



**Escola Superior de Tecnologia e Gestão**  
Instituto Politécnico da Guarda

# MATRIZES – OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

2011-10-24

2011/2012, A1, S1

**PAULO NUNES**

AV. DR. FRANCISCO SÁ CARNEIRO, 50 - 6301-559 GUARDA

TELF. 271220161, EXT. 161, GAB:20

GPS: LATITUDE: 40.5416236730513, LONGITUDE: -7.28243350982666

VOIP: [pnunes@ipg.pt](mailto:pnunes@ipg.pt), MSN: [pnunes@ipg.pt](mailto:pnunes@ipg.pt), SKYPE: pnunes.ipg.pt

EMAIL: [Mailto:pnunes@ipg.pt](mailto:Mailto:pnunes@ipg.pt), WEB: <http://www.ipg.pt/user/~pnunes/>





# MATRIZ

- ❑ Permite armazenar vários valores do mesmo tipo organizado em linhas e colunas.
  - ❑ O acesso a cada elemento é efectuado utilizando dois endereços (número) entre parênteses recto [linha][coluna].
- ❑ Exemplos
  - ❑ Temperaturas [3][2]: Inteiro
  - ❑ Imagem[1024][1024]: Inteiro



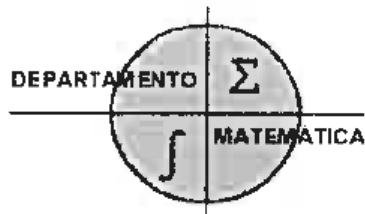
# DISTRIBUIÇÕES BIDIMENSIONAIS

## ❑ Operações:

- ❑ Soma, diferença, produto e quociente com um escalar.
- ❑ Soma, diferença, produto e quociente entre matrizes.
- ❑ Determinante, traço, adjunta, inversa



# EXERCÍCIOS



## INSTITUTO POLITÉCNICO DA GUARDA ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO

### FOLHAS DE EXERCÍCIOS DE ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA

**Curso:** Eng<sup>as</sup> Informática e Civil

**Ano Lectivo:** 2007/2008

**Ano / Semestre:** 1º / 1º

**Capítulo:** Matrizes

1. Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 6 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 4 \\ -3 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$  calcule:

a)  $2A + 4B$

b)  $4(A+B) - (BA)$

c)  $A(A-B)$

d)  $B B$

# MODELOS: MATRIZES

- <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/matrizes/matrizes.htm>

## Elementos básicos para a construção de matrizes

Aqui tomaremos o conjunto  $N$  dos números naturais, como:

$$N=\{1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$$

O produto cartesiano  $N \times N$  indicará o conjunto de todos os pares ordenados da forma  $(a,b)$ , onde  $a$  e  $b$  são números naturais, isto é:

$$N \times N = \{(a,b): a \text{ e } b \text{ são números naturais}\}$$

Uma relação importante em  $N \times N$  é:

$$S_{mn} = \{(i,j): 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}$$

# MODELOS: MATRIZES

- <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/matrizes/matrizes.htm>

## Definição de matriz

Uma matriz real (ou complexa) é uma função que a cada par ordenado  $(i,j)$  no conjunto  $S_{mn}$  associa um número real (ou complexo).

Uma forma comum e prática para representar uma matriz definida na forma acima é através de uma tabela contendo  $m \times n$  números reais (ou complexos). Identificaremos a matriz abaixo com a letra  $A$ .

$a(1,1)$	$a(1,2)$	...	$a(1,n)$
$a(2,1)$	$a(2,2)$	...	$a(2,n)$
...	...	...	...
$a$ $(m,1)$	$a$ $(m,2)$	...	$a$ $(m,n)$

# MODELOS: MATRIZES

□ <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/matrizes/matrizes.htm>

## Definições básicas sobre matrizes

1. **Ordem:** Se a matriz  $A$  tem  $m$  linhas e  $n$  colunas, dizemos que a ordem da matriz é  $m \times n$ .
2. **Posição de um elemento:** Na tabela acima a posição de cada elemento  $a_{ij}=a(i,j)$  é indicada pelo par ordenado  $(i,j)$ .
3. **Notação para a matriz:** Indicamos uma matriz  $A$  pelos seus elementos, na forma:  $A=[a(i,j)]$ .
4. **Diagonal principal:** A diagonal principal da matriz é indicada pelos elementos da forma  $a(i,i)$  onde  $i=j$ .
5. **Matriz quadrada** é a matriz que tem o número de linhas igual ao número de colunas, i.e.,  $m=n$ .
6. A **diagonal secundária** de uma matriz quadrada de ordem  $n$  é indicada pelos  $n$  elementos:

$a(1,n), a(2,n-1), a(3,n-2), a(4,n-3), a(5,n-4), \dots, a(n-1,2), a(n,1)$

7. **Matriz diagonal** é a que tem elementos nulos fora da diagonal principal.
8. **Matriz real** é aquela que tem números reais como elementos.
9. **Matriz complexa** é aquela que tem números complexos como elementos.
10. **Matriz nula** é aquela que possui todos os elementos iguais a zero.
11. **Matriz identidade**, denotada por  $I_d$ , tem os elementos da diagonal principal iguais a 1 e zero fora da diagonal principal.
12. **Matriz diagonal** é aquela que tem todos os elementos nulos fora da diagonal principal. Alguns elementos da diagonal principal podem ser nulos.

# MODELOS: MATRIZES

- ❑ <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/matrizes/matrizes.htm>

## Soma de matrizes e suas propriedades

A soma (adição) de duas matrizes  $A=[a(i,j)]$  e  $B=[b(i,j)]$  de mesma ordem  $m \times n$ , é uma outra matriz  $C=[c(i,j)]$ , definida por:

$$c(i,j) = a(i,j) + b(i,j)$$

para todo par ordenado  $(i,j)$  em  $S_{mn}$ .

**Exemplo:** A soma das matrizes A e B é a terceira matriz indicada abaixo.

$$\begin{bmatrix} -23 & 10 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & 15 \\ 15 & 18 \end{bmatrix}$$

## Propriedades da soma de matrizes

**A1: Associativa:** Para quaisquer matrizes A, B e C, de mesma ordem  $m \times n$ , vale a igualdade:

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

**A2: Comutativa:** Para quaisquer matrizes A e B, de mesma ordem  $m \times n$ , vale a igualdade:

$$A + B = B + A$$

**A3: Elemento neutro:** Existe uma matriz nula 0 que somada com qualquer outra matriz A de mesma ordem, fornecerá a própria matriz A, isto é:

$$0 + A = A$$

**A4: Elemento oposto:** Para cada matriz A, existe uma matriz -A, denominada a oposta de A, cuja soma entre ambas fornecerá a matriz nula de mesma ordem, isto é:

$$A + (-A) = 0$$



# ALG: LER/ESCREVER MATRIZ

**Algoritmo:** LerEscreverMatriz3x4

**Objetivo:**

Permite ler e escrever uma matriz com três linhas e quatro colunas.

**Variáveis**

**Entrada:**

a [3][4] (Inteiro T3) - Número da matriz A ( $\geq -99$ ,  $\leq 99$ )

**Saída:**

a [3][4] (Inteiro T3) - Número da matriz A (Uni0) ( $\geq -99$ ,  $\leq 99$ )

**Data:** 2011-10-24 12:29:39

**Autor:** Paulo Nunes

**Versão:** 1.0

**Obs:**

**Início:**

```
/* Entrada de dados (INPUT) */
PARA iL=1 ATÉ 3 FAZER
  PARA iC=1 ATÉ 4 FAZER
    FAZER
      ESCRIVER "Número da matriz A ", "[", iL, "]", "[", iC, "]", " ?"
      LER a[iL][iC]
    ATÉ ( (a[iL][iC]  $\geq$  -99) E (a[iL][iC]  $\leq$  99) )
  FIMPARA /* iC */
FIMPARA /* iL */
```

```
/* Processamento (PROCESSING) */
```

```
/* Saída de resultados (OUTPUT) */
ESCREVER "Número da matriz A:", " Uni0"
PARA iL=1 ATÉ 3 FAZER
  PARA iC=1 ATÉ 4 FAZER
    ESCRIVER a[iL][iC], " " /* Não muda de linha */
  FIMPARA /* iC */
  ESCRIVER /* Muda de linha */
FIMPARA /* iL */
```

**Fim.**

# ESP.MEM: LER/ESCREVER MATRIZ

## ESPAÇO DE MEMÓRIA

### VARIÁVEIS DE ENTRADA

a (Inteiro T3) [3][4] ( $\geq -99$ ,  $\leq 99$ )

	1	2	3	4
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

### VARIÁVEIS DE SAÍDA

a (Inteiro T3) [3][4] ( $\geq -99$ ,  $\leq 99$ )

	1	2	3	4
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

# LER MATRIZ A M×N

## ESPAÇO DE MEMÓRIA

### VARIÁVEIS DE ENTRADA

M (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

N (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

a (Inteiro T2) [99][99] ( $\geq 0$ ,  $\leq 20$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	..	9	9
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
6	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
7	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
8	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
..	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
99	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>

### VARIÁVEIS DE SAÍDA

a (Inteiro T2) [99][99] ( $\geq 0$ ,  $\leq 20$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	..	9	9
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
6	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
7	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
8	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
..	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>
99	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..	<input type="text"/>	<input type="text"/>

# LER MATRIZ A M×N

**Algoritmo:** LerEscreverMatriz\_A\_MxN

**Objetivo:**

Permite ler e escrever uma matriz com M (1 a 99) linhas e N (1 a 99) colunas.

