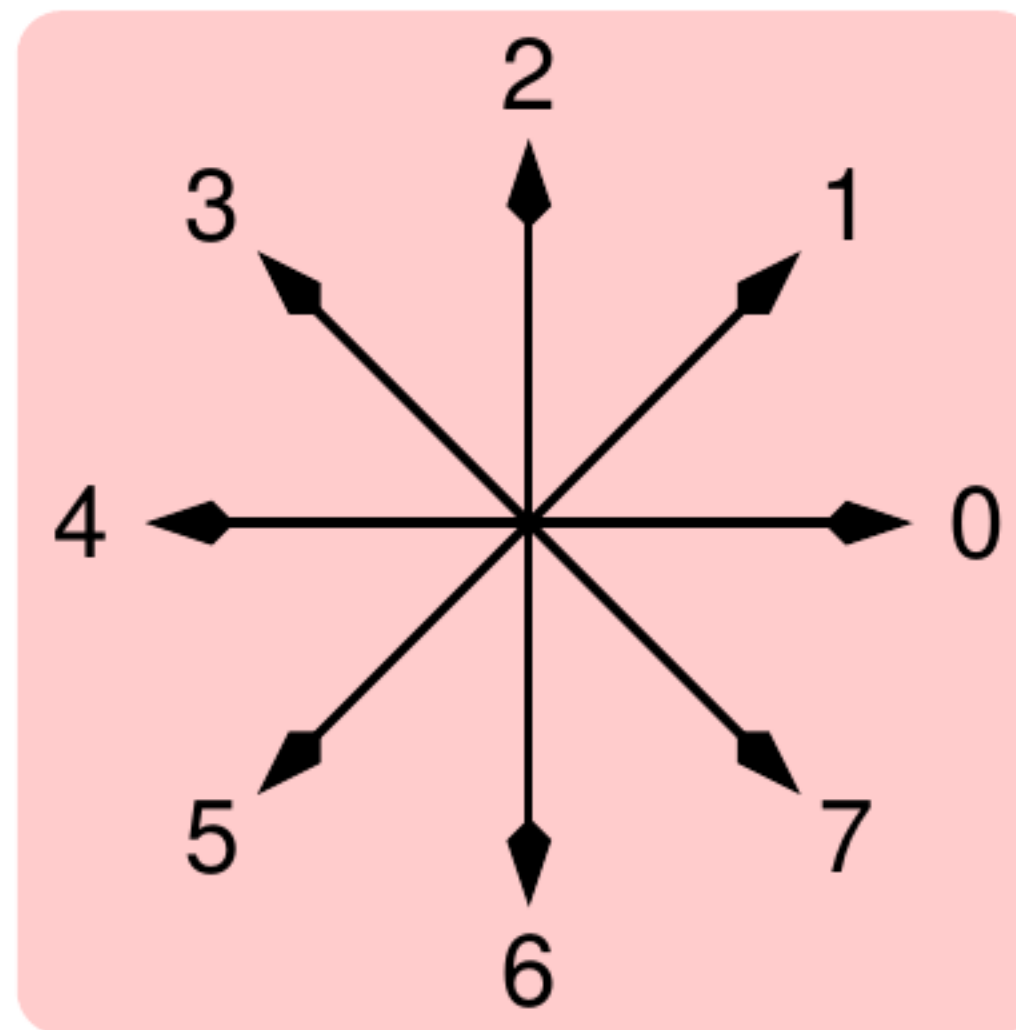
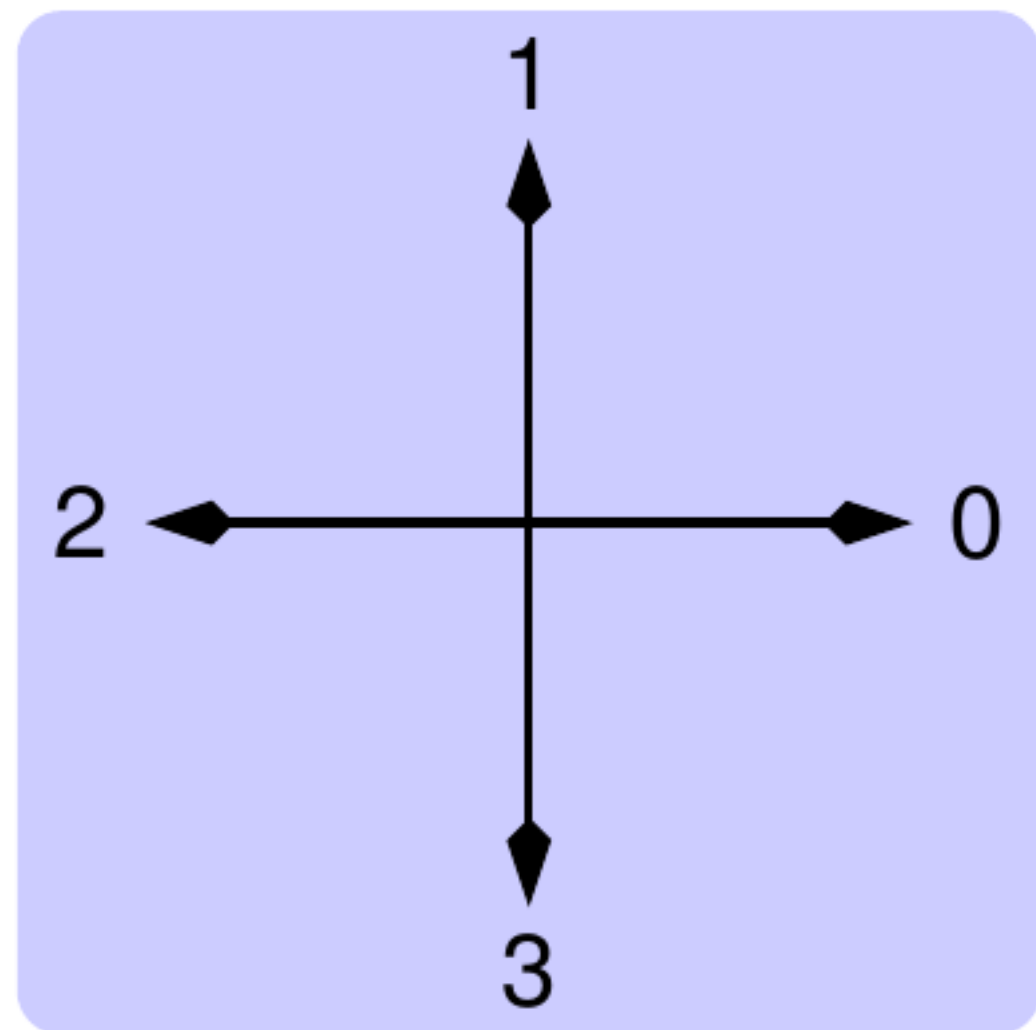


Critério de parada: O ponto inicial é encontrado e o próximo ponto é o mesmo encontrado para a primeira ocorrência.