**Variáveis**

**Entrada:**

M [99][99] (Inteiro T2) - Valor da matriz A ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

N (Inteiro T2) - Desc0 ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

a (Inteiro T2) -  $\leq 20$  ( $\geq 0$ ,  $\leq 20$ )

**Saída:**

a [99][99] (Inteiro T2) - Valor da matriz A ( $\geq 0$ ,  $\leq 20$ )

**Data:** 2011-10-24 12:29:39

**Autor:** Paulo Nunes

**Versão:** 1.0

**Obs:**

**Início:**

```
/* Entrada de dados (INPUT) */
PARA iL=1 ATÉ 99 FAZER
  PARA iC=1 ATÉ 99 FAZER
    FAZER
      ESCRIVER "Valor da matriz A ", "[", iL, "]", "[", iC, "]", " ?"
      LER M[iL][iC]
      ATÉ ( (M[iL][iC]  $\geq 1$ ) E (M[iL][iC]  $\leq 99$ ) )
    FIMPARA /* iC */
  FIMPARA /* iL */
FAZER
  ESCRIVER "Desc0?"
  LER N
  ATÉ ( (N  $\geq 1$ ) E (N  $\leq 99$ ) )
FAZER
  ESCRIVER " $\leq 20$ ?"
  LER a
  ATÉ ( (a  $\geq 0$ ) E (a  $\leq 20$ ) )
```



# LER MATRIZ A $M \times N$

**Algoritmo:** LerEscreverMatriz\_A\_MxN

### Objetivo:

Permite ler e escrever uma matriz com M (1 a 99) linhas e N (1 a 99) colunas.

## Variáveis

**Entrada:**

M (Inteiro T2) - Linhas ( $\geq 1$ ,  $\geq 99$ )

N (Inteiro T2) - Colunas ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

a [99][99] (Inteiro T2) - Valor da matriz A ( $\geq 0$ ,  $\leq 20$ )

**Saída:**

a [99][99] (Inteiro T2) - Valor da matriz A ( $\geq 0$ ,  $\leq 20$ )

**Data:** 2011-10-24 12:29:39

**Autor:** Paulo Nunes

**Versão: 1.0**

**Obs :**

# LER MATRIZ A M×N

## Início:

```
/* Entrada de dados (INPUT) */  
FAZER  
    ESCREVER "Linhas?"  
    LER M  
ATÉ ( (M >= 1) E (M <= 99) )  
FAZER  
    ESCREVER "Colunas?"  
    LER N  
ATÉ ( (N >= 1) E (N <= 99) )  
PARA iL=1 ATÉ M FAZER  
    PARA iC=1 ATÉ N FAZER  
        FAZER  
            ESCREVER "Valor da matriz A ", "[", iL, "]", "[", iC, "]", " ?"  
            LER a[iL][iC]  
            ATÉ ( (a[iL][iC] >= 0) E (a[iL][iC] <= 20) )  
        FIMPARA /* iC */  
    FIMPARA /* iL */  
/* Processamento (PROCESSING) */  
/* Saída de resultados (OUTPUT) */  
ESCREVER "Valor da matriz A:"  
PARA iL=1 ATÉ M FAZER  
    PARA iC=1 ATÉ N FAZER  
        ESCREVER a[iL][iC], " " /* Não muda de linha */  
    FIMPARA /* iC */  
    ESCREVER /* Muda de linha */  
FIMPARA /* iL */
```

Fim.



# SOMAR DUAS MATRIZES

**Algoritmo:** SomaDuasMatrizes\_MxN

**Objetivo:**

Permite calcular a soma de duas matrizes de numeros reais.

**Variáveis**

**Entrada:**

M (Inteiro T2) - Linhas ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

N (Inteiro T2) - Colunas ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

a [M][N] (Real T5.2) - Matriz A ( $\geq -99.9$ ,  $\leq 999.9$ )

b [M][N] (Real T5.2) - Matriz B ( $\geq -99.9$ ,  $\leq 999.9$ )

**Saída:**

c [M][N] (Real T6.2) - Soma das matrizes ( $\geq -999.9$ ,  $\leq 9999.9$ )

**Data:** 2011-10-26 14:29:39

**Autor:** Paulo Nunes

**Versão:** 1.1

**Obs:**

# SOMAR DUAS MATRIZES

Início:

```
/* Entrada de dados (INPUT) */  
FAZER  
  ESCREVER "Linhas?"  
  LER M  
ATÉ ( (M >= 1) E (M <= 99) )  
FAZER  
  ESCREVER "Colunas?"  
  LER N  
ATÉ ( (N >= 1) E (N <= 99) )  
PARA iL=1 ATÉ M FAZER  
  PARA iC=1 ATÉ N FAZER  
    FAZER  
      ESCREVER "Matriz A ", "[", iL, "]", "[", iC, "]", " ?"  
      LER a[iL][iC]  
      ATÉ ( (a[iL][iC] >= -99.9) E (a[iL][iC] <= 999.9) )  
    FIMPARA /* iC */  
  FIMPARA /* iL */  
PARA iL=1 ATÉ M FAZER  
  PARA iC=1 ATÉ N FAZER  
    FAZER  
      ESCREVER "Matriz B ", "[", iL, "]", "[", iC, "]", " ?"  
      LER b[iL][iC]  
      ATÉ ( (b[iL][iC] >= -99.9) E (b[iL][iC] <= 999.9) )  
    FIMPARA /* iC */  
  FIMPARA /* iL */
```



# SOMAR DUAS MATRIZES

```
/* Processamento (PROCESSING) */  
PARA iL=1 ATÉ M FAZER  
  PARA iC=1 ATÉ N FAZER  
     $c[iL][iC] \leftarrow a[iL][iC] + b[iL][iC]$   
  FIMPARA /* iC */  
FIMPARA /* iL */  
  
/* Saída de resultados (OUTPUT) */  
ESCREVER "Soma das matrizes:"  
PARA iL=1 ATÉ M FAZER  
  PARA iC=1 ATÉ N FAZER  
    ESCREVER c[iL][iC], " " /* Não muda de linha */  
  FIMPARA /* iC */  
  ESCREVER /* Muda de linha */  
FIMPARA /* iL */
```

Fim.

# MULTIPLICAÇÃO MATRIZES

**Algoritmo:** ProdutoDuasMatrizes\_MxN

**Objetivo:**

Permite calcular a produto de duas matrizes de numeros reais.

**Constantes:**

Constante0 ( T0) - Desc0 (Uni0) (Valor: Valor0)

**Variáveis**

**Entrada:**

Ma (Inteiro T2) - Linhas da matriz a ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

Na (Inteiro T2) - Colunas da matriz a ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

Nb (Inteiro T2) - Colunas da matriz b ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

a [Ma][Na] (Real T5.2) - Matriz A ( $\geq -99.9$ ,  $\leq 999.9$ )

b [Mb][Nb] (Real T5.2) - Matriz B ( $\geq -99.9$ ,  $\leq 999.9$ )

**Auxiliares:**

Mb (Inteiro T2) - Linhas da matriz b (= Na)

iL (Inteiro T2) - Indice linhas ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

iC (Inteiro T2) - Indice colunas ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

k (Inteiro T2) - Indice linhas/colunas ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

**Saída:**

Mc (Inteiro T2) - Linhas da matriz soma (= Ma)

Nc (Inteiro T2) - Colunas da matriz soma (= Nb)

c [Mc][Nc] (Real T6.2) - Soma das matrizes ( $\geq -999.9$ ,  $\leq 9999.9$ )

**Data:** 2011-10-26 15:04:39

**Autor:** Paulo Nunes

**Versão:** 1.4

**Obs:**

# MEMÓRIA: ENTRADAS

## VARIÁVEIS DE ENTRADA

Ma (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

Na (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

Nb (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

a (Real T5.2) [99][99] ( $\geq -99.9$ ,  $\leq 999.9$ )

	1	2	3 ..	9 9
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
..				
99	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

b (Real T5.2) [99][99] ( $\geq -99.9$ ,  $\leq 999.9$ )

	1	2	3 ..	9 9
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
..				
99	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

# MEMÓRIA: AUXILIARES/SAÍDA

## VARIÁVEIS AUXILIARES

Mb (Inteiro T2) (= Na)

iL (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

iC (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

k (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

## VARIÁVEIS DE SAÍDA

Mc (Inteiro T2) (= Ma)

Nc (Inteiro T2) (= Nb)

c (Real T6.2) [**99**][**99**] ( $\geq -999.9$ ,  $\leq 9999.9$ )