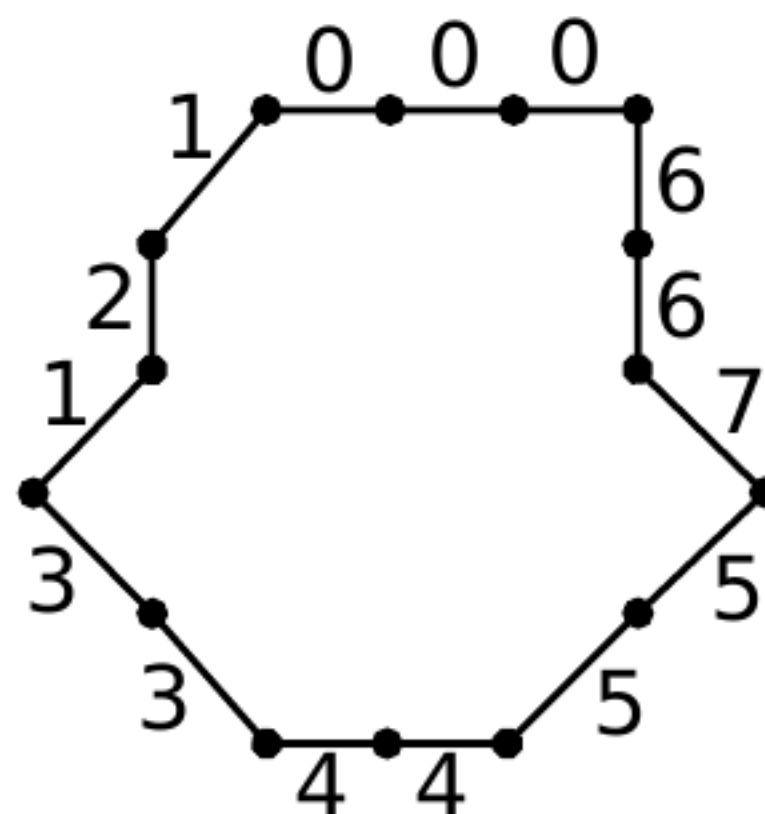
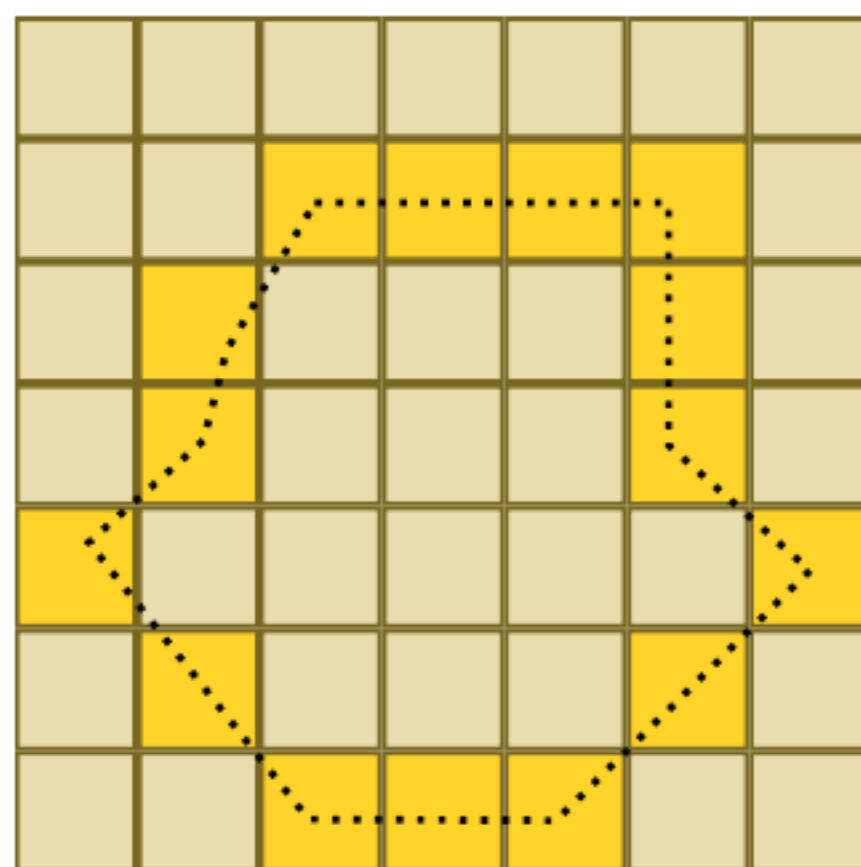
Esquemas de representação - códigos de encadeamento

- Utilizados para representar uma fronteira de comprimento e direção especificados.
- Baseados em conectividades tipo 4 ou 8 dos segmentos.
- Operar diretamente nos pixels da imagem pode ser inviável, pois:
 - os códigos gerados são longos(direção dos vetores que ligam pares de pixels).
 - as imperfeições na segmentação podem afetar os códigos, de modo que as mudanças ocorrentes no mesmo não estariam diretamente relacionadaa com a forma da fronteira.
 - Possível solução: reamostrar os pixels utilizando uma grade mais espaçada.
- O contorno pode ser representado por 4-códigos ou 8-códigos .



Esquemas de representação - Códigos de encadeamento

- Códigos de cadeia de Freeman: segue-se a grade reamostrada, substituindo a direção dos segmentos por números.
- Normalização em relação ao ponto inicial: trata-se a cadeia como uma sequência circular e escolhe-se a combinação que gera o menor número inteiro.
- Normalização em relação à rotação: contagem das mudanças de direção que separam os segmentos no sentido anti-horário, ou primeira diferença do código.

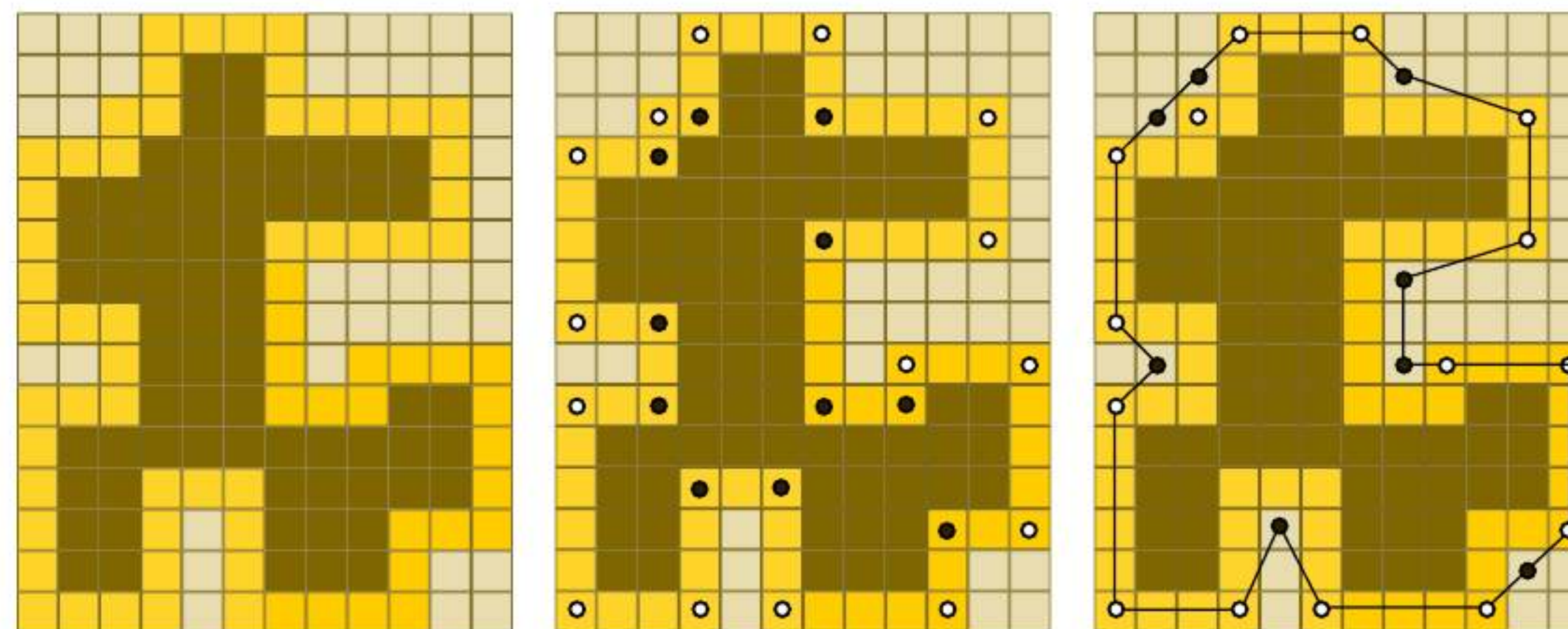


código de cadeia

000667554433121

006016070706177

primeira diferença

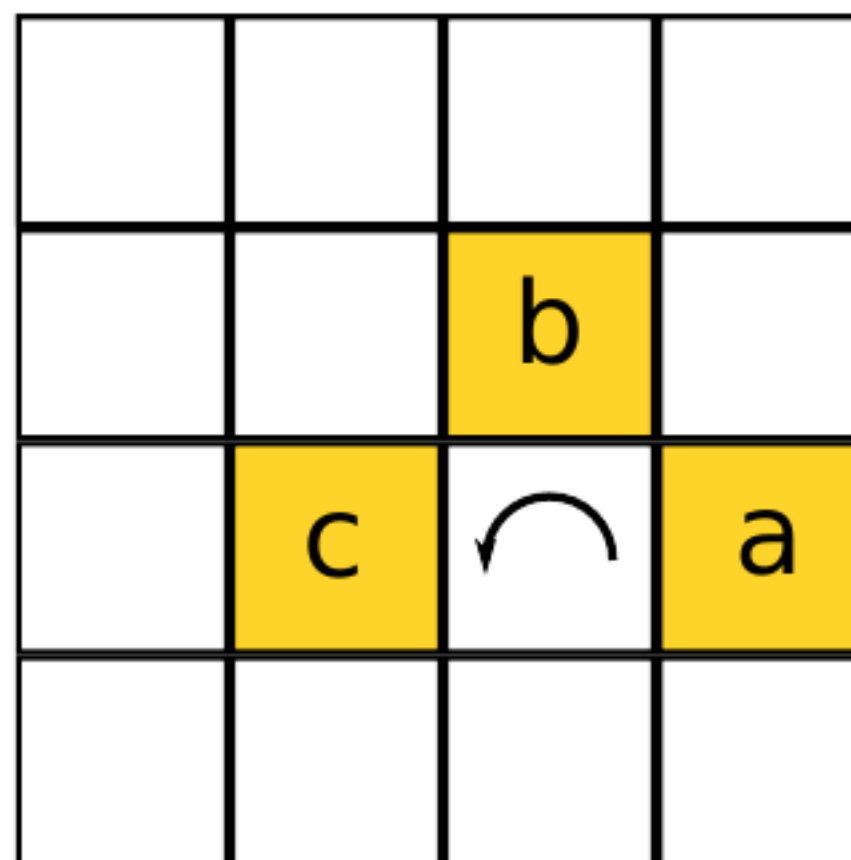


- Percorre-se a fronteira procurando vértices côncavos (Pretos) ou convexos (Branco).
- Vértices côncavos possuem espelhos na diagonal.
- O MPP não possui autointerseção
- Todo vértice convexo é um vértices Branco, mas nem todo vértice Branco pertence ao polígono.
- Todo vértice côncavo espelhado do MPP é um vértice Preto, mas nem todo vértice Preto pertence ao MPP.
- Vértices Pretos estão no MPP ou fora dele. Vértices brancos estão no MPP ou dentro dele.

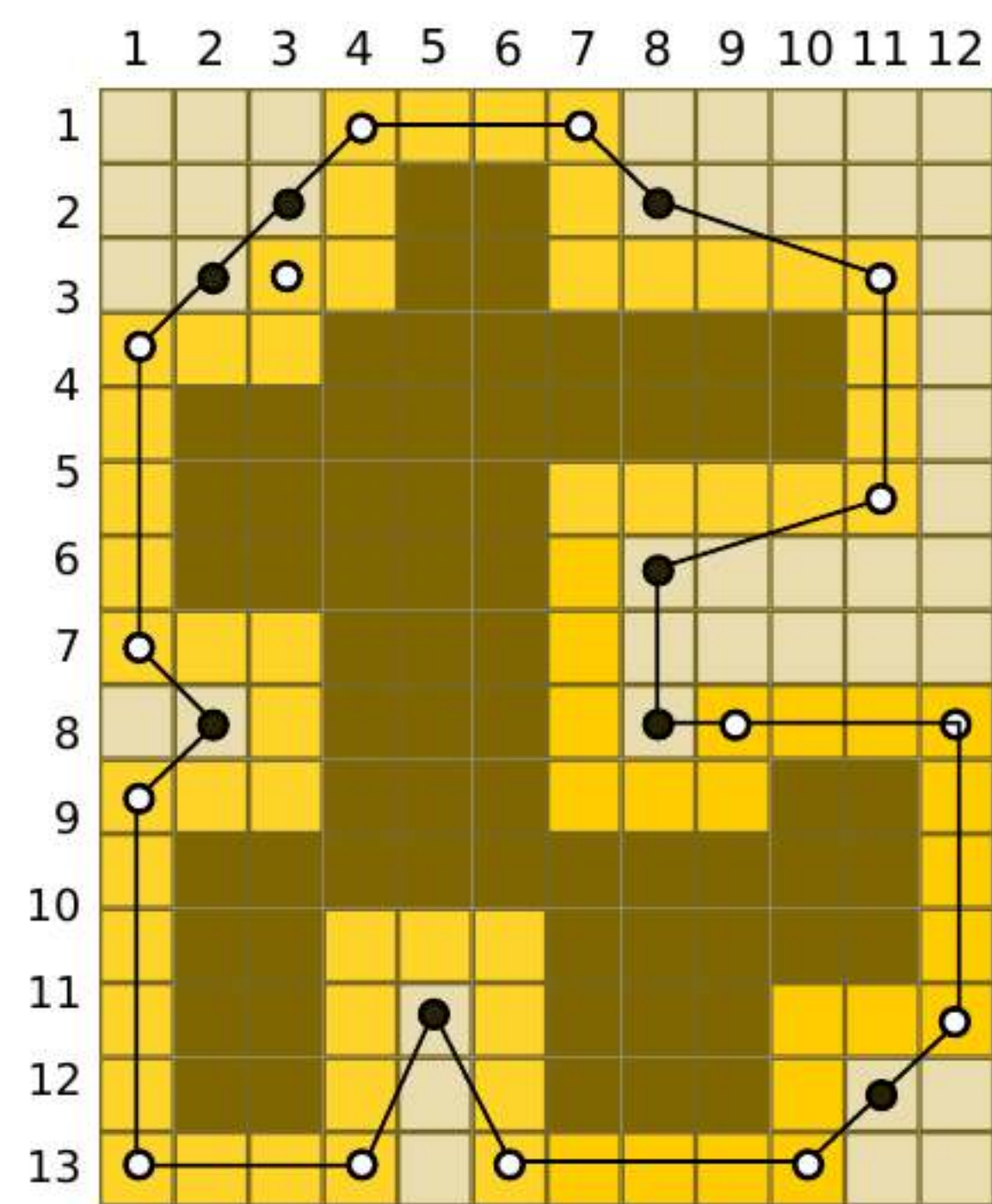
- Percorra a fronteira no sentido anti-horário.
- Para três pontos em sequência, $a = (x_1, y_1)$, $b = (x_2, y_2)$ e $c = (x_3, y_3)$, arranje

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$

- Avaliar $\text{sinal}(a, b, c) = \det(\mathbf{A})$
 - se $\text{sinal}(a, b, c) > 0$: a sequência ocorre no sentido anti-horário
 - se $\text{sinal}(a, b, c) = 0$: pontos colineares
 - se $\text{sinal}(a, b, c) < 0$: a sequência ocorre no sentido horário
- Ex: $(3, 4) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 2)$. Determinante = $2 > 0$ (sentido anti-horário)