	1	2	3 ..	9 9
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
..	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
99	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

# MEMÓRIA: EXEMPLO

## VARIÁVEIS DE ENTRADA

Ma (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\geq 99$ )

2

Na (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

3

Nb (Inteiro T2) ( $\geq 1$ ,  $\leq 99$ )

4

a (Real T5.2) [2][3] ( $\geq -99.9$ ,  $\leq 999.9$ )

	1	2	3
1	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 2 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 3 . 0 0
2	<input type="text"/> <input type="text"/> 4 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 5 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 6 . 0 0

b (Real T5.2) [3][4] ( $\geq -99.9$ ,  $\leq 999.9$ )

	1	2	3	4
1	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 1 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 2 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 3 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 4 . 0 0
2	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 5 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 6 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 7 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 8 . 0 0
3	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 9 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 2 0 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 2 1 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 2 2 . 0 0

## VARIÁVEIS DE SAÍDA

Mc (Inteiro T2) (= Ma)

2

Nc (Inteiro T2) (= Nb)

4

c (Real T6.2) [2][4] ( $\geq -999.9$ ,  $\leq 9999.9$ )

	1	2	3	4
1	<input type="text"/> <input type="text"/> 9 8 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 0 4 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 1 0 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 1 1 6 . 0 0
2	<input type="text"/> <input type="text"/> 2 3 3 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 2 4 8 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 2 6 3 . 0 0	<input type="text"/> <input type="text"/> 2 7 8 . 0 0

# MULTIPLICAÇÃO MATRIZES

## Início:

```
/* Entrada de dados (INPUT) */  
FAZER  
    ESCREVER "Linhas da matriz a?"  
    LER Ma  
ATÉ ( (Ma >= 1) E (Ma <= 99) )  
FAZER  
    ESCREVER "Colunas da matriz a?"  
    LER Na  
ATÉ ( (Na >= 1) E (Na <= 99) )  
FAZER  
    ESCREVER "Colunas da matriz b?"  
    LER Nb  
ATÉ ( (Nb >= 1) E (Nb <= 99) )
```

```
PARA iL=1 ATÉ Ma FAZER  
    PARA iC=1 ATÉ Na FAZER  
        FAZER  
            ESCREVER "Matriz A ", "[", iL, "]", "[", iC, "]", " ?"  
            LER a[iL][iC]  
            ATÉ ( (a[iL][iC] >= -99.9) E (a[iL][iC] <= 999.9) )  
                FIMPARA /* iC */  
        FIMPARA /* iL */  
    PARA iL=1 ATÉ Mb FAZER  
        PARA iC=1 ATÉ Nb FAZER  
            FAZER  
                ESCREVER "Matriz B ", "[", iL, "]", "[", iC, "]", " ?"  
                LER b[iL][iC]  
                ATÉ ( (b[iL][iC] >= -99.9) E (b[iL][iC] <= 999.9) )  
                    FIMPARA /* iC */  
        FIMPARA /* iL */
```



# MULTIPLICAÇÃO MATRIZES

```
/* Processamento (PROCESSING) */  
PARA iL=1 ATÉ Mc FAZER  
  PARA iC=1 ATÉ Nc FAZER  
    c[iL][iC] ← 0  
    PARA k=1 ATÉ Na FAZER      /* Na = Mb */  
      c[iL][iC] ← c[iL][iC] + a[iL][k] + b[k][iC]  
    FIMPARA  
  FIMPARA  
FIMPARA
```

# MULTIPLICAÇÃO MATRIZES

```
/* Saída de resultados (OUTPUT) */  
ESCREVER "Linhas da matriz soma: ", Mc  
ESCREVER "Colunas da matriz soma: ", Nc  
ESCREVER "Soma das matrizes:"  
PARA iL=1 ATÉ Mc FAZER  
    PARA iC=1 ATÉ Nc FAZER  
        ESCREVER c[iL][iC], " " /* Não muda de linha */  
    FIMPARA /* iC */  
    ESCREVER /* Muda de linha */  
FIMPARA /* iL */
```

**Fim.**



# MODELOS: TESTE

## □ Para matrizes 3x3

- <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/matrizes/matriz3x3.htm>

**Ensino Médio: Elementos de uma matriz 3x3**

Para obter elementos da matriz 3x3 (verde), entre com os 9 valores e pressione o botão apropriado. Aproveite os dados inseridos para novas simulações.

$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$
$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$
$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$

Elementos da matriz
Ajuda
Limpar os dados

Elementos calculados da matriz 3x3			
Determinante		Traço	
Transposta			
Cofatora			
Adjunta			
Inversa			