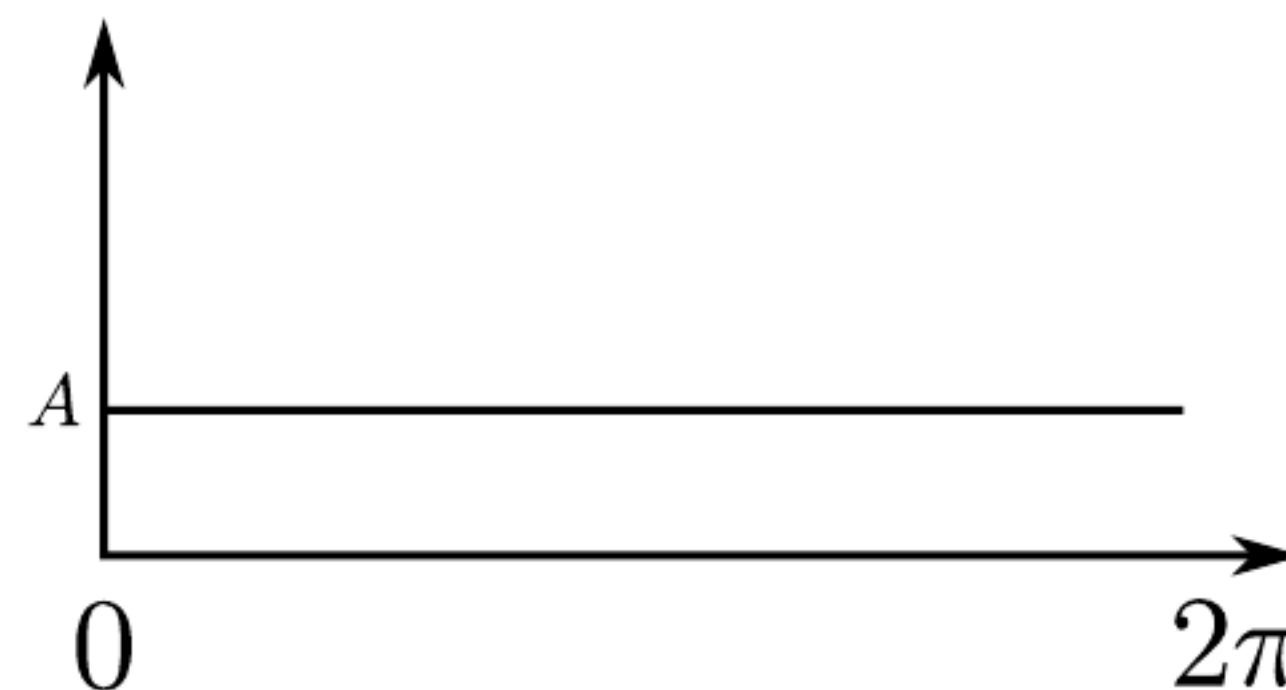
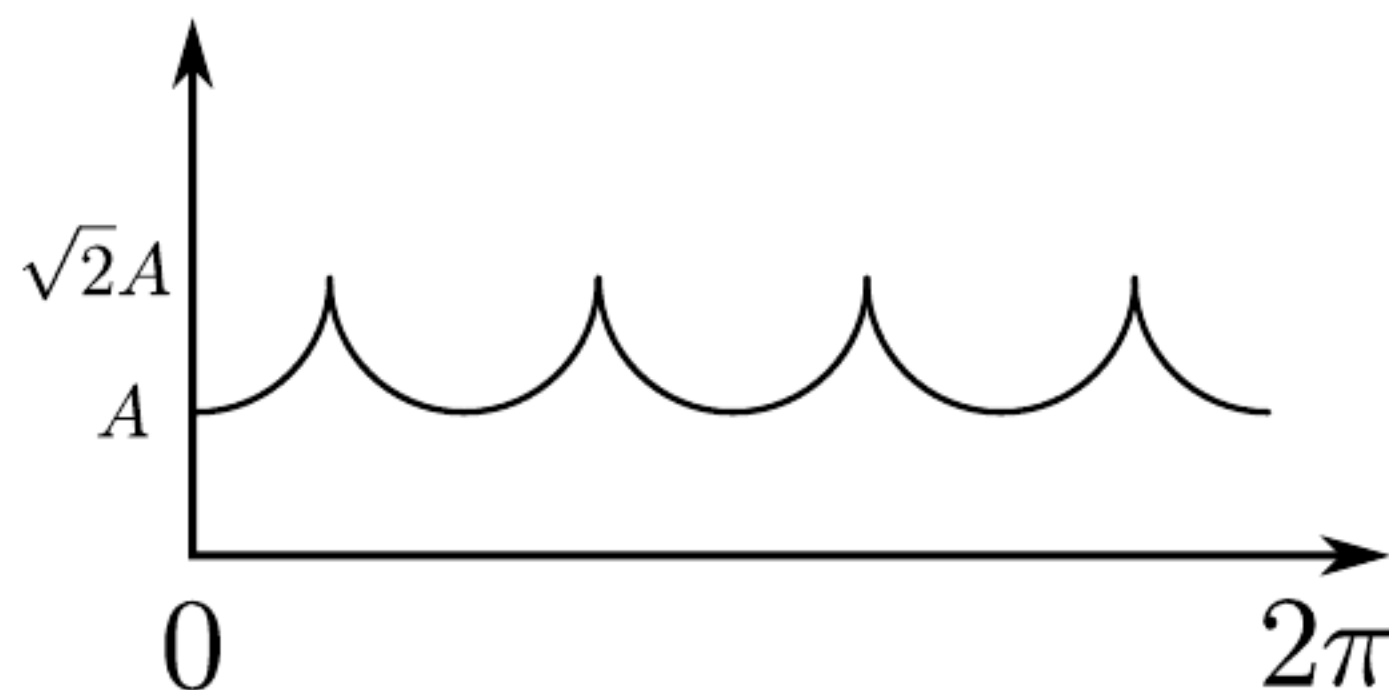
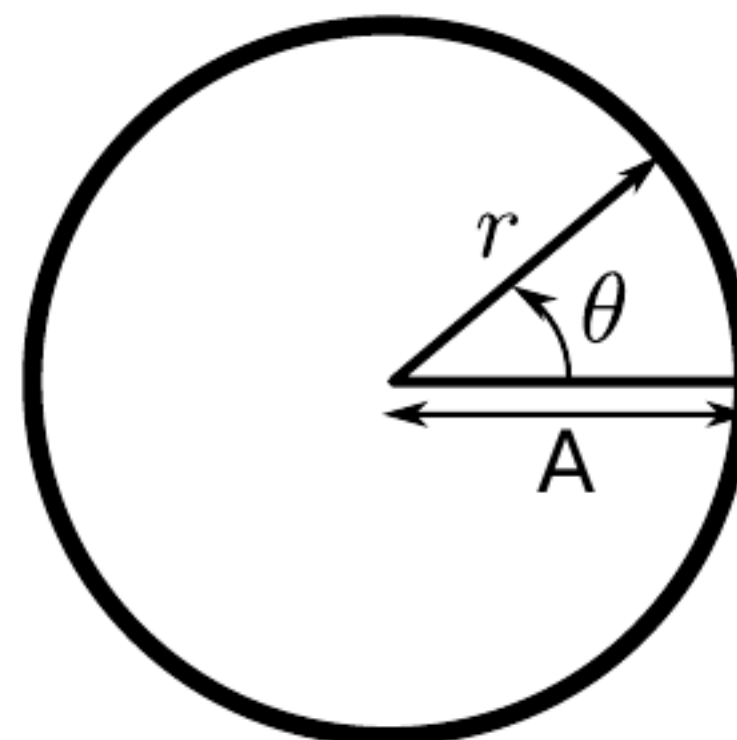
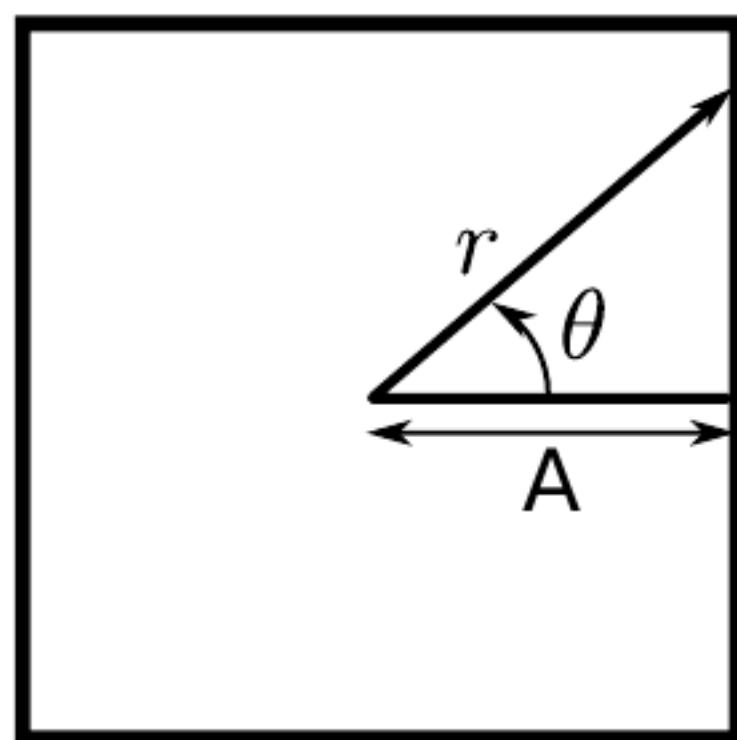


- Organize os vértices em sequência, incluindo indicação se o vértice é Preto ou Branco. Vértices pretos devem ser previamente espelhados.
- Prepare dois vértices B_R e P_R para rastrear os pontos brancos e pretos.
- Faça $B_R = P_R = V_0$. V_L é o último vértice encontrado. V_k é o vértice atual analisado.
- Três condições podem acontecer:
 - $\text{sinal}(V_L, B_R, V_k) > 0$
 - $\text{sinal}(V_L, B_R, V_k) \leq 0$ (ou $\text{sinal}(V_L, P_R, V_k) \geq 0$)
 - $\text{sinal}(V_L, P_R, V_k) < 0$
- Se $\text{sinal}(V_L, B_R, V_k) > 0$, o próximo **vértice do MPP** é B_R . Faz-se $V_L = B_R$ e reinicializa-se o algoritmo: $B_R = P_R = V_L$. Caminha-se para o próximo vértice.
- Se $\text{sinal}(V_L, B_R, V_k) \leq 0$, V_L é **candidato** ao MPP. Define-se $B_R = V_L$ se V_K é convexo, ou $P_R = V_K$ se este é côncavo.
- Se $\text{sinal}(V_L, P_R, V_k) < 0$, o próximo **vértice do MPP** é P_R . Faz-se $V_L = P_R$ e reinicializa-se o algoritmo: $B_R = P_R = V_L$. Caminha-se para o próximo vértice.
- O conjunto de vértice V_L forma o MPP.



Index	V_k	$s(V_L, B_R, V_k)$	$s(V_L, P_R, V_k)$	B_R	P_R	V_L
0	$\circ(1, 4)$	-	-	(1, 4)	(1, 4)	(1, 4)
1	$\bullet(2, 3)$	0	0	(1, 4)	(2, 3)	(1, 4)
2	$\circ(3, 3)$	0	1	(3, 3)	(2, 3)	(1, 4)
3	$\bullet(3, 2)$	-2	0	(3, 3)	(3, 2)	(1, 4)
4	$\circ(4, 1)$	-3	0	(4, 1)	(3, 2)	(1, 4)
5	$\circ(7, 1)$	$9 > 0$	-	(4, 1)	(3, 2)	(4, 1)
$\curvearrowright 5$	$\circ(7, 1)$	-	-	(4, 1)	(4, 1)	(4, 1)
5	$\circ(7, 1)$	0	0	(7, 1)	(4, 1)	(4, 1)
6	$\bullet(8, 2)$	$3 > 0$	-	(7, 1)	(4, 1)	(7, 1)
$\curvearrowright 6$	$\bullet(8, 2)$	-	-	(7, 1)	(7, 1)	(7, 1)
6	$\bullet(8, 2)$	0	0	(8, 2)	(7, 1)	(7, 1)

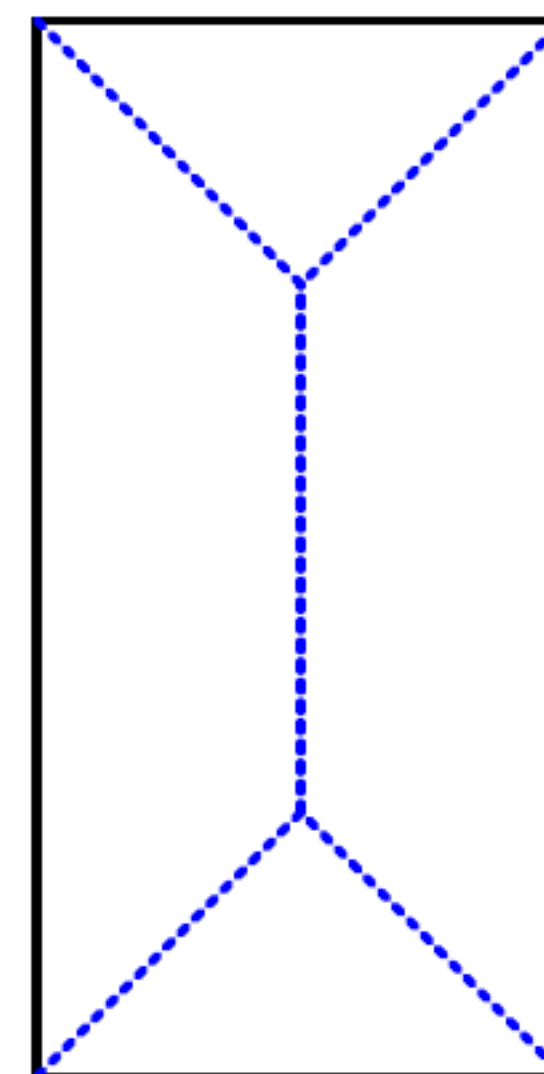
- Fusão
- Separação
- Assinaturas: distância para o centróide a passos fixos do ângulo



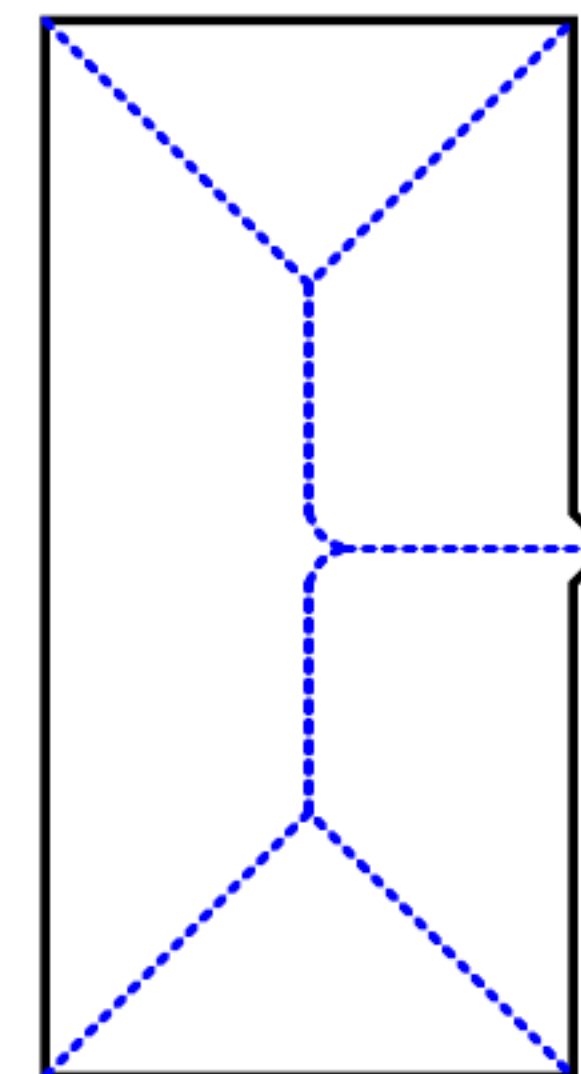
- Invariância à rotação: uso dos eixos principais com pontos do contorno.
- Invariância à escala: normalização em relação ao máximo, ou divisão pela variância.

Não pode remover pontos extremos, sem quebrar a conectividade e sem causar erosão excessiva

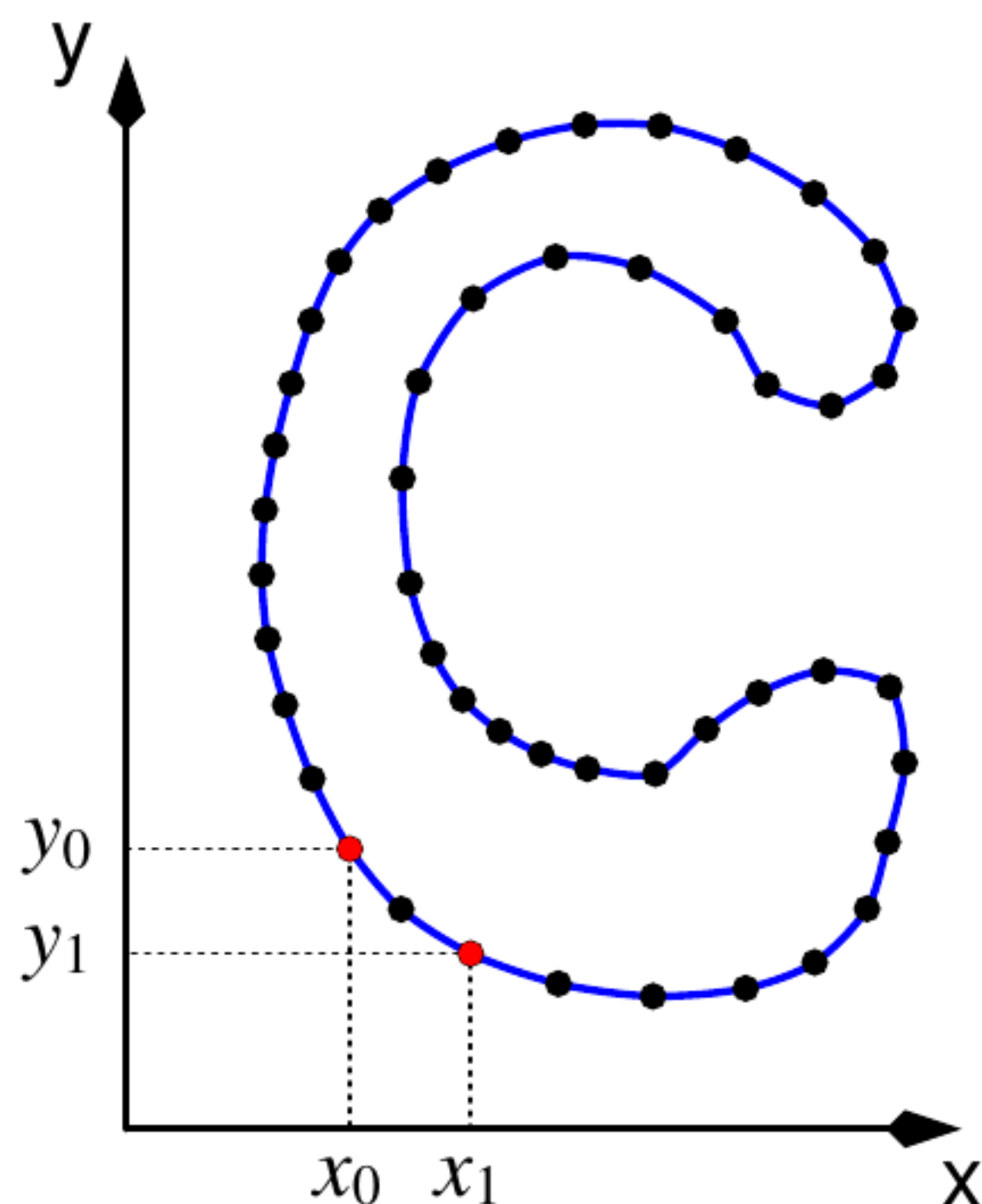
- $N(P)$: número de vizinhos de P .
- $T(P)$: número de transições $0 \rightarrow 1$ ao redor de P
- Ex: $N(p_1) = 4$, $T(p_1) = 3$.
- Passo 1: marcar para remoção
 - $2 \leq N(p_1) \leq 6$
 - $T(p_1) = 1$
 - $p_2 \cdot p_4 \cdot p_6 = 0$
 - $p_4 \cdot p_6 \cdot p_8 = 0$
- Remover pontos marcados no passo 1
- Passo 2: marcar para remoção
 - $2 \leq N(p_1) \leq 6$
 - $T(p_1) = 1$
 - $p_2 \cdot p_4 \cdot p_8 = 0$
 - $p_2 \cdot p_6 \cdot p_8 = 0$
- Remover pontos marcados no passo 2
- Repetir passos 1 e 2 até não haver mais remoções



0	0	1
1	p_1	0
1	0	1



p_9	p_2	p_3
p_8	p_1	p_4
p_7	p_6	p_5



- Pares de coordenadas são montados percorrendo a fronteira no sentido anti-horário.
- Cada ponto é representado como um número complexo da forma $s(k) = x(k) + jy(k)$, para $k = 0, 1, 2, \dots, K - 1$ pares.

$$a(u) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} s(k) e^{-j2\pi uk/K}$$

- Os valores $a(u)$ são os descritores de fourier.
- Reconstrução pela transformada inversa.

$$\hat{s}(k) = \frac{1}{P} \sum_{u=0}^{P-1} a(u) e^{-j2\pi uk/P}$$

- Com menos componentes de frequência é possível reconstruir o contorno com menos detalhes, entretanto usando a mesma quantidade de pontos.

- Problemas: invariância à rotação, translação, ponto de partida e escala.
- Rotação por θ : $s_r(k) = s(k)e^{j\theta}$

$$\begin{aligned}a_r(u) &= \sum_{k=0}^{K-1} s(k)e^{j\theta} e^{-j2\pi uk/K} \\ &= a(u)e^{j\theta}\end{aligned}$$

- Translação por $z_0 = x_0 + jy_0$: $s_t(k) = s(k) + z_0$.

$$\begin{aligned}u(k) &= \sum_{k=0}^{K-1} [s(k) + z_0] e^{-j2\pi uk/K} \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} s(k)e^{-j2\pi uk/K} + \sum_{k=0}^{K-1} z_0 e^{-j2\pi uk/K} \\ &= u(k) + z_0 \delta(k)\end{aligned}$$

- É afetada apenas a componente DC da transformada: $u(0)$. O impulso vale zero em outros lugares da transformada

- Ponto inicial: $s_p(k) = x(k - k_0) + jy(k - k_0)$. Pelo teorema do deslocamento,

$$u_p(k) = u(k)e^{-j2\pi k_0 u/K}$$

- Escala: $s_s(k) = \alpha s(k)$

$$u_s(k) = \alpha u(k)$$

- Resumo das propriedades

Transformação	Fronteira	Descritor
Identidade	$s(k)$	$u(k)$
Rotação	$s(k)e^{j\theta}$	$u(k)e^{j\theta}$
Translação	$s_t(k) = s(k) + z_0$	$u_t(k) = u(k) + z_0\delta(k)$
Ponto de partida	$s_p(k) = x(k - k_0) + jy(k - k_0)$	$u_p(k) = u(k)e^{-j2\pi k_0 u/K}$
Escala	$s_s(k) = \alpha s(k)$	$u_s(k) = \alpha u(k)$

- O que fazer para buscar a invariância às transformações?

- As abordagens mais comuns são a estatística e a espectral.

Abordagens estatísticas: Momentos estatísticos

- Momentos estatísticos do histograma de uma região
- Seja $p(z_i)$, $i = 0, 1, \dots, L - 1$ o histograma de uma região.
- O n -ésimo momento de z em torno da média é dado por

$$\mu_n(z) = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^n p(z_i)$$

- $\mu_0 = 1$ e $\mu_1 = 0$.
- μ_2 é a variância. Fornece medida de contraste presente na região.
- Suavidade relativa:

$$R(z) = 1 - \frac{1}{1 + \mu_2(z)}$$

$R(z) = 0$ para regiões de intensidade constante. $R(z)$ é próximo de 1 para regiões com muita variação de tons.

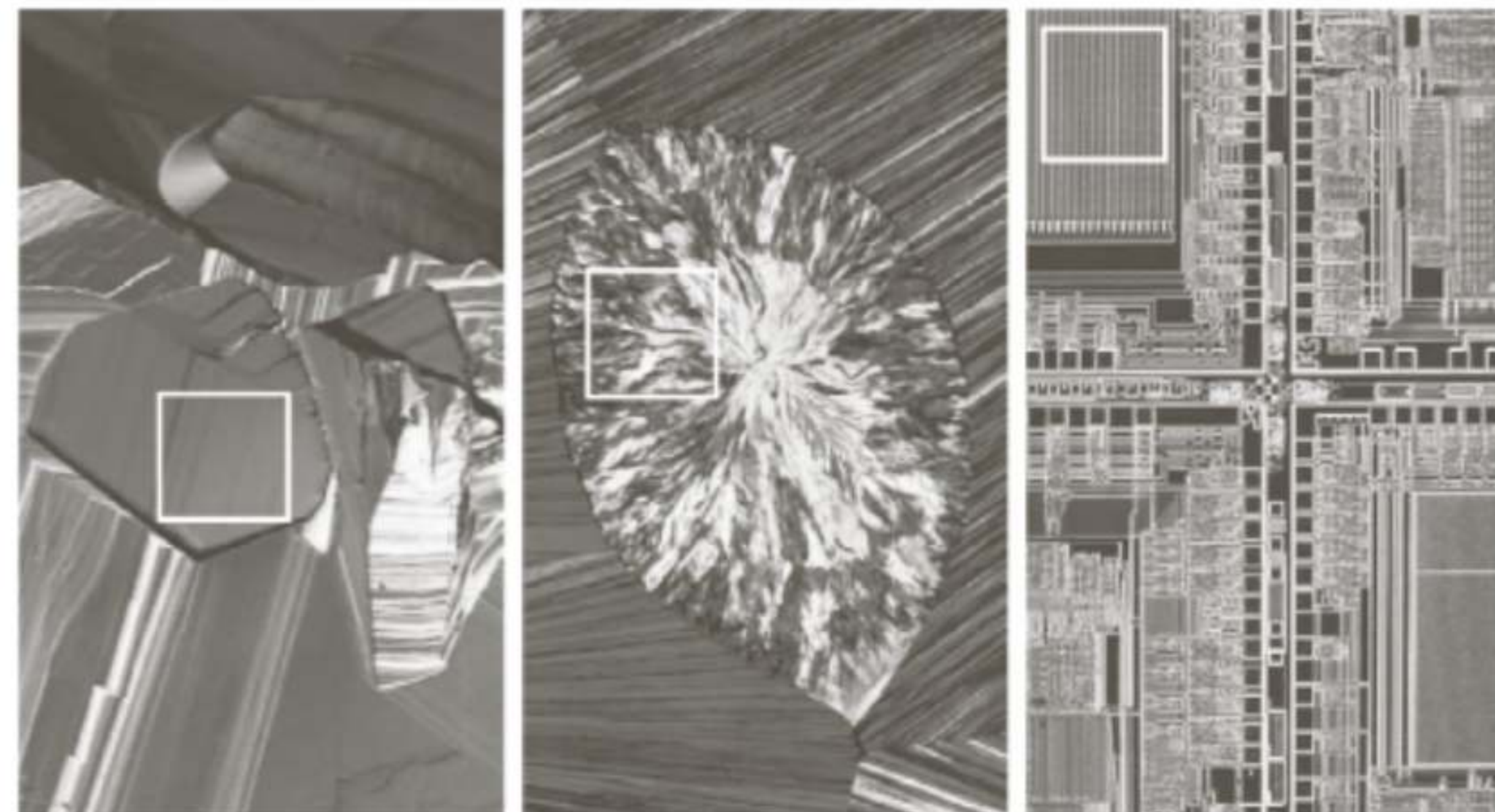
- O terceiro momento $\mu_3(z)$ mede a assimetria do histograma. O quarto momento $\mu_4(z)$ mede o quão este é plano.

- Uniformidade

$$U(z) = \sum_{i=0}^{L-1} p^2(z_i)$$

- Entropia média: medida de variabilidade

$$e(z) = - \sum_{i=0}^{L-1} p(z_i) \log_2 p(z_i)$$



Textura	Média	Desv. Pad.	R	μ_3	$U(z)$	$e(z)$
Suave	82.64	11.79	0.002	-0.105	0.026	5.434
Rugosa	143.56	74.63	0.079	-0.151	0.005	7.783
Regular	99.72	33.73	0.017	0.750	0.013	6.674

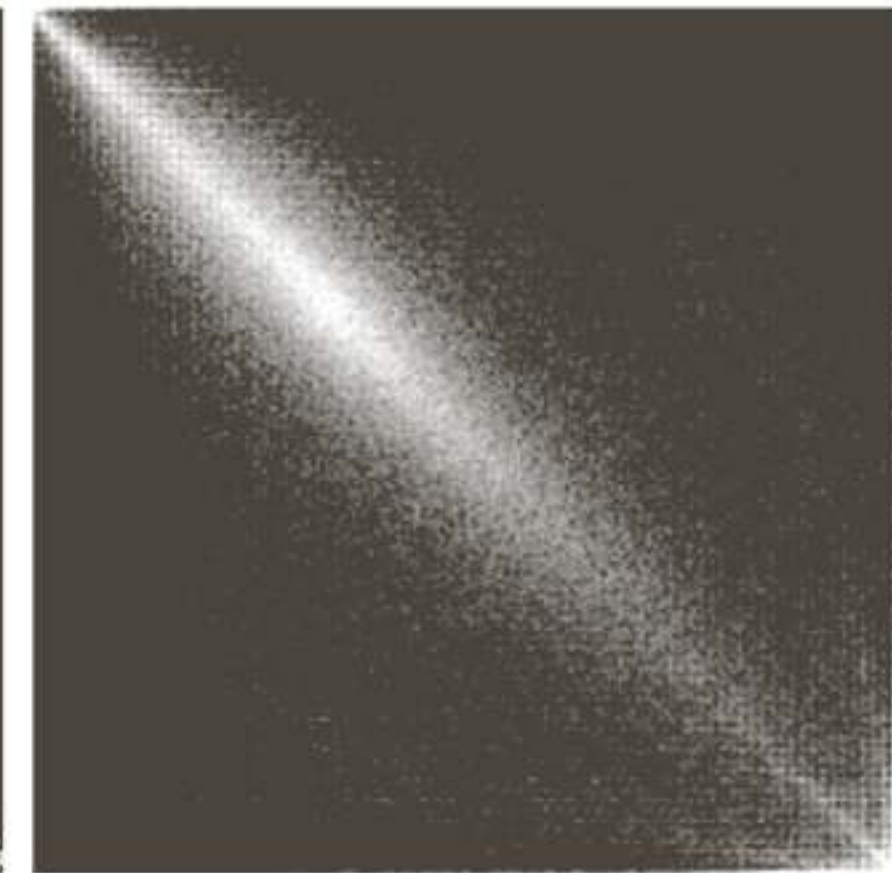
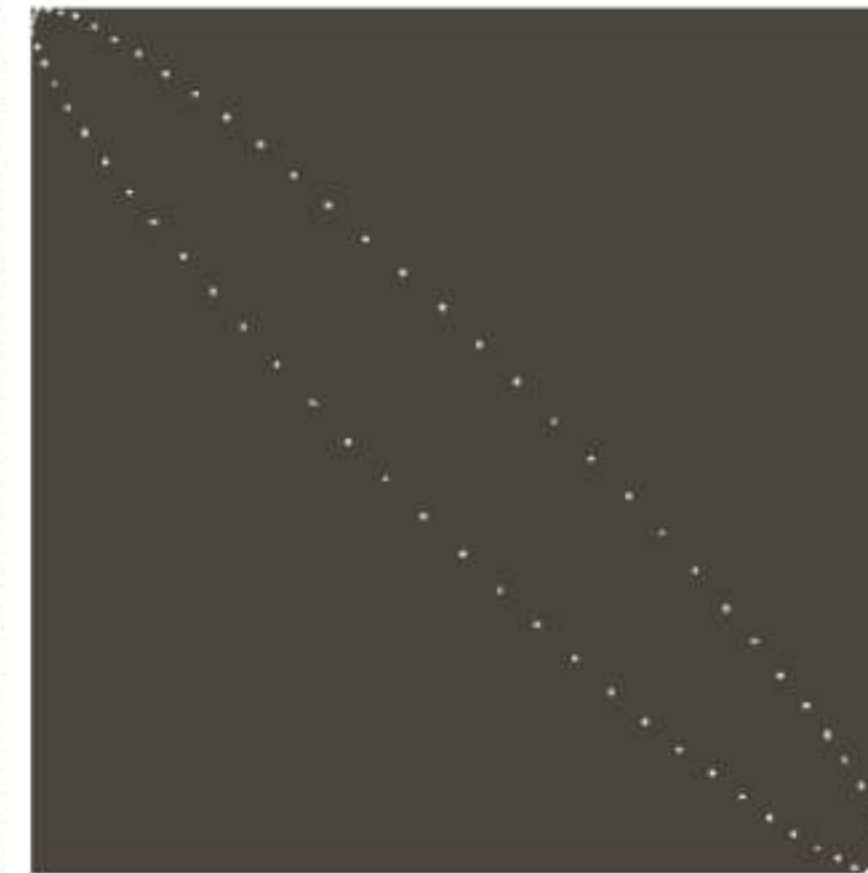
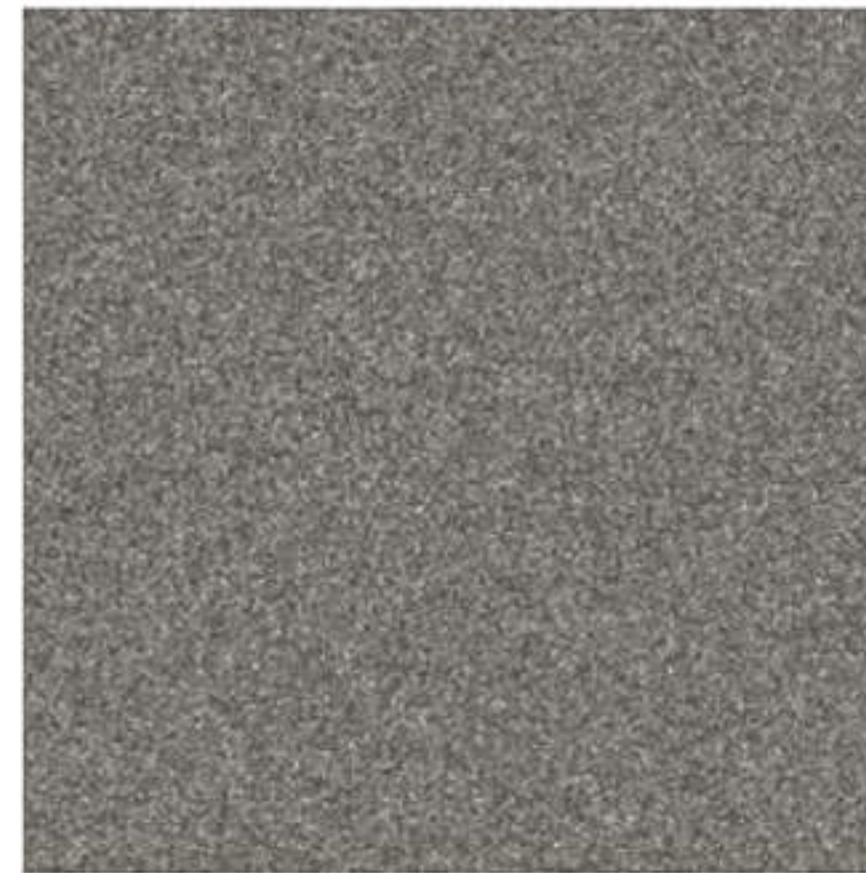
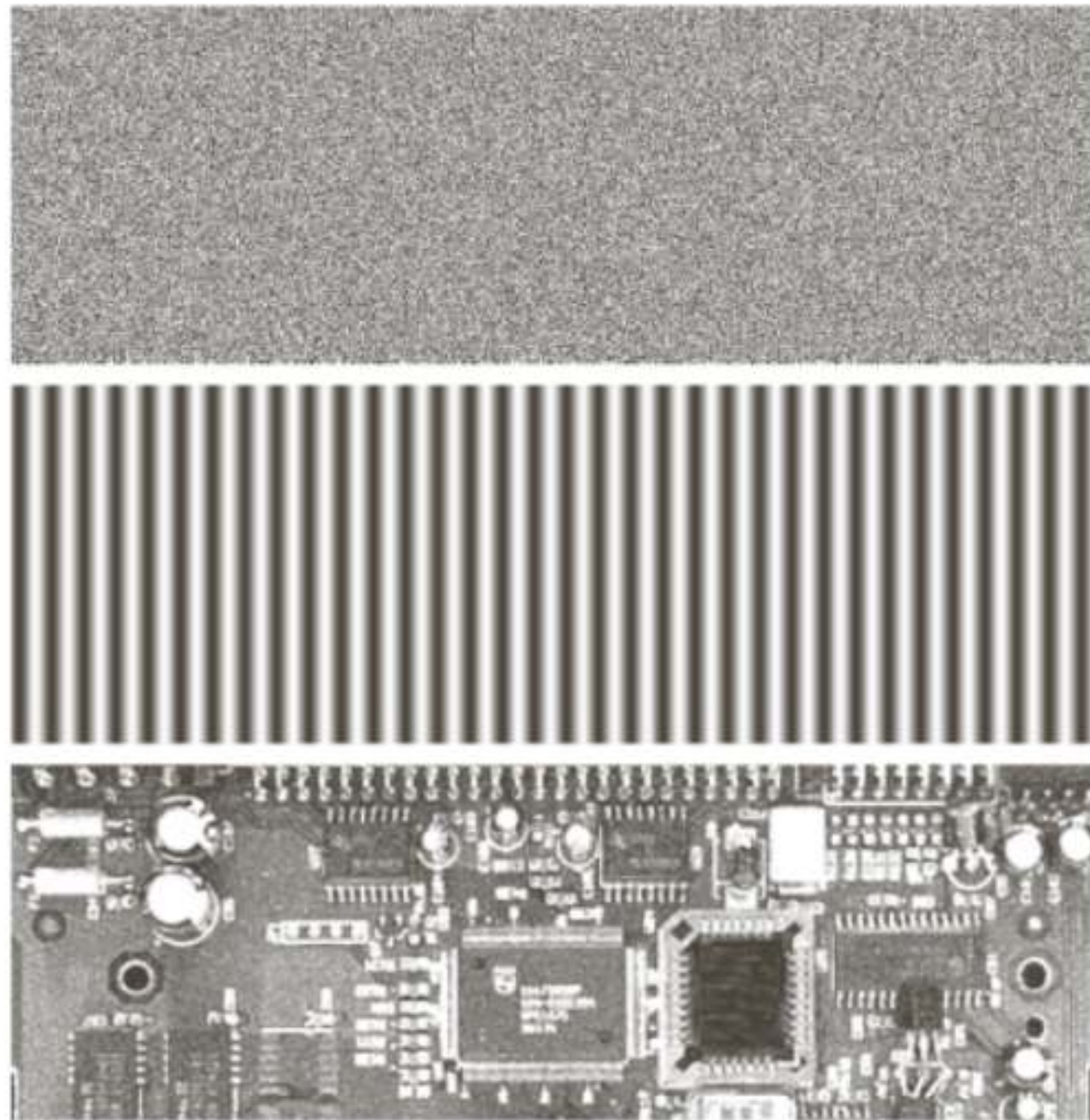
- Incorporação de informação sobre posição relativa de pixels: Matriz de co-ocorrência.
- Os elementos g_{ij} de uma matriz de co-ocorrência G contam a quantidade de vezes que o tom de cinza j ocorreu à direita do tom de cinza i .
- Para imagens com 256 tons de cinza, tais matrizes podem ter tamanhos de 256×256 , podendo ser quantizadas em tamanhos menores pela conveniência.
- Médias e variâncias nas linhas e colunas

$$m_r = \sum_{i=1}^K i \sum_{j=1}^K p_{ij} \quad \sigma_r^2 = \sum_{i=1}^K (i - m_r)^2 \sum_{j=1}^K p_{ij}$$
$$m_c = \sum_{j=1}^K j \sum_{i=1}^K p_{ij} \quad \sigma_c^2 = \sum_{j=1}^K (j - m_c)^2 \sum_{i=1}^K p_{ij}$$

Alguns descritores baseados em matrizes de co-ocorrência

Prob. Máxima	Resposta mais forte de G	$\max_{i,j}(p_{ij})$
Correlação	Diz como um pixel está correlacionado com seu vizinho	$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \frac{(i - m_r)(j - m_c)p_{ij}}{\sigma_r \sigma_c}$
Contraste	Contraste entre um pixel e seu vizinho	$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K (i - j)^2 p_{ij}$
Uniformidade	Uniformidade da matriz	$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K p_{ij}^2$
Homogeneidade	Proximidade da diagonal	$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \frac{p_{ij}}{1 + i - j }$
Entropia	Aleatoriedade de G	$-\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K p_{ij} \log p_{ij}$

Matrizes de co-ocorrência: exemplo



G	Prob.	Corr	Contr.	Unif.	Homog.	Entr
G_1/n_1	0.00006	-0.0005	10.838	0.0002	0.0366	15.75
G_2/n_2	0.01500	0.965	570	0.01230	0.0824	6.43
G_3/n_3	0.06860	0.8798	1356	0.0048	0.2048	13.58

- Abordagens espectrais avaliam o espectro de Fourier de uma região para medir características de textura.
- Monta-se uma função $S(r, \theta)$, função da distância r para o centro do espectro e do ângulo θ formado com o eixo horizontal.

$$S(r) = \sum_{\theta=0}^R S_{\theta}(r) \quad S(\theta) = \sum_{r=0}^{\pi} S_r(\theta)$$

- O momento de ordem $(p + q)$ de $f(x, y)$ é definido como:

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} x^p y^q f(x, y)$$

- O momento central de ordem $(p + q)$ de $f(x, y)$ é definido como:

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y)$$

- Os momentos centrais normalizados são definidos como

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^\gamma} \quad \gamma = \frac{p + q}{2} + 1 \quad p + q = 2, 3, \dots$$

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$\phi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$\phi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$$

$$\begin{aligned}\phi_5 = & (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 \\ & - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03}) \\ & [3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_6 = & (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ & + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_7 = & (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 \\ & - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] - (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03}) \\ & [3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]\end{aligned}$$

Momentos invariantes

Momento	Original	Translação	Escala	Espelho	45°	90°
ϕ_1	2.8806	2.8807	2.8817	2.8807	2.8807	2.8807
ϕ_2	8.2933	8.2932	8.3000	8.29453	8.2910	8.2945
ϕ_3	11.5038	11.5038	11.5139	11.5007	11.4978	11.5007
ϕ_4	10.2548	10.2548	10.2593	10.2553	10.2559	10.2553
ϕ_5	-21.1346	-21.1346	-21.1469	-21.1336	-21.1330	-21.1336
ϕ_6	14.4366	14.4366	14.4441	14.4374	14.4354	14.4374
ϕ_7	-22.4931	-22.4931	-22.3274	-22.5590	-22.5706	-22.5590